Métodos Numéricos - Lista 03

Samuel de S. Barbosa

Junho, 2018

Nesta lista vamos solucionar o modelo de *Real Business Cycles* (RBC) usando métodos de projeção.

Preferências

$$U(c) = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

$$u(c_t) = \frac{c^{1-\mu} - 1}{1-\mu}$$
$$\mu = 1/(1+r)$$

Tecnologia

$$Y_t = z_t F(K_t, N_t) = z_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

$$\log z_t = \rho \log z_{t-1} + \epsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Calibração

$$\beta = 0.987, \quad \mu = 2, \quad \alpha = 0.3, \quad \delta = 0.012, \quad \rho = 0.95, \quad \sigma = 0.007$$

1. Polinômios de Chebyshev e *collocation points*

Os métodos de projeção são métodos gerais utilizados para obter soluções aproximadas para equações funcionais. Com os métodos de projeção, encontramos uma função (e não apenas uma sequência de valores, tal como nos métodos de iteração da função valor) que resolve uma dada equação funcional.

No problema em questão, a equação funcional a ser resolvida é a Equação de Euler:

$$\begin{aligned} u'(c) = &\quad \beta \mathbb{E}[\frac{\partial}{\partial k'} V(k', z')] \\ = &\quad \beta \mathbb{E}[u'(c')(\alpha z k^{\alpha-1} + 1 - \delta)]. \end{aligned} \tag{1}$$

O método de projeção que iremos aplicar será o dos polinômios de Chebyshev, em conjunto com o uso de *collocation points*. A função que obteremos séra uma combinação convexa de polinômios, avaliada em pontos de colocação tais que estes polinômios serão ortogonais entre si.

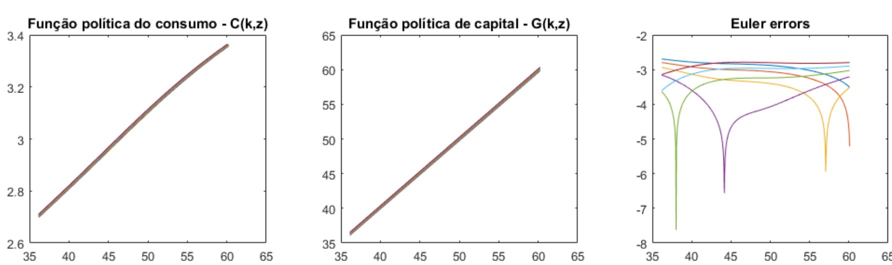
Um polinômio de Chebyshev de grau p é dado por $T_p(x) = cos(pcos^{-1}(x))$. Os pontos de colocação utilizados serão as $(p+1)$ raízes de um polinômio de Chebyshev de grau $p+1$:

$$z_i = -cos\left(\frac{2i-1}{2p}\pi\right)$$

A aproximação da função política do consumo que resolve a Equação de Euler será obtida por

$$\hat{C}(\gamma, K) = \sum_{j=0}^{p} \gamma_j T_j(K)$$

A figura a seguir mostra os resultados obtidos através da aplicação deste método:



Observação: a solução implementada é muito sensível ao chute inicial de γ (pesos atribuídos a cada polinômio). Para obter a solução final, dependendo dos graus de polinômios utilizados, eventualmente foi necessário executar o código várias vezes com chutes iniciais aleatórios até obter convergência.