Laboratorio di Programmazione C++/ROOT: Simulazione di un Esperimento di Fisica Nucleare

Lanzi Samuele

A.A. 2020-2021

1 Introduzone

Questo programma ha lo scopo di implementare un prototipo di codice utilizzabile per rappresentare e analizzare il contenuto di eventi fisici simulati risultanti da collisioni di particelle elementari. Ognuno dei $\sim 10^5$ eventi che andiamo ad analizzare consite di $\sim 10^2$ particelle di tipi diversi, con aggiunta delle risonanze; ciascun tipo possiede una certa abbondanza (una certa probabilità di essere generato).

Parleremo della struttura del programma scritto in C++ con l'ausilio di ROOT nella sezione 2 per poi passare alla generazione degli eventi nella sezione 3, successivamente analizzeremo quanto ottenuto nella sezione 4.

2 Struttura del Codice

Il programma è basato su 3 classi due delle quali sfruttano il polimorfismo dinamico grazie al quale una classe figlia può ereditare alcune caratteristiche della classe madre.

- ParticleType descrittiva di alcune proprietà di base delle particelle elementari avente come attributi privati il nome fName, la massa fMass e la carica fCharge della particella; come metodi abbiamo i getters per gli attributi, un metodo Print() per stampare a schermo le proprietà della particella ed un costruttore parametrico.
- ResonanceType descrittiva di alcune proprietà di base specifiche delle risonanze, che erdita da ParticleType ed ha come attributo aggiuntivo privato la larghezza della risonanza fWidth e come metodi pubblici un costruttore parametrico ed un metodo Print() che eredita quello della classe madre ed aggiunge un attributo da stampare.
- Particle descrittiva sia delle proprietà di base definite nella classe ParticleType e nella sua derivata che delle proprietà cinematiche (le tre componenti dell'impulso) di una particella. La classe ha come attributi privati: un costruttore parametrico; un static std::vector<ParticleType*> fParticleType che contiene le informazioni dei tipi di particelle che saranno generati nel main; una varibile interna fIParticle che rappresenta l'indice dell' elemento del vettore di puntatori; le tre componenti dell'impulso raggruppate in un nuovo tipo di dato P fP ¹. Come metodi pubblici abbiamo i getter, un metodo statico per fare il push di elementi nel vettore ed altri metodi per ricavare grandezze a partire dall'impulso e dalla massa: Energy() per l'energia, invMass() per la massa invariante . . .

Essendo ResonanceType un tipo specializzato di ParticleType (relazione "is a"), la scelta è stata quella di riutilizzare il codice scritto per ParticleType e far ereditare ResonanceType da ParticleType. La classe Particle è una classe ulteriormente specializzata, che contiene sia le informazioni delle proprietà di base (nome, massa, carica, eventualmente larghezza di risonanza), sia le proprietà cinematche (impulso 3D). In questo caso specifico la soluzione migliore per implementare Particle è usare la composizione (aggregazione) [Figura-1]; includiamo in Particle un membro statico che fa da tabella per i tipi di particella e relative proprietà di base così da avere un grosso risparmio in memoria.

 $^{^{1}\}mathrm{Per}$ ulteriori dettagli consultare l'Appendice 1

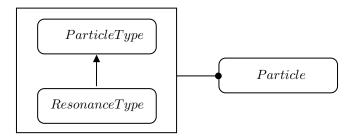


Figura 1 – Schema della struttura del codice, come si può vedere la classe Particle non erdita proprietà dalle altre due ma usa il meccanismo della composizione.

3 Generazione

Nella nostra simulazione sono stati generati $\sim 10^5$ eventi ciascuno da $\sim 10^2$ particelle. Le particelle generate sono di sette tipi diversi: pioni (π^+, π^-) , kaoni (K^+, K^-) , protoni (p^+, p^-) e risonanza (K^*) ogni tipo di particella ha caratteristiche diverse sintetizzate in [Tabella-1]. Alcune delle 100 particelle generate in un evento, quindi, possono

Tipo di Particella	Probabilità	Massa (GeV/c^2)	Carica	Larghezza della Risonanza (GeV/c²)
π^+	0.4	0.13957	+1	-
π^-	0.4	0.13957	-1	-
K^+	0.05	0.49367	+1	-
K^-	0.05	0.49367	-1	-
p^+	0.045	0.93827	+1	-
p^-	0.045	0.93827	-1	-
K^*	0.01	0.89166	0	0.050

Tabella 1 – Tipi di particelle e le loro caratteristiche

essere dello stesso tipo ma ciò che le contraddistingue le une dalle altre è l'impulso. Per settare le componenti dell'impulso procediamo, in prima battuta, a generarne il modulo casualmente tramite il metodo Monte Carlo chiamato TRandom::Exp(1); successivamente possiamo risalire alle componenti 3D (in coordinate sferiche) grazie alle seguenti:

$$\vec{P} = (P_x, P_y, P_z) \quad conosciamo \quad |\vec{P}| \equiv P$$

$$P_x = P\sin\theta\cos\phi \quad \theta \in [0, \pi] \quad e \quad \phi \in [0, 2\pi]$$

$$P_y = P\sin\theta\sin\phi$$

$$P_z = P\cos\theta$$
(1)

Gli angoli θ (angolo polare) e ϕ (angolo azimutale) sono anch'essi generati casualmente attraverso il metodo di generazione Monte Carlo TRandom::Uniform().

Una volta generate tutte le particelle, quelle di tipo K^* vengono fatte decadere in due coppie (ogni coppia ha il 50% di probabilità di essere creata) (π^+, K^-) oppure (π^-, K^+) ; all'interno del programma il decadimento avviene attraverso il metodo Particle::Decay2Body().

4 Analisi

4.1 Abbondanza di Particelle, Angoli ed Impulso

Analizziamo ora ciò che è emerso dal nostro programma iniziando dall'abbondanza di tipi di particelle riportata in [Tabella-2]. Come si può vedere i valori ricavati dal programma sono del tutto compatibili con i valori di aspettazione nel limite di errori statistici. In [Figura-2] è riportato l'istogramma nel quale ogni bin rappresenta un tipo di particella.

Procediamo con gli istogrammi degli angoli azimutali e polari, come possiamo intuire dalla [Figura-2] i due istogrammi seguono una distribuzione uniforme individuata dalla linea rossa; in [Tabella-3] sono riportati i valori del χ^2 grazie ai quali possiamo concludere che effettivamente il fit è consistente con la distribuzione generata. Consideriamo

Specie	Occorrenze Osservate	Occorrenze attese
π^+	$(3999.3 \pm 2.0) \cdot 10^3$	$4000 \cdot 10^3$
π^-	$(4002.1 \pm 2.0) \cdot 10^3$	$4000 \cdot 10^3$
K^+	$(499.50 \pm 0.71) \cdot 10^3$	$500 \cdot 10^3$
K^-	$(498.69 \pm 0.71) \cdot 10^3$	$500 \cdot 10^3$
p^+	$(450.17 \pm 0.67) \cdot 10^3$	$450 \cdot 10^3$
p^-	$(450.48 \pm 0.67) \cdot 10^3$	$450 \cdot 10^3$
K^*	$(99.74 \pm 0.32) \cdot 10^3$	$100 \cdot 10^3$

Tabella 2 – Abbondanza dei tipi di particelle

ora l'istogramma che rappresenta il modulo dell'impuso [Figura-2] anch'esso fittato con una distribuzione, questa volta esponenziale, la quale è in perfetto accordo con quanto ci aspettavamo a meno di fluttuazioni statistiche.

Distribuzione	Parametri del Fit	χ^2	ν	χ^2/ν
Fit a distribuzione angolo θ (rad)	100000 ± 32	98.75	99	0.99
Fit a distribuzione angolo ϕ (rad)	100000 ± 32	99.04	99	1.00
Fit a distribuzione modulo impulso (GeV/c)	-1 ± 0.0	60.43	78	0.78

Tabella 3 – Distribuzioni dell'angolo azimutale, polare e dell'impulso

4.2 Massa Invariante

Passiamo ora agli istogrammi delle masse invarianti. Come avevamo accennato attraverso un metodo specifico le particelle di tipo K^* vengono fatte decadere in (π^+, K^-) oppure (π^-, K^+) , se misuriamo le masse invarianti (attraverso il metodo invMass()) tra tutte le particelle prodotte da questo decadimento in tutti gli eventi otteniamo il primo istogramma (di controllo) della [Figura-3] il quale è stato opportunamente fittato con una gaussiana (le specifiche sono riportate in [Tabella-4]).

Per ricavare il secondo istogramma si può procedere in due step:

- Selezionando tra tutte quelle generate in un singolo evento le coppie di particelle del tipo (π^+, K^-) e (π^-, K^+) , ricavandone a due la massa invariante e facendone un primo istogramma (1); ripetendo lo stesso procedimento per (π^+, K^+) e (π^-, K^-) si ottiene un secondo istogramma (2);
- Facendo ora la differenza tra i due istogrammi ottenuti (2) (1) otteniamo il nostro risultato riportato in [Figura-3]; fittandolo opportunamente con una gaussiana è inconfutabile la somiglianza con la distribuzione ricavata in precedenza.

Per ottenere il terzo istogramma il procedimento è molto simile a quello precedente con l'unica differenza che invece di considerare le sole πK con segni discordi e concordi si considerano le masse invarianti tra coppie di particelle di qualsiasi tipo aventi comunque cariche di segno concorde e discorde.

Analizzando i risultati [Tabella-4] possiamo concludere che a meno di errori statistici ciò che abbiamo ottenuto è consistente con quanto ipotizzato, ne sono un riprova i valori congrui del χ^2 .

Distribuzione	Media (GeV/ c^2)	Sigma (GeV/c^2)	Ampiezza	χ^2/ν
Massa Invariante vere K^*	0.8914 ± 0.0002	0.05003 ± 0.00011	10020 ± 39	0.77
Massa Invariante ottenuta da				
differenza delle combinazioni	0.891 ± 0.003	0.050 ± 0.003	10580 ± 490	1.04
πK di carica discorde e concorde				
Massa Invariante ottenuta da				
differenza delle combinazioni	0.895 ± 0.005	0.049 ± 0.005	9666 ± 820	1.05
di carica discorde e concorde				

Tabella 4 – Masse invarianti di particelle opportunamente raggruppate

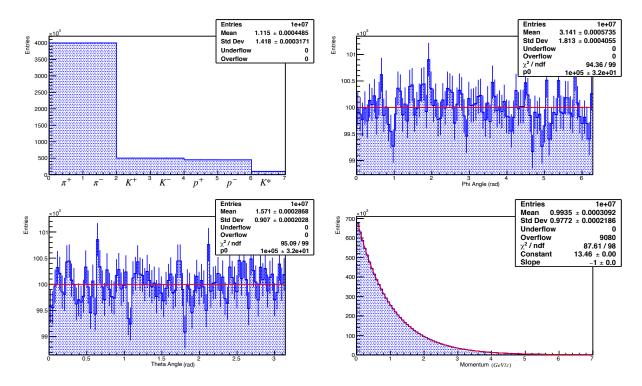


Figura 2 – In alto a sinistra è rappresentato l'istogramma dell'abbondanza di particelle i cui valori precisi sono riportati in Tabella 1; in alto a destra e in basso a sinistra sono riportati gli istogrammi dell'angolo azimutale e dell'angolo polare (fittati opportunamente con una distribuzione uniforme); in basso a destra è riportato l'istogramma dell'impulso (fittato con un esponenziale).

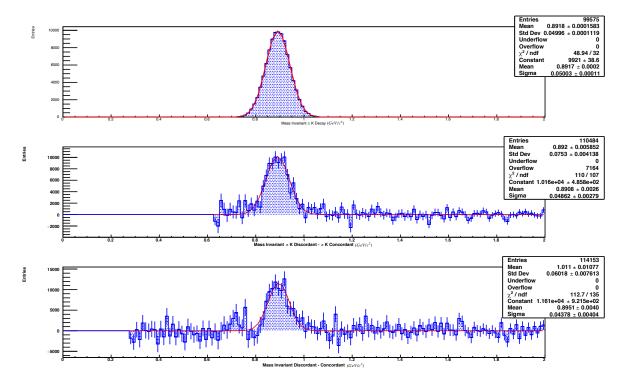


Figura 3 – Il primo grafico dall'alto rappresenta l'istogramma delle masse invarianti delle K^* vere, prodotte dal decadimento fittato con un'opportuna gaussiana; il secondo istogramma rappresenta la massa invariante ottenuta dalla differenza fra combinazioni πK di carica discorde e concorde anch'esso fittato con una gaussiana; il terzo istogramma rappresenta la massa invariante fra particella in combinazioni di carica discorde e concorde (fittato con un'opportuna gaussiana).

Appendice 1

ParticleType.hpp

```
#ifndef PARTICLETYPE_HPP
#define PARTICLETYPE_HPP
#include <iostream>
class ParticleType {
protected:
  std::string const fName;
  double const fMass;
 int const fCharge;
public:
 ParticleType(std::string name, double mass, int charge);
  std::string getName();
 double getMass();
 int getCharge();
 virtual double getWidth();
 virtual void Print();
};
#endif
```

ParticleType.cpp

ResonanceType.hpp

```
#ifndef RESONANCETYPE_HPP
#define RESONANCETYPE_HPP
#include "ParticleType.hpp"
```

```
class ResonanceType : public ParticleType {
private:
    double const fWidth;

public:
    ResonanceType(ParticleType particle_t, double width);
    double getWidth() override;
    void Print() override;
};

#endif
```

ResonanceType.cpp

Particle.hpp

```
#ifndef PARTICLE_HPP
#define PARTICLE_HPP
#include "ParticleType.hpp"
#include "ResonanceType.hpp"
#include <algorithm>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <random>
#include <vector>
struct P {
 double fPx = 0;
 double fPy = 0;
 double fPz = 0;
};
class Particle {
private:
  static std::vector<ParticleType *> fParticleType;
  static int fNParticleType;
```

```
int fIParticle;
 P fP;
  static int FindParticle(std::string name);
  void Boost(double bx, double by, double bz);
public:
  Particle(std::string name, P p);
  int getIParticle();
  static void AddParticle(std::string pt_name, double pt_mass, int pt_charge,
                          double pt_width);
 static void Print();
 void PrintParticle();
  P getP();
 std::string getName();
 double getMass();
 int getCharge();
 double Energy();
 double invMass(Particle &p);
 void setP(double px, double py, double pz);
  int Decay2Body(Particle &dau1, Particle &dau2);
};
#endif
```

Particle.cpp

```
#include "Particle.hpp"
std::vector<ParticleType *> Particle::fParticleType(1, nullptr);
int Particle::fNParticleType = 0;
int Particle::FindParticle(std::string name) {
 for (int i = 0; i != static_cast<int>(fParticleType.size()) - 1; ++i) {
   if (fParticleType[i]->getName() == name) {
     return i;
   }
 }
  return -1;
void Particle::Boost(double bx, double by, double bz) {
 double energy = Energy();
 double b2 = bx * bx + by * by + bz * bz;
 double gamma = 1.0 / std::sqrt(1.0 - b2);
 double bp = bx * fP.fPx + by * fP.fPy + bz * fP.fPz;
 double gamma2 = b2 > 0 ? (gamma - 1.0) / b2 : 0.0;
 fP.fPx += gamma2 * bp * bx + gamma * bx * energy;
 fP.fPy += gamma2 * bp * by + gamma * by * energy;
  fP.fPz += gamma2 * bp * bz + gamma * bz * energy;
Particle::Particle(std::string name, P p) : fP{p} {
fIParticle = FindParticle(name);
```

```
}
int Particle::getIParticle() { return fIParticle; }
void Particle::AddParticle(std::string pt_name, double pt_mass, int pt_charge,
                           double pt_width) {
  ++fNParticleType;
  fParticleType[fNParticleType - 1] =
      new ParticleType{pt_name, pt_mass, pt_charge};
  if (pt_width != 0.) {
    fParticleType[fNParticleType - 1] =
        new ResonanceType{*fParticleType[fNParticleType - 1], pt_width};
  }
  fParticleType.push_back(nullptr);
void Particle::Print() {
 for (int i = 0; i != static_cast<int>(fParticleType.size()) - 1; ++i) {
    std::cout << "Name:u" << fParticleType[i]->getName() << '\n';
    std::cout << "Mass:" << fParticleType[i]->getMass() << '\n';
    std::cout << "Charge:" << fParticleType[i]->getCharge() << '\n';</pre>
    std::cout << "Width:" << fParticleType[i]->getWidth() << "\n\n";
 }
}
void Particle::PrintParticle() {
  std::cout << "Index:" << fIParticle << '\n';
  std::cout << "Name:u" << fParticleType[fIParticle]->getName() << '\n';
  std::cout << "Px:_{\sqcup}" << fP.fPx << '\n';
  std::cout << "Py:" << fP.fPy << '\n';
  std::cout << "Pz:" << fP.fPz << "\n\n";
}
P Particle::getP() { return fP; }
std::string Particle::getName() { return fParticleType[fIParticle] ->getName(); }
double Particle::getMass() { return fParticleType[fIParticle]->getMass(); }
int Particle::getCharge() { return fParticleType[fIParticle]->getCharge(); }
double Particle::Energy() {
  double m = getMass();
  double p_x = fP.fPx;
 double p_y = fP.fPy;
 double p_z = fP.fPz;
  return std::sqrt((m * m) + (p_x * p_x) + (p_y * p_y) + (p_z * p_z));
double Particle::invMass(Particle &p) {
  double sumE = Energy() + p.Energy();
 double sumPx = getP().fPx + p.getP().fPx;
  double sumPy = getP().fPy + p.getP().fPy;
 double sumPz = getP().fPz + p.getP().fPz;
 return std::sqrt(sumE * sumE - sumPx * sumPx - sumPy * sumPy - sumPz * sumPz);
}
```

```
void Particle::setP(double px, double py, double pz) {
 fP.fPx = px;
 fP.fPy = py;
  fP.fPz = pz;
int Particle::Decay2Body(Particle &dau1, Particle &dau2) {
 if (getMass() == 0.0) {
    std::cout << "Decayment_cannot_be_preformed_if_mass_is_zero\n";</pre>
   return 1;
  }
  double massMot = getMass();
  double massDau1 = dau1.getMass();
  double massDau2 = dau2.getMass();
 if (fIParticle > -1) {
   float x1, x2, w, y1, y2;
   double invnum = 1. / RAND_MAX;
   do {
     x1 = 2.0 * rand() * invnum - 1.0;
     x2 = 2.0 * rand() * invnum - 1.0;
     w = x1 * x1 + x2 * x2;
   } while (w >= 1.0);
   w = std::sqrt((-2.0 * std::log(w)) / w);
   y1 = x1 * w;
   y2 = x2 * w;
   massMot += fParticleType[fIParticle]->getWidth() * y1;
  if (massMot < massDau1 + massDau2) {</pre>
    std::cout << "Decayment_cannot_be_preformed_because_mass_is_too_low_in_"
                 "this channel \n";
   return 2;
  }
  double pout =
      std::sqrt(
          (massMot * massMot - (massDau1 + massDau2) * (massDau1 + massDau2)) *
          (massMot * massMot - (massDau1 - massDau2) * (massDau1 - massDau2))) /
      massMot * 0.5;
  double norm = 2 * M_PI / RAND_MAX;
  double phi = rand() * norm;
  double theta = rand() * norm * 0.5 - M_PI / 2.;
  dau1.setP(pout * std::sin(theta) * std::cos(phi),
            pout * std::sin(theta) * std::sin(phi), pout * std::cos(theta));
  dau2.setP(-pout * std::sin(theta) * std::cos(phi),
            -pout * std::sin(theta) * std::sin(phi), -pout * std::cos(theta));
  double energy = std::sqrt(fP.fPx * fP.fPx + fP.fPy * fP.fPy +
                            fP.fPz * fP.fPz + massMot * massMot);
```

```
double bx = fP.fPx / energy;
double by = fP.fPy / energy;
double bz = fP.fPz / energy;

dau1.Boost(bx, by, bz);
dau2.Boost(bx, by, bz);

return 0;
}
```

main.cpp

```
// header file
#include "Particle.hpp"
#include "ParticleType.hpp"
#include "ResonanceType.hpp"
// ROOT's header file
#include "TFile.h"
#include "TH1.h"
#include "TH1F.h"
#include "TRandom.h"
int main() {
 using namespace std;
  Particle::AddParticle("pion+", 0.13957, 1, 0.);
  Particle::AddParticle("pion-", 0.13957, -1, 0.);
  Particle::AddParticle("kaon+", 0.49367, 1, 0.);
  Particle::AddParticle("kaon-", 0.49367, -1, 0.);
  Particle::AddParticle("proton+", 0.93827, 1, 0.);
  Particle::AddParticle("proton-", 0.93827, -1, 0.);
  Particle::AddParticle("K*", 0.89166, 0, 0.050);
  vector<Particle> particle_v{};
 TH1F *hPt = new TH1F("hPt", "Particle_Types_Distribution", 7, 0, 7);
  TH1F *hPhi = new TH1F("hPhi", "Phi_Distribution", 100, 0., 2 * M_PI);
  TH1F *hTheta = new TH1F("hTheta", "Theta_Distribution", 100, 0., M_PI);
  TH1F *hP = new TH1F("hP", "Momentum_Distribution", 100, 0, 7);
  TH1F *hPtr = new TH1F("hPtr", "Trasversal_Momentum_Distribution", 80, 0, 5);
  TH1F *hE = new TH1F("hE", "Energy_Distribution", 80, 0, 6);
  TH1F *hMass = new TH1F("hMass", "Mass_Invariant_Distribution", 320, 0, 4);
  TH1F *hMass_dc = new TH1F(
      "hMass_dc", "Mass_Invariant_Distribution_with_Discordant_Charges", 160, 0,
  TH1F *hMass_sc = new TH1F(
      "hMass_sc", "Mass_Invariant_Distribution_with_Same_Charges", 160, 0, 2);
  TH1F *hMass_pkD = new TH1F(
      "hMass_pkD", "Mass_Invariant_Distribution_Pion+/Kaon-_Pion-/Kaon+", 160,
     0, 2);
  TH1F *hMass_pkC = new TH1F(
      "hMass_pkC", "Mass_Invariant_Distribution_Pion+/Kaon+_Pion-/Kaon-", 160,
```

```
0, 2);
TH1F *hMass_pkDecay = new TH1F(
    "hMass_pkDecay",
    "Mass<sub>□</sub>Invariant<sub>□</sub>Distribution<sub>□</sub>Decay<sub>□</sub>K*<sub>□</sub>in<sub>□</sub>Pion+/Kaon-<sub>□</sub>Pion-/Kaon+", 160, 0,
// Define random distributions using the random library
random_device rd;
mt19937 gen(rd());
uniform_real_distribution<> distrib(0, 1);
uniform_int_distribution<> int_distrib(0, 1);
gRandom->SetSeed();
for (int i = 0; i != 1e5; ++i) {
  for (int j = 0; j != 1e2; ++j) {
    int prob_type_decay = int_distrib(gen);
    double prob_type = distrib(gen);
    double phi = gRandom->Uniform(0., 2 * M_PI);
    hPhi->Fill(phi);
    double theta = gRandom->Uniform(0., M_PI);
    hTheta->Fill(theta);
    double p_ = gRandom->Exp(1);
    hP->Fill(p_);
    P linearMomentum;
    if (prob_type <= 0.4) {</pre>
      Particle pion{"pion+", linearMomentum};
      pion.setP(p_ * sin(theta) * cos(phi), p_ * sin(theta) * sin(phi),
                 p_ * cos(theta));
      particle_v.push_back(pion);
      hPt->Fill(pion.getIParticle());
      hPtr->Fill(sqrt(pow(p_ * sin(theta) * cos(phi), 2) +
                       pow(p_ * sin(theta) * sin(phi), 2)));
      hE->Fill(pion.Energy());
    else if (prob_type > 0.4 && prob_type <= 0.8) {</pre>
      Particle pion_{"pion-", linearMomentum};
      \label{eq:pion_setP} pion\_.setP(p\_*sin(theta)*cos(phi), p\_*sin(theta)*sin(phi),
                  p_ * cos(theta));
      particle_v.push_back(pion_);
      hPt->Fill(pion_.getIParticle());
      hPtr->Fill(sqrt(pow(p_ * sin(theta) * cos(phi), 2) +
                       pow(p_ * sin(theta) * sin(phi), 2)));
      hE->Fill(pion_.Energy());
    else if (prob_type > 0.8 && prob_type <= 0.85) {</pre>
      Particle kaon{"kaon+", linearMomentum};
      kaon.setP(p_ * sin(theta) * cos(phi), p_ * sin(theta) * sin(phi),
                 p_ * cos(theta));
      particle_v.push_back(kaon);
      hPt->Fill(kaon.getIParticle());
```

```
hPtr->Fill(sqrt(pow(p_ * sin(theta) * cos(phi), 2) +
                  pow(p_ * sin(theta) * sin(phi), 2)));
 hE->Fill(kaon.Energy());
}
else if (prob_type > 0.85 && prob_type <= 0.90) {</pre>
  Particle kaon_{"kaon-", linearMomentum};
  kaon_.setP(p_ * sin(theta) * cos(phi), p_ * sin(theta) * sin(phi),
             p_ * cos(theta));
  particle_v.push_back(kaon_);
  hPt->Fill(kaon_.getIParticle());
  hPtr->Fill(sqrt(pow(p_ * sin(theta) * cos(phi), 2) +
                  pow(p_* sin(theta) * sin(phi), 2)));
 hE->Fill(kaon_.Energy());
else if (prob_type > 0.9 && prob_type <= 0.945) {</pre>
  Particle proton("proton+", linearMomentum);
  proton.setP(p_ * sin(theta) * cos(phi), p_ * sin(theta) * sin(phi),
              p_ * cos(theta));
  particle_v.push_back(proton);
 hPt->Fill(proton.getIParticle());
 hPtr->Fill(sqrt(pow(p_ * sin(theta) * cos(phi), 2) +
                  pow(p_ * sin(theta) * sin(phi), 2)));
 hE->Fill(proton.Energy());
else if (prob_type > 0.945 && prob_type <= 0.99) {</pre>
  Particle proton_{"proton-", linearMomentum};
  proton_.setP(p_ * sin(theta) * cos(phi), p_ * sin(theta) * sin(phi),
               p_ * cos(theta));
  particle_v.push_back(proton_);
 hPt->Fill(proton_.getIParticle());
 hPtr->Fill(sqrt(pow(p_ * sin(theta) * cos(phi), 2) +
                  pow(p_ * sin(theta) * sin(phi), 2)));
 hE->Fill(proton_.Energy());
else {
 Particle k_star{"K*", linearMomentum};
 k_star.setP(p_ * sin(theta) * cos(phi), p_ * sin(theta) * sin(phi),
              p_ * cos(theta));
  particle_v.push_back(k_star);
  hPt->Fill(k_star.getIParticle());
  hPtr->Fill(sqrt(pow(p_ * sin(theta) * cos(phi), 2) +
                  pow(p_ * sin(theta) * sin(phi), 2)));
  hE->Fill(k_star.Energy());
  if (prob_type_decay != 0) {
   Particle pionD{"pion+", linearMomentum};
   Particle kaonD_{"kaon-", linearMomentum};
   k_star.Decay2Body(pionD, kaonD_);
   particle_v.push_back(pionD);
   particle_v.push_back(kaonD_);
   hMass_pkDecay->Fill(pionD.invMass(kaonD_));
  } else {
   Particle pionD_{"pion-", linearMomentum);
    Particle kaonD{"kaon+", linearMomentum};
```

```
k_star.Decay2Body(pionD_, kaonD);
        particle_v.push_back(pionD_);
        particle_v.push_back(kaonD);
        hMass_pkDecay->Fill(pionD_.invMass(kaonD));
      }
   }
 }
  for (int i = 0; i != static_cast<int>(particle_v.size()); ++i) {
    for (int j = i + 1; j != static_cast<int>(particle_v.size()); ++j) {
      hMass->Fill(particle_v[i].invMass(particle_v[j]));
      if ((particle_v[i].getCharge() == 1 &&
           particle_v[j].getCharge() == 1) ||
          (particle_v[i].getCharge() == -1 &&
           particle_v[j].getCharge() == -1)) {
        hMass_sc->Fill(particle_v[i].invMass(particle_v[j]));
      } else if ((particle_v[i].getCharge() == 1 &&
                  particle_v[j].getCharge() == -1) ||
                 (particle_v[i].getCharge() == -1 &&
                  particle_v[j].getCharge() == 1)) {
        hMass_dc->Fill(particle_v[i].invMass(particle_v[j]));
      }
      if ((particle_v[i].getName() == "pion+" &&
           particle_v[j].getName() == "kaon-") ||
          (particle_v[i].getName() == "kaon-" &&
           particle_v[j].getName() == "pion+")) {
        hMass_pkD->Fill(particle_v[i].invMass(particle_v[j]));
      } else if ((particle_v[i].getName() == "pion-" &&
                  particle_v[j].getName() == "kaon+") ||
                 (particle_v[i].getName() == "kaon+" &&
                 particle_v[j].getName() == "pion-")) {
        hMass_pkD->Fill(particle_v[i].invMass(particle_v[j]));
      }
      if ((particle_v[i].getName() == "pion+" &&
           particle_v[j].getName() == "kaon+") ||
          (particle_v[i].getName() == "kaon+" &&
           particle_v[j].getName() == "pion+")) {
        hMass_pkC->Fill(particle_v[i].invMass(particle_v[j]));
      } else if ((particle_v[i].getName() == "pion-" &&
                  particle_v[j].getName() == "kaon-") ||
                 (particle_v[i].getName() == "kaon-" &&
                  particle_v[j].getName() == "pion-")) {
        hMass_pkC->Fill(particle_v[i].invMass(particle_v[j]));
     }
   }
 }
 particle_v.clear();
// Write Histograms into a ROOT file
TFile *particle = new TFile("particle.root", "RECREATE");
 particle->Write();
 hPt->Write();
 hPhi->Write();
```

```
hTheta->Write();
hP->Write();
hPtr->Write();
hE->Write();
hMass->Write();
hMass_dc->Write();
hMass_sc->Write();
hMass_pkD->Write();
hMass_pkC->Write();
hMass_pkC->Write();
hMass_pkDecay->Write();
particle->Close();
}
```

analysis.C

```
void setStyle() {
 // Cosmetics
  gROOT->SetStyle("Plain");
  gStyle->SetOptStat(112210);
  gStyle->SetOptFit(111);
  gStyle->SetOptTitle(0);
void analysis() {
 // Open Root File
 TFile *f = new TFile("particle.root");
  // Find Histograms
  auto hPt = (TH1F *)f->Get("hPt");
  auto hPhi = (TH1F *)f->Get("hPhi");
  auto hTheta = (TH1F *)f->Get("hTheta");
  auto hP = (TH1F *)f->Get("hP");
  auto hPtr = (TH1F *)f->Get("hPtr");
  auto hE = (TH1F *)f->Get("hE");
  auto hMass = (TH1F *)f->Get("hMass");
  auto hMass_dc = (TH1F *)f->Get("hMass_dc");
  auto hMass_sc = (TH1F *)f->Get("hMass_sc");
  auto hMass_pkD = (TH1F *)f->Get("hMass_pkD");
  auto hMass_pkC = (TH1F *)f->Get("hMass_pkC");
  auto hMass_pkDecay = (TH1F *)f->Get("hMass_pkDecay");
  TH1F *pkD_pkC = new TH1F("pkD_pkC",
                           "Difference_between_Pion+/Kaon-_Pion-/Kaon+_Minus_"
                           "Pion+/Kaon+⊔Pion-/Kaon-",
                           160, 0, 2);
  TH1F *dc_sc = new TH1F(
      "dc_sc", "Difference_between_Discordant_Charges_and_Same_Charges", 160, 0,
      2);
  // First Canvas
  TCanvas *c1 =
      new TCanvas("c1", "Particle_Types, _Angles_and_Momentum_Distributioins",
                  100, 100, 1100, 700);
  {
   c1->Divide(2, 2);
```

```
c1 - cd(1);
 hPt->GetXaxis()->SetTitle("Types_of_Particles");
 hPt->GetYaxis()->SetTitle("Entries");
 hPt->GetXaxis()->CenterTitle();
 hPt->GetXaxis()->CenterTitle();
 hPt->SetLineColor(4);
 hPt->SetFillColor(4);
 hPt->SetFillStyle(3002);
 hPt->Draw("E");
 hPt->Draw("SAME");
  c1->cd(2);
 hPhi->GetXaxis()->SetTitle("Phi_Angle");
 hPhi->GetYaxis()->SetTitle("Entries");
 hPhi->GetXaxis()->CenterTitle();
 hPhi->GetXaxis()->CenterTitle();
 hPhi->SetLineColor(4);
 hPhi->SetFillColor(4);
 hPhi->SetFillStyle(3002);
 hPhi->Fit("pol0");
 hPhi->Draw("E");
 hPhi->Draw("SAME");
  c1->cd(3);
 hTheta->GetXaxis()->SetTitle("Theta_Angle");
 hTheta->GetYaxis()->SetTitle("Entries");
 hTheta->GetXaxis()->CenterTitle();
 hTheta->GetXaxis()->CenterTitle();
 hTheta->SetLineColor(4);
 hTheta->SetFillColor(4);
 hTheta->SetFillStyle(3002);
 hTheta->Fit("pol0");
 hTheta->Draw("E");
 hTheta->Draw("SAME");
 c1->cd(4);
 hP->GetXaxis()->SetTitle("Momentum");
 hP->GetYaxis()->SetTitle("Entries");
 hP->GetXaxis()->CenterTitle();
 hP->GetXaxis()->CenterTitle();
 hP->SetLineColor(4);
 hP->SetFillColor(4);
 hP->SetFillStyle(3002);
 hP->Fit("expo");
 hP->Draw("E");
 hP->Draw("SAME");
 c1->Print("c1.gif");
}
// Second Canvas
TCanvas *c2 = new TCanvas("c2", "Mass_Invariant", 400, 100, 1100, 700);
  c2->Divide(1, 3);
  c2 - cd(1);
 hMass_pkDecay->GetXaxis()->SetTitle("Mass_Invariant_#pi_K_Decay");
```

```
hMass_pkDecay->GetYaxis()->SetTitle("Entries");
    hMass_pkDecay->GetXaxis()->CenterTitle();
    hMass_pkDecay->GetXaxis()->CenterTitle();
    hMass_pkDecay->SetLineColor(4);
    hMass_pkDecay->SetFillColor(4);
    hMass_pkDecay->SetFillStyle(3002);
    hMass_pkDecay->Fit("gaus");
    hMass_pkDecay->Draw("E,_SAME");
    c2 - > cd(2);
    pkD_pkC->GetXaxis()->SetTitle(
         "Mass<sub>□</sub>Invariant<sub>□</sub>#pi<sub>□</sub>K<sub>□</sub>Discordant<sub>□</sub>-<sub>□</sub>#pi<sub>□</sub>K<sub>□</sub>Concordant");
    pkD_pkC->GetYaxis()->SetTitle("Entries");
    pkD_pkC->GetXaxis()->CenterTitle();
    pkD_pkC->GetXaxis()->CenterTitle();
    pkD_pkC->SetLineColor(4);
    pkD_pkC->SetFillColor(4);
    pkD_pkC->SetFillStyle(3002);
    pkD_pkC->Sumw2();
    pkD_pkC->Add(hMass_pkD, hMass_pkC, 1, -1);
    pkD_pkC->SetEntries(pkD_pkC->Integral());
    pkD_pkC->Fit("gaus");
    pkD_pkC->Draw("HIST, _SAME");
    c2 - cd(3);
    dc_sc->GetXaxis()->SetTitle("Mass_Invariant_Discordant_-_Concordant");
    dc_sc->GetYaxis()->SetTitle("Entries");
    dc_sc->GetXaxis()->CenterTitle();
    dc_sc->GetXaxis()->CenterTitle();
    dc_sc->SetLineColor(4);
    dc_sc->SetFillColor(4);
    dc_sc->SetFillStyle(3002);
    dc_sc->Sumw2();
    dc_sc->Add(hMass_dc, hMass_sc, 1, -1);
    dc_sc->SetEntries(dc_sc->Integral());
    dc_sc->Fit("gaus");
    dc_sc->Draw("HIST, \_SAME");
    c2->Print("c2.gif");
  }
}
```