

ANALISI DI UN FILTRO CROSSOVER

Samuele Lanzi mat. 941813

7 Aprile, 5 Maggio, 26 Maggio 2021

Introduzione

Il filtro crossover è un tipo di circuito utilizzato nei sistemi di riproduzione audio allo scopo di dividere il segnale in due range di frequenze associati a due speakers: *tweeter* per alte frequenze e *woofer* per basse frequenze.

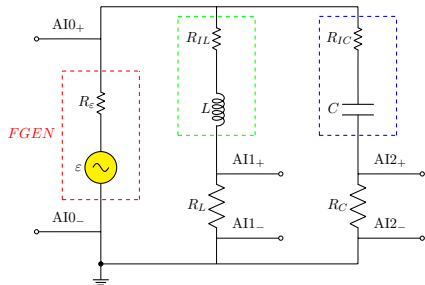


Figure 1: Schema del circuito realizzato

La frequenza di separazione del segnale è specifica del circuito e viene detta *frequenza di crossover* e si dimostra che tale frequenza è determinata da:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_L\tau_C}} \quad (1)$$

► $\tau_L = \frac{L}{R_L + R_{IL}}$ tempo caratteristico filtro passa-basso;

La frequenza di separazione del segnale è specifica del circuito e viene detta *frequenza di crossover* e si dimostra che tale frequenza è determinata da:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_L\tau_C}} \quad (1)$$

- ▶ $\tau_L = \frac{L}{R_L + R_{IL}}$ tempo caratteristico filtro passa-basso;
- ▶ $\tau_C = C (R_C + R_{IC})$ tempo caratteristico filtro passa-alto;

La frequenza di separazione del segnale è specifica del circuito e viene detta *frequenza di crossover* e si dimostra che tale frequenza è determinata da:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_L\tau_C}} \quad (1)$$

- ▶ $\tau_L = \frac{L}{R_L + R_{IL}}$ tempo caratteristico filtro passa-basso;
- ▶ $\tau_C = C (R_C + R_{IC})$ tempo caratteristico filtro passa-alto;
- ▶ La frequenza di crossover attesa calcolata grazie all'equazione (1) ha valore $\nu_0 = (4021 \pm 40) \text{ Hz}$.

Apparato Sperimentale

- ▶ Il circuito è stato assemblato sulla breadboard di ELVIS;

Apparato Sperimentale

- ▶ Il circuito è stato assemblato sulla breadboard di ELVIS;
- ▶ Dapprima sono stati misurati i valori delle componenti tramite il *Digital Multimeter*;

Apparato Sperimentale

- ▶ Il circuito è stato assemblato sulla breadboard di ELVIS;
- ▶ Dapprima sono stati misurati i valori delle componenti tramite il *Digital Multimeter*;
- ▶ Sono stati acquisiti dati relativi alla tensione in ingresso FGEN e le tensioni ai capi di R_L ed R_C ;

Apparato Sperimentale

- ▶ Il circuito è stato assemblato sulla breadboard di ELVIS;
- ▶ Dapprima sono stati misurati i valori delle componenti tramite il *Digital Multimeter*;
- ▶ Sono stati acquisiti dati relativi alla tensione in ingresso FGEN e le tensioni ai capi di R_L ed R_C ;
- ▶ Lo *Sweep* è stato eseguito nel range $1\text{ kHz} - 10\text{ kHz}$ con incrementi di 10 Hz ;

Apparato Sperimentale

- ▶ Il circuito è stato assemblato sulla breadboard di ELVIS;
- ▶ Dapprima sono stati misurati i valori delle componenti tramite il *Digital Multimeter*;
- ▶ Sono stati acquisiti dati relativi alla tensione in ingresso FGEN e le tensioni ai capi di R_L ed R_C ;
- ▶ Lo *Sweep* è stato eseguito nel range $1\text{ kHz} - 10\text{ kHz}$ con incrementi di 10 Hz ;
- ▶ L'acquisizione è stata effettuata ad una frequenza di campionamento pari a $F_S = 200\text{ kHz}$;

Apparato Sperimentale

- ▶ Il circuito è stato assemblato sulla breadboard di ELVIS;
- ▶ Dapprima sono stati misurati i valori delle componenti tramite il *Digital Multimeter*;
- ▶ Sono stati acquisiti dati relativi alla tensione in ingresso FGEN e le tensioni ai capi di R_L ed R_C ;
- ▶ Lo *Sweep* è stato eseguito nel range $1\text{ kHz} - 10\text{ kHz}$ con incrementi di 10 Hz ;
- ▶ L'acquisizione è stata effettuata ad una frequenza di campionamento pari a $F_S = 200\text{ kHz}$;
- ▶ L'ampiezza e la fase sono state estrapolate da ogni acquisizione grazie al subVI *Extract Single Tone Information* di LabVIEW.

Risultati e Discussione – Analisi preliminare

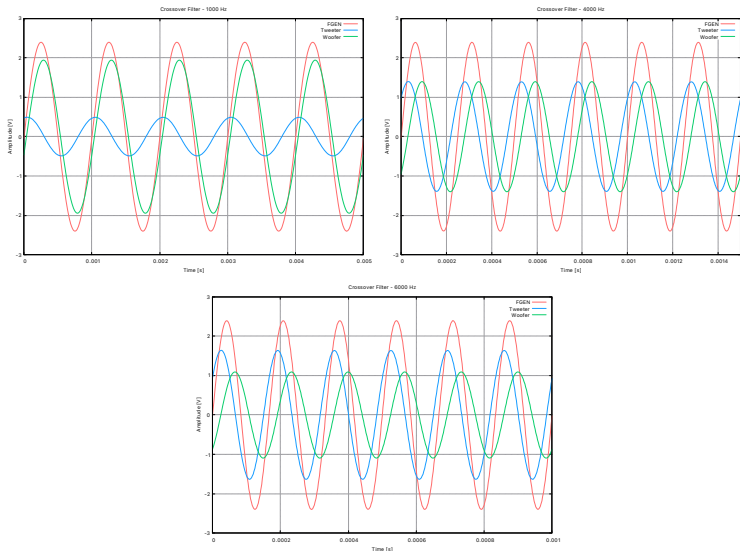


Figure 2: *Analisi preliminare del circuito: Segnale sinusoidale.*

Effetti del filtro sui vari segnali in entrata. I dati sono rappresentati da linee continue a causa dei numerosi punti ravvicinati.

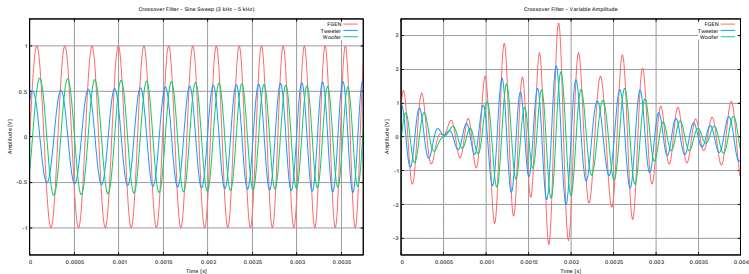


Figure 3: *Analisi preliminare del circuito: Arbitrary Waveform.*

Risultati e Discussione – Analisi della tensione

Equazioni che forniscono le curve teoriche della tensione:

► Per il ramo woofer:

$$\mathbf{V} = (R_{IL} + j\omega L)\mathbf{I}_L + \mathbf{V}_L = \frac{R_{IL} + j\omega L}{R_L + R_{IL} + j\omega L}\mathbf{V} + \mathbf{V}_L$$

$$\mathbf{V}_L = \frac{R_{IL}}{R_L + R_{IL} + j\omega L}\mathbf{V} = \frac{r_L}{1 + j\omega\tau_L}\mathbf{V}$$

\Rightarrow

$$|\mathbf{V}_L(\nu)| = \frac{r_L}{\sqrt{1 + (2\pi\tau_L\nu)^2}}V \quad (2)$$

Risultati e Discussione – Analisi della tensione

Equazioni che forniscono le curve teoriche della tensione:

- Per il ramo woofer:

$$\mathbf{V} = (R_{IL} + j\omega L)\mathbf{I}_L + \mathbf{V}_L = \frac{R_{IL} + j\omega L}{R_L + R_{IL} + j\omega L}\mathbf{V} + \mathbf{V}_L$$

$$\mathbf{V}_L = \frac{R_{IL}}{R_L + R_{IL} + j\omega L}\mathbf{V} = \frac{r_L}{1 + j\omega\tau_L}\mathbf{V}$$

\Rightarrow

$$|\mathbf{V}_L(\nu)| = \frac{r_L}{\sqrt{1 + (2\pi\tau_L\nu)^2}}V \quad (2)$$

- Analogamente per il ramo del tweeter:

\Rightarrow

$$|\mathbf{V}_C(\nu)| = \frac{r_C}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi\tau_C\nu)^2}}}V \quad (3)$$

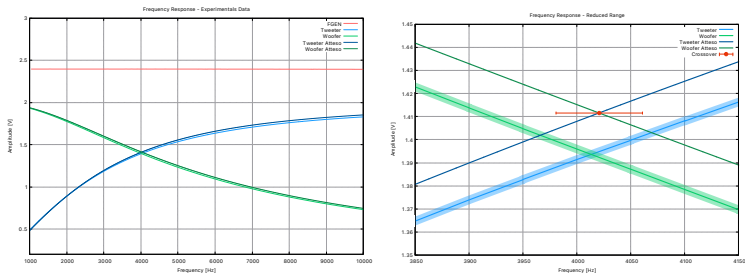


Figure 4: *Ampiezza del segnale rilevato e funzioni attese.*

- Ai dati sperimentali è stata associata un'incertezza sull'ampiezza di $\delta V = 2 \text{ mV}$;

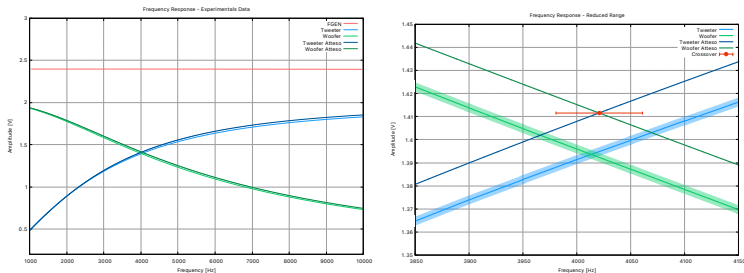


Figure 4: Ampiezza del segnale rilevato e funzioni attese.

- ▶ Ai dati sperimentali è stata associata un'incertezza sull'ampiezza di $\delta V = 2 \text{ mV}$;
- ▶ Le incertezze sulla frequenza sono confrontabili con la risoluzione del *Function Generator* $\delta \nu = 0.186 \text{ Hz}$, del tutto trascurabili.

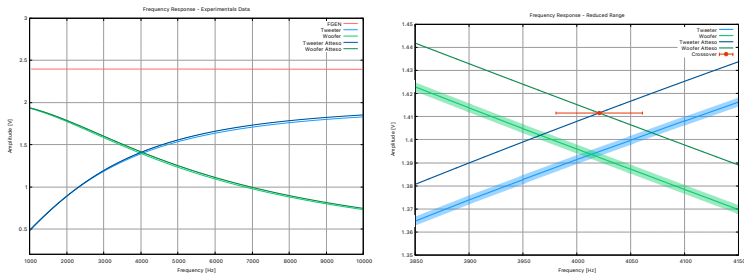


Figure 4: Ampiezza del segnale rilevato e funzioni attese.

- ▶ Ai dati sperimentali è stata associata un'incertezza sull'ampiezza di $\delta V = 2 \text{ mV}$;
- ▶ Le incertezze sulla frequenza sono confrontabili con la risoluzione del *Function Generator* $\delta \nu = 0.186 \text{ Hz}$, del tutto trascurabili.
- ▶ Per costruzione $r_C \approx r_L = (0.83 \pm 0.01)$;

- In Fig. 4 notiamo che la curva FGEN si discosta dal valore atteso di 2.5V in quanto vi è una piccola caduta di potenziale dovuta alla resistenza interna di ELVIS.

Per determinare la frequenza di crossover a partire dall'analisi dell'ampiezza è stato eseguito il fit delle funzioni in equazione (2) e (3) sui dati sperimentali:

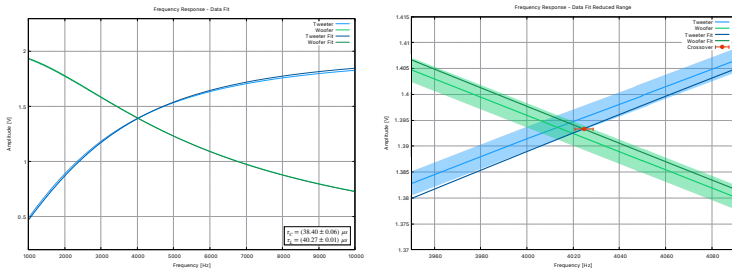


Figure 5: *Fit dati sperimentali.*

- I valori dei parametri del fit sono risultati essere:
 $\tau_C = (38.40 \pm 0.06) \mu s$ e $\tau_L = (40.27 \pm 0.01) \mu s$ molto vicini
a quelli attesi $\tau_C = (39.6 \pm 0.8) \mu s$ e $\tau_L = (39.6 \pm 0.7) \mu s$.

- ▶ I valori dei parametri del fit sono risultati essere:
 $\tau_C = (38.40 \pm 0.06) \mu s$ e $\tau_L = (40.27 \pm 0.01) \mu s$ molto vicini a quelli attesi $\tau_C = (39.6 \pm 0.8) \mu s$ e $\tau_L = (39.6 \pm 0.7) \mu s$.
- ▶ I fit sono stati effettuati considerando FGEN costante \rightarrow è stata considerata un'incertezza pari alla massima distanza tra i dati relativi ad FGEN ed il valor medio, cioè $20 mV$;

- ▶ I valori dei parametri del fit sono risultati essere:
 $\tau_C = (38.40 \pm 0.06) \mu s$ e $\tau_L = (40.27 \pm 0.01) \mu s$ molto vicini a quelli attesi $\tau_C = (39.6 \pm 0.8) \mu s$ e $\tau_L = (39.6 \pm 0.7) \mu s$.
- ▶ I fit sono stati effettuati considerando FGEN costante \rightarrow è stata considerata un'incertezza pari alla massima distanza tra i dati relativi ad FGEN ed il valor medio, cioè $20 mV$;
- ▶ A questi fit sono associati i valori di chi quadrato ridotto:
 $\tilde{\chi}_C^2 = 0.44$ e $\tilde{\chi}_L^2 = 0.07$.

- ▶ I valori dei parametri del fit sono risultati essere:
 $\tau_C = (38.40 \pm 0.06) \mu s$ e $\tau_L = (40.27 \pm 0.01) \mu s$ molto vicini a quelli attesi $\tau_C = (39.6 \pm 0.8) \mu s$ e $\tau_L = (39.6 \pm 0.7) \mu s$.
- ▶ I fit sono stati effettuati considerando FGEN costante \rightarrow è stata considerata un'incertezza pari alla massima distanza tra i dati relativi ad FGEN ed il valor medio, cioè $20 mV$;
- ▶ A questi fit sono associati i valori di chi quadrato ridotto:
 $\tilde{\chi}_C^2 = 0.44$ e $\tilde{\chi}_L^2 = 0.07$.
- ▶ La miglior stima della frequenza di crossover è risultata essere: $\nu_0 = (4024 \pm 4) Hz$.

Risultati e Discussione – Analisi della fase

Le equazioni che forniscono le curve teoriche della fase sono:

► Per il tweeter:

$$\phi_C(\nu) = \arctan \left(\frac{1}{2\pi\tau_C\nu} \right) \quad (4)$$

Risultati e Discussione – Analisi della fase

Le equazioni che forniscono le curve teoriche della fase sono:

- Per il tweeter:

$$\phi_C(\nu) = \arctan\left(\frac{1}{2\pi\tau_C\nu}\right) \quad (4)$$

- per il woofer:

$$\phi_L(\nu) = -\arctan(2\pi\tau_L\nu) \quad (5)$$

Risultati e Discussione – Analisi della fase

Le equazioni che forniscono le curve teoriche della fase sono:

- Per il tweeter:

$$\phi_C(\nu) = \arctan\left(\frac{1}{2\pi\tau_C\nu}\right) \quad (4)$$

- per il woofer:

$$\phi_L(\nu) = -\arctan(2\pi\tau_L\nu) \quad (5)$$

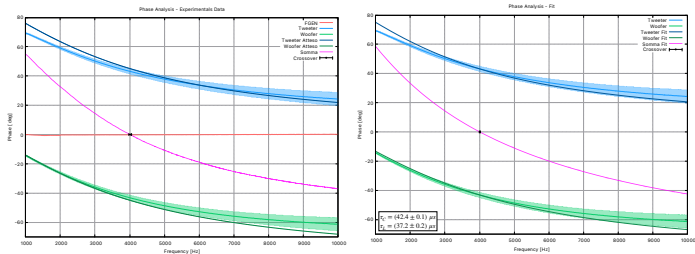


Figure 6: *Analisi della fase: dati sperimentali, curve teoriche e fit.*

- ▶ Ai dati sperimentali è stata associata l'incertezza
 $\delta\phi = 180 \times \nu/F_S$;

- ▶ Ai dati sperimentali è stata associata l'incertezza $\delta\phi = 180 \times \nu/F_S$;
- ▶ Il fit delle equazioni (4) e (5) sui dati sperimentali ha fornito i parametri: $\tau_C = (42.41 \pm 0.11) \mu s$ e $\tau_L = (37.2 \pm 0.2) \mu s$;

- ▶ Ai dati sperimentali è stata associata l'incertezza $\delta\phi = 180 \times \nu/F_S$;
- ▶ Il fit delle equazioni (4) e (5) sui dati sperimentali ha fornito i parametri: $\tau_C = (42.41 \pm 0.11) \mu s$ e $\tau_L = (37.2 \pm 0.2) \mu s$;
- ▶ A questi fit sono associati i valori del chi quadrato ridotto $\tilde{\chi}_C^2 = 1.45$ e $\tilde{\chi}_L^2 = 0.91$;

- ▶ Ai dati sperimentali è stata associata l'incertezza $\delta\phi = 180 \times \nu / F_S$;
- ▶ Il fit delle equazioni (4) e (5) sui dati sperimentali ha fornito i parametri: $\tau_C = (42.41 \pm 0.11) \mu s$ e $\tau_L = (37.2 \pm 0.2) \mu s$;
- ▶ A questi fit sono associati i valori del chi quadrato ridotto $\tilde{\chi}_C^2 = 1.45$ e $\tilde{\chi}_L^2 = 0.91$;
- ▶ La miglior stima della frequenza di crossover è risultata essere: $\nu_0 = (4007 \pm 16) Hz$.

Conclusione

- L'analisi dei dati relativi alla tensione ai capi delle resistenze R_C ed R_L ha evidenziato un andamento molto simile a quello previsto e ha portato ad una stima della frequenza di crossover $\nu_0 = (4024 \pm 4) \text{ Hz}$ in accordo con quella attesa.

Conclusione

- ▶ L'analisi dei dati relativi alla tensione ai capi delle resistenze R_C ed R_L ha evidenziato un andamento molto simile a quello previsto e ha portato ad una stima della frequenza di crossover $\nu_0 = (4024 \pm 4) \text{ Hz}$ in accordo con quella attesa.
- ▶ L'analisi dello sfasamento è stata altrettanto soddisfacente ed ha evidenziato un andamento simile a ciò che ci si aspettava. La stima della frequenza di crossover è stata $\nu_0 = (4007 \pm 16) \text{ Hz}$.

Conclusione

- ▶ L'analisi dei dati relativi alla tensione ai capi delle resistenze R_C ed R_L ha evidenziato un andamento molto simile a quello previsto e ha portato ad una stima della frequenza di crossover $\nu_0 = (4024 \pm 4) \text{ Hz}$ in accordo con quella attesa.
- ▶ L'analisi dello sfasamento è stata altrettanto soddisfacente ed ha evidenziato un andamento simile a ciò che ci si aspettava. La stima della frequenza di crossover è stata $\nu_0 = (4007 \pm 16) \text{ Hz}$.
- ▶ Il test d'ipotesi svolto in ambedue le analisi ha portato a valori del chi quadrato ridotto relativamente lontani dal valore ottimale di 1 (soprattutto nell'analisi della tensione). Questa leggera discordanza può essere attribuita ad una stima sbagliata dell'incertezza associata a fase ed ampiezza (probabilmente sovrastimate).