

e) D'une fonction `unsigned int pgcd (int entierA, int entierB)`, qui retourne un nombre entier > 0 correspondant au plus grand entier > 0 divisant à la fois `entierA` et `entierB`.

Euclide (3ème siècle avant JC) a fourni une méthode pour calculer le PGCD de deux nombres.

Cette méthode est connue sous le nom d'algorithme d'Euclide.

Données : `entierA`, `entierB`, `entierA >= entierB > 0`

Résultat : `pgcd`, `entier > 0`

Elle se base sur le constat suivant :

La division entière de `entierA` par `entierB` s'écrit :

`entierA = quotient * entierB + reste`, avec $0 \leq \text{reste} < \text{entierB}$

En itérant cette division, et en remplaçant `entierA` par `entierB` et `entierB` par `reste`, on aboutira finalement à un reste nul.

→ Le `pgcd` est alors le dernier reste non nul.

Exemple : PGCG(42, 30)

$$42 = 1 * 30 + 12$$

$$30 = 2 * 12 + 6$$

$$12 = 2 * 6 + 0$$

→ le PGCD est 6, le dernier reste non nul

Nous généraliserons l'algorithme : il calculera le `pgcd` de 2 nombres entiers, positifs ou négatifs, avec la pré-condition suivante : les 2 entiers sont tels qu'au moins 1 d'eux est différent de 0.

Le PGCD calculé sera > 0 .

Comportement attendu :

$$\text{pgcd}(0, 2) = 2$$

$$\text{pgcd}(2, 0) = 2$$

$$\text{pgcd}(0, -2) = 2$$

$$\text{pgcd}(-2, 0) = 2$$

$$\text{pgcd}(0, 0) : \text{résultat non garanti car pré-condition non respectée}$$

$$\text{pgcd}(2, -4) = 2$$

$$\text{pgcd}(-2, 4) = 2$$

$$\text{pgcd}(3, 5) = 1$$

$$\text{pgcd}(42, 30) = 6$$

$$\text{pgcd}(2, 2) = 2$$

$$\text{pgcd}(1, 1) = 1$$

Dictionnaire des éléments

entierA, entierB	Entiers positifs ou négatifs, mais pas nuls en même temps	Les paramètres Données de la fonction
a	$a \geq 0$	Initialisé à <code>abs(entierA)</code> , puis dividende de la division euclidienne
b	$b \geq 0$	Initialisé à <code>abs(entierB)</code> , puis diviseur de la division euclidienne
reste	Entier ≥ 0 et $< b$	Reste de la division euclidienne de a par b
lePgcd	Entier > 0	Pgcd de a et de b

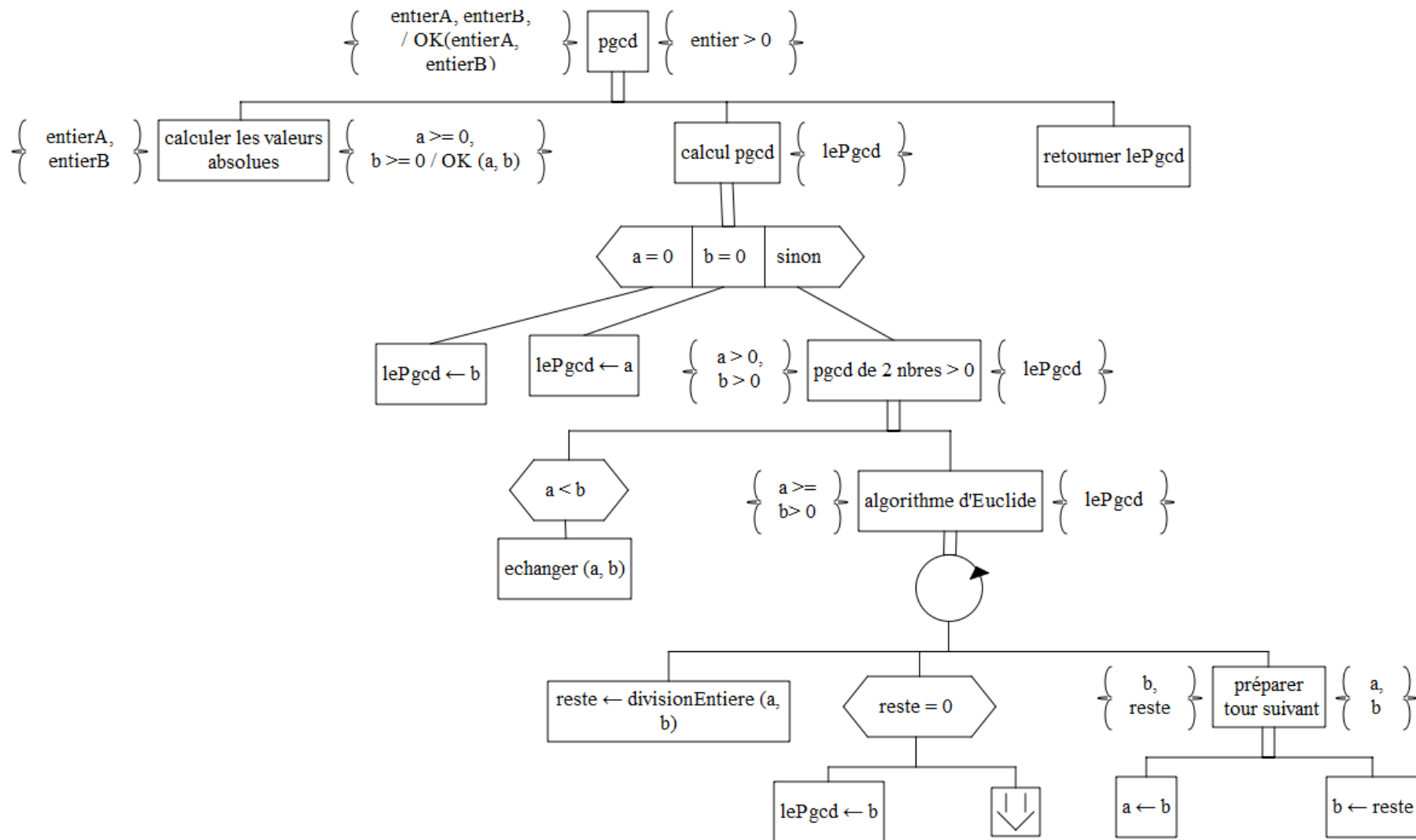


Figure 10 : Algorithme de la fonction pgcd()

Et **pré-condition OK (entierA, entierB)** : au moins un des 2 nombres est différent de 0.

post-condition OK (a b) : au moins un des 2 nombres est différent de 0.