4-Vetores na Relatividade Especial

Samuel Keullen Sales

October 8, 2025

1 História

A noção de **4-vetores** surge naturalmente da reformulação da física feita por **Albert Einstein** em 1905 com a *Teoria da Relatividade Especial.* A formalização matemática desse conceito foi realizada por **Hermann Minkowski** em 1907-1908, ao introduzir o *espaço-tempo de Minkowski*, unificando espaço e tempo em uma entidade geométrica de quatro dimensões.

Minkowski percebeu que as grandezas físicas relativísticas (posição, velocidade, momento, energia) deveriam ser representadas como vetores nesse espaço-tempo, preservando invariantes sob as transformações de Lorentz.

2 Definição

Um **4-vetor** é um objeto matemático de quatro componentes que se transforma de maneira bem definida sob *transformações de Lorentz*:

$$A^\mu = (A^0, A^1, A^2, A^3) = (A^0, \vec{A}) \tag{1}$$

onde:

- A^0 é a componente temporal (tempo ou energia);
- $\vec{A} = (A^1, A^2, A^3)$ é o vetor espacial tridimensional.

Exemplo fundamental: o 4-vetor posição:

$$x^\mu = (ct, x, y, z) \tag{2}$$

O **invariante de Lorentz** associado é:

$$s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \tag{3}$$

3 Aplicações

Os 4-vetores permitem formular as leis da física de forma **covariante**, ou seja, com a mesma forma em todos os referenciais inerciais.

Quantidade	Símbolo	Componentes	Invariante	Significado físico
4-posição	x^μ	(ct, x, y, z)	$s^2 = c^2t^2 - r^2$	Evento no espaço-tempo
4-velocidade	u^μ	$\frac{dx^\mu}{d\tau}$	$u^\mu u_\mu = c^2$	Velocidade no espaço-tempo
4-momento	p^μ	$(E/c, \vec{p})$	$p^\mu p_\mu = m^2c^2$	Energia e momento unificados
4-força	F^μ	$\frac{dp^\mu}{d\tau}$	-	Generalização da 2ª lei de Newton

Exemplo de leis invariantes:

$$p^\mu p_\mu = m^2c^2 \quad \text{ou} \quad F^\mu = \frac{dp^\mu}{d\tau} \tag{4}$$

4 Ligação com as Transformações de Lorentz

Os 4-vetores são construídos para preservar suas relações invariantes sob transformações de Lorentz:

$$x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu \tag{5}$$

onde $\Lambda^\mu{}_\nu$ é a matriz de transformação de Lorentz.

O produto escalar de 4-vetores é **invariante**:

$$A^\mu B_\mu = A'^\mu B'_\mu \tag{6}$$

Isso garante que a estrutura do espaço-tempo seja mantida, independentemente do referencial — é a essência da Relatividade Especial.

5 Explicação Intuitiva

De maneira intuitiva, podemos pensar nos 4-vetores como o **DNA da Relatividade**: eles carregam consigo a estrutura fundamental do espaço-tempo, de forma que as leis da física sejam as mesmas em todos os referenciais. Assim como o DNA contém as instruções essenciais de um organismo, os 4-vetores contêm as informações essenciais de posição, velocidade, energia e momento, preservando invariantes que definem a realidade relativística.