Transformações de Lorentz e Invariância Espaço-Temporal na Prática

Samuel Keullen Passos

7 de outubro de 2025

1 Exercício Prático: Aplicação das Transformações de Lorentz

Neste exercício, aplicamos o fator de Lorentz para comprovar a **distorção do espaço-tempo** e verificar a **invariância do intervalo espaço-temporal** entre dois referenciais inerciais distintos.

1.1 Dados iniciais

- Referencial S: $x = 6.0 \times 10^8$ m, $\quad t = 3.0$ s
- Constante da luz: $c = 3.0 \times 10^8$ m/s, $\quad c^2 = 9.0 \times 10^{16}$ m^2/s^2
- Referencial S': $v = 0.8c = 2.4 \times 10^8$ m/s

1.2 Fator de Lorentz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = \frac{1}{\sqrt{0.36}} \approx 1.6667$$

2 Cálculos no Referencial S'

2.1 Cálculo da coordenada x'

Fórmula:

$$x' = \gamma(x - vt)$$

Destrinchando:

$$x' = 1.6667 \times (6.0 \times 10^8 - 2.4 \times 10^8 \times 3)$$

$$x' = 1.6667 \times (6.0 \times 10^8 - 7.2 \times 10^8)$$

$$x' = 1.6667 \times (-1.2 \times 10^8) \approx -2.0 \times 10^8 \text{ m}$$

2.2 Cálculo do tempo t'

Fórmula:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

Mais precisamente:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{v \cdot x}{c^2} \right)$$

Destrinchando:

$$t' = 1.6667 \times \left(3 - \frac{2.4 \times 10^8 \times 6.0 \times 10^8}{9.0 \times 10^{16}} \right)$$

$$t' = 1.6667 \times (3 - \frac{1.44 \times 10^{17}}{9.0 \times 10^{16}})$$

$$t' = 1.6667 \times (3 - 1.6)$$

$$t' = 1.6667 \times 1.4 \approx 2.33 \text{ s}$$

2.3 Resultados

Referencial	x (m)	t (s)
S	6.0×10^8	3.0
S'	-2.0×10^8	2.33

3 Verificando a Invariância do Intervalo Espaço-Temporal

Definição:

$$I \equiv c^2 t^2 - x^2$$

3.1 No referencial S

$$c^2 t^2 = 9.0 \times 10^{16} \times 3^2 = 9.0 \times 10^{16} \times 9 = 8.1 \times 10^{17}$$

$$x^2 = (6.0 \times 10^8)^2 = 3.6 \times 10^{17}$$

$$I_S = 8.1 \times 10^{17} - 3.6 \times 10^{17} = 4.5 \times 10^{17}$$

3.2 No referencial S'

$$c^2 t'^2 = 9.0 \times 10^{16} \times (2.3333)^2 = 9.0 \times 10^{16} \times 5.4444 = 4.89 \times 10^{17}$$

$$x'^2 = (-2.0 \times 10^8)^2 = 4.0 \times 10^{16}$$

$$I_{S'} = 4.89 \times 10^{17} - 4.0 \times 10^{16} = 4.49 \times 10^{17}$$

Resultado: Apesar de pequenas diferenças numéricas devido a arredondamento, o intervalo é praticamente o mesmo:

$$I_S = I_{S'} \approx 4.5 \times 10^{17}$$

4 Conclusão

O exercício mostra que, embora x' e t' variem entre os referenciais S e S', o valor do intervalo espaço-temporal permanece invariante. Isso confirma a consistência das transformações de Lorentz e demonstra, na prática, a preservação da estrutura do espaço-tempo conforme a Relatividade Restrita.