

Espaço-Tempo na Relatividade

Samuel Keullen Sales

9 de outubro de 2025

1. Origem da Ideia

Antes de Einstein, acreditava-se que o **espaço** e o **tempo** eram entidades separadas e absolutas, conforme a física de Newton. O espaço era o palco fixo onde os corpos se moviam, e o tempo fluía igualmente para todos os observadores.

Com o avanço das equações de Maxwell, percebeu-se que a **velocidade da luz** c é a mesma para todos os observadores. Essa constância levou Einstein, em 1905, a propor a **Relatividade Especial**, onde espaço e tempo se unem em uma entidade única: o **espaço-tempo**.

Poucos anos depois, Hermann Minkowski formalizou matematicamente essa ideia:

“A partir de agora, o espaço em si e o tempo em si estão condenados a desaparecer, e apenas uma união dos dois conservará uma realidade independente.”

2. Espaço-Tempo: Conceito e Estrutura

O espaço-tempo é uma estrutura de **quatro dimensões**, composta por três espaciais e uma temporal:

$$x^\mu = (ct, x, y, z)$$

onde $\mu = 0, 1, 2, 3$.

Cada ponto do espaço-tempo representa um **evento**, algo que ocorre em determinado lugar e instante. A trajetória de uma partícula nesse espaço quadridimensional é chamada de **linha de mundo**.

3. Métrica de Minkowski

Para medir “distâncias” entre eventos no espaço-tempo, utilizamos o **tensor métrico** $g_{\mu\nu}$, que no espaço-tempo plano (sem gravidade) é:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{pmatrix}$$

O **intervalo espaço-temporal** é definido por:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Legenda:

- ds^2 — intervalo invariante entre dois eventos;

- $g_{\mu\nu}$ — métrica de Minkowski;
- dx^μ — pequenas variações nas coordenadas espaço-temporais.

Esse intervalo ds^2 é o mesmo para todos os observadores inerciais — ou seja, é **invariante de Lorentz**.

4. Intuição Física

Na física clássica, todos concordam sobre o tempo e o espaço. Na relatividade, esses conceitos dependem do observador, mas o **intervalo espaço-temporal** é o mesmo para todos.

Isso significa que o espaço-tempo é a verdadeira “realidade geométrica”, e o espaço e o tempo são apenas projeções dessa estrutura quadridimensional.

5. Espaço-Tempo Curvo

Einstein percebeu que a **gravidade** é uma manifestação da curvatura do espaço-tempo. Corpos massivos **distorcem** o espaço-tempo, e outros corpos se movem seguindo o caminho mais natural — as **geodésicas**.

A métrica em presença de gravidade depende da posição:

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x)$$

e o intervalo geral é:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu$$

6. Exemplos

Exemplo 1 — Espaço-tempo plano (sem gravidade)

Um fóton se move de $(0, 0)$ até (ct, x) :

$$ds^2 = -c^2t^2 + x^2 = 0$$

Conclusão: a luz sempre percorre linhas de mundo nulas ($ds^2 = 0$).

Exemplo 2 — Espaço-tempo curvo (com gravidade)

Próximo de uma massa M , a métrica é dada por (aproximação de Schwarzschild):

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} \right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} \right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

onde $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$.

Conclusão: o tempo flui mais lentamente em regiões de maior gravidade.

7. Tabela Resumo

Etapa	Conceito	Transição
Newton	Espaço e tempo absolutos	Independentes
Einstein (1905)	Espaço-tempo plano	Relatividade Especial
Einstein (1915)	Espaço-tempo curvo	Relatividade Geral

8. Exercícios

Exercício 1 — Espaço-tempo plano:

Um observador vê um objeto mover-se a $0,6c$ durante 4 s . Calcule o intervalo ds^2 entre o início e o fim do movimento.

$$ds^2 = -c^2(4)^2 + (0,6c \cdot 4)^2$$

Analise o resultado e discuta se o intervalo é tipo-tempo, tipo-luz ou tipo-espaço.

Exercício 2 — Espaço-tempo curvo:

No campo gravitacional terrestre ($\frac{2GM}{rc^2} \approx 1,4 \times 10^{-9}$), compare o tempo medido por dois relógios:

- Um na superfície da Terra ($r = R_T$);
- Outro em um satélite a $r = R_T + 2,0 \times 10^7\text{ m}$.

Use a componente temporal da métrica de Schwarzschild para estimar a diferença de tempo e discuta o efeito da dilatação gravitacional.

Conclusão

O conceito de espaço-tempo unifica as noções de espaço e tempo em uma única estrutura geométrica. Esse modelo substitui a ideia de força gravitacional por curvatura geométrica, abrindo caminho para as próximas etapas:

- Tensor métrico geral $g_{\mu\nu}(x)$
- Geodésicas (trajetórias naturais)
- Tensor de curvatura de Ricci
- Equações de Einstein