Onda Linear e Superposição

Samuel Keullen Sales

October 6, 2025

1 Introdução

Ondas aparecem em diversos contextos da física, como som, luz e vibrações em cordas. Este documento apresenta de forma intuitiva o conceito de **onda linear** e **superposição** de ondas, com fórmulas matemáticas e um exemplo prático.

2 Onda Linear

Uma onda linear simples pode ser descrita por:

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \phi) \tag{1}$$

onde:

- $A \rightarrow$ amplitude (tamanho da onda),
- $k \to \text{número}$ de onda (relaciona-se ao comprimento de onda λ por $k = \frac{2\pi}{\lambda}$),
- $\omega \to$ frequência angular (relaciona-se ao período T por $\omega = \frac{2\pi}{T}$),
- $\phi \rightarrow$ fase inicial,
- $x \to \text{posição}$,
- $t \to \text{tempo}$.

Intuição

Podemos desmembrar a fórmula como:

$$y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \phi)$$

- kx representa a posição ao longo do espaço, - ωt representa a evolução temporal da onda, - ϕ ajusta a fase inicial da oscilação.

3 Superposição de Ondas

Quando duas ou mais ondas se encontram, a **superposição** determina que a onda resultante é a soma das ondas individuais:

$$y_{\text{total}}(x,t) = A_1 \sin(k_1 x - \omega_1 t + \phi_1) + A_2 \sin(k_2 x - \omega_2 t + \phi_2)$$
 (2)

O esquema é o mesmo da onda linear, porém agora consideramos a contribuição de múltiplas ondas.

Exemplo Prático

Considerando:

onda 1:
$$A_1 = 2, k_1 = 1, \omega_1 = 3, \phi_1 = 0$$

onda 2:
$$A_2 = 1, k_2 = 1, \omega_2 = 3, \phi_2 = \frac{\pi}{2}$$

Queremos calcular y_{total} em x = 0.5 e t = 1.

Passo 1: Argumentos das funções seno

onda 1:
$$k_1x - \omega_1t + \phi_1 = 1 \cdot 0.5 - 3 \cdot 1 + 0 = -2.5$$

onda 2: $k_2x - \omega_2t + \phi_2 = 1 \cdot 0.5 - 3 \cdot 1 + \frac{\pi}{2} \approx -0.9292$

Passo 2: Valores das ondas

$$y_1 = A_1 \sin(-2.5) \approx 2 \cdot (-0.598) = -1.196$$

 $y_2 = A_2 \sin(-0.9292) \approx 1 \cdot (-0.801) = -0.801$

Passo 3: Superposição

$$y_{\text{total}} = y_1 + y_2 \approx -1.196 + (-0.801) = -1.997$$

4 Conclusão e Relações com Mecânica Analítica

A análise de ondas lineares e sua superposição está relacionada com princípios fundamentais da física teórica:

- Lagrange: A onda pode ser derivada de uma função Lagrangiana, considerando energia cinética e potencial do sistema.
- Euler: As equações de Euler-Lagrange fornecem a equação de movimento para campos de onda contínuos.
- Noether: A simetria do sistema (por exemplo, invariância temporal ou espacial) leva a leis de conservação, como energia ou momento.

Portanto, mesmo conceitos aparentemente simples como ondas e superposição possuem uma conexão profunda com a formulação teórica da mecânica clássica e da física de campos.