Entendendo Osciladores Harmônicos: Pêndulo e Mola

Samuel Keullen Sales

October 6, 2025

Introdução

Este documento apresenta uma explicação didática sobre o comportamento energético de dois exemplos clássicos de osciladores harmônicos: o pêndulo simples e o sistema massa-mola. O objetivo é compreender como energia cinética e energia potencial se alternam durante a oscilação, utilizando conceitos de Lagrangiana.

1 Sistema Massa–Mola

A Lagrangiana para um sistema massa–mola é dada por:

$$L = T - V$$

onde:

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2, \quad V = \frac{1}{2}kx^2$$

Assim:

$$L(x, \dot{x}, t) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

Interpretação energética

- **Posição máxima:** o deslocamento x é máximo, $\dot{x} = 0$. Energia cinética $T = 0$ e energia potencial V é máxima. A energia armazenada na mola gera a força restauradora.
- **Ponto de equilíbrio:** $x = 0$, $\dot{x}$ é máximo. Energia cinética T é máxima e energia potencial $V = 0$. Toda a energia está associada ao movimento.

Essa alternância constante entre T e V caracteriza o movimento harmônico simples.

2 Pêndulo Simples

Para pequenas amplitudes, a Lagrangiana do pêndulo é:

$$L = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 - mgl(1 - \cos\theta)$$

onde:

θ é o ângulo de deslocamento, $\quad l$ comprimento do pêndulo.

Interpretação energética

- **Posição máxima:** θ máximo, $\dot{\theta} = 0$. Energia cinética $T = 0$, energia potencial V máxima. A gravidade fornece a força restauradora para iniciar o movimento.

- **Ponto de equilíbrio:** $\theta = 0$, $\dot{\theta}$ máximo. Energia cinética T máxima, energia potencial $V \approx 0$. A velocidade permite que o pêndulo ultrapasse o ponto de equilíbrio e continue a oscilação.

Assim, no pêndulo, a energia alterna entre cinética e potencial, mantendo o movimento harmônico.

3 Conclusão

Tanto no sistema massa–mola quanto no pêndulo simples, a oscilação é caracterizada por uma troca periódica entre energia cinética e energia potencial. Esse balanço harmônico é a razão pela qual chamamos esses sistemas de *osciladores harmônicos*, sendo que sua descrição através da Lagrangiana fornece uma poderosa ferramenta para análise.