

O Coração da Mecânica Quântica e sua Extensão à QFT

Samuel Keullen Sales

October 13, 2025

1. Introdução

A equação de Schrödinger descreve a evolução temporal de estados quânticos. Para uma partícula unidimensional:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = \hat{H} \Psi(x, t) \quad (1)$$

- $\Psi(x, t)$: função de onda da partícula.
- \hat{H} : Hamiltoniano do sistema.
- $|\Psi(x, t)|^2$: densidade de probabilidade de encontrar a partícula na posição x no instante t .

2. Equação de Schrödinger aplicada a uma função de onda

Exemplo: poço infinito 1D

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L$$

Soluções estacionárias:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

3. Mecânica Quântica de Campos (QFT)

Na QFT, a função de onda $\Psi(x, t)$ é substituída por um operador de campo $\hat{\phi}(x, t)$:

$$\hat{H} = \int d^3x \left[\frac{1}{2} \hat{\pi}^2(x) + \frac{1}{2} (\nabla \hat{\phi}(x))^2 + \frac{1}{2} m^2 \hat{\phi}^2(x) \right] \quad (2)$$

- $\hat{\phi}(x)$: operador de campo no ponto x .
- $\hat{\pi}(x) = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t}$: momento conjugado do campo.
- Cada modo do campo equivale a um oscilador harmônico quântico.

Estado geral do sistema:

$$|\Psi\rangle = \sum_{n_0, n_1, \dots} c_{n_0, n_1, \dots} |n_0, n_1, \dots\rangle \quad (3)$$

4. Analogias e Aplicação

- Uma partícula: função de onda $\Psi(x, t)$.
- Um campo: conjunto de funções de onda $\hat{\phi}(x, t)$, cada modo com sua própria energia e número de partículas.
- Probabilidade de detectar partículas em posições específicas obtida por operadores densidade: $\hat{n}(x) = \hat{\phi}^\dagger(x)\hat{\phi}(x)$.

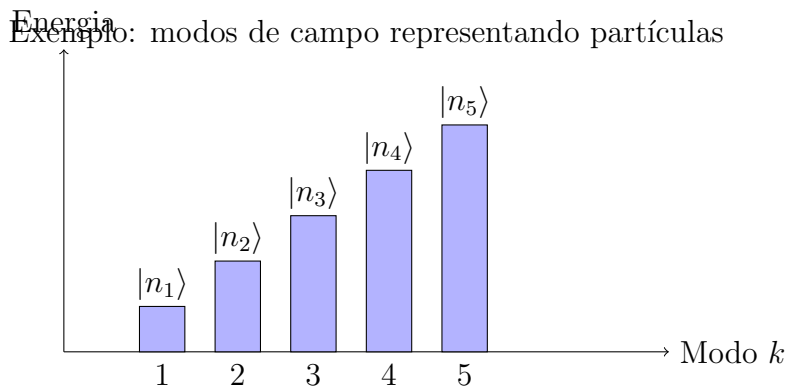


Figure 1: Cada modo do campo é equivalente a um oscilador harmônico quântico.

5. Experimento Mental do Gato em QFT

Superposição de estados:

$$|\Psi_{\text{gato}}\rangle = \alpha |\text{vivo}\rangle + \beta |\text{morto}\rangle$$

Na QFT:

$$|\Psi_{\text{campo}}\rangle = c_0 |0_{\text{fótons}}\rangle + c_1 |1_{\text{fóton}}\rangle + \dots$$

- Cada estado do campo equivale a diferentes configurações possíveis do experimento.
- Evolução temporal segue:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi_{\text{campo}}\rangle = \hat{H}_{\text{campo}} |\Psi_{\text{campo}}\rangle$$

- Possibilita “pensar” o experimento matematicamente.

6. Conclusão

- A equação de Schrödinger é a base da MQ.
- Em QFT, cada partícula é substituída por modos de campo, mantendo a natureza probabilística da MQ.
- Superposição de estados é natural e pode ser formalizada matematicamente.
- Figuras e equações ajudam a visualizar o campo como conjunto de osciladores quânticos.