

Introdução a Pesquisa Operacional

1 Lista de Exercícios de Método Gráfico

Exercise 1. Resolver pelo metodo grafico o seguinte problema: $Max(Z) = 3x_1 + 5x_2$.
Sujeito a:

$$x_1 \leq 4 \quad (1)$$

$$2x_2 \leq 12 \quad (2)$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18 \quad (3)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (4)$$

Proof. Resolução

$$(2) \ 2x_2 \leq 12, x_2 = 6$$

Encontrar P1

$$x_1 = 0;$$

$$(3) \ 3 \cdot 0 + 2x_2 = 18, \ x_2 = 9; \ P1(0; 9).$$

Encontrar P2

$$x_2 = 0;$$

$$(3) \ 3x_1 + 2 \cdot 0 = 18, \ x_1 = 6; \ P2(6; 0).$$

Encontrar P3

$$x_1 = 4;$$

$$(3) \ 3 \cdot 4 + 2x_2 = 18, \ x_2 = 3; \ P3(4; 3).$$

Encontrar P4

$$x_2 = 6;$$

$$(3) \ 3x_1 + 2 \cdot 6 = 18, \ x_1 = 2; \ P4(2; 6).$$

Maximização de Z

$$x_1 = 2; x_2 = 6; Max(z) = 36.$$

Função Objetivo

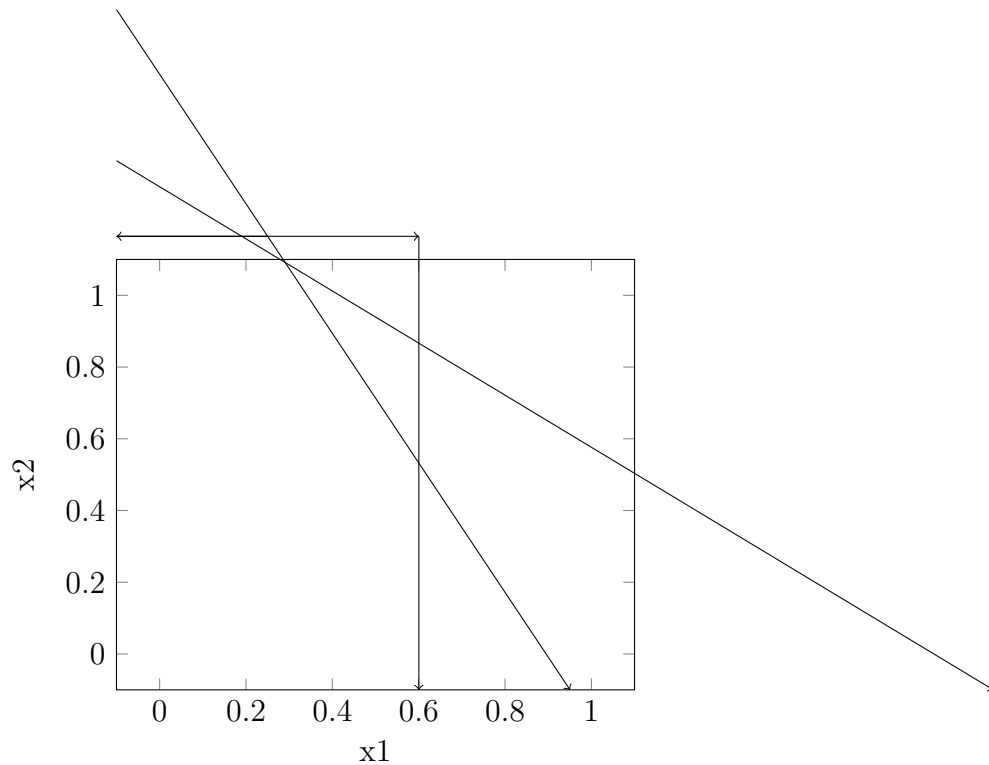
$$x_1 = 0;$$

$$Max(z) \ 3 \cdot 0 + 5x_2 = 35, \ x_2 = 7; \ P5(0; 7).$$

$$x_2 = 0;$$

$$Max(z) \ 3x_1 + 5 \cdot 0 = 35, \ x_1 = 11.66; \ P6(11.66; 0).$$

□



Exercise 2. Resolver pelo metodo grafico o seguinte problema: $Max(Z) = 8x_1 + 4x_2$.
 Sujeito a:

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16 \quad (5)$$

$$x_1 + x_2 \leq 6 \quad (6)$$

$$x_1; x_2 \geq 0 \quad (7)$$

Proof. Resolução

Encontrar P1

$$x_1 = 0;$$

$$(5) \ 4 * 0 + 2x_2 = 16, \ x_2 = 8; \ P1(0; 8).$$

Encontrar P2

$$x_2 = 0;$$

$$(5) \ 4x_1 + 2 * 0 = 16, \ x_1 = 4; \ P2(4; 0).$$

Encontrar P3

$$x_1 = 0;$$

$$(6) \ x_2 = 6; \ P3(0; 6).$$

Encontrar P4

$$x_2 = 0;$$

$$(6) \ x_1 = 6; \ P4(6; 0).$$

Encontrar P5

$$(5) = (6); \ 8 - 2x_1 = 6 - x_1; \ x_1 = 2; \ x_2 = 4; \ P5(2; 4)$$

Maximização de Z

$$x_1 = 2; x_2 = 4; Max(z) = 32.$$

$x_1 = 4; x_2 = 0; \text{Max}(z) = 32.$

Solução múltipla.

Função Objetivo

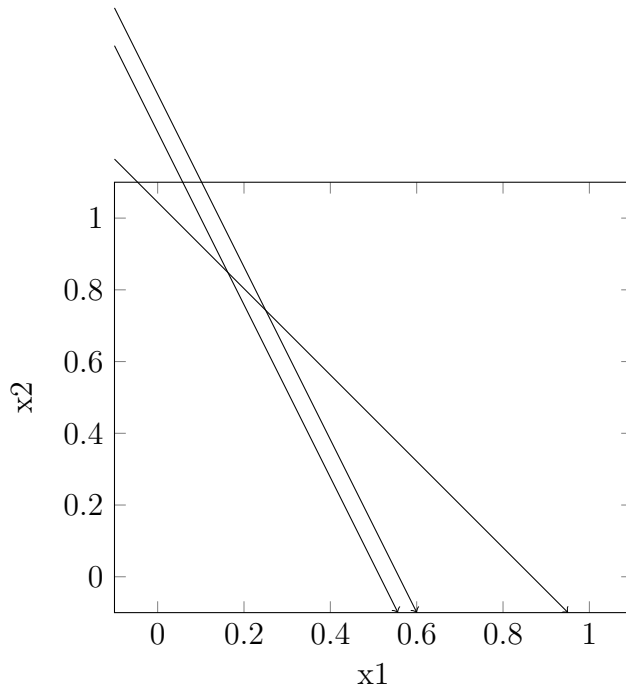
$x_1 = 0;$

$\text{Max}(z) \ 8 * 0 + 4x_2 = 30, \ x_2 = 7.5; \ P6(0; 7.5).$

$x_2 = 0;$

$\text{Max}(z) \ 8x_1 + 4 * 0 = 35, \ x_1 = 3.75; \ P7(3.75; 0).$

□



Exercise 3. Resolver pelo metodo grafico o seguinte problema: $\text{Max}(Z) = 8x_1 + 4x_2.$
 Sujeito a:

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16 \quad (8)$$

$$x_1 + x_2 \leq 6 \quad (9)$$

$$x_1 + x_2 \geq 1 \quad (10)$$

$$x_1; x_2 \geq 0 \quad (11)$$

Proof. Resolução

Encontrar P1

$x_1 = 0;$

(8) $4 * 0 + 2x_2 = 16, \ x_2 = 8; \ P1(0; 8).$

Encontrar P2

$x_2 = 0;$

(8) $4x_1 + 2 * 0 = 16, \ x_1 = 4; \ P2(4; 0).$

Encontrar P3

$x_1 = 0;$

(9) $x_2 = 2$; $P_3(0; 6)$.

Encontrar P_4

$x_2 = 0$;

(9) $x_2 = 0$; $P_4(6; 0)$.

Encontrar P_5 Encontrar P_3

$x_1 = 0$;

(10) $x_2 = 2$; $P_3(0; 1)$.

Encontrar P_4

$x_2 = 0$;

(10) $x_2 = 0$; $P_4(1; 0)$.

Maximização de Z

$x_1 = 2$; $x_2 = 4$; $Max(z) = 32$.

$x_1 = 4$; $x_2 = 0$; $Max(z) = 32$.

Solução múltipla.

Função Objetivo

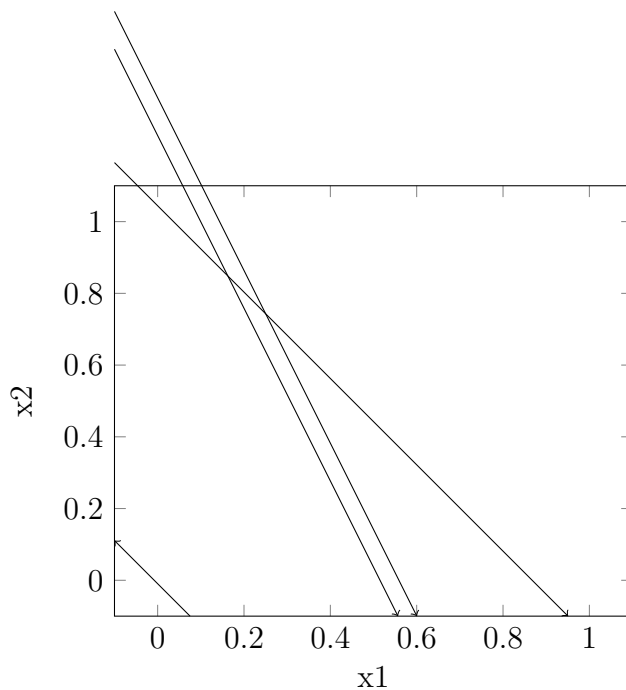
$x_1 = 0$;

$Max(z) \ 8 * 0 + 4x_2 = 30, \ x_2 = 7.5$; $P_6(0; 7.5)$.

$x_2 = 0$;

$Max(z) \ 8x_1 + 4 * 0 = 35, \ x_1 = 3.75$; $P_7(3.75; 0)$.

□



Exercise 4. Resolver pelo metodo grafico o seguinte problema: $Max(Z) = 5x_1 + 4x_2$.

Sujeito a:

$$6x_1 + 4x_2 \leq 24 \quad (12)$$

$$x1 + 2x2 \leq 6 \quad (13)$$

$$-x1 + x2 \leq 1 \quad (14)$$

$$x2 \leq 2 \quad (15)$$

$$x1; x2 \geq 0 \quad (16)$$

Proof. Resolução

Encontrar P1

$$x1 = 0;$$

$$(13) \ 6 * 0 + 4x2 = 24, \ x2 = 6; \ P1(0; 6).$$

Encontrar P2

$$x2 = 0;$$

$$(13) \ 6x1 + 4 * 0 = 24, \ x2 = 6; \ P2(4; 0).$$

Encontrar P3

$$x1 = 0;$$

$$(14) \ x1 * 0 + 2x2 = 6, \ x2 = 3; \ P3(0; 3).$$

Encontrar P4

$$x2 = 0;$$

$$(14) \ x1 + 2 * 0 = 24, \ x1 = 6; \ P2(6; 0).$$

Encontrar P5

$$x1 = 0;$$

$$(15) \ x2 = 1; \ P2(0; 1).$$

Encontrar P6 $x2 = 0;$

$$(15) \ x1 = -1; \ P2(-1; 0).$$

Encontrar P7 (13) = (14); $4 - 2/3x2 = 6 - 2x2; \ x1 = 3; \ x2 = 1.5; \ P5(3; 1.5)$

Maximização de Z

$$x1 = 3; x2 = 1.5; \ Max(z) = 21.$$

Função Objetivo

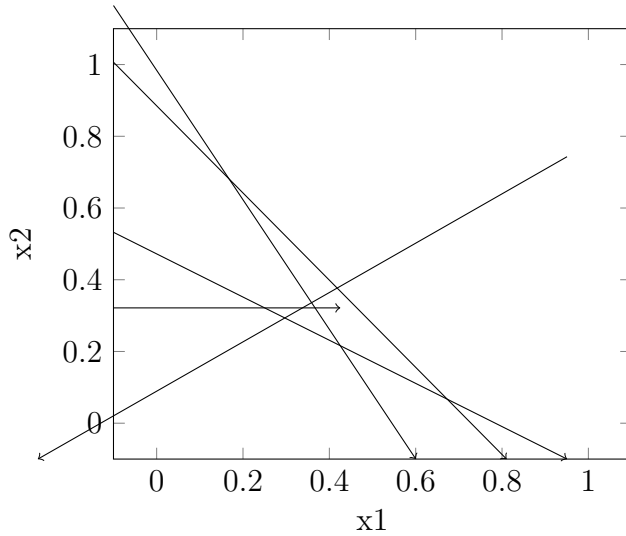
$$x1 = 0;$$

$$\Max(z) \ 5 * 0 + 4x2 = 21, \ x2 = 5.25; \ P6(0; 5.25).$$

$$x2 = 0;$$

$$\Max(z) \ 5x1 + 4 * 0 = 21, \ x1 = 4.2; \ P7(4.2; 0).$$

□



Exercise 5. Determinar as regiões factíveis e as soluções extremas de:

1.

$$x_1 - x_2 \leq 2 \quad (17)$$

$$x_1 - x_2 \geq -2 \quad (18)$$

$$x_1 + x_2 \geq 1 \quad (19)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (20)$$

Proof. Resolução

Encontrar P1

$$x_1 = 0;$$

$$(17) \ x_2 = -2; \ P1(0; -2).$$

Encontrar P2

$$x_2 = 0;$$

$$(17) \ x_1 = 2; \ P2(2; 0).$$

Encontrar P3

$$x_1 = 0;$$

$$(18) \ x_2 = 2; \ P3(0; 2).$$

Encontrar P4

$$x_2 = 0;$$

$$(18) \ x_1 = -2; \ P4(-2; 0).$$

Encontrar P5

$$x_1 = 0;$$

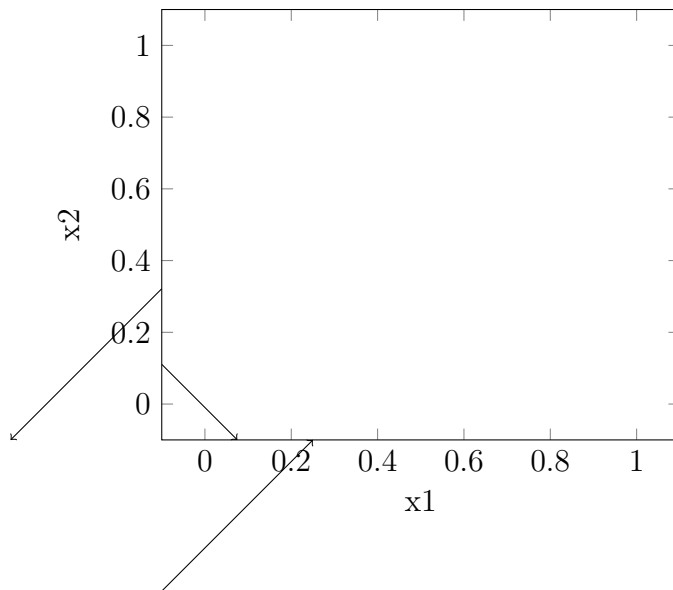
$$(19) \ x_2 = 1; \ P5(0; 1).$$

Encontrar P6

$$x_2 = 0;$$

$$(19) \ x_1 = 1; \ P6(1; 0).$$

□



2.

$$x1 - 2x2 \leq 2 \quad (21)$$

$$2x1 - x2 \geq -2 \quad (22)$$

$$x1, x2 \geq 0 \quad (23)$$

Proof. Resolução

Encontrar P1

$$x1 = 0;$$

$$(21) \ x2 = -1; \ P1(0; -1).$$

Encontrar P2

$$x2 = 0;$$

$$(21) \ x1 = 2; \ P2(2; 0).$$

Encontrar P3

$$x1 = 0;$$

$$(22) \ 2 = 2; \ P3(0; 2).$$

Encontrar P4

$$x2 = 0;$$

$$(22) \ x1 = -1; \ P2(-1; 0).$$

□

