Kanonenschuss

Einführung

Dieses Dokument beschreibt die Resultate einer simulierten Kanone in Unity.
Das Unity-Projekt wurde aus designtechnischen Gründen mit einem Kanonenrohr erweitert. Das Rohr ist 18 Meter lang und steht auf einer Höhe von 20 Meter. Es lässt sich frei schwenken und man kann mehrere Schüsse nacheinander abfeuern.

Tastenbelegung Kanonensteuerung:

Pfeiltasten	-> Änderung der Rotation
Leertaste	-> Schiessen
P	-> Daten in Dokument schreiben (wird 20 s nach dem Schuss automatisch gemacht)
1	-> Rotation auf 45° setzen
2	-> Rotation auf 60° setzen
Backspace	-> Rotation zurücksetzen

Tastenbelegung Kamerasteuerung:

C	-> Kamerasteuerung aktivieren oder deaktivieren
Maus	-> Kamera rotieren
W,A,S,D	-> Kamera bewegen
Shift (halten)	-> Speed Mode
Delete	-> Kamera zurücksetzen

Bei Problemen mit Moodle oder Entzippen hier noch ein Link zu den auf Moodle hochgeladenen Dateien:
https://e.pcloud.link/publink/show?code=kZcwYXZGoptFM9gAd5KK6GGQw4f55NmtdC7

Und Hier noch ein Link zum Unity Projekt selber:
https://e.pcloud.link/publink/show?code=kZcwYXZGoptFM9gAd5KK6GGQw4f55NmtdC7

Zusammenfassung der Theorie

Schiefer Wurf

Der schiefe Wurf kommt immer dann zum Zug, wenn der Abwurf eines Körpers nicht horizontal oder vertikal erfolgt, sondern mit einem bestimmten Abwurfwinkel α.
Die Abwurfgeschwindigkeit v_0 lässt sich in eine horizontale und eine vertikale Komponente zerlegen. Die Anfangsgeschwindigkeit ergibt sich aus der Summe der beiden Vektoren V_x und V_y.

Die Steigzeit t entspricht der Fallzeit und hängt nur von V_y ab
$V_x = v_0 * \cos(\alpha)$
$V_y = v_0 * \sin(\alpha) – g * t$
$S_x = v_0 * \cos(\alpha) * t$
$S_y = v_0 * \sin(\alpha) – t * 0.5 * -g * t^2$

Luftreibung

Die Luftwiederstandskraft wirkt immer entgegen der Bewegungsrichtung des Körpers. Die Luftwiederstandskraft ist abhängig von der Schnelligkeit v, Form und Querschnittfläche A des Körpers und schliesslich der Luftdichte P_{luft}.
Zudem dem Luftwiederstandsbeiwert C_w (Drag Koeffizient). Dieser Wert muss dauernd neu berechnet werden, da die Geschwindigkeit nicht konstant ist.
$F_{LR} = 1/2 * A * C_w * P_{luft} * v^2$

Flugbahnen 45°

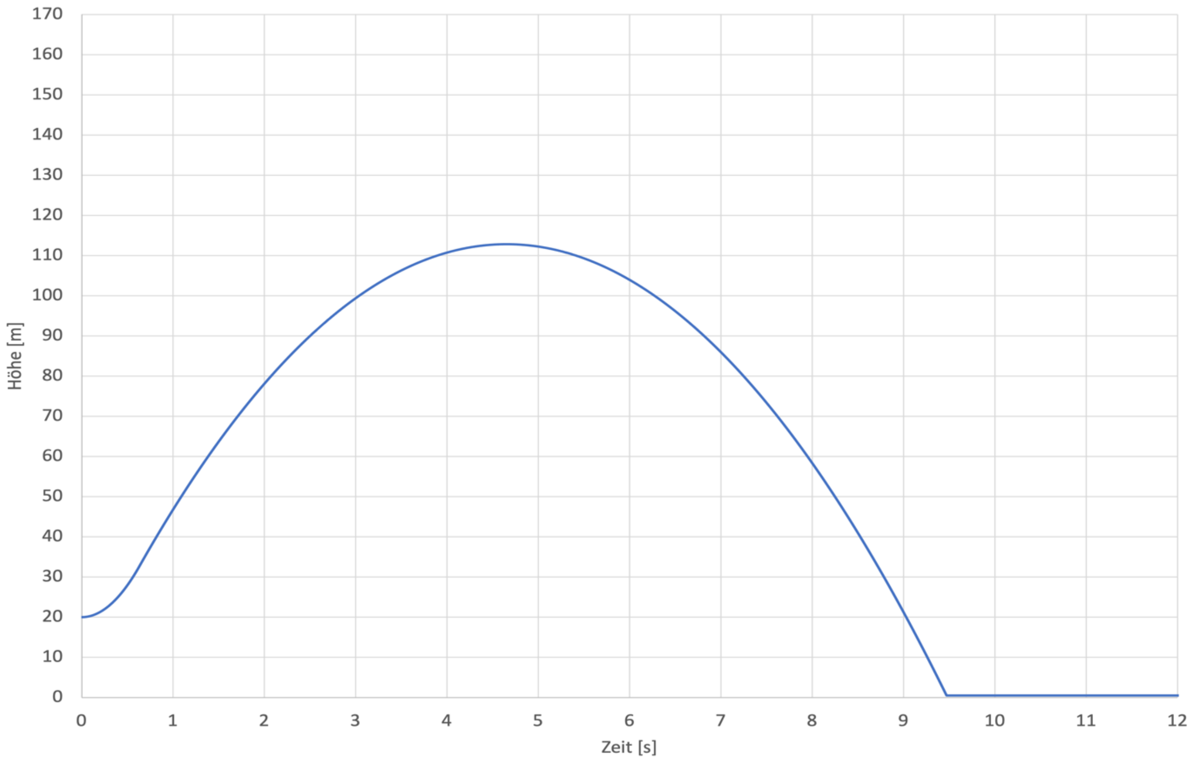

Abbildung 1: h(t) Diagramm 45° mit Luftwiderstand

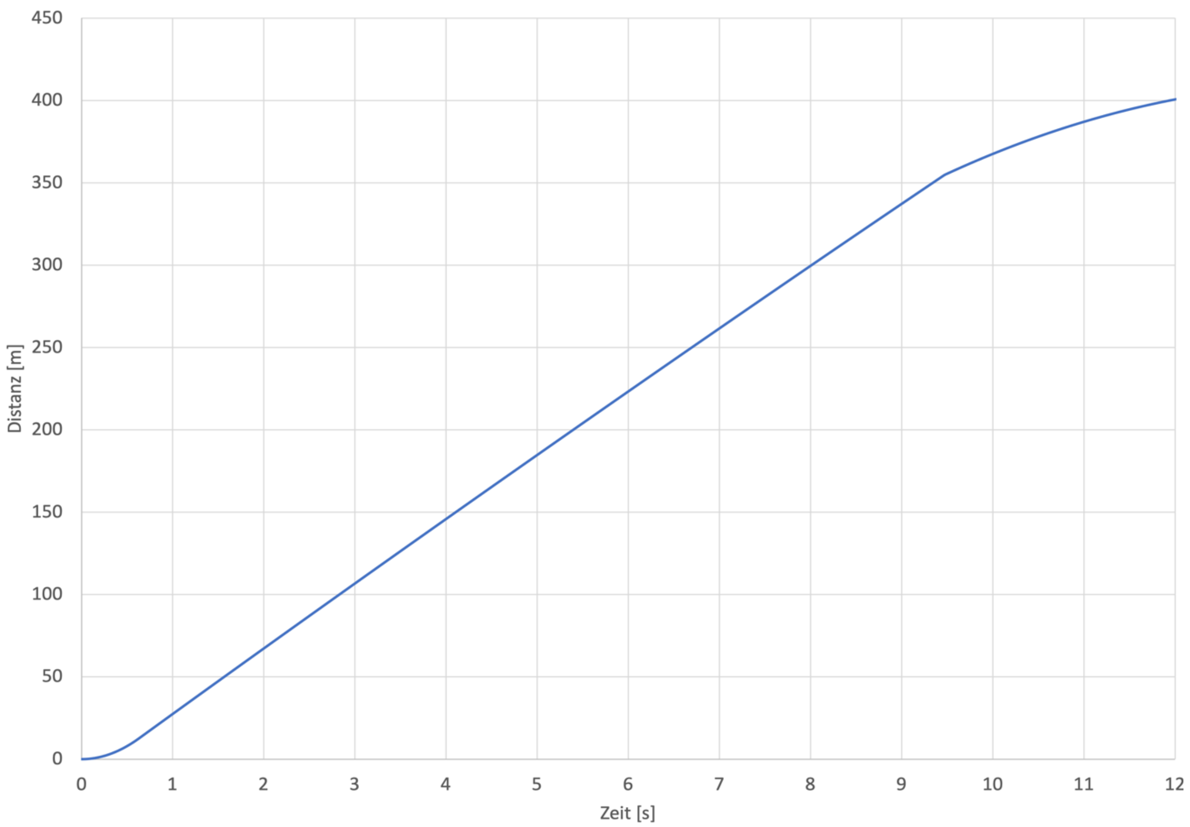

Abbildung 2: s(t) Diagramm 45° mit Luftwiderstand

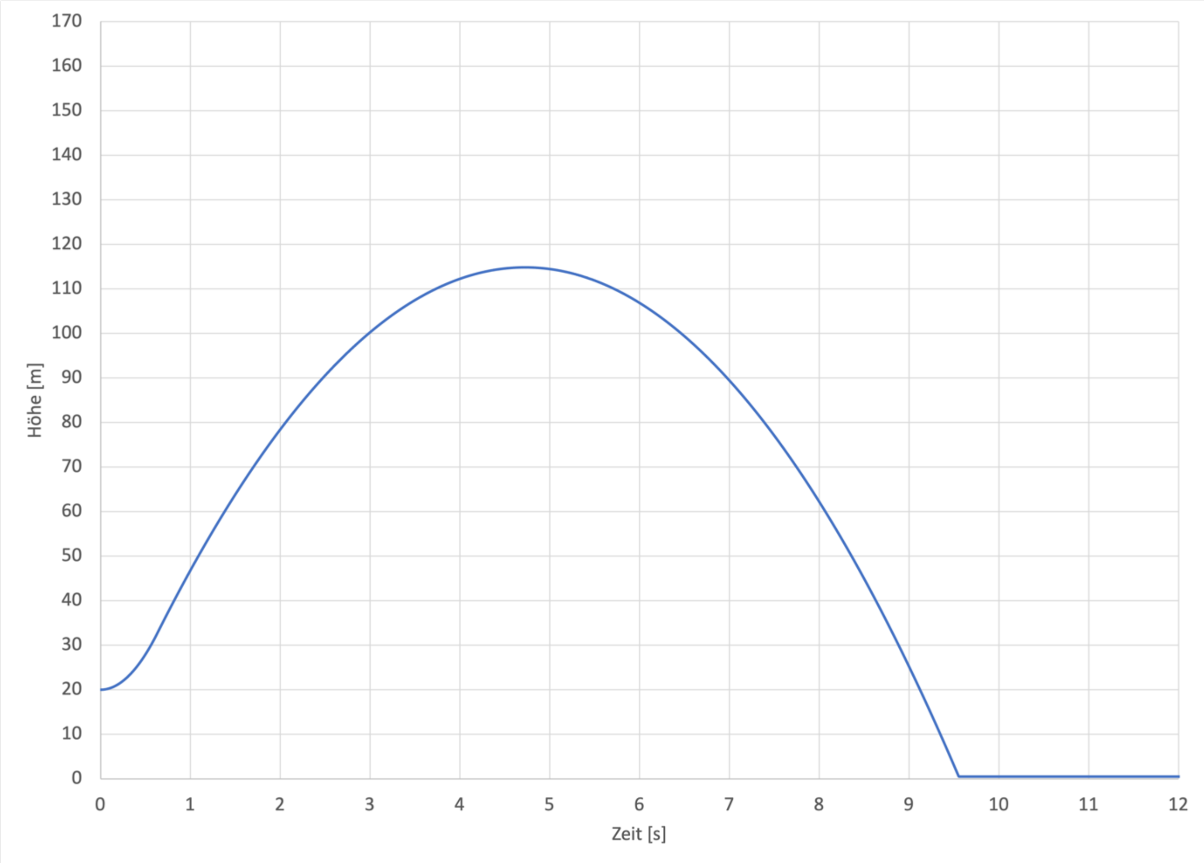

Abbildung 3: h(t) Diagramm 45° ohne Luftwiderstand

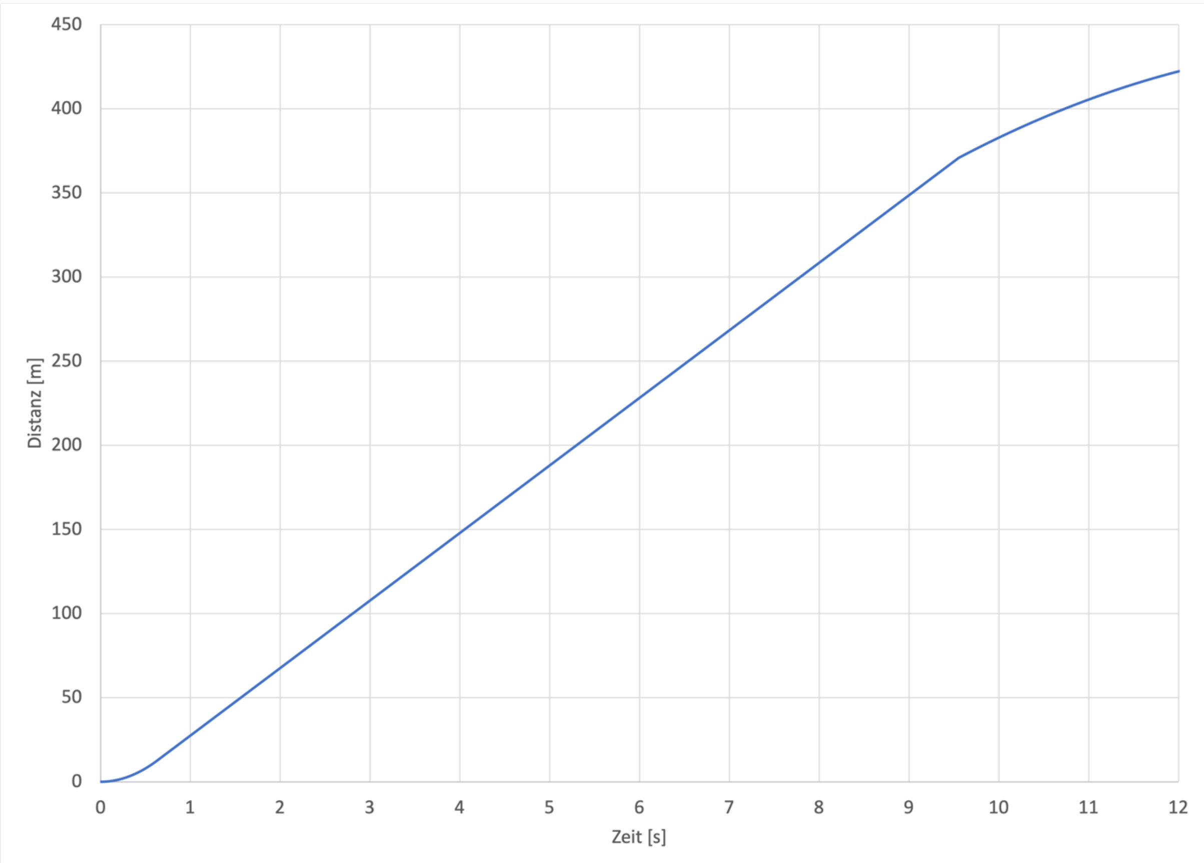

Abbildung 4: s(t) Diagramm 45° ohne Luftwiderstand

Flugbahnen 60°

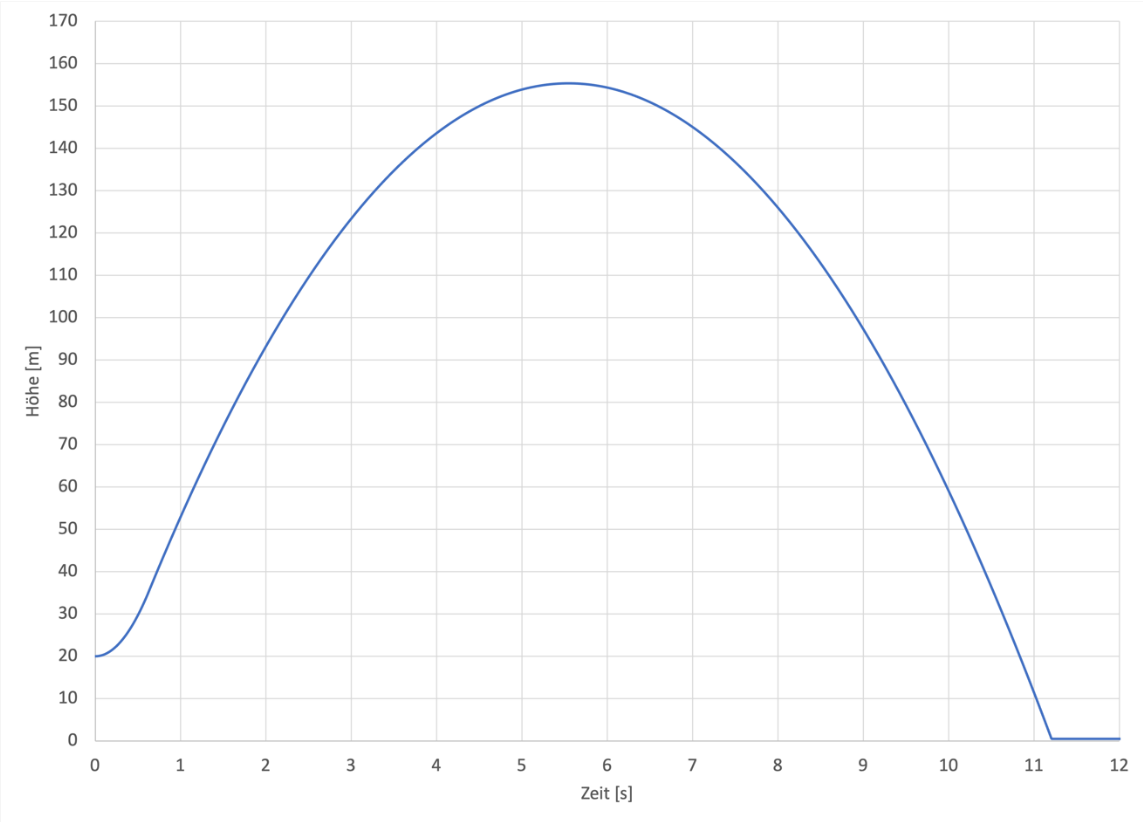

Abbildung 5: h(t) Diagramm 60° mit Luftwiderstand

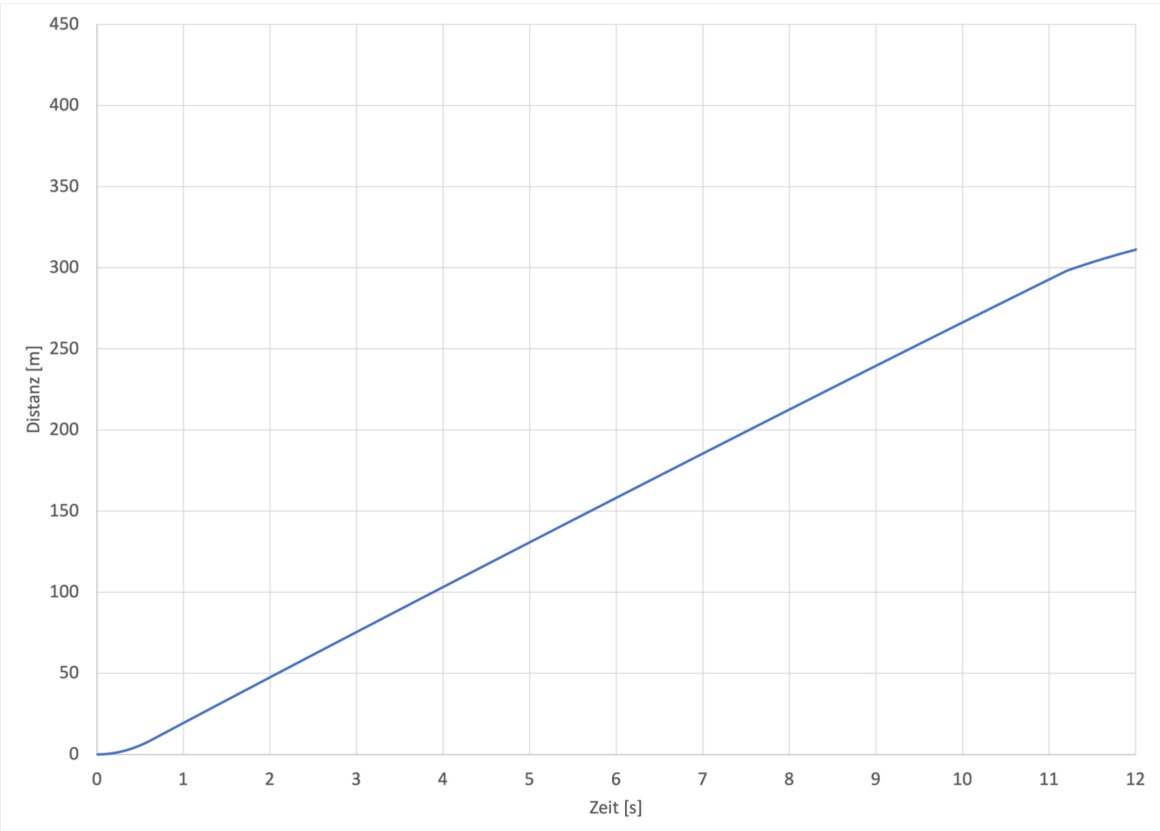

Abbildung 6: s(t) Diagramm 60° mit Luftwiderstand

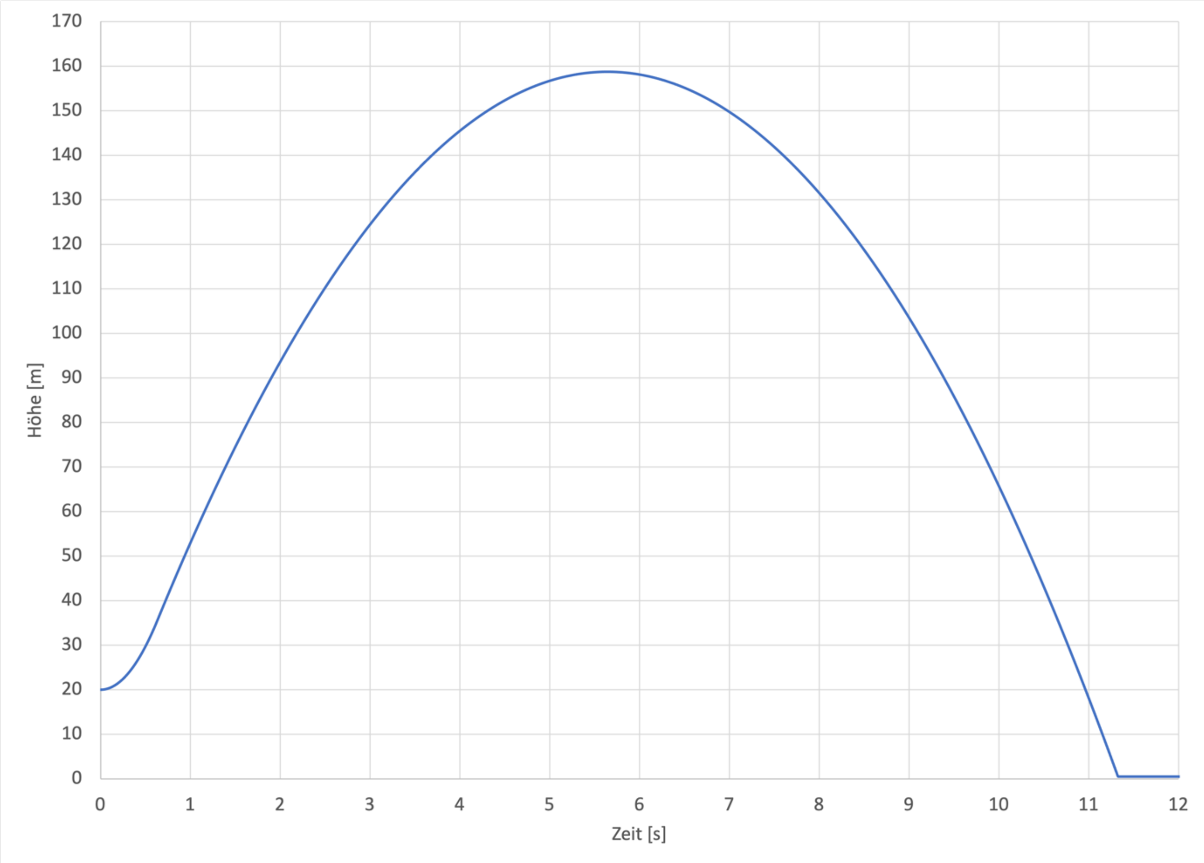

Abbildung 7: h(t) Diagramm 60° ohne Luftwiderstand

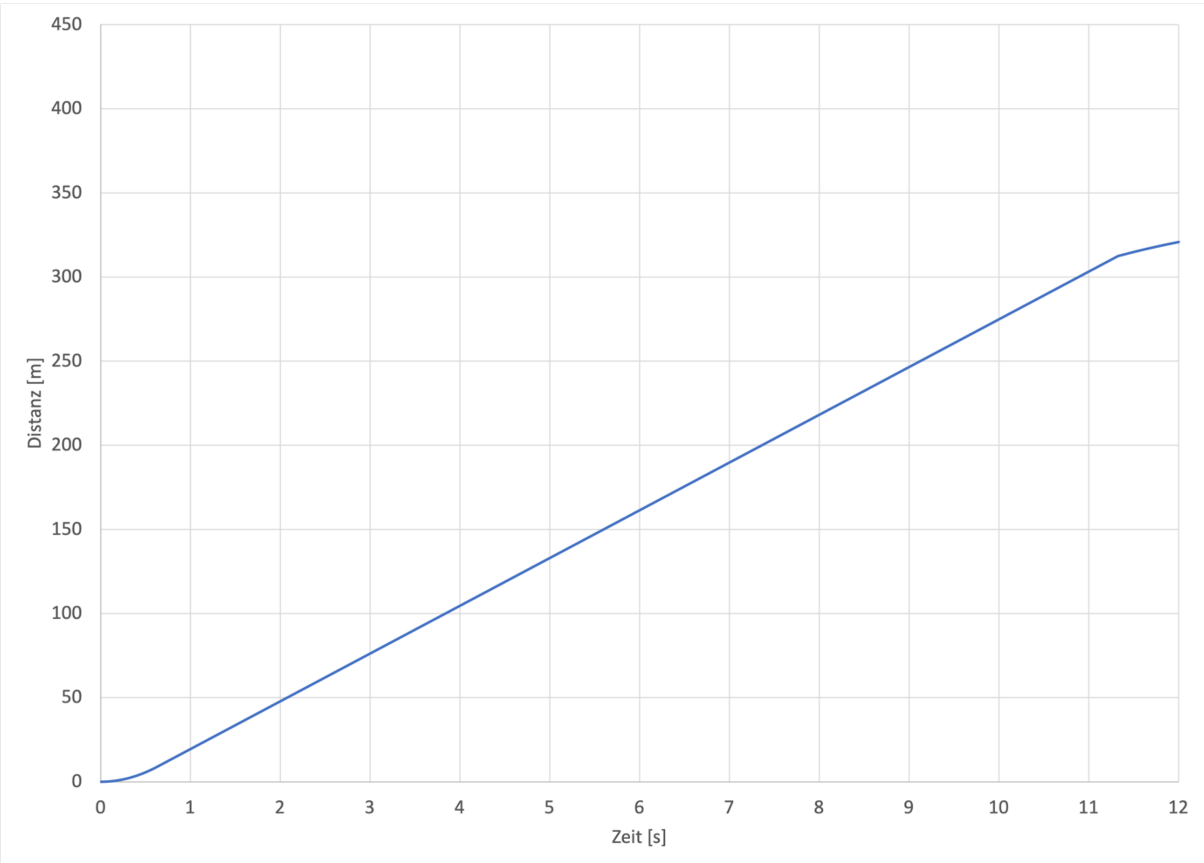

Abbildung 8: h(t) Diagramm 60° ohne Luftwiderstand

Flugbahn der vertikalen Geschwindigkeit 60° ohne Luftwiderstand

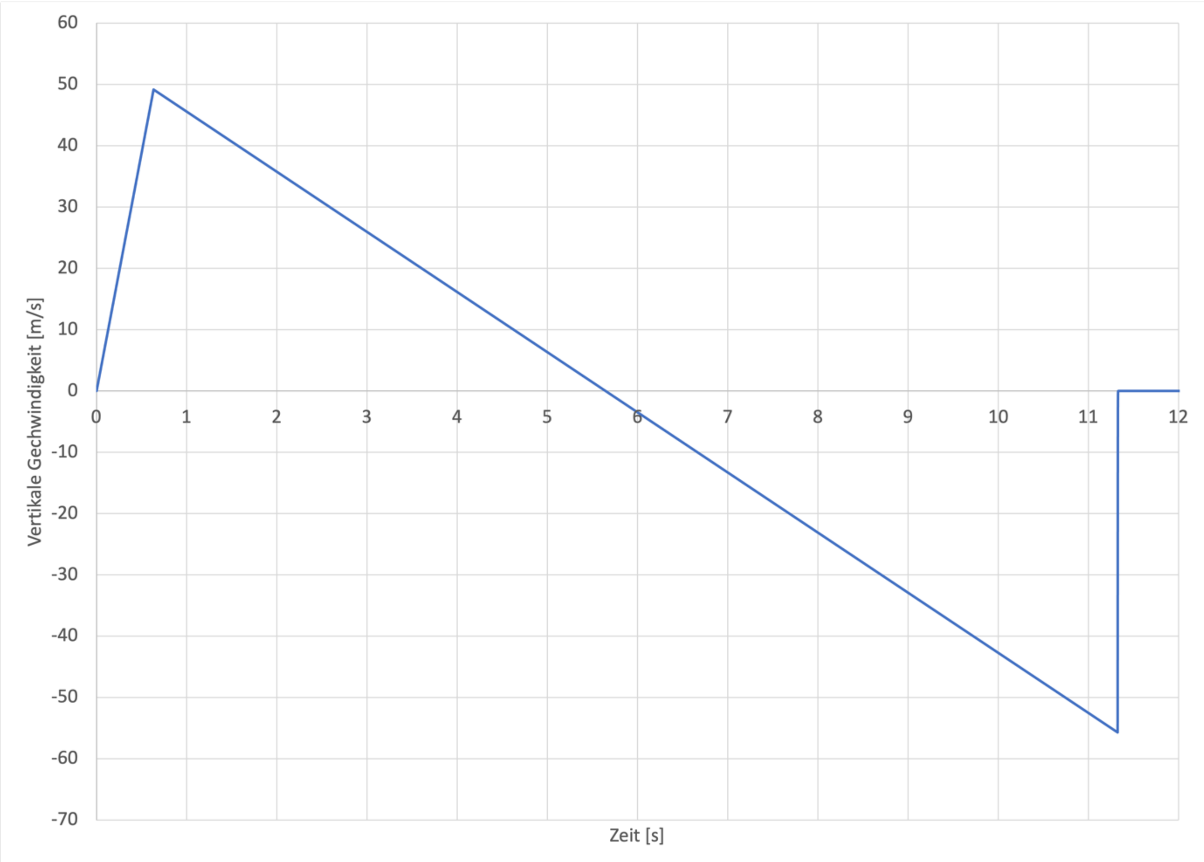

Abbildung 9: a(t) Diagramm 60° ohne Luftwiderstand

Vergleich Theorie und Unity

Berechnung Kugel

Material: Eisen

$d = 0.3 m$

$r = 0.15 m$

$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \qquad V = 0.0141 m^3$

$\rho_{FE} = 7'874 \frac{kg}{m^3}$

$m = V \cdot \rho_{FE} = 0.0141 m^3 \cdot 7874 \frac{kg}{m^3} = 111.316 kg$

Berechnung maximale Höhe 45°

$v_0 = 56.775 \frac{m}{s}$

$\alpha = 45°$

$a = 9.81 \frac{m}{s^2}$

$h_0 = 32.706 m$

$t = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} = \frac{56.775 \frac{m}{s} \cdot \sin(45)}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 4.092 s$ (Kugel am Zenit)

$h = h_0 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$

$= 32.706 + 56.775 \frac{m}{s} \cdot \sin(45) \cdot 4.092 s - \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (4.092 s)^2}{2} = \underline{\underline{114.852 m}} = h_{max}$

$s_{max} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin(2\alpha) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot g \cdot h_0}{v_0^2 \sin(\alpha)^2}}\right) = \frac{56.775^2}{2 \cdot 9.81} \cdot \sin(2 \cdot 45) \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 9.81 \cdot 32.706}{56.775^2 \cdot \sin(45)^2}}\right) = \underline{\underline{358.555 m}} = s_{max}$

Berechnung maximale Höhe 60°

$v_0 = 56.775 \frac{m}{s}$

$\alpha = 60°$

$a = 9.81 \frac{m}{s^2}$

$h_0 = 35.562 m$

$t = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} = \frac{56.775 \frac{m}{s} \cdot \sin(60)}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 5.012 s$ (Kugel am Zenit)

$h = h_0 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$

$= 35.562 + 56.775 \frac{m}{s} \cdot \sin(60) \cdot 5.012 s - \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (5.012 s)^2}{2} = \underline{\underline{158.781 m}} = h_{max}$

$s_{max} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin(2\alpha) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot g \cdot h_0}{v_0^2 \sin(\alpha)^2}}\right) = \frac{56.775^2}{2 \cdot 9.81} \cdot \sin(2 \cdot 60) \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 9.81 \cdot 35.562}{56.775^2 \cdot \sin(60)^2}}\right) = \underline{\underline{303.793 m}} = s_{max}$

Vegleich Messung Unity:

45° (Abweichung: 0.022m)

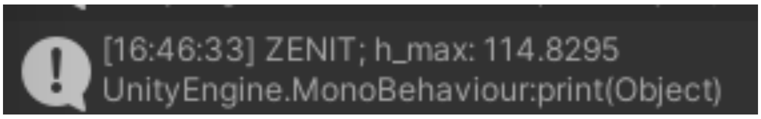

Abbildung 10: 45° maximale Höhe = 114.830

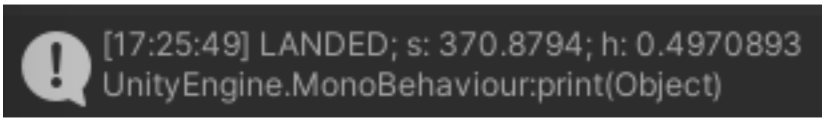

Abbildung 11: 45° Distanz = 370.880

60° Unity

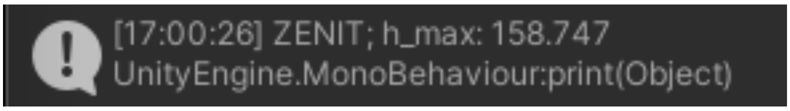

Abbildung 12: 60° maximal Höhe = 158.747

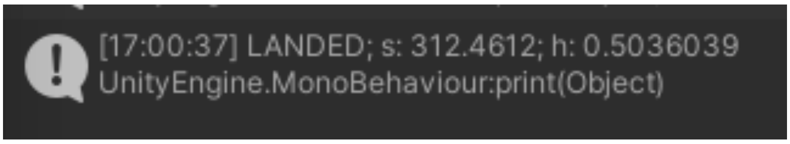

Abbildung 13: 60° Distanz = 312.461

Wenn man die Signifikanten Ziffern beachtet und eine gewisse Ungenauigkeit ausser Acht lässt, ist die Abweichung der maximalen Höhe vernachlässigbar.
Bei der Distanz gibt es allerdings beträchtliche Unterschiede. Diese könnten auf die Starthöhe zurückzuführen sein. Bei Unity hat die Kugel am Ende eine Höhe von ungefähr 0.05m. Dies könnte auch zu einem Messfehler führen.