Práctica B1 RSI

Parte 1.

Procesado de variaciones rápidas de señal debidas a multitrayecto

Samuel John Suffern Sánchez

21 de abril de 2021

Índice

1. Inicio del entorno en Matlab **2**

2. Estudio de la tensión **3**
2.1. Tensión en Matlab . . . 3
2.1.1. Función densidad de probabilidad . . . 4
2.2. Tensión normalizada en Matlab . . . 4
2.2.1. Función densidad de probabilidad y Función de distribución . . . 5
2.3. Relación forma teórica respecto a la experimental . . . 5
2.3.1. Función densidad de probabilidad teórica vs experimental . . . 5
2.3.2. Función de Distribución teórica vs experimental . . . 6

3. Estudio de la potencia **7**
3.1. Representación de la potencia en Matlab . . . 7
3.1.1. Función densidad de probabilidad . . . 7
3.2. Representación de la potencia normalizada en Matlab . . . 7
3.2.1. Función de densidad y distribución de la potencia normalizada . . . 8
3.2.2. Función de densidad de probabilidad teórica vs experimental . . . 9

4. Superposición de las funciones **11**

Índice de figuras

1. Potencia recibida en unidades logarítmicas . . . 2
2. Representación de la potencia recibida en unidades naturales . . . 3
3. Tensión en unidades lineales . . . 4
4. Voltaje normalizado . . . 4
5. Función densidad y distribución de probabilidad de la tensión normalizada calculada con Matlab . . . 5
6. Relación entre la forma teórica y la experimental de la fdp . . . 6
7. Función de distribución teórica con respecto a la experimental . . . 6
8. Potencia en unidades lineales . . . 7
9. Potencia normalizada en unidades lineales . . . 8
10. Curvas exponencial de la función densidad de probabilidad y función de distribución teóricas de la potencia . . . 8
11. Similitud entre la función densidad de probabilidad teórica y experimental . . . 9
12. Aumento de la probabilidad al hacer la media de los valores tomados en el histograma . . . 10
13. Comparación función distribución teórica vs experimental . . . 10
14. Superposición funciones densidad de probabilidad teóricas de la tensión y potencia normalizadas . . . 11
15. Superposición funciones distribución de probabilidad teóricas de la tensión y potencia normalizadas . . . 11

1. Inicio del entorno en Matlab

Los gráficos y resultados de esta práctica se obtienen con la función `pr10.mat`.
Lo primero que haremos será cargar en nuestro workspace el fichero: `series11.mat`

```
load series11.mat
```

Contiene una señal que a tiene en la primera columna el eje de tiempo y en la segunda, la potencia recibida en dBm. El eje de tiempos está muestreado cada $t_s = 0.05\ s$, es decir, $f_s = \frac{1}{t_s} = 20\ Hz$. Existe un muestreo uniforme. La resta entre dos muestras consecutivas, me da el muestreo que estamos utilizando.

```
tAxix = series11(:,1); % eje temporal
ts = tAxix(2)-tAxix(1); % muestreo del eje de tiempos
PdBm = series11(:,2);
figure, plot(tAxix, PdBm)
xlabel('Elapsed time, s')
ylabel('Received power, dBm');title('Potencia recibida [dBm]');
```

Las líneas de código muestran la forma de la señal recibida a lo largo del tiempo en unidades logarítmicas .

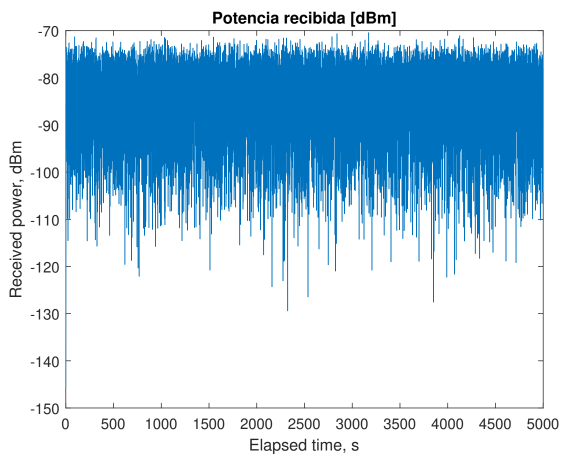

Figura 1: Potencia recibida en unidades logarítmicas

La señal ha sido recibida en un instrumento de medida o receptor de prueba, cuando el transmisor emite una portadora sin modular a una frecuencia $f_0 = 2.0\,GHz$. El receptor se supone que tiene una impedancia $Z = R = 50\Omega$.
Los valores medidos están en dBm (dB relativos a 1 mW).
En Matlab, podemos obtener la misma gráfica pero en unidades naturales.

```
pW = 10.^(PdBm/10)/1000;    % divide by 1000 to go from mW to W
figure, plot(tAxix, pW)
xlabel('Elapsed time, s')
ylabel('Received power, W');title('Potencia recibida [W]');
```

En la siguiente carilla observamos la gráfica de la señal a lo largo del tiempo en unidades lineales.

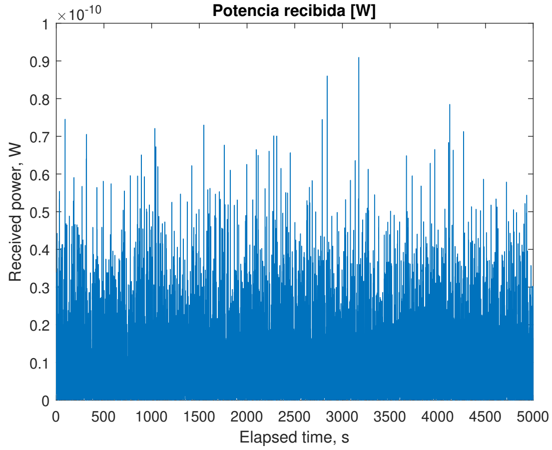

Figura 2: Representación de la potencia recibida en unidades naturales

2. Estudio de la tensión

Utilizando las expresiones del capítulo 2 de Teoría, las variaciones de voltaje se podían expresar como:

$$v = \sqrt{2p_r}|h_0| \qquad \text{(amplitud de la señal RF)}$$

con p_r : *Potencia media recibida* y $|h_0|$: *variaciones aleatorias del canal*.

V, es función de $|h_0|$, variable aleatoria que representa la envolvente de la señal y sabemos que se puede caracterizar mediante una distribución Rayleigh. Por tanto V, seguirá también una distribución Rayleigh con función densidad de probabilidad:

$$f_v(v) = \frac{v}{p_r} exp\left(-\frac{v^2}{2p_r}\right) \qquad \text{(función densidad de probabilidad)}$$

En Clase de Teoría (Grupos A) supusimos que la impedancia era $R = 1$ Modificamos la expresión anterior para tener en cuenta la impedancia:

$$v = \sqrt{2p_r R}|h_0| \qquad \text{(voltaje a la entrada del receptor)}$$

2.1. Tensión en Matlab

En matlab por tanto será de la siguiente manera:

```
R = 50; %Impedancia
v = sqrt(2*pW*R); % Convierto a voltios
figure, plot(tAxix,v)
xlabel('Elapsed time, s')
ylabel('Voltage at Rx input, V');title('Tensi n a la entrada del receptor [V]')
```

En la siguiente carilla observamos la tensión de la señal recibida en unidades lineales sin normalizar.

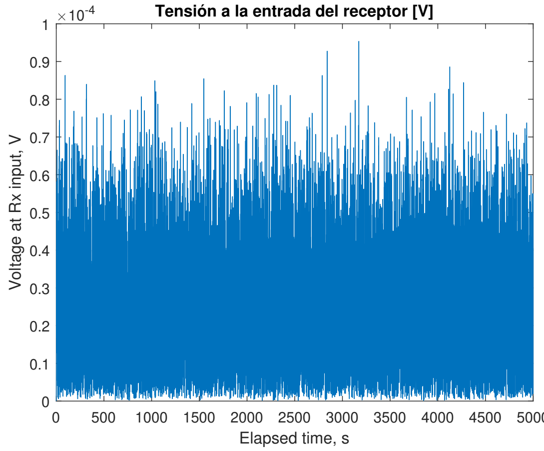

Figura 3: Tensión en unidades lineales

2.1.1. Función densidad de probabilidad

Su función de densidad de probabilidad en función de la impedancia:

$$f_v(v) = \frac{v}{Rp_r} exp\left(-\frac{v^2}{2Rp_r}\right) \qquad \text{(función densidad de probabilidad (R))}$$

2.2. Tensión normalizada en Matlab

Definiendo ahora una nueva variable aleatoria,normalizada con respecto a la potencia media:

$$v' = \frac{v}{\sqrt{2p_r R}} = |h_0| \qquad \text{(voltaje a la entrada del receptor normalizado)}$$

En matlab serían las siguientes líneas de código:

```
vnorm = v / sqrt(2*meanPw*R); %normalizo
figure, plot(tAxix, vnorm)
xlabel('Elapsed time, s')
ylabel('Normalized voltage (linear)'); title('Voltaje normalizado');
```

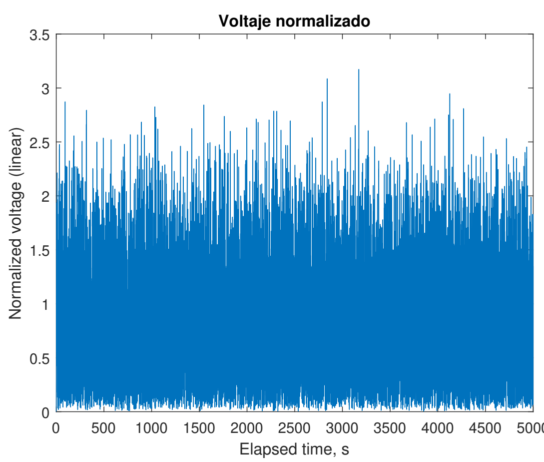

Figura 4: Voltaje normalizado

2.2.1. Función densidad de probabilidad y Función de distribución

En cuanto a su **función densidad de probabilidad**:

$$f_v(v') = 2v'e^{-v'^2} \qquad \text{(función densidad de probabilidad normalizada)}$$

Función de distribución:

$$P(v' \leq U) = F_{v'}(U) = 1 - exp(-U^2) \qquad \text{(Función de distribución normalizada)}$$

Probabilidad que mi voltaje normalziado esté por debajo de un determinado valor.

Recordemos como son las formas teóricas de función densidad de probabilidad normalizada y Función de distribución normalizada. Para ello hacemos los siguientes cálculos en Matlab.

Queremos verificar que v' (en Matlab `vnorm`) sigue una distribución Rayleigh.:

```
%Voy a pintar la fdp normalizada
Max = 3.0;
vnormAxis = [0:0.01:Max]; % Creo un eje para pintar, no debo usar Vnorm, son valroes
    desordenado
fdp = 2*vnormAxis.*exp(-vnormAxis.^2);
FD = 1-exp(-vnormAxis.^2);
figure, plot(vnormAxis, fdp, vnormAxis, FD, '--', 'LineWidth',2)
title('Theoretical, rms = 1 Rayleigh pdf and CDF')
xlabel('Normalized voltage (linear)')
ylabel('Probability')
legend('pdf','CDF')
grid
```

Observo que la salida se corresponden con los valores teóricos de la fpd y FD del voltaje normalizado.

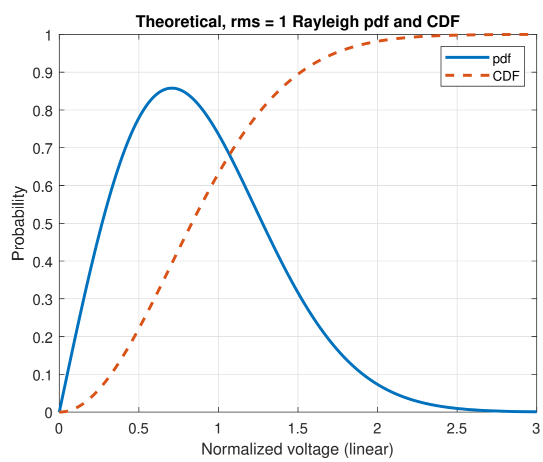

Figura 5: Función densidad y distribución de probabilidad de la tensión normalizada calculada con Matlab

2.3. Relación forma teórica respecto a la experimental

2.3.1. Función densidad de probabilidad teórica vs experimental

Vamos a relacionar la función densidad de probabilidad teórica con la experimental.

```
Nbins = 20; %Nbins por defecto es 20
[a,b] = hist(vnorm, Nbins);
a = a/length(vnorm); %Probabilidad estimada
histBin = b(2)-b(1);
figure, bar(b,a,'y'), hold on
plot(vnormAxis, fdp*histBin,'r','LineWidth',2)
plot(vnormAxis, fdp,'.r','LineWidth',2)
title('Theoretical, rms = 1 Rayleigh pdf and experimental pdf')
```

```
xlabel('Normalized voltage (linear)')
ylabel('Probability')
legend('Histogram','pdf x histBin','pdf')
xlim([0 Max])
```

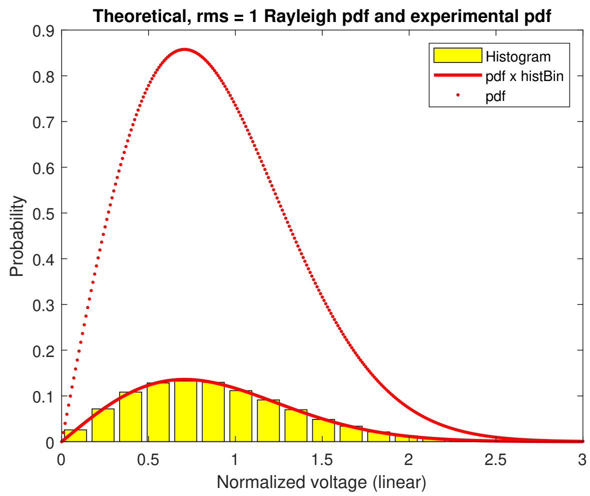

Figura 6: Relación entre la forma teórica y la experimental de la fdp

2.3.2. Función de Distribución teórica vs experimental

Ahora queremos observar la función de distribución teórica con respecto a la experimental.

```
aa = cumsum(a);
figure, bar(b, aa,'y'), hold
plot(vnormAxis, FD, 'r', 'LineWidth',2)
title('Theoretical, rms = 1 Rayleigh CDF and experimental CDF')
xlabel('Normalized voltage (linear)')
ylabel('Probability')
xlim([0 Max])
```

La función de distribución experimental se aproxima mucho a la calculada teóricamente.

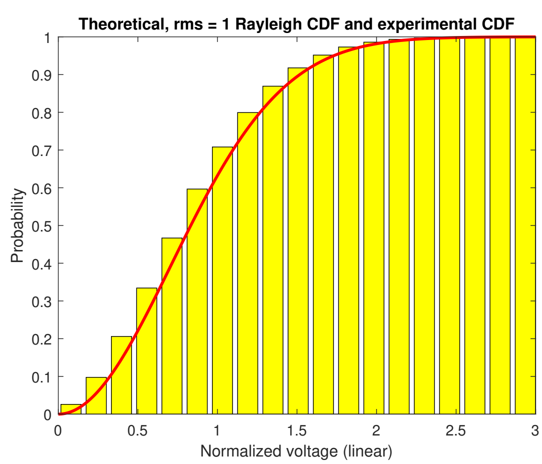

Figura 7: Función de distribución teórica con respecto a la experimental

Una vez estudiado el efecto de la tensión, pasamos a ver el comportamiento en potencia.

3. Estudio de la potencia

Vamos a realizar el estudio de la potencia y vamos a ver si coinciden las funciones densidad y distribución de probabilidad teóricas con la experimental.

Para empezar vamos a definir la potencia:

$$P = \frac{v^2}{2} \qquad \text{(Variable aleatoria de la potencia)}$$

No añadimos la impendancia debido a que ya está incluido en el término v.

3.1. Representación de la potencia en Matlab

```
p = (v.^2)/2; % Defino la potencia en lugar del voltaje
figure, plot(tAxix, p)
xlabel('Elapsed time, s')
ylabel('Power (linear)')
```

Observamos la forma de la potencia en función del tiempo.

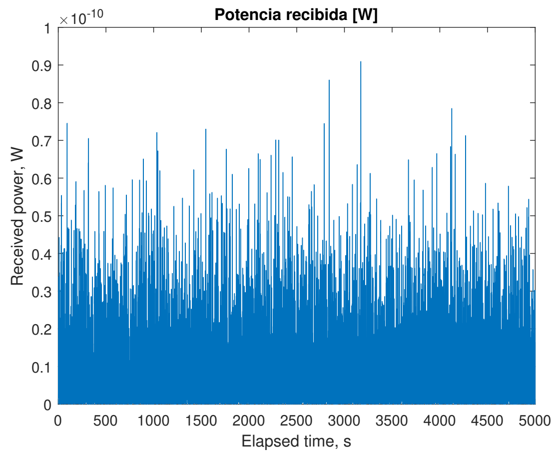

Figura 8: Potencia en unidades lineales

3.1.1. Función densidad de probabilidad

En este caso se tiene que la potencia sigue una distribución exponecial con función densidad de probabilidad:

$$f_p(P) = \frac{1}{P_r} e^{-\frac{P}{P_r}} \qquad \text{(Función densidad de probabilidad de la potencia)}$$

3.2. Representación de la potencia normalizada en Matlab

Ahora vamos a normalizar para obtener una nueva variable aleatoria:

$$P' = \frac{P}{P_r \cdot R} \tag{1}$$

Si ahora observamos la potencia normalizada con respecto a al tiempo:

```
pnorm = p / (mean(pW)*R); %normalizo
figure, plot(tAxix, pnorm)
xlabel('Elapsed time, s')
ylabel('Normalized power (linear)')
```

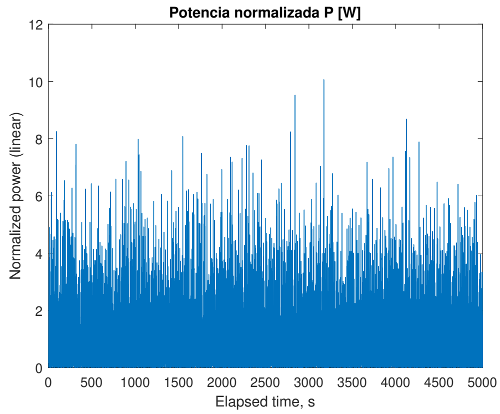

Figura 9: Potencia normalizada en unidades lineales

3.2.1. Función de densidad y distribución de la potencia normalizada

Vamos a estudiar de manera conjunta la función densidad de probabilidad y la función de distribución teóricas de la potencia normalizada. Para ello utilizamos las siguientes expresiones:

Función densidad de probabilidad:

$$f_p(P') = e^{-P'} \qquad \text{(Función densidad de probabilidad)}$$

Función de distribución:

$$F_{p'}(U) = P(P' \leq U) = 1 - e^{-U} \qquad \text{(Función de distribución)}$$

Ahora aplicamos las ecuaciones utilizando matlab:

```
Max = 10.0;
pnormAxis = [0:0.01:Max]; % Creo un eje para pintar, no debo usar Vnorm, son valroes
    desordenado
fdp_p = exp(-pnormAxis);
FD_p = 1-exp(-pnormAxis);
figure, plot(pnormAxis, fdp_p, pnormAxis, FD_p, '--', 'LineWidth',2)
title('Theoretical, mean = 1 Exponential pdf and CDF')
xlabel('Normalized voltage (linear)');ylabel('Probability');legend('pdf','CDF')
```

La salida corresponde a las curvas función de distribución y función densidad de probabilidad teóricas de la potencia.

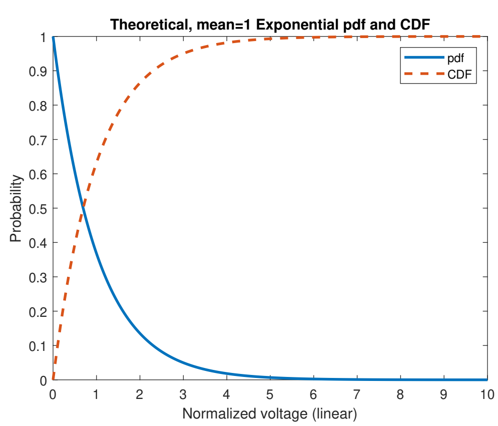

Figura 10: Curvas exponencial de la función densidad de probabilidad y función de distribución teóricas de la potencia

3.2.2. Función de densidad de probabilidad teórica vs experimental

Una vez conocemos como es la curva teórica de la fdp, tenemos que comprobar si la curva experimental se acerca o no.

```
Nbins = 20;
[a,b] = hist(pnorm, Nbins);
a = a/length(pnorm);
histBin = b(2)-b(1);
figure, bar(b,a,'y'), hold on
plot(pnormAxis, fdp_p*histBin,'r','LineWidth',2)
plot(pnormAxis, fdp_p,'.r','LineWidth',2)
title('Theoretical, mean=1 exponential pdf and experimental pdf')
xlabel('Normalized voltage (linear)')
ylabel('Probability')
legend('Histogram','pdf x histBin','pdf')
xlim([0 Max])
```

Obtenemos la siguiente salida:

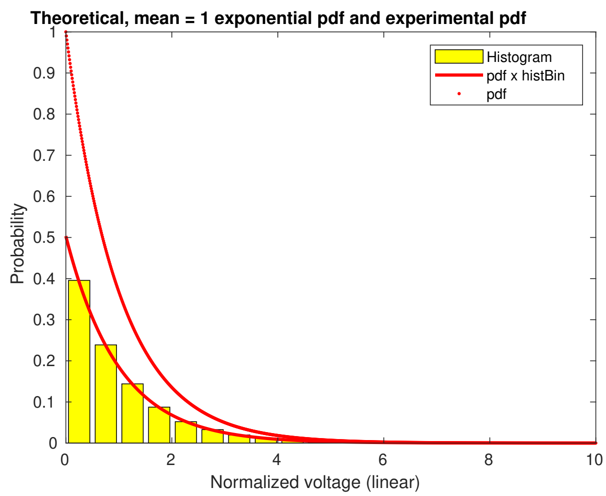

Figura 11: Similitud entre la función densidad de probabilidad teórica y experimental

Observamos que las probabilidades obtenidas son bastante bajas y no se aproximan al valor teórico. Si quisiemos mejorar esto, basta con hacer la derivada:

```
Nbins = 20;
   [a,b] = hist(pnorm, Nbins);
   a = a/length(pnorm);
   a=[0.0 , a];
   histBin = b(2)-b(1);
   aAcum = cumsum(a);
   aAprox = diff(aAcum)/histBin;
   figure, bar(b,aAprox,'y'), hold on
   plot(pnormAxis, fdp_p,'.r','LineWidth',2)
   title('Theoretical, mean=1 exponential pdf and experimental pdf')
   xlabel('Normalized voltage (linear)')
   ylabel('Probability')
   legend('Histogram','pdf')
   xlim([0 Max])
```

Obtendríamos la siguiente salida:

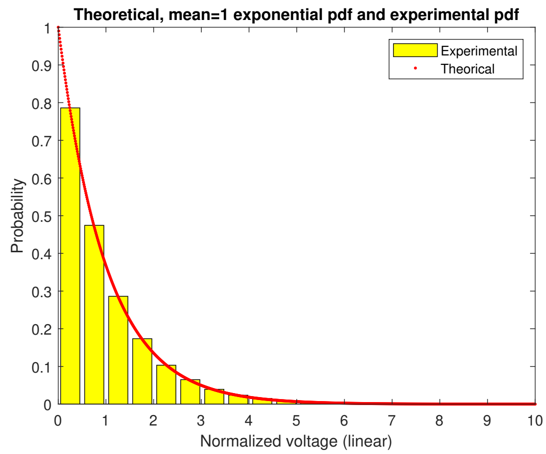

Figura 12: Aumento de la probabilidad al hacer la media de los valores tomados en el histograma

Podemos observar una mejoría en la aproximación haciendo una derivada discreta. Esta verifiación a ojo no vale, tendríamos que hacer la prueba de chi cuadrado.

Si ahora comparamos función de distribución teórica con respecto a la experimental:

```
[a,b] = hist(pnorm, Nbins);
a = a/length(pnorm);
aa = cumsum(a);
figure, bar(b, aa, 'y'),hold
plot(pnormAxis, FD_p, 'r', 'LineWidth',2)
title('Theoretical, mean = 1 Exponential CDF and experimental CDF')
xlabel('Normalized voltage (linear)')
ylabel('Probability')
xlim([0 Max])
```

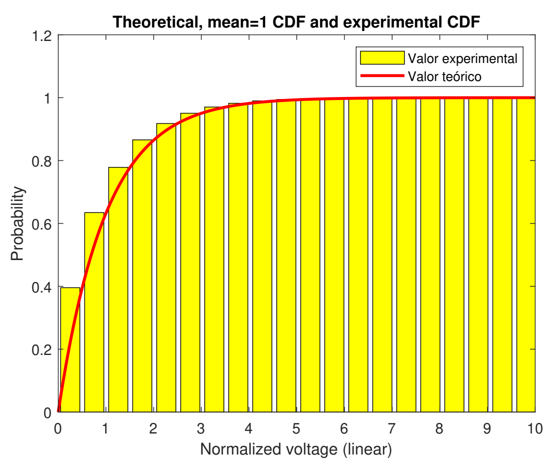

Figura 13: Comparación función distribución teórica vs experimental

Aproximación bastante ajustada.

4. Superposición de las funciones

Por último vamos a representar en la misma gráfica superpuestas, las pdfs y CDFs de las dos series v' y p' con el eje-x en dB.Basta con escribir las siguientes líneas de código:

```
figure,
vnormdb= 20*log10(vnormAxis);
pnormdb=10*log10(pnormAxis);
semilogy(vnormdb,fdp);hold on;
semilogy(pnormdb,fdp_p);hold off;title('Superposici n pdfs');ylabel("Probability");xlabel("dB")
    ;legend('Pdf tensi n normalizada','Pdf potencia normalizada')
```

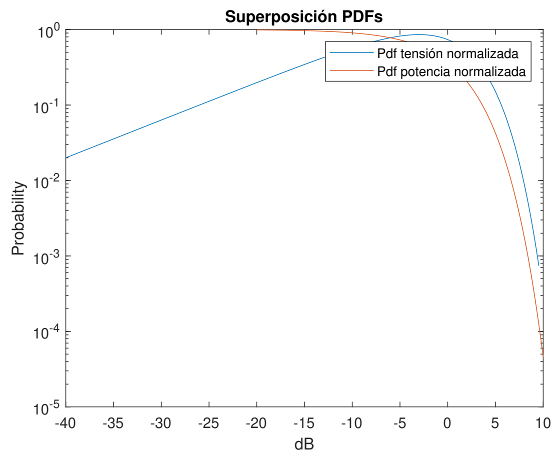

Figura 14: Superposición funciones densidad de probabilidad teóricas de la tensión y potencia normalizadas

Ahora vemos la superposición de las funciones distribución:

```
semilogy(vnormdb,FD);hold on;
semilogy(pnormdb,FD_p);hold off;title('Superposici n FDs');ylabel("Probability");xlabel("dB");
legend('FD tensi n normalizada','FD potencia normalizada');
```

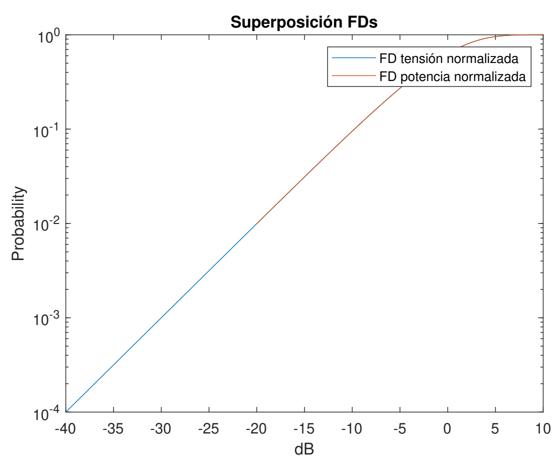

Figura 15: Superposición funciones distribución de probabilidad teóricas de la tensión y potencia normalizadas

Se superponen una encima de la otra debido a la normalización que se le hacen a las variables aleatorias v' y p'