# Análise de Dados com [R]

Prof. Diego Mello da Silva

IFMG - Campus Formiga

19 de fevereiro de 2018

#### Conteúdo

- Dia 01 Manipulando Dados
  - Ambiente [R]
  - Matrizes, Vetores, Dataframes, Listas e Arrays
  - Datasets
  - Manipulando Dataframes
  - Importando Datasets como Dataframes
- 2 Dia 2 Analisando Dados
  - Gráficos
  - Análise Descritiva
  - Histogramas e Boxplots
- 3 Anexo Revisão Teórica
- 4 Referências Bibliográficas

- Ambiente de software livre para computação científica, disponível em plataformas Unix, Windows e MacOS
- Criada por Ross Ihaka e por Robert Gentleman no Departamento de Estatística da Universidade de Auckland, Nova Zelândia. É vista como uma implementação derivada da linguagem 'S', da AT&T.
- Possui implementação de diversas técnicas gráficas e estatísticas para modelagem linear e não-linear, testes estatísticos, análise de séries temporais, classificação, clusterização, dentre outros
- Expansível com uso de pacotes, disponíveis no CRAN (Compreensive R Archive Network), rede de servidores que armazenam cópias do código e documentação do R.
- Plataforma aberta: criação e hospedagem de pacotes no CRAN https://cran.r-project.org/web/packages/policies.html
- URL do CRAN
  https://cran.r-project.org/
- Pacotes por ordem alfabética
  https://cran.r-project.org/web/packages/available\_packages\_by

Disponível em: https://www.r-project.org/

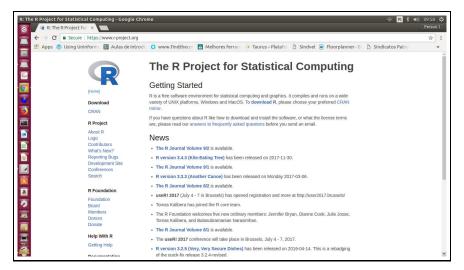


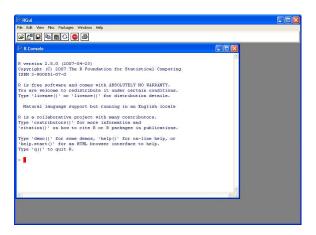
Figura: Site Web do R Project

 Pode-se utilizar o interpretador da linguagem R, que é instalado junto com o ambiente, linha de comando

```
diego@Hermes: ~
diego@Hermes:~$ R
R version 3.4.0 (2017-04-21) -- "You Stupid Darkness"
Copyright (C) 2017 The R Foundation for Statistical Computing
Platform: x86 64-pc-linux-gnu (64-bit)
R is free software and comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY.
You are welcome to redistribute it under certain conditions.
Type 'license()' or 'licence()' for distribution details.
 Natural language support but running in an English locale
R is a collaborative project with many contributors.
Type 'contributors()' for more information and
'citation()' on how to cite R or R packages in publications.
Type 'demo()' for some demos, 'help()' for on-line help, or
'help.start()' for an HTML browser interface to help.
Type 'q()' to quit R.
```

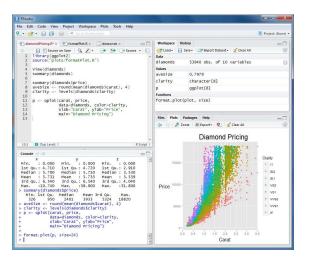
Nele comandos são inseridos diretamente no console, em linha de comando.

 Pode-se utilizar o interpretador da linguagem R, que é instalado junto com o ambiente, linha de comando



Nele comandos são inseridos diretamente no console, em linha de comando.

R Studio: uma das IDEs mais usadas com o ambiente R



■ Disponível em: https://www.rstudio.com/products/RStudio/

# Matrizes, Vetores, Dataframes, Listas, Arrays

#### Criando Vetores no R

Para criar um vetor no R a partir de uma lista de números

```
> <vetor> <- c(<li>c of separation of s
```

Para criar um vetor de com números repetidos no R

```
> <vetor> <- rep(<quantidade de números>, valor)
```

■ Para criar um vetor de números em uma sequência, com intervalo unitário

```
> <vetor> <- <min>:<max>
```

■ Para criar um vetor de números em uma sequência, com intervalo informado

```
> <vetor> <- seq(<min>, <max>, by=intervalo)
```

Para criar um vetor de números a partir de outro

```
> <vetor> <- c(<outro.vetor>, <lista de números>)
```

# Operações com Vetores no R

Somar vetores existentes no R, digite:

```
> <resultado> <- <vetor1> + <vetor2> + ... + <vetorN>
```

■ Produto de número real por vetor no R

```
> <resultado> <- <real> * <vetor>
```

■ Produto escalar de dois vetores no R, digite

```
> <resultado> <- <vetor1> %*% <vetor2>
```

■ Calcular o norma (intensidade) de um vetor no R, digite

```
> <resultado> <- sqrt(sum(<vetor>^2))
```

#### Matrizes no R

Criar uma matriz a partir de um vetor de elementos

```
> <resultado> <- matrix(<vetor>, <lin>, <col>)
```

■ Criar uma matriz a partir de um vetor de elementos, listador por linha

```
> <resultado> <- matrix(<vetor>, <lin>, <col>, byrow=T)
```

Criar uma matriz a partir de vetores coluna

```
> <resultado> <- cbin(<vetor1>, <vetor2>, ..., <vetorN>)
```

Atribuindo nomes às colunas da matriz

```
> colnames(<matriz>) <- c('<lab1>', '<lab2>', ..., '<labN>')
```

# Operações com Matrizes no R

Calcular a transposta de uma matriz no R

```
> <resultado> <- t(<matriz> )
```

■ Calcular a inversa de uma matriz no R, digite

```
> <resultado> <- solve(<matriz> )
```

Calcular o produto de duas matrizes no R, digite:

```
> <resultado> <- <matriz1> %*% <matriz2>
```

#### Acessando elementos de matrizes no R

Acessar elemento específico em uma matriz

```
> <matriz> [<linha>, <coluna>]
```

■ Acessar linha específica da matriz

```
> <matriz> [<linha>, ]
```

Acessar coluna específica da matriz

```
> <matriz> [, <coluna>]
```

Acessar linhas ou colunas específicas da matriz

```
> <matriz> [<intervL>, <intervC>]
```

#### Criando dataframes no R

Um **dataframe** pode conter colunas heterogêneas, cada qual de um tipo de dados diferente

Criando um dataframe a partir de vetores

```
> <frame> <- data.frame(<V1>=<vetor>, ..., <VN>=<vetor>)
```

Criando um dataframe a partir da edição de valores

```
> <frame> <- edit(data.frame())</pre>
```

Editando e atualizando o conteúdo de um dataframe

```
> <frame> <- edit(<frame>)
```

 Obtendo o número de linhas (observações) e colunas (variáveis) de um dataframe

```
> nrow(<frame>)
> ncol(<frame>)
```

#### Criando listas no R

Uma **lista** permite armazenar objetos no R de maneira genérica e flexível. Pode ter diferentes tamanhos de linhas e colunas, com diferentes tipos de dados.

Criando uma lista a partir de objetos

```
> ta> <- list(<V1>=<objeto>, ..., <VN>=<objeto>)
```

Criando uma lista vazia

```
> ta> <- list()
```

Acessando objeto específico da lista

```
> <lista>[[<Indice>]]
```

Atribuindo/acrescentando um objeto na lista

```
> <lista>[[<Indice>]] <- <objeto>
```

## Criando arrays no R

Um array extende o conceito da matriz para mais dimensões

Criando um array a partir de objetos

```
> <obj.array> <- array(<vetor>, dim=c(<dim1>, ..., <dimN>))
```

Acessando elementos de um array

```
> <obj.array>[<Ind1>, <Ind2>, ..., <IndN>]
```

# **Datasets**

# Pacote datasets do [R]<sup>1</sup>

| Dataset       | Descrição   |
|---------------|---|
| ability.cov   | Ability and Intelligence Tests                              |
| airmiles      | Passenger Miles on Commercial US Airlines, 1937-1960        |
| AirPassengers | Monthly Airline Passenger Numbers 1949-1960                 |
| airquality    | New York Air Quality Measurements                           |
| anscombe      | Anscombe's Quartet of 'Identical' Simple Linear Regressions |
| attenu        | The Joyner-Boore Attenuation Data                           |
| attitude      | The Chatterjee-Price Attitude Data                          |
| austres       | Quarterly Time Series of the Number of Australian Residents |
| beaver1       | Body Temperature Series of Two Beavers                      |
| beaver2       | Body Temperature Series of Two Beavers                      |
| beavers       | Body Temperature Series of Two Beavers                      |
| BJsales       | Sales Data with Leading Indicator                           |
| BJsales.lead  | Sales Data with Leading Indicator                           |
| BOD           | Biochemical Oxygen Demand                                   |
| cars          | Speed and Stopping Distances of Cars                        |
| ChickWeight   | Weight versus age of chicks on different diets              |
| chickwts      | Chicken Weights by Feed Type                                |
| CO2           | Carbon Dioxide Uptake in Grass Plants                       |
| co2           | Mauna Loa Atmospheric CO2 Concentration                     |
| crimtab       | Student's 3000 Criminals Data                               |

 $<sup>^{1} \</sup>texttt{https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/datasets/html/00lndex, html/nolndex.phi} \\$ 

| Dataset        | Descrição   |
|----------------|---|
| discoveries    | Yearly Numbers of Important Discoveries                         |
| DNase          | Elisa assay of DNase  |
| esoph          | Smoking, Alcohol and (O)esophageal Cancer                       |
| euro           | Conversion Rates of Euro Currencies                             |
| euro.cross     | Conversion Rates of Euro Currencies                             |
| eurodist       | Distances Between European Cities and Between US Cities         |
| EuStockMarkets | Daily Closing Prices of Major European Stock Indices, 1991-1998 |
| faithful       | Old Faithful Geyser Data  |
| fdeaths        | Monthly Deaths from Lung Diseases in the UK                     |
| Formaldehyde   | Determination of Formaldehyde                                   |
| freeny         | Freeny's Revenue Data   |
| freeny.x       | Freeny's Revenue Data   |
| freeny.y       | Freeny's Revenue Data   |
| HairEyeColor   | Hair and Eye Color of Statistics Students                       |
| Harman23.cor   | Harman Example 2.3  |
| Harman74.cor   | Harman Example 7.4  |
| Indometh       | Pharmacokinetics of Indomethacin                                |
| infert         | Infertility after Spontaneous and Induced Abortion              |
| InsectSprays   | Effectiveness of Insect Sprays                                  |
| iris           | Edgar Anderson's Iris Data                                      |
| iris3          | Edgar Anderson's Iris Data                                      |
| islands        | Areas of the World's Major Landmasses                           |

| Dataset            | Descrição   |
|--------------------|---|
| JohnsonJohnson     | Quarterly Earnings per Johnson & Johnson Share        |
| LakeHuron          | Level of Lake Huron 1875-1972                         |
| Ideaths            | Monthly Deaths from Lung Diseases in the UK           |
| lh                 | Luteinizing Hormone in Blood Samples                  |
| LifeCycleSavings   | Intercountry Life-Cycle Savings Data                  |
| Loblolly           | Growth of Loblolly pine trees                         |
| longley            | Longley's Economic Regression Data                    |
| lynx               | Annual Canadian Lynx trappings 1821-1934              |
| mdeaths            | Monthly Deaths from Lung Diseases in the UK           |
| morley             | Michelson Speed of Light Data                         |
| mtcars             | Motor Trend Car Road Tests                            |
| nhtemp             | Average Yearly Temperatures in New Haven              |
| Nile               | Flow of the River Nile                                |
| nottem             | Average Monthly Temperatures at Nottingham, 1920-1939 |
| npk                | Classical N, P, K Factorial Experiment                |
| occupationalStatus | Occupational Status of Fathers and their Sons         |
| Orange             | Growth of Orange Trees                                |
| OrchardSprays      | Potency of Orchard Sprays                             |
| quakes             | Locations of Earthquakes off Fiji                     |
| randu              | Random Numbers from Congruential Generator RANDU      |
| rivers             | Lengths of Major North American Rivers                |
| rock               | Measurements on Petroleum Rock Samples                |

| Dataset        | Dogorioño  |
|----------------|--|
|                | Descrição  |
| PlantGrowth    | Results from an Experiment on Plant Growth               |
| precip         | Annual Precipitation in US Cities                        |
| presidents     | Quarterly Approval Ratings of US Presidents              |
| pressure       | Vapor Pressure of Mercury as a Function of Temperature   |
| Puromycin      | Reaction Velocity of an Enzymatic Reaction               |
| Seatbelts      | Road Casualties in Great Britain 1969-84                 |
| sleep          | Student's Sleep Data                                     |
| stack.loss     | Brownlee's Stack Loss Plant Data                         |
| stack.x        | Brownlee's Stack Loss Plant Data                         |
| stackloss      | Brownlee's Stack Loss Plant Data                         |
| state          | US State Facts and Figures                               |
| state.abb      | US State Facts and Figures                               |
| state.area     | US State Facts and Figures                               |
| state.center   | US State Facts and Figures                               |
| state.division | US State Facts and Figures                               |
| state.name     | US State Facts and Figures                               |
| state.region   | US State Facts and Figures                               |
| state.x77      | US State Facts and Figures                               |
| sunspot.month  | Monthly Sunspot Data, from 1749 to "Present"             |
| sunspot.year   | Yearly Sunspot Data, 1700-1988                           |
| sunspots       | Monthly Sunspot Numbers, 1749-1983                       |
| swiss          | Swiss Fertility and Socioeconomic Indicators (1888) Data |

| Detecet               | Dogavioño   |
|-----------------------|---|
| Dataset               | Descrição   |
| Theoph                | Pharmacokinetics of Theophylline                          |
| Titanic               | Survival of passengers on the Titanic                     |
| ToothGrowth           | The Effect of Vitamin C on Tooth Growth in Guinea Pigs    |
| treering              | Yearly Treering Data, -6000-1979                          |
| trees                 | Girth, Height and Volume for Black Cherry Trees           |
| UCBAdmissions         | Student Admissions at UC Berkeley                         |
| UKDriverDeaths        | Road Casualties in Great Britain 1969-84                  |
| UKgas                 | UK Quarterly Gas Consumption                              |
| UKLungDeaths          | Monthly Deaths from Lung Diseases in the UK               |
| USAccDeaths           | Accidental Deaths in the US 1973-1978                     |
| USArrests             | Violent Crime Rates by US State                           |
| UScitiesD             | Distances Between European Cities and Between US Cities   |
| USJudgeRatings        | Lawyers' Ratings of State Judges in the US Superior Court |
| USPersonalExpenditure | Personal Expenditure Data                                 |
| uspop                 | Populations Recorded by the US Census                     |
| VADeaths              | Death Rates in Virginia (1940)                            |
| volcano               | Topographic Information on Auckland's Maunga Whau Volcano |
| warpbreaks            | The Number of Breaks in Yarn during Weaving               |
| women                 | Average Heights and Weights for American Women            |
| WorldPhones           | The World's Telephones                                    |
| WWWusage              | Internet Usage per Minute                                 |

# UC Irvine Machine Learning Repository<sup>2</sup>

- Aproximadamente 300 datasets disponíveis para a comunidade de aprendizado de máquina (Jun/2014)
- Classificação, Regressão, Clusterização
- Áreas: Ciências da Vida, Ciências Físicas, Ciência da Computação / Engenharia, Ciências Sociais, Administração e Negócios, Jogos e Outras
- Atributos categóricos e numéricos (inteiros e reais)
- Cada dataset dá acesso à pasta com os dados, e informações sobre a estrutura do dataset
- Exemplos:
  - Iris: http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Iris
  - Wine: https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Wine
  - Seeds: http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/seeds#

# **Manipulando Dataframes**

■ Selecionando variáveis de um dataframe pelo nome

```
> <novo> <- <dados>[c(<VAR1>, ..., <VARN>)]
```

■ Selecionando variáveis de um dataframe por índice e intervalo.

```
> <novo> <- <dados>[c(<lista de índices e/ou intervalos>)]
```

```
# select variables v1, v2, v3
myvars <- c("v1", "v2", "v3")
newdata <- mydata[myvars]

# another method
myvars <- paste("v", 1:3, sep="")
newdata <- mydata[myvars]

# select 1st and 5th thru 10th variables
newdata <- mydata[c(1,5:10)]</pre>
```

■ Removendo variáveis de um dataframe usando vetor de booleans

```
> <novo> <- <dados>[c(<Bool1>, ..., <BoolN>)]
```

Removendo variáveis de um dataframe indicando o índice da coluna

```
> <novo> <- <dados>[c(-<Idx1>, ..., -<IdxN>)]
```

■ Removendo variáveis de um dataframe atribuindo NULL à coluna

```
> <novo>$<LABEL.COL> <- NULL
```

```
# exclude variable v2 in v1, v2, v3
newdata <- mydata[c(TRUE, FALSE, TRUE)]

# exclude 3rd and 5th variable
newdata <- mydata[c(-3,-5)]

# delete variables v3 and v5
mydata$v3 <- mydata$v5 <- NULL</pre>
```

■ Selecionando observações de um dataframe segundo as linhas do dataset

```
> <dados> <- <dados>[<Intervalo de Linhas> ,]
```

■ Selecionando observações de um dataframe segundo o valor dos campos

```
> <dados> <- <dados>[ which(expressão lógica ) ,]
```

```
# first 5 observations
newdata <- mydata[1:5,]
# based on variable values
newdata <- mydata[ which(mydata$gender=='F' & mydata$age > 65),]
```

Selecionando observações de um dataframe usando subset

```
> <dados> <- subset(<dados>, <expressão>, select = c(Labels))
```

#### ■ Ordenando um dataframe

```
> <dados> <- <dados>[ order(<dados>$<var>>), ]
```

```
# sort by mpg and cyl
newdata <- mtcars[order(mtcars$mpg, mtcars$cyl),]

#sort by mpg (ascending) and cyl (descending)
newdata <- mtcars[order(mtcars$mpg, -mtcars$cyl),]</pre>
```

 Adicionando colunas um dataframe. É feito juntando-se dois dataframes por meio de uma ou mais variáveis em comum (semelhante à um inner join)

```
> <novo.frame> <- merge(<frameA>, <frameB>, by="VAR")
```

 Adicionando linhas à um dataframe. Junta-se dois dataframes verticalmente desde que possuam as mesmas variáveis

```
> <novo.frame> <- rbind(<frameA>, <frameB>)
```

```
# merge two data frames by ID and Country
total <- merge(data frameA,data frameB,by=c("ID","Country"))</pre>
```

Agregando dados um dataframe e retorna sumário estatístico da agregação

```
> <resultado> <- aggregate(<dataframe>, by=list(<VARS>),
fun=<função> )
```

#### ■ Exemplos:

https://www.statmethods.net/management/aggregate.html

```
# aggregate data frame mtcars by cyl and vs, returning means
# for numeric variables
attach(mtcars)
aggdata <-aggregate(mtcars, by=list(cyl,vs),
   FUN=mean, na.rm=TRUE)
print(aggdata)
detach(mtcars)</pre>
```

# Importando Datasets como Dataframes

## Importando Arquivo .CSV

■ Importando um arquivo no formato comma-separated values (.csv) e salvando o resultado em um dataframe

```
> <frame> <- read.csv("<file>",header=<bool>),sep="<char>")
```

- Em algumas regiões, a vírgula é usada como separador de decimais. Neste caso alguns arquivos .csv podem utilizar o caracter ';' como separador de campo
- Exemplo:

```
# Le o conteudo do arquivo auto-mpg.csv em dataset
auto <- read.csv("auto-mpg.csv", header=TRUE, sep = ",")
# Verifica o nome das variáveis contidas nele
names(auto)
# Outro exemplo, usando ';' como separador de campos
frame <- read.csv("test.csv", sep=";", dec=",")</pre>
```

# Importando Arquivo ASCII

■ Importando um arquivo no formato ASCII

```
> <frame> <- read.table("<file>",header=<bool>,sep="<char>")
```

#### Exemplo:

```
# Carrega o conteúdo do arquivo de dados
frame <- read.table("dados.txt", header=TRUE)
```

# **Gráficos**

# Dot plot

#### ■ Plot de pontos

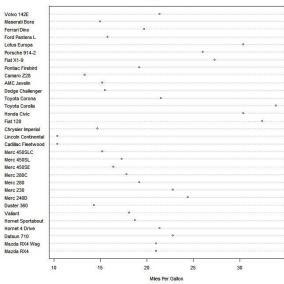
```
> dotchart(<frame>$<VAR>, labels=<vetor>)
```

■ Exemplos: https://www.statmethods.net/graphs/dot.html

```
# Simple Dotplot
dotchart(mtcars$mpg,labels=row.names(mtcars),cex=.7,
main="Gas Milage for Car Models",
xlab="Miles Per Gallon")
```

# Dot plot

#### Gas Milage for Car Models



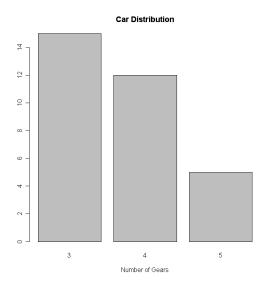
#### **Bar Plot**

#### ■ Plot de Gráfico de Barras

```
> barplot(<vetor>)
```

■ Exemplos: https://www.statmethods.net/graphs/bar.html

# Bar plot





# Scatterplot

#### ■ Plot de Dispersão XY

```
> plot(<sequencia1>, <sequencia2>)
```

Parâmetros gráficos:

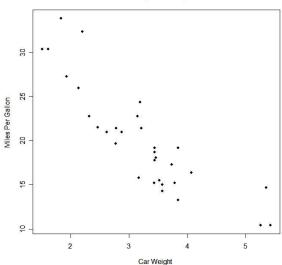
https://www.statmethods.net/advgraphs/parameters.html

■ Exemplos: https://www.statmethods.net/graphs/scatterplot.html

```
# Simple Scatterplot
attach(mtcars)
plot(wt, mpg, main="Scatterplot Example",
    xlab="Car Weight ", ylab="Miles Per Gallon ", pch=19)
```

# Scatter plot





#### Line Plot

#### ■ Plot de Linhas

```
> lines(<sequencia1>, <sequencia2>)
```

Parâmetros gráficos:

https://www.statmethods.net/advgraphs/parameters.html

Exemplo:

```
# Plota a funcao f(x) = x^2 + sin(x)
X <- seq(-10, 10, 0.5)
Y <- X^2 + sin(X)
plot(X,Y,type='n')
lines(X,Y,col='red',type='o')</pre>
```

#### ■ Parâmetros para type

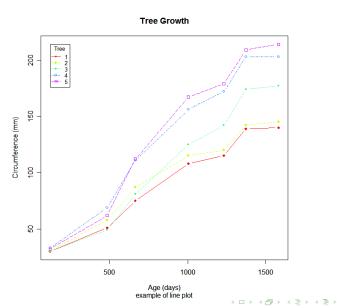
- p Pontos
- I Linhas
- o Linhas e pontos sobrepostos
- n Não produz pontos ou linhas
- h Linha vertical tipo histograma

#### Line Plot

■ Exemplos: https://www.statmethods.net/graphs/line.html

```
# Convert factor to numeric for convenience
Orange$Tree <- as.numeric(Orange$Tree)
ntrees <- max(Orange$Tree)
# get the range for the x and y axis
xrange <- range(Orange$age)
yrange <- range(Orange$circumference)
# set up the plot
plot(xrange, yrange, type="n", xlab="Age (days)",
  vlab="Circumference (mm)" )
colors <- rainbow(ntrees)
linetype <- c(1:ntrees)
plotchar <- seg(18,18+ntrees,1)
# add lines
for (i in 1:ntrees) {
 tree <- subset (Orange, Tree==i)
 lines(tree$age, tree$circumference, type="b", lwd=1.5,
lty=linetype[i], col=colors[i], pch=plotchar[i])
# add a title and subtitle
title("Tree Growth", "example of line plot")
# add a legend
legend(xrange[1], yrange[2], 1:ntrees, cex=0.8, col=colors,
  pch=plotchar, lty=linetype, title="Tree")
```

# Line Plot



#### Pie Chart

#### ■ Pie Chart

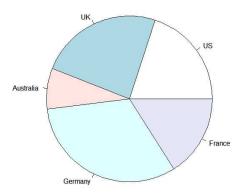
```
> pie(<vetor>, labels=<vetLab>)
```

■ Exemplos: https://www.statmethods.net/graphs/pie.html

```
# Simple Pie Chart
slices <- c(10, 12,4, 16, 8)
lbls <- c("US", "UK", "Australia", "Germany", "France")
pie(slices, labels = lbls, main="Pie Chart of Countries")</pre>
```

# Pie Chart

#### **Pie Chart of Countries**



# **Análise Descrita**

Obtendo sumário estatístico das variáveis mediante função

```
> sapply(<frame>, fun=<função>)
```

```
# get means for variables in data frame mydata
# excluding missing values
sapply(mydata, mean, na.rm=TRUE)
```

- Funções que podem ser usadas:
  - mean
  - sd
  - var
  - min
  - max
  - IIIax
  - median
  - range
  - quantile

Obtendo sumário estatístico das variáveis com algumas medidas de dispersão

```
> summay(<frame>)
```

```
# mean, median, 25th and 75th quartiles, min, max
summary (mydata)
# Tukey min, lower-hinge, median, upper-hinge, max
fivenum(x)
```

# **Histogramas e Boxplots**

# **Boxplot**

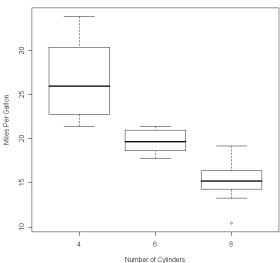
Obtendo sumário estatístico das variáveis com algumas medidas de dispersão

```
> boxplot(<sequencia>)
```

#### ■ Example

# **Boxplot Chart**





# Anexo - Revisão Teórica

# Definição (População)

Uma **população** consiste na totalidade das observações com o qual estamos lidando. O número de observações de uma população é chamado de **tamanho** da população. Frequentemente usamos distribuições de probabilidade como um modelo de população.

# Definição (Amostra)

Uma **amostra** é um subconjunto de observações selecionadas da população

- As variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são amostra aleatória de tamanho n se
  - (a) Os X<sub>i</sub>'s são variáveis aleatórias independentes;
  - (b) Cada  $X_i$  tem a mesma distribuição de probabilidade.

# Definição (Estatística)

Uma estatística é qualquer função das observações de uma amostra aleatória

# Definição (Média Populacional)

Seja uma população finita com N observações. A **média populacional** é dada por:

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

# Definição (Média Amostral)

Seja  $x_1, x_2, \dots, x_n$  observações de uma amostra de tamanho n. A **média amostral** é dada por:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

## Definição (Variância Populacional)

Seja uma população finita com N observações. A variância populacional é dada por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

O desvio padrão populacional  $\sigma$  é a raíz quadrada positiva da variância populacional.

# Definição (Variância Amostral)

Seja  $x_1, x_2, \dots, x_n$  observações de uma amostra de tamanho n. A **variância amostral** é dada por:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$

O desvio padrão amostral s é a raíz quadrada positiva da variância amostral.



# Definição (Mediana)

A **mediana** de uma amostra é uma medida de tendência central que divide os dados em duas partes iguais, metade abaixo da mediana, e metade acima da mediana.

# Definição (Moda)

A **moda** é a observação de ocorrência mais frequente da amostra.

# Definição (Quartis)

Seja um conjunto de observações ordenada e dividida em 4 partes iguais. A divisão destes pontos são denominadas **quartis**. São eles:

- $Q_1$ : valor que possui aproximadamente 25% das observações abaixo e 75% das observações acima deste valor (**quartil inferior**). Posição calculada por  $\frac{(n+1)}{4}$
- $Q_2$  : valor que possui aproximadamente 50% das observações abaixo e 50% das observações acima deste valor (corresponde à **mediana**)
- $Q_3$ : valor que possui aproximadamente 75% das observações abaixo e 25% das observações acima deste valor (**quartil superior**). Posição calculada por  $\frac{3(n+1)}{4}$

## Definição (Percentis)

O k-ésimo percentil é o valor de dados tal que aproximadamente 100k% das observações estão abaixo ou neste valor, e aproximadamente 100(1-k)% das observações estão acima dele.

## Definição (Intervalo Interquartis)

O intervalo interquartis é uma medida de variabilidade da amostra construído a partir da diferença  $IQR=Q_3-Q_1$  (também denominado interquartile range)

# Definição (Distribuição de Frequências)

Uma **distribuição de frequências** é uma tabela que exibe a frequência dos vários resultados de uma amostra. São construídas a partir da divisão da amplitude da amostra em intervalos, denominados **intervalos de classe**, **celulas** ou **bins**:

$$k = \left\lceil \frac{\max(x) - \min(x)}{h} \right\rceil$$

Existem diversas heurísticas para escolher o número k de bins:

- Regra da Raíz Quadrada:
- Regra de Sturges:
- Regra de Rice:
- Regra de Scott:
- Regra de Freedman-Diaconis:

$$k = \sqrt{n}$$

$$k = \lceil \log_2(n) + 1 \rceil$$

$$k = \lceil 2n^{1/3} \rceil$$

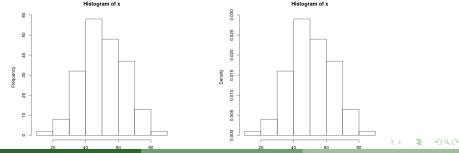
$$h = \frac{3.5s}{n^{1/3}}$$

$$h=2\frac{IRQ}{n^{1/3}}$$

## Definição (Histograma)

Um **histograma** é uma exibição visual de uma distribuição de frequências, construído pelos seguintes passos:

- (1) Rotule o limite de cada bin em um eixo vertical
- (2) Marque e rotule na escala vertical com as frequências (ou frequências relativas)
- (3) Acima de cada bin, desenhe um retângulo onde a altura é igual à frequência (ou frequência relativa) correspondente ao bin



# Definição (Assimetria)

A **assimetria** mede a falta de simetria de uma distribuição de dados. Uma distribuição é simétrica se ela se parece a mesma do lado direito e esquerdo de seu ponto central.

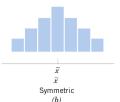
$$g_1 = \frac{\sum_{1}^{n} (x_i - \overline{x})^3 / n}{s^3}$$

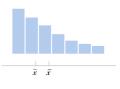
Quando o conjunto de dados é uma amostra, a assimetria é dada por

$$G_1 = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2}g_1$$



(a)





Positive or right skew (c)

# Definição (Curtose)

A **curtose** mede a forma de uma distribuição de probabilidade ou conjunto de dados.

$$\textit{Kurtosis} = \frac{\displaystyle\sum_{1}^{n} (x_i - \overline{x})^4 / n}{s^2}$$

A medida de **excesso de curtose** é dada por

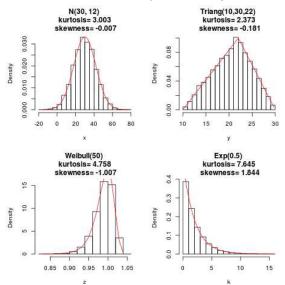
$$g_2 = \frac{\sum_{1}^{n} (x_i - \overline{x})^4 / n}{s^2} - 3$$

#### Classificação:

- $g_2 = 0$  (ou Kurtosis = 3): mesocúrticas
- **g**<sub>2</sub> > 0 (ou *Kurtosis* > 3 ): leptocúrticas
- $\blacksquare$   $g_2 < 0$  (ou *Kurtosis* < 3 ): platicúrticas (caudas pesadas)

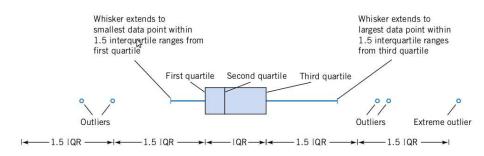


■ Exemplos de cálculo de assimetria e curtose para 4 distribuições contínuas



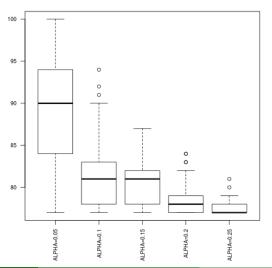
# Definição (Boxplot)

Um **boxplot** é uma exibição gráfica que descreve simultaneamente diversas características importantes sobre o conjunto de dados, tais como medida central, espalhamento, simetria e identificação de observações atípicas (outliers)



■ Boxplots são úteis em comparação de diferentes conjuntos de dados. Exemplo:





#### Tratamento dos Dados

- Posição: média, mediana, moda, mínimo, máximo
- Dispersão: variância, amplitude, coeficiente de variação, coeficiente de assimetria
- Outliers: observações atípicas
  - Erro na coleta de dados
  - Eventos raros
- Tempos (seg) de chegadas sucessivas de clientes em supermercado

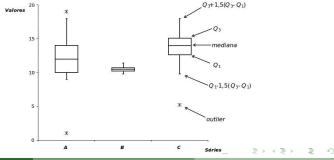
| 11 | 5  | 2  | 0  | 9  | 9  | 1  | 5  | 5   | 1  |
|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| 1  | 3  | 3  | 3  | 7  | 4  | 12 | 8  | 7   | 5  |
| 5  | 2  | 6  | 1  | 11 | 1  | 2  | 4  | 4   | 2  |
| 2  | 1  | 3  | 9  | 0  | 10 | 3  | 3  | 4   | 5  |
| 1  | 5  | 18 | 4  | 22 | 8  | 3  | 0  | 4   | 4  |
| 8  | 9  | 2  | 3  | 12 | 1  | 3  | 1  | 11  | 9  |
| 7  | 5  | 14 | 7  | 7  | 28 | 1  | 3  | 3   | 4  |
| 2  | 11 | 13 | 2  | 0  | 1  | 6  | 12 | 8   | 12 |
| 15 | 0  | 6  | 7  | 19 | 1  | 1  | 9  | 12  | 4  |
| 1  | 5  | 3  | 17 | 10 | 15 | 43 | 2  | 9   | 11 |
| 6  | 1  | 13 | 13 | 19 | 10 | 9  | 20 | 17  | 24 |
| 19 | 2  | 27 | 5  | 20 | 5  | 10 | 8  | 728 | 8  |
| 2  | 3  | 1  | 1  | 4  | 3  | 6  | 13 | 12  | 12 |
| 10 | 9  | 1  | 1  | 3  | 9  | 9  | 4  | 6   | 3  |
| 0  | 3  | 6  | 3  | 27 | 3  | 18 | 4  | 4   | 7  |
| 6  | 0  | 2  | 2  | 8  | 4  | 5  | 1  | 3   | 1  |
| 4  | 18 | 1  | 0  | 16 | 20 | 2  | 2  | 9   | 3  |
| 2  | 12 | 28 | 0  | 7  | 3  | 18 | 12 | 2   | 1  |
| 3  | 2  | 8  | 3  | 19 | 12 | 5  | 4  | 0   | 3  |
| 6  | 0  | 5  | 0  | 3  | 7  | 0  | 8  | _5  | 8  |

#### **Outliers**

- Outliers afetam os resultados, distorcem as estimativas e nível de significância dos testes, e conduzem a conclusões errôneas sobre o processo
- Tempos (seg) de chegada sucessivas clientes em supermercado

|           | c/ outlier | s/ outlier |
|-----------|------------|------------|
| Média     | 10.44      | 6.83       |
| Mediana   | 5          | 5          |
| Variância | 2643.81    | 43.60      |

Podem ser detectados a partir de um intervalo construído sobre os quartis:



# Referências Bibliográficas

## Materiais Consultados

F F

**R** Tutorial

Quick-R: Acessing the power of R

https://www.statmethods.net/r-tutorial/index.html



Lauretto, M. S.

Introdução à Análise de Dados Utilizando o Ambiente R

http://each.uspnet.usp.br/lauretto/cursoR2015/cursoR2015.pdf



Jelihovschi, E.

Análise Exploratória de Dados usando R - UESC. ISBN: 9788574553702

http://www.uesc.br/editora/livrosdigitais2/analiseexploratoria



Mourthé, I.

Análise Exploratória de Dados usando o R

http://sbprimatologia.org.br/wp-content/uploads/2017/09/Italo-



Carvalho, P.S., e Tandel, M.C.F.F.

Introdução ao Ambiente Computacional R

http://www.ufscar.br/~des/docente/josemar/152056/05082008/tuto