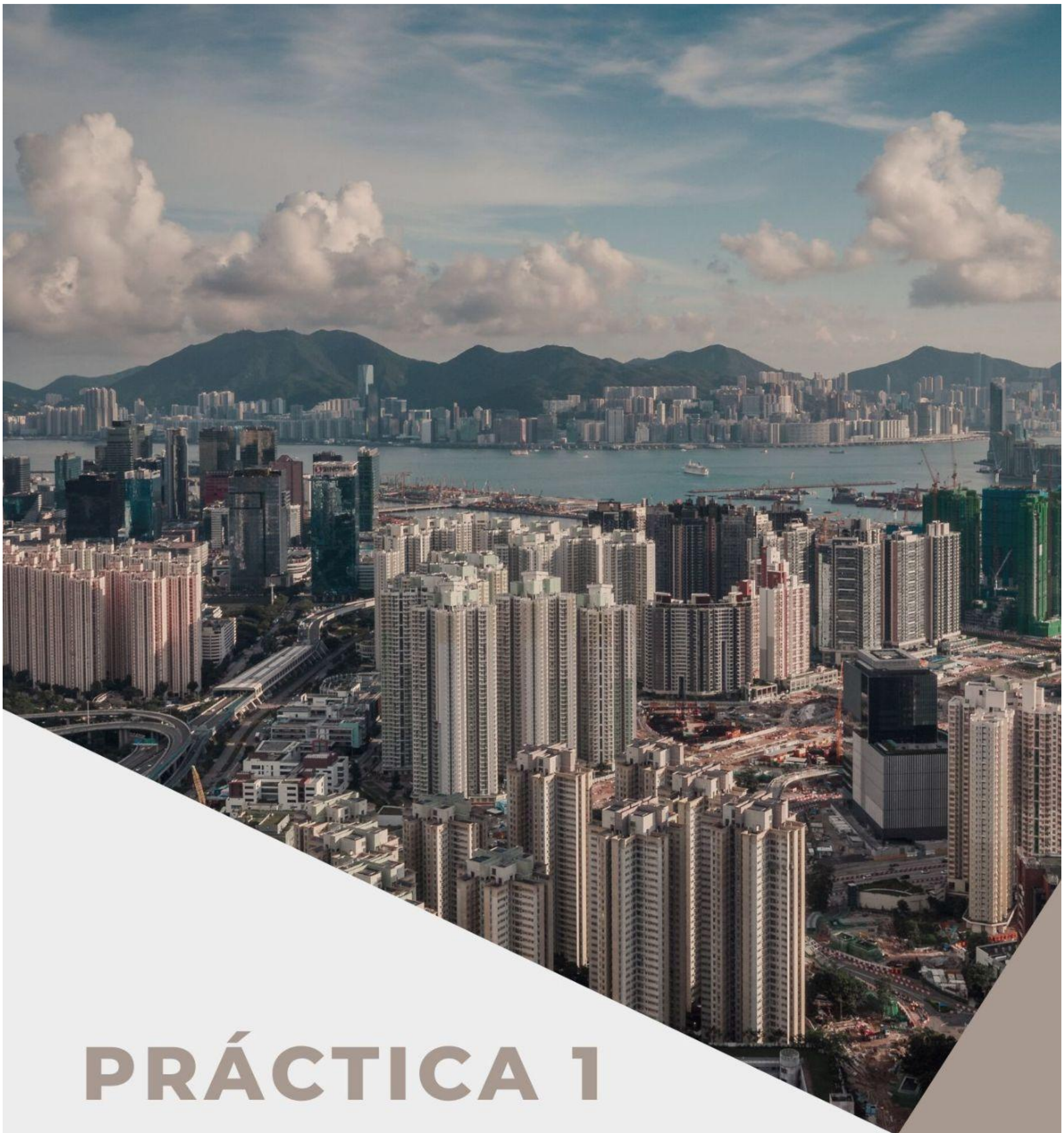


PRÁCTICA 1

HEURÍSTICA Y OPTIMIZACIÓN

SAMUEL FERNÁNDEZ FERNÁNDEZ
((100432070)
ALEJANDRO MOKOV IVANCHOV
(100432094)

Introducción

En la memoria para la práctica de "Programación Lineal, Heurística y Optimización" del curso 2023-2024, será presentado el trabajo realizado para modelar y optimizar el servicio de ambulancias de una ciudad. Serán detallados los métodos empleados para asignar eficientemente las llamadas de emergencia a distintos parkings de ambulancias, cumpliéndose con restricciones específicas de capacidad y tiempo de respuesta. Será abordada la expansión del problema para incluir posibles nuevas ubicaciones de parkings, siendo analizados los costos y beneficios asociados. Finalmente, será ofrecido un análisis crítico de los resultados obtenidos y serán evaluadas las herramientas utilizadas en la práctica.

Descripción Formal de los Modelos

Parte 1

Función Objetivo

La función objetivo busca minimizar el tiempo total empleado en atender todas las llamadas. Se calcula como la suma del producto del tiempo de respuesta y el número de llamadas atendidas para cada combinación de parking y distrito:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{5} t_{ij} \cdot x_{ij}$$

Variables

X_{ij} = Número de llamadas del distrito j atendidas por el parking i

$$\forall i \in \{L1, L2, L3\}, \quad \forall j \in \{D1, D2, D3, D4, D5\}$$

Parámetros

t_{ij} = Tiempo que tarda el parking i en atender el distrito j

$$\forall i \in \{L1, L2, L3\}, \quad \forall j \in \{D1, D2, D3, D4, D5\}$$

Restricciones

1. Límite de llamadas que un parking puede atender: Con esta restricción se desea garantizar que cada parking no atienda más llamadas de las que puede manejar.

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} \leq 10000; \forall i = 1, 2, 3$$

2. Tiempo de atención: Con esta restricción se desea asegurar que el tiempo de respuesta para cualquier combinación de parking y distrito no exceda los 35 minutos.

$$t_{ij} \leq 35; \forall i = 1, 2, 3; \forall j = 1, 2, 3, 4, 5$$

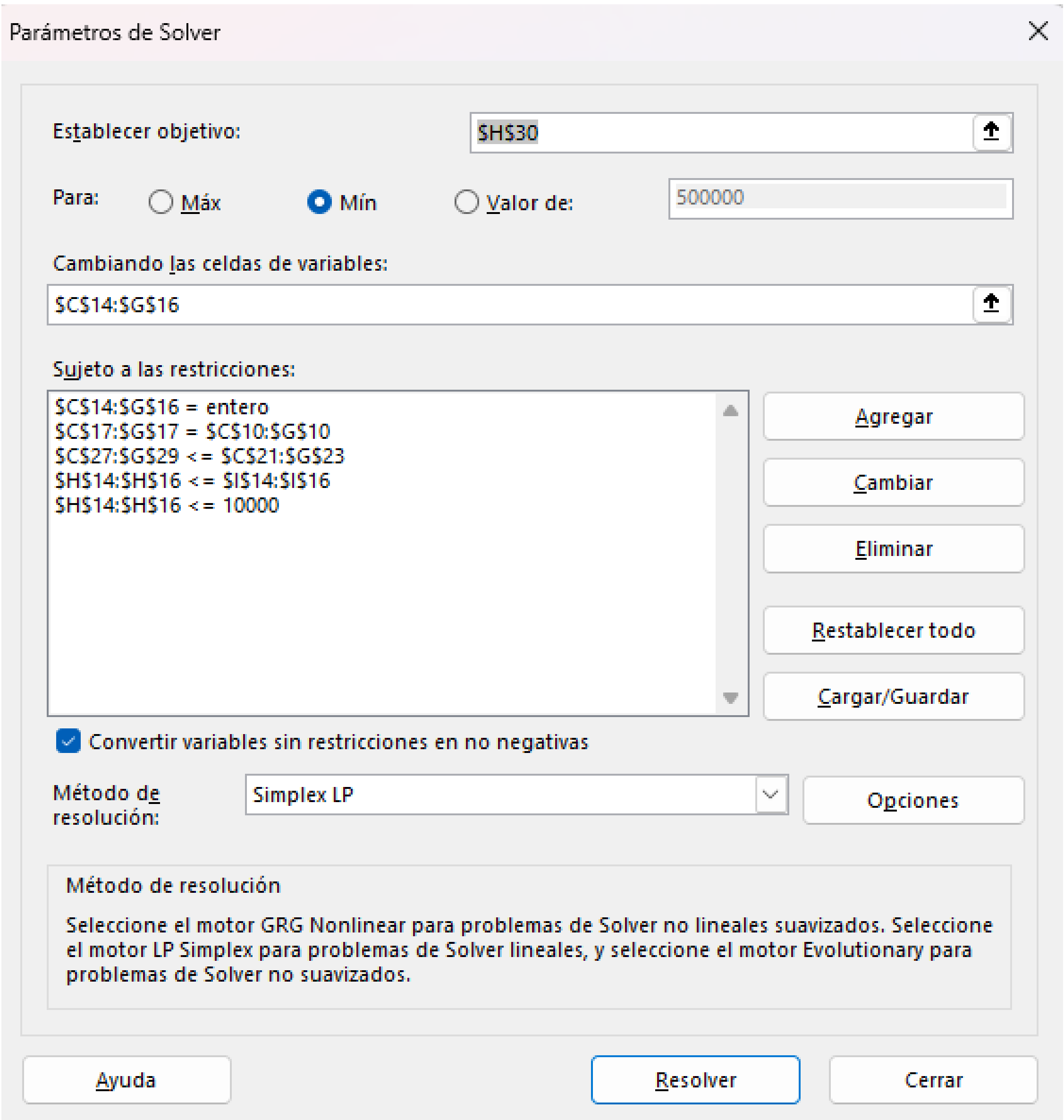
3. Balance del esfuerzo: Con esta restricción se pretende garantizar que el número total de llamadas asignado a un parking no sea más del 50% mayor que el asignado a cualquier otro parking.

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} \leq 1.5 \times \sum_{j=1}^{5} x_{kj}; \forall i, k = 1, 2, 3; i \neq k$$

4. Variables enteras y no negativas: Las variables de decisión deben ser enteras y no negativas, ya que no se pueden atender una cantidad negativa o fraccional de llamadas.

$$x_{ij} \geq 0; \forall i = 1, 2, 3; \forall j = 1, 2, 3, 4, 5$$
$$x_{ij} \in \mathbb{Z}$$

Estas restricciones son formalizadas en la extensión Solver tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Parte 2

Función Objetivo

El objetivo es minimizar el costo total, que incluye el costo variable de atender las llamadas y el costo de operar los parkings:

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} v \cdot t_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{i \in I} f_i \cdot y_i$$

Variables de decisión

x_{ij}: Número de llamadas del distrito j que son atendidas por el parking i.

y_i: Variable binaria que indica si el parking i está en operación (1) o no (0).

w_j: Variable binaria que indica si el distrito j tiene un alto volumen de llamadas (1) o no (0).

z_{ij}: Variable binaria que indica si el distrito j es atendido por el parking i (1) o no (0).

Parámetros

c_j: Número de llamadas recibidas en el distrito j.

t_{ij}: Tiempo que tarda una ambulancia en viajar desde el parking i hasta el distrito j.

f_i: Costo fijo asociado con la operación del parking i.

M: Un número grande que se utiliza en la modelación de restricciones lógicas.

v: Costo variable por minuto asociado con atender las llamadas.

Restricciones

1. Todas las Llamadas Deben ser Atendidas: Asegura que todas las llamadas de emergencia sean atendidas por algún parking.

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = c_j, \quad \forall j \in J$$

2. Capacidad del Parking: Limita el número total de llamadas que puede atender un parking, basado en su capacidad máxima.

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq M \cdot y_i, \quad \forall i \in I$$

3. Tiempo de Viaje: Asegura que el tiempo de viaje para atender cada llamada no exceda un límite predefinido, garantizando una respuesta rápida.

$$t_{ij} \cdot x_{ij} \leq 35 \cdot x_{ij}, \quad \forall i \in I, j \in J$$

4. Uso del Parking: Garantiza que cada parking seleccionado atienda al menos un distrito, asegurando la eficiencia operativa

$$\sum_{j \in J} z_{ij} \geq y_i, \quad \forall i \in I$$

5. Identificación de Distritos de Alto Volumen: Identifica los distritos con un alto volumen de llamadas para garantizar que reciban la atención adecuada.

$$w_j \leq \frac{c_j}{7500}, \quad \forall j \in J$$
$$w_j \geq \frac{c_j - 7500}{M}, \quad \forall j \in J$$

6. Atención de Distritos de Alto Volumen: Asegura que los distritos de alto volumen sean atendidos por al menos dos parkings para balancear la carga de trabajo

$$\sum_{i \in I} z_{ij} \geq 2 \cdot w_j, \quad \forall j \in J$$

7. Cobertura Mínima: Garantiza que un parking atienda al menos un porcentaje mínimo de las llamadas de un distrito si está asignado a ese distrito, asegurando una cobertura adecuada.

$$x_{ij} \geq 0.1 \cdot c_j \cdot z_{ij}, \quad \forall i \in I, j \in J$$

8. Establecimiento de la Variable Z_{ij}: Asegura la consistencia lógica entre las variables x y z, conectando la asignación de llamadas con la selección de parkings.

$$z_{ij} \leq \frac{M \cdot x_{ij}}{0.1 \cdot c_j}, \quad \forall i \in I, j \in J$$

Análisis de Resultados

Parte 1

Las restricciones que limitan el problema son las restricciones 1, 2 y 4. La primera lo limita de modo en que ningún parking atiende más de 10000 llamadas, siendo posible que si esta restricción no estuviese presente, los resultados fueran diferentes. La segunda lo limita porque los distritos con un tiempo de atención de más de 35 minutos no son atendidos por el respectivo parking. La cuarta restricción lo limita para que todas las variables sean números exactos y no negativos, sin decimales.

En esta parte se ha definido una variable, con un parámetro y cuatro restricciones, siendo menos que en la parte 2.

Cambiando el tiempo de atención del parking L3 al distrito D3 de 14 minutos a 40, se puede observar como el parking que atiende al distrito D3 pasa a ser el L2, que el número de minutos totales pasa de 483800 minutos a 584500 y que las llamadas del distrito D5 se reparten entre el parking L2 (2000 llamadas) y L3 (3500 llamadas), en lugar de las 5500 distribuidas en el parking L2.

Cambiando el número total de llamadas del distrito D2 a 6000, en lugar de las 6500 anteriores, el parking L3 pasa de atender las 6000 llamadas del distrito D2 (antes repartidas entre los parking D2 y L3 y las llamadas del distrito D5 se reparten entre el parking L2 (1500 llamadas) y L3 (4000 llamadas), en lugar de las 5500 distribuidas en el parking L2. también cambia el número de minutos totales a 573500 en lugar de los 483800 originales.

Parte 2

Verificamos que todas las restricciones se cumplen: todas las llamadas son atendidas, la capacidad del parking, el tiempo de viaje y la asignación correcta de los distritos de alto volumen.
La capacidad del parking o el tiempo de viaje son factores limitantes ya que al modificar estos valores se sufre un gran cambio en el modelo y pueden ser áreas para considerar como posibles mejoras operativas o de infraestructura.

<u>Variables:</u> Las principales variables incluyen las asignaciones de llamadas a parkings, la selección de parkings y las variables auxiliares para manejar restricciones lógicas y de cobertura.
<u>Restricciones:</u> Todas las llamadas sean atendidas, respetar la capacidad de los parkings, limitar el tiempo de viaje, y gestionar los distritos de alto volumen y la cobertura mínima.

Posibles modificaciones en el modelo pueden ser la introducción de costos fijos para construir nuevos parkings, donde en este caso en un escenario con costos fijos reducidos podría ser más rentable establecer más parkings en vez de redirigir llamadas.

Conclusiones

Tras realizar una práctica usando Libre Office y GLPK, es posible llegar a las siguientes conclusiones:

Libre Office, al ser un software gratuito y de código abierto, destaca por su accesibilidad, permitiendo que una amplia gama de usuarios se beneficie sin preocupaciones de licencia. Su interfaz, similar a otras suites de oficina, facilita su adopción, beneficiándose de las constantes contribuciones de su comunidad. Sin embargo, no está exento de desafíos, ya que puede enfrentar problemas de rendimiento con documentos extensos y, a pesar de las mejoras, aún persisten ciertos inconvenientes de compatibilidad con otros formatos.

Por otro lado, GLPK, diseñado específicamente para la programación lineal, ofrece una precisión y eficiencia envidiables. Su capacidad para integrarse en diversos sistemas, junto con el respaldo de una comunidad activa, lo posiciona como una herramienta robusta en su nicho. No obstante, su curva de aprendizaje es notable, requiriendo un conocimiento previo para aprovechar al máximo sus capacidades.

En resumen, mientras que ambas herramientas poseen ventajas innegables, es crucial que los usuarios consideren sus necesidades específicas y su nivel de experiencia previa para determinar cuál se adaptará mejor a sus proyectos.