# 20

Cada combinación con repeticiones "r" de elementos A, corresponden a una solución de:

$$x_1 + \ldots + x_n = r \qquad (1)$$

siendo $X_i$ la cantidad de veces que elegimos un elemento i-esimo.

Por ende solo se coinsidelan soluciones positivas para cada i. Además, cada solución $(x_1, \ldots, x_n)$ de la ecuación (1) corresponden a una cadena de "r" y n-1 distribuidas como

$$\underbrace{1 \ldots 1}_{x1} \mid \ldots \mid \underbrace{1 \ldots 1}_{xn}$$

Por ende, si se busca el número de formas de ponen n-1 en $n + r + (-1)$ posiciones se llega a que: $\binom{n+r-1}{n-1} = \binom{n+r-1}{r}$

# 3.a)

Para comenzar se encuentra la distribuición para tener 2 Chips dañados dado los 10 en distribuición:

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\,(10-2!)} = \underbrace{45}$$

Total de combinaciones

se dividen casos especificos entre el total:

$$\binom{7}{2-x} = \frac{7}{(2-x)!\,(7-(2-x))!}$$

$$\binom{3}{x} = \frac{3}{(x)!\,(3-x)!}$$

entre más x menos combinaciones

x corresponde a la cantidad de microchips dañados.

se realiza el producto entre ambos casos

$$\frac{7 \cdot 3}{x!\,(2-x)!\,(7-(2-x))!\,(3-x)!}$$

se usa $x=0$, $x=1$, $x=2$, porque del lote adquirido pueden haber 1, 2 o ningún chip dañado

# 3) a

para $x=0 \rightarrow 21$ comb

$x=1 \rightarrow 21$ comb

$x=2 \rightarrow 3$

se realiza tabla para cada caso

| $x=0$ | $x=1$ | $x=2$ |
|---|---|---|
| 21 | 21 | 3 |

por último se divide entre la cantidad total de combinaciones para saber la probabilidad de cada caso:

| | $x=0$ | $x=1$ | $x=2$ |
|---|---|---|---|
| $P(x)=x$ | 21/45 | 21/45 | 3/45 |

12)

a) Combinación de $n_0$ entre $N$

$$\binom{N}{n_0} = \frac{N!}{n_0!\,(N-n_0)!}$$

$N = n_0 + n_1$, por lo que $N - n_0 = n_1$

$$\Omega(N, n_0) = \frac{N!}{n_0!\; n_1\,!}$$

b)

$$S(N, n_0, n_1) = k_B \ln\left(\left(\Omega\left(N, n_0, n_1\right)\right)\right)$$

$$= k_B \left(\text{Ln}\left(\frac{N!}{n_0!\; n_1!}\right)\right) = k_B\left[\text{L}_n(N)N - n_0 \text{L}_n(n_0) - n_1 \ln(n_1)\right]$$

$$= k_B\left[N \ln(N) - N - n_0 \ln(n_0) + n_0 - n_1 \ln(n_1) + n_1\right]$$

$n_0+n_1-N=0$

$$k_B\left[N\ln(N)-N-n_0\ln(n_0)+n_0-n_1\ln(n_1)+n_1\right]$$

$$=k_B\left[N\ln(N)-n_0\ln(n_0)-n_1\ln(n_1)\right]$$

$$=k_B\left[N\ln(N)-\sum_{n_i=0}^{1}n_i\ln(n_i)\right]$$

c)

$$S=k_B\left[N\ln(N)-n_0\ln(n_0)-n_1\ln(n_1)\right]$$

se define $x=n_1/N$, por lo que $n_1=Nx$

y $n_0=(N-n_1)/N=1-x$

$$S=k_B\left[N\ln(N)-(1-x)\ln(1-x)-Nx\ln(Nx)\right]$$

$$=-k_B N\left[(1-x)\ln(1-x)+x\ln(x)\right]$$

e) $$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_N \left(\frac{\partial x}{\partial E}\right)_N$$

$$x(T) = \frac{1}{1 + e^{\Delta E / k_B T}}$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = -k_B N \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

$$\frac{\partial x}{\partial E} = \frac{1}{N(\epsilon_1 - \epsilon_0)}$$

de lo que

$$\frac{\partial S}{\partial E} = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial E}\right) = \boxed{\frac{k_B}{\epsilon_1 - \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{1-x}{x}\right) = \frac{1}{T}}$$

resolviendo a x:

$$x = \frac{1}{1 + e^{\Delta E / k_B T}}$$

F)

$$\lim_{T\to\infty} x(T) = \frac{1}{1+e^{0}} = 1/2$$

$$\lim_{T\to 0^{+}} x(T) = \frac{1}{1+e^{-\infty}} = 1$$

$$\lim_{T\to 0^{-}} x(T) = \frac{1}{1+e^{\infty}} = 0$$

$$\lim_{T\to 0} x(T) = \frac{1}{1+e^{-\Delta E/k_B T}} = \text{No existe}$$

$$\lim_{T\to\infty} S(T) = -k_B N \left[ \lim_{T\to\infty} (1-x(T)) \ln(1-x(T)) + x(T) \ln(x(T)) \right]$$

$$= -k_B N \left( \left[ (1-1/2) \ln(1-1/2) \right] + \left[ 1/2 \ln(1/2) \right] \right) = k_B N \ln(2)$$

G)

$$S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV$$

$$= \frac{nRT \ln(V_2/V_1)}{T}$$

$$= nR \ln(2)$$

$$= k_B \ln(2)$$