

Integración, problema 1)

$$A = \int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b f_1(x) dx = \int_a^b f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a) dx$$

$$\Rightarrow A = \int_a^b f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a) dx$$

$$= f(a)b - f(a)a + \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \left(\int_a^b x - a dx \right)$$

$$= f(a)(b-a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \left(\frac{b^2-a^2}{2} - (ab-a^2) \right)$$

$$= f(a)(b-a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \left(\frac{b^2-a^2-2ab+2a^2}{2} \right)$$

$$= f(a)(b-a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \left(\frac{b^2-2ab+a^2}{2} \right)$$

$$= f(a)(b-a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \frac{(b-a)^2}{2}$$

$$= f(a)(b-a) + \frac{f(b)-f(a)}{2} (b-a)$$

$$= (b-a) \left(f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{2} \right)$$

$$= (b-a) \left(\frac{2f(a) + f(b)-f(a)}{2} \right)$$

$$= (b-a) \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} \right)$$