Samuele Iorio - matricola:189706 - Ingegneria informatica

Esercizio a.

restart :

Considero un sistema lineare e stazionario a tempo continuo descritto dalla seguente risposta.

$y := t \to \left(\frac{15}{32} - 20 \cdot e^{-t} + \frac{5\,t}{16} - \frac{25 \cdot e^{-\frac{4}{5}t} \cdot (-25 + 6\,t)}{32} \right)$:

$y(t)$

$$\frac{15}{32} - 20\,e^{-t} + \frac{5\,t}{16} - \frac{25\,e^{-\frac{4\,t}{5}}\,(-25 + 6\,t)}{32} \tag{1}$$

alla rampa

$$\textit{alla rampa} \tag{2}$$

$u := t \to t$:

$u(t)$

$$t \tag{3}$$

Data la risposta del sistema, scritta sù, dobbiamo determinare:

1. la funzione di trasferimento del sistema ed i suoi poli e zeri;
2. i modi di evoluzione libera del sistema;
3. la risposta all'impulso del sistema;
4. la risposta al gradino ed il suo grafico;
5. la risposta forzata al segnale $u(t) = e^{-t} \cdot 1(t)$;
6. un possibile modello ARMA la cui funzione di trasferimento è quella ottenuta nel primo punto dell'esercizio;
7. tenendo conto del modello determinato al punto precedente valutare la risposta all'ingresso $u(t) = 1(-t)$;

La risposta del sistema è data dalla somma di due contributi: y(t) = yf (t) + yl (t) --- risposta forzata e risposta libera.

Il primo contributo è dipendente dall'ingresso ed è indipendente dalle condizioni iniziali.

Il secondo contributo, invece, dipende solo dalle condizioni iniziali: essa determina l'evoluzione dinamica del sistema privo di ingresso con condizioni iniziali non nulle.

In questo caso assumo che le condizioni iniziali siano tutte nulle e che la risposta alla rampa Yr (s) coincida con Yf (s)= G(s) * (1/s^2)

dove 1/s^2 è la trasformata di Laplace della rampa unitaria.

1) Determinare la funzione di trasferimento del sistema ed i suoi poli e zeri.

Per prima cosa carico il toolbox di Maple, che ci mette a disposizione degli strumenti per valutare le trasformate integrali, inclusa la trasformata di Laplace.

with(*inttrans*) :

Calcolo le trasformate di Laplace , dell'ingresso del sistema u (=>U(s)) e dell'uscita y (=>Y(s)).

$Y := s \to laplace(y(t), t, s)$:

$Y(s)$

$$\frac{5\,(5\,s+1)}{s^2\,(1+s)\,(5\,s+4)^2} \tag{1.1}$$

$U := s \rightarrow laplace(u(t), t, s)$:
$U(s)$

$$\frac{1}{s^2} \tag{1.2}$$

La <u>funzione di trasferimento</u> di un sistema lineare e stazionario a tempo continuo è una funzione a variabile complessa che rappresenta il comportamento del sistema mettendo in relazione il suo ingresso con la sua uscita, inoltre se moltiplicata per la trasformata di Laplace dell'ingresso, restituisce la risposta forzata del sistema, ed è pari a

$G := s \rightarrow \left(\frac{Y(s)}{U(s)}\right)$:
$G(s)$

$$\frac{5\,(5\,s+1)}{(1+s)\,(5\,s+4)^2} \tag{1.3}$$

Osserviamo che il grado del polinomio al denominatore di G(s) è maggiore rispetto a quello del polinomio al numeratore, perciò ci troviamo davanti ad un sistema proprio, in cui l'uscita non dipende dall'ingresso nell'istante di tempo che stiamo considerando ma solo da quelli passati.

Possiamo allora determinare i **poli** della funzione di trasferimento, ponendo uguale a zero il denominatore della funzione di trasferimento, e gli **zeri** ponendo il numeratore della funzione di trasferimento uguale a zero.

$zeri := solve(numer(G(s)) = 0, s)$

$$zeri := -\frac{1}{5} \tag{1.4}$$

$poli := solve(denom(G(s)) = 0, s)$

$$poli := -1, -\frac{4}{5}, -\frac{4}{5} \tag{1.5}$$

Il sistema presenta 3 poli reali, di cui due coincidenti in -4/5 dovuti al termine elevato al quadrato (quindi il sistema è del terzo ordine), e uno zero reale in -1/5.
Ricapitolando il sistema sarà **BIBO stabile** in quanto tutti i suoi poli hanno parte reale strettamente negativa, cioè si trovano nel semipiano sinistro.

2) Determinare i modi di evoluzione libera del sistema.

I modi di evoluzione libera del sistema rappresentano il contributo che le componenti interne del sistema danno alla risposta. Il loro numero è pari all'ordine della funzione di trasferimento, questo in conseguenza del fatto che il numero dei modi di evoluzione libera del sistema è pari al numero delle radici del polinomio caratteristico (ovvero del polinomio che si trova al denominatore della funzione di trasferimento). Nel nostro caso saranno 3.

In generale: i poli reali semplici generano modi esponenziali, i poli reali coincidenti generano modi esponenziali moltiplicati per un polinomio e, le radici complesse e coniugate, generano modi oscillatori.

Per determinarli applichiamo l'antitrasformata di Laplace alla funzione di trasferimento, ottenendo la risposta all'impulso.

$g := t \rightarrow invlaplace(G(s), s, t)$:

$g(t)$

$$-20\, e^{-t} - e^{-\frac{4t}{5}} (-20 + 3t) \tag{2.1}$$

$g(t) := expand(\mathbf{(2.1)}, op(indets(\mathbf{(2.1)}, specfunc(anything, \exp))))$:

$g(t)$

$$-3\, e^{-\frac{4t}{5}} t - 20\, e^{-t} + 20\, e^{-\frac{4t}{5}} \tag{2.2}$$

Abbiamo ricavato i modi:

$modo_1 := t \rightarrow \dfrac{op(1, \mathbf{(2.2)})}{coeff\left(coeff\left(op(1, \mathbf{(2.2)}), e^{-\frac{4}{5}t}\right), t\right)} \cdot \mathrm{Heaviside}(t)$:

$modo_1(t)$

$$e^{-\frac{4t}{5}} t\, \mathrm{Heaviside}(t) \tag{2.3}$$

$modo_2 := t \rightarrow \dfrac{op(2, \mathbf{(2.2)})}{coeff\left(op(2, \mathbf{(2.2)}), e^{-t}\right)} \cdot \mathrm{Heaviside}(t)$:

$modo_2(t)$

$$e^{-t}\, \mathrm{Heaviside}(t) \tag{2.4}$$

$modo_3 := t \rightarrow \dfrac{op(3, \mathbf{(2.2)})}{coeff\left(op(3, \mathbf{(2.2)}), e^{-\frac{4}{5}t}\right)} \cdot \mathrm{Heaviside}(t)$:

$modo_3(t)$

$$e^{-\frac{4t}{5}}\, \mathrm{Heaviside}(t) \tag{2.5}$$

Abbiamo quindi 3 modi di evoluzione libera polinomial-esponenziali.

3) Determinare la risposta all'impulso del sistema.

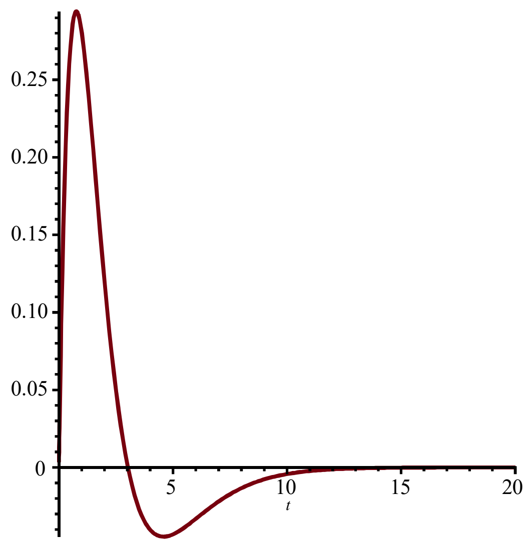
La risposta all'impulso del sistema è quella funzione che descrive il sistema, ottenuta mediante il processo di anti-trasformazione combinata all'ingresso U(s)=1.
Possiamo ottenere l'anti-trasformata anche come combinazione lineare di fratti semplici, moltiplicati per dei coefficienti estrapolati dalla formula di Heaviside.

La trasformata di Laplace dell'impulso è pari a 1. Quindi dalla relazione Y(s)=G(s)*U(s), si ricava che la risposta all'impulso equivale all'antitrasformata di Laplace della funzione di trasferimento (calcolata precedentemente al punto (2.1)).

$g\_2 := t \rightarrow invlaplace(\textbf{(1.3)}, s, t) \cdot \mathrm{Heaviside}(t)$:
$g\_2(t)$

$$\left(-20\,\mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-\frac{4\,t}{5}}\,(-20 + 3\,t)\right)\mathrm{Heaviside}(t) \tag{3.1}$$

$plot(g\_2(t), t = 0\,..20)$



4) Determinare la risposta al gradino e il suo grafico.

Ora la funzione di ingresso presa in considerazione è il gradino unitario, noto anche come funzione di Heaviside :

$$1(t)=\begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

$u_{gradino} := t \rightarrow 1 \cdot \mathrm{Heaviside}(t)$:
$u_{gradino}(t)$

$$\mathrm{Heaviside}(t) \tag{4.1}$$

Portiamo il segnale nel dominio della trasformata di Laplace:
$U_{gradino} := s \rightarrow laplace\left(u_{gradino}(t), t, s\right)$:
$U_{gradino}(s)$

$$\frac{1}{s} \tag{4.2}$$

Quindi la sua trasformata è:

$$U(s)=\int_0^{+\infty} u(t)\cdot e^{-st}\,dt=\frac{1}{s}$$

Applichiamo la relazione Y(s)= G(s)*U(s) = G(s)*(1/s)

$Y_{gradino} := s \rightarrow \mathbf{(1.3)} \cdot \mathbf{(4.2)}$:

$Y_{gradino}(s)$

$$\frac{5\ (5\ s+1)}{(1+s)\ (5\ s+4)^2\ s} \tag{4.3}$$

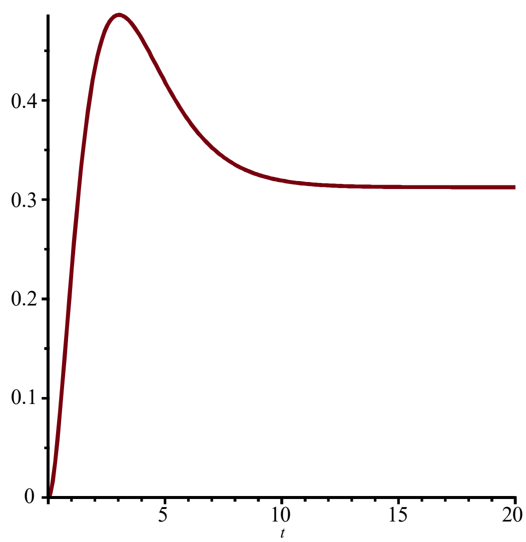
Antitrasformiamo e otteniamo la risposta al gradino del sistema:

$y_{-1} := t \rightarrow invlaplace(\mathbf{(4.3)}, s, t) \cdot \mathrm{Heaviside}(t)$:

$y_{-1}(t)$

$$\left(\frac{5}{16}+20\ e^{-t}+\frac{5\ e^{-\frac{4\,t}{5}}\ (-65+12\ t)}{16}\right) \mathrm{Heaviside}(t) \tag{4.4}$$

$plot\left(y_{-1}(t), t=0\,..20\right)$



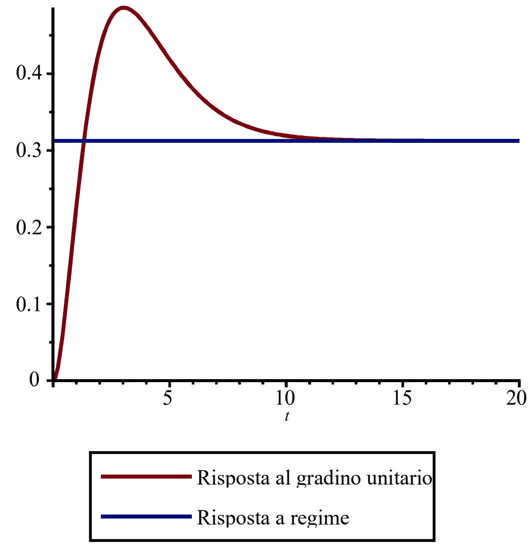
Il sistema è BIBO stabile, quindi è sensato andare a valutare la risposta a regime:

$y_{ss,\ gradino} := \lim_{t \rightarrow \infty} y_{-1}(t)$

$$y_{ss,gradino} := \frac{5}{16} \tag{4.5}$$

Il grafico della risposta al gradino messa a confronto con il suo valore a regime è:

$plot([\mathbf{(4.4)}, \mathbf{(4.5)}], t=0\,..20, legend=[$"Risposta al gradino unitario", "Risposta a regime"$])$



Si può notare come la risposta al gradino, a transitorio esaurito, tenda al proprio valore di regime pari a 5/16.

5) Determinare la risposta forzata al segnale u(t) = e^{-t} 1(t).

Dobbiamo determinare la risposta forzata al segnale $u(t) = e^{-t} \cdot 1(t)$.

Warning, if e is meant to be the exponential e, use command/symbol completion or palettes to enter this special symbol, or use the exp function

$$t = e^{-t}\, t \tag{5.1}$$

Definisco il segnale in ingresso:

$u_{\mathrm{exp}} := t \rightarrow \mathrm{e}^{-t} \cdot \mathrm{Heaviside}(t)$:

$u_{\mathrm{exp}}(t)$

$$\mathrm{e}^{-t}\, \mathrm{Heaviside}(t) \tag{5.2}$$

La sua Trasformata di Laplace è:

$U_{\mathrm{exp}} := s \rightarrow laplace\left(u_{\mathrm{exp}}(t), t, s\right)$:

$U_{\mathrm{exp}}(s)$

$$\frac{1}{1+s} \tag{5.3}$$

La risposta forzata al segnale esponenziale è:

$Y_{\mathrm{exp}} := s \rightarrow \mathbf{(1.3)} \cdot U_{\mathrm{exp}}(s)$:

$Y_{\mathrm{exp}}(s)$

$$\frac{5\,(5\,s+1)}{(1+s)^2\,(5\,s+4)^2} \tag{5.4}$$

Converto in fratti semplici l'espressione appena ottenuta:

$convert(\mathbf{(5.4)}, parfrac)$

$$\frac{875}{5\,s+4}-\frac{175}{1+s}-\frac{375}{(5\,s+4)^2}-\frac{20}{(1+s)^2} \tag{5.5}$$

L'ingresso è esponenziale quindi la risposta forzata è data dalla combinazione lineare dei modi di evoluzione libera, che determinano la componente transitoria, e dal contributo associato alla L-trasformata dell'ingresso

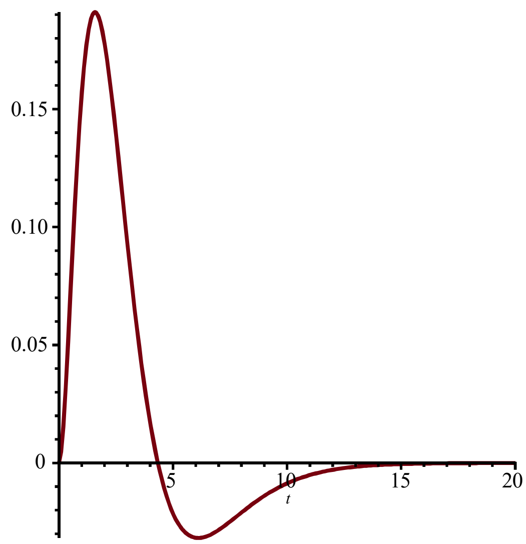
$y_{\mathrm{exp}} := t \to invlaplace(\textbf{(5.4)}, s, t)$:
$y_{\mathrm{exp}}(t)$

$$-5\,\mathrm{e}^{-t}\,(4\,t+35)-5\,\mathrm{e}^{-\frac{4\,t}{5}}\,(-35+3\,t) \tag{5.6}$$

$y_{ss,\,\mathrm{exp}} := \lim_{t\to\infty}\left(y_{\mathrm{exp}}(t)\right)$

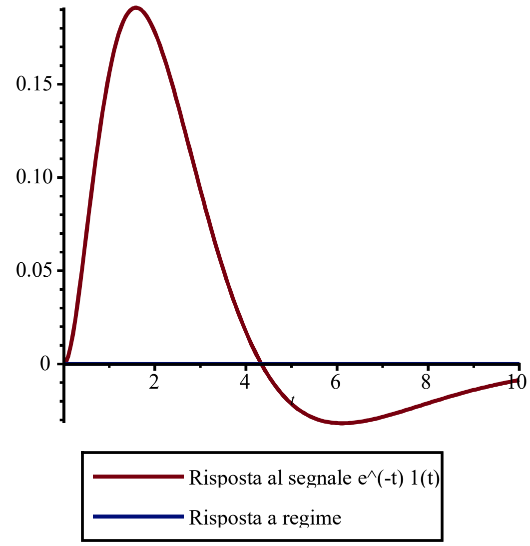
$$y_{ss,exp} := 0 \tag{5.7}$$

$plot\left(y_{\mathrm{exp}}(t),\, t=0\,..20\right)$



Per verificare che l'espressione della risposta forzata sia corretta, possiamo inoltre calcolare il prodotto di convoluzione della risposta all'impulso e l'ingresso attuale.
Dalla teoria sappiamo che, nel dominio della L-trasformata, il prodotto di convoluzione tra due segnali di classe L è uguale al prodotto algebrico delle rispettive trasformate di Laplace.
Inoltre la risposta all'impulso ha il ruolo di filtro rispetto all'ingresso (che è la funzione filtranda), mentre l'ingresso è la funzione filtrata.

$plot\left(\left[y_{\mathrm{exp}}(t), y_{ss,\,\mathrm{exp}}\right], t=0\,..10, legend=[\text{"Risposta al segnale e^(-t) 1(t)"}, \text{"Risposta a regime"}]\right)$



6) Determinare un possibile modello ARMA la cui funzione di trasferimento è quella ottenuta nel primo punto dell'esercizio.

Un modello **ARMA (**acronimo di **Auto****r**egressive **M**oving **A**verage o rappresentazione implicita ingresso-uscita**)** è la rappresentazione di un sistema lineare stazionario mediante un'equazione differenziale a coefficienti costanti di ordine n:

$$y^n(t) + a_1 y^{n-1}(t) + a_2\, y^{n-2}(t) + \ldots + a_n\, y(t) = b_0\, u^m(t) + b_1\, u^{m-1}(t) + \ldots + b_m\, u(t)$$

considerando le n-1 condizioni iniziali

$$\begin{cases} y^{n-1}(0) = C\, A^{n-1}\, x_0 \\ y^{n-2}(0) = C\, A^{n-2}\, x_0 \\ \ldots \\ \ldots \\ y'(0) = C\, A\, x_0 \\ y(0) = C\, x_0 \end{cases}$$

Richiamiamo G(s):
(1.1)

$$\frac{5\,(5\,s+1)}{s^2\,(1+s)\,(5\,s+4)^2} \qquad \textbf{(6.1)}$$

$polinomio\_caratt := denom(\mathbf{(1.1)})$

$$polinomio\_caratt := s^2\,(1+s)\,(5\,s+4)^2 \qquad \textbf{(6.2)}$$

$expand(polinomio\_caratt)$

$$25\,s^5 + 65\,s^4 + 56\,s^3 + 16\,s^2 \qquad \textbf{(6.3)}$$

$primo\_membro := invlaplace(\mathbf{(6.3)}, s, t)$

$$primo\_membro := 25\,\mathrm{Dirac}(5, t) + 65\,\mathrm{Dirac}(4, t) + 56\,\mathrm{Dirac}(3, t) + 16\,\mathrm{Dirac}(2, t) \tag{6.4}$$

$primo\_membro := subs\big(\{\mathrm{Dirac}(5, t) = y^{(5)}(t), \mathrm{Dirac}(4, t) = y^{(4)}(t), \mathrm{Dirac}(3, t) = y^{(3)}(t), \mathrm{Dirac}(2, t) = y^{(2)}(t)\}, primo\_membro\big)$

$$primo\_membro := 25\,\mathrm{D}^{(5)}(y)(t) + 65\,\mathrm{D}^{(4)}(y)(t) + 56\,\mathrm{D}^{(3)}(y)(t) + 16\,\mathrm{D}^{(2)}(y)(t) \tag{6.5}$$

$n_G := s \rightarrow expand(numer(\mathbf{(1.1)}))$:

$n_G(s)$

$$25\,s + 5 \tag{6.6}$$

$secondo\_membro := invlaplace\big(n_G(s), s, t\big)$

$$secondo\_membro := 25\,\mathrm{Dirac}(1, t) + 5\,\mathrm{Dirac}(t) \tag{6.7}$$

$secondo\_membro := subs\big(\{\mathrm{Dirac}(t) = u(t), \mathrm{Dirac}(1, t) = u^{(1)}(t)\}, secondo\_membro\big)$

$$secondo\_membro := 25\,\mathrm{D}(u)(t) + 5\,u(t) \tag{6.8}$$

$modello\_arma := primo\_membro = secondo\_membro$

$$modello\_arma := 25\,\mathrm{D}^{(5)}(y)(t) + 65\,\mathrm{D}^{(4)}(y)(t) + 56\,\mathrm{D}^{(3)}(y)(t) + 16\,\mathrm{D}^{(2)}(y)(t) = 25\,\mathrm{D}(u)(t) + 5\,u(t) \tag{6.9}$$

Questo è il modello ARMA del sistema preso in considerazione.

7) Tenendo conto del modello determinato al punto precedente valutare la risposta all’ingresso
u(t) = 1(-t)

Dobbiamo ora valutare la risposta all'ingresso u(t)= 1(-t), il quale vale 1 per t < 0 e 0 per t > 0.

$plot(\mathrm{Heaviside}(-t), t = -10..10, caption = typeset(\text{"Grafico di "}, \mathrm{Heaviside}(-t), \text{"."}))$

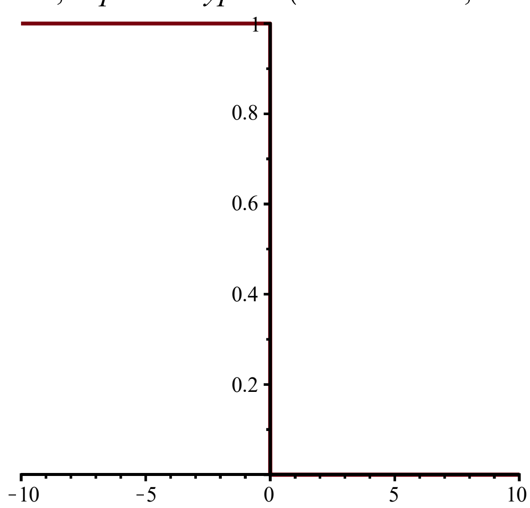


Grafico di Heaviside(−t) .

Determiniamo la risposta libera e quella forzata del sistema.

$modello\_arma := \mathbf{(6.9)}$

$$modello\_arma := 25\,D^{(5)}(y)(t) + 65\,D^{(4)}(y)(t) + 56\,D^{(3)}(y)(t) + 16\,D^{(2)}(y)(t) = 25\,D(u)(t) + 5\,u(t) \tag{7.1}$$

$eq\_diff\_s := laplace(modello\_arma, t, s)$

$$eq\_diff\_s := 25\,s^5\,\mathcal{L}(y(t), t, s) - 25\,D^{(4)}(y)(0) - 25\,s\,D^{(3)}(y)(0) - 25\,s^2\,D^{(2)}(y)(0) - 25\,s^3\,D(y)(0) - 25\,s^4\,y(0) + 65\,s^4\,\mathcal{L}(y(t), t, s) - 65\,D^{(3)}(y)(0) - 65\,s\,D^{(2)}(y)(0) - 65\,s^2\,D(y)(0) - 65\,s^3\,y(0) + 56\,s^3\,\mathcal{L}(y(t), t, s) - 56\,D^{(2)}(y)(0) - 56\,s\,D(y)(0) - 56\,s^2\,y(0) + 16\,s^2\,\mathcal{L}(y(t), t, s) - 16\,D(y)(0) - 16\,s\,y(0) = 25\,s\,\mathcal{L}(u(t), t, s) - 25\,u(0) + 5\,\mathcal{L}(u(t), t, s) \tag{7.2}$$

$eq\_diff\_s := subs(\{laplace(y(t), t, s) = Y(s), laplace(u(t), t, s) = U(s)\}, eq\_diff\_s)$

$$eq\_diff\_s := 25\,s^5\,Y(s) - 25\,D^{(4)}(y)(0) - 25\,s\,D^{(3)}(y)(0) - 25\,s^2\,D^{(2)}(y)(0) - 25\,s^3\,D(y)(0) - 25\,s^4\,y(0) + 65\,s^4\,Y(s) - 65\,D^{(3)}(y)(0) - 65\,s\,D^{(2)}(y)(0) - 65\,s^2\,D(y)(0) - 65\,s^3\,y(0) + 56\,s^3\,Y(s) - 56\,D^{(2)}(y)(0) - 56\,s\,D(y)(0) - 56\,s^2\,y(0) + 16\,s^2\,Y(s) - 16\,D(y)(0) - 16\,s\,y(0) = 25\,s\,U(s) - 25\,u(0) + 5\,U(s) \tag{7.3}$$

$eq\_diff\_s := eval(eq\_diff\_s, u(0) = 0)$

$$eq\_diff\_s := 25\,s^5\,Y(s) - 25\,D^{(4)}(y)(0) - 25\,s\,D^{(3)}(y)(0) - 25\,s^2\,D^{(2)}(y)(0) - 25\,s^3\,D(y)(0) - 25\,s^4\,y(0) + 65\,s^4\,Y(s) - 65\,D^{(3)}(y)(0) - 65\,s\,D^{(2)}(y)(0) - 65\,s^2\,D(y)(0) - 65\,s^3\,y(0) + 56\,s^3\,Y(s) - 56\,D^{(2)}(y)(0) - 56\,s\,D(y)(0) - 56\,s^2\,y(0) + 16\,s^2\,Y(s) - 16\,D(y)(0) - 16\,s\,y(0) = 25\,s\,U(s) + 5\,U(s) \tag{7.4}$$

$risp\_forzata := solve\big(eval\big(eq\_diff\_s, \{y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = 0, y^{(4)}(0) = 0\}\big), Y(s)\big)$

$$risp\_forzata := \frac{5\,U(s)\,(5\,s + 1)}{s^2\,(25\,s^3 + 65\,s^2 + 56\,s + 16)} \tag{7.5}$$

$risp\_libera := solve(eval(eq\_diff\_s, \{U(s) = 0\}), Y(s))$

$$risp\_libera := \frac{1}{s^2\,(25\,s^3 + 65\,s^2 + 56\,s + 16)}\big(25\,s^4\,y(0) + 25\,s^3\,D(y)(0) + 65\,s^3\,y(0) + 25\,s^2\,D^{(2)}(y)(0) + 65\,s^2\,D(y)(0) + 56\,s^2\,y(0) + 25\,s\,D^{(3)}(y)(0) + 65\,s\,D^{(2)}(y)(0) + 56\,s\,D(y)(0) + 16\,s\,y(0) + 65\,D^{(3)}(y)(0) + 56\,D^{(2)}(y)(0) + 16\,D(y)(0) + 25\,D^{(4)}(y)(0)\big) \tag{7.6}$$

Il sistema è BIBO stabile. Posso determinare la funzione di trasferimento a partire dalla risposta forzata, in quando la funzione di trasferimento di un sistema è quella uscita forzata nel dominio della trasformata di Laplace quando l'ingresso presenta trasformata di Laplace unitaria.

$eval(risp\_forzata, U(s) = 1)$

$$\frac{5\,(5\,s + 1)}{s^2\,(25\,s^3 + 65\,s^2 + 56\,s + 16)} \tag{7.7}$$

Arrivati a questo punto, dobbiamo analizzare due casi:

1. **CASO $t<0$** : ipotizzo che il segnale 1(-t) sia stato applicato nel "passato remoto" rispetto a t e quindi che y(t), per t<0, sia la risposta a transitorio esaurito.
   Sappiamo che il sistema è BIBO stabile quindi le condizioni iniziali generano una risposta libera che è combinazione lineare dei modi, i quali tendono a zero per $t \to \infty$. Il segnale 1(-t) è costante quindi la risposta a transitorio esaurito è il guadagno statico del sistema per l'ampiezza del segnale (unitaria). Calcolo la risposta al gradino:

$$t \mapsto \infty \tag{7.8}$$

$y_{step} := t \to invlaplace\left(\frac{\mathbf{(1.3)} \cdot 1}{s}, s, t \right) :$

La risposta all'ingresso 1(-t) (per t<0) sarà la risposta al gradino nell'ipotesi che essa sia applicata in corrispondenza di un istante iniziale t_0 finito posizionato nel passato remoto rispetto a $t<0$: t0 diventa "passato remoto" rispetto a t quando $t0 \to -\infty$.

$y\_t\_negativo := \lim_{t_0 \to -\infty} y_{step}(t - t_0)$

$$y\_t\_negativo := \frac{5}{16} \tag{7.9}$$

e quindi l'uscita per t < 0 vale 5/16, che è coerente con quanto calcolato nella **(4.5)**.

2. **CASO $t>0$** : in questo caso 1(-t) = 0 per t > 0 (quindi ingresso nullo) e per t = 0 l'ingresso si estingue. Quindi per t > 0 non è presente la risposta forzata. Devo considerare solo la componente in evoluzione libera perchè per t--> 0- l'uscita vale 5/16 e per t--> 0+ l'uscita varrà sempre 5/16 (continuità in zero).

$n := degree(denom(\mathbf{(7.7)}), s)$

$$n := 5 \tag{7.10}$$

L'ordine del sistema è 5.

Impongo che la condizione iniziale della soluzione per t > 0 sia pari alla soluzione per t < 0 in corrispondenza dello zero.

$y(0) := y\_t\_negativo:$
$y(0)$

$$\frac{5}{16} \tag{7.11}$$

Azzero le condizioni iniziali fino all'ordine n-1:
$seq\left(assign\left('\mathrm{D}^{(i)}(y)(0)', 0\right), i = 1..4\right) :$

$y\_t\_positivo := invlaplace(risp\_libera, s, t)$

$$y\_t\_positivo := \frac{5}{16} \tag{7.12}$$

$y\_t\_positivo := subs(\{y(0) = y\_t\_negativo\}, y\_t\_positivo)$

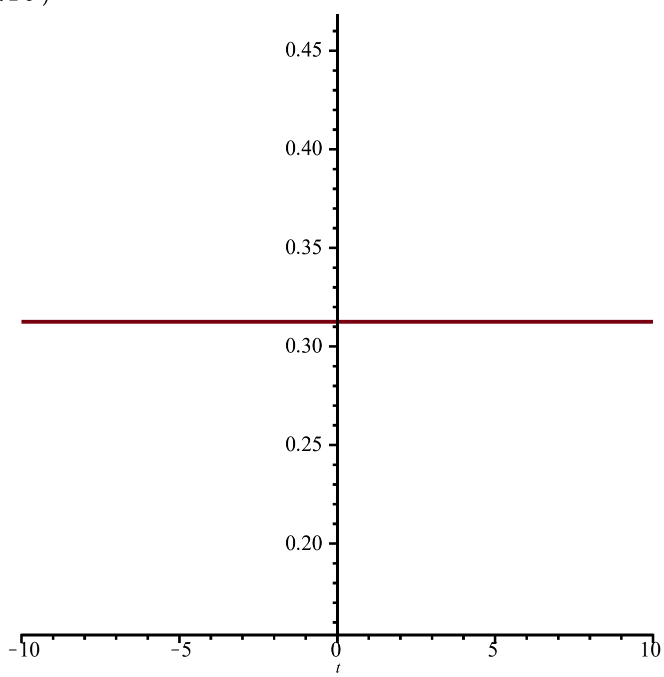
$$y\_t\_positivo := \frac{5}{16} \tag{7.13}$$

Quindi definisco la soluzione col costrutto piecewise:

$$y\_tot := \begin{cases} y\_t\_negativo & t < 0 \\ y\_t\_positivo & t \geq 0 \end{cases}$$

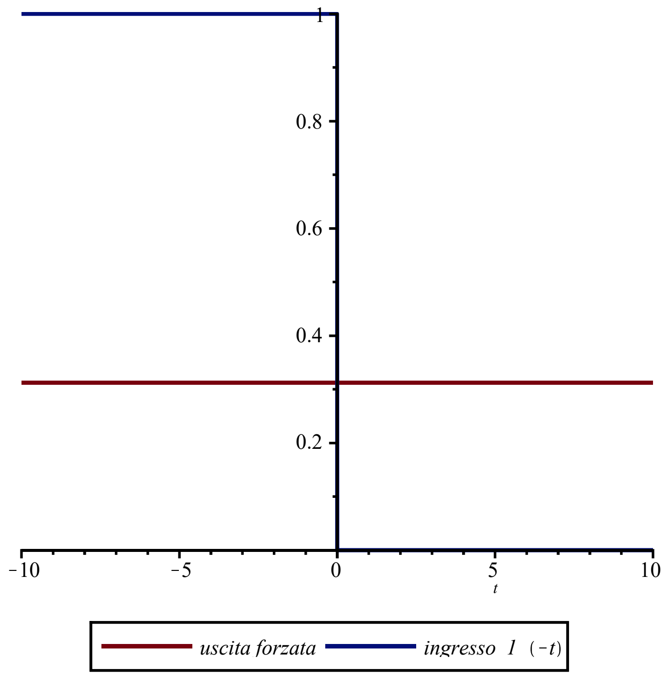
$$y\_tot := \begin{cases} \frac{5}{16} & t < 0 \\ \frac{5}{16} & 0 \leq t \end{cases} \tag{7.14}$$

Grafico:
$plot(y\_tot(t), t = -10..10)$



Sovrappongo i grafici ingresso/uscita:

$plot([y\_tot(t), \mathrm{Heaviside}(-t)], t = -10..10, legend = ['uscita\ forzata', 'ingresso\_1\_(-t)'])$



1
0.8
0.6
0.4
0.2
-10
-5
0
5
10
t
uscita forzata
ingresso 1 (-t)