問題 7.3.

証明　(8.8) の両辺の確率をとることにより、

$$P\left(\left\{w \,\middle|\, \frac{\chi^2_{2w(w)}(1-\alpha)}{2n} \geqq \mu\right\}\right) = P(\{w \mid X(w) \leqq u(\mu, n : \alpha)\})$$

$$\Longleftrightarrow P\left(\frac{\chi^2_{2w}(1-\alpha)}{2n} \geqq \mu\right) = P(w \geqq \cancel{\leqq}\ u(\mu, n : \alpha)) \leqq \alpha$$

((8.7) より). □

問題 7.4.

教科書より、

$$A = \left\{\frac{\chi^2_{2w}(1-\frac{\alpha}{2})}{2n} \geqq \mu\right\}, \quad B = \left\{\frac{\chi^2_{2(w+1)}(\frac{\alpha}{2})}{2n} \leqq \mu\right\}.$$

とおくと、$\alpha/2 = 0.5$ であるので (8.12), (8.13) より $A \cap B = \emptyset$ となり

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \leqq \alpha \qquad (8.14).$$

を得る。ここで、

$$P\left(\frac{\chi^2_{2w}(1-\frac{\alpha}{2})}{2n} < \mu < \frac{\chi^2_{2(w+1)}(\frac{\alpha}{2})}{2n}\right)$$

$$= P(A^c \cap B^c)$$

$$= 1 - P((A^c \cap B^c)) \quad ((D1) より)$$

$$= 1 - P(A \cup B) \quad ((A5), (A8) より)$$

$$\geqq 1 - \alpha \quad \cancel{7.20} \quad ((8.14) より)$$ を導くことができる。

~~以ま~~ 以上より、~~次~~ 次の信頼区間を得られる。