

1995701

DATE 4.23

問 3.1 e^{-x} 270-72 展開

$$f(x) = e^{-x} \quad f(0) = 1 \quad \Rightarrow \quad f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

$$f'(x) = -e^{-x} \quad f'(0) = -1$$

\vdots

$$= f(x) = 1 - e^{-x} + \frac{e^{-x}}{2!}x^2 - \frac{e^{-x}}{3!}x^3 + \dots + (-1)^n \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n e^{-x}$$

$$= 1 - e^{-x} + \frac{e^{-x}}{2!}x^2 - \frac{e^{-x}}{3!}x^3 + \dots + (-1)^n \frac{e^{-x}}{n!}x^n$$

問 3.2. $e^{ia} = \cos a + i \sin a$

$$e^{ib} = \cos b + i \sin b$$

$$e^{ia} \cdot e^{ib} = (\cos a + i \sin a)(\cos b + i \sin b)$$

$$= (\cos a \cos b - \sin a \sin b) + i(\sin a \cos b + \cos a \sin b)$$

\Rightarrow

$$\cos(a+b) + i \sin(a+b) = (\cos a \cos b - \sin a \sin b) + i(\sin a \cos b + \cos a \sin b) \quad \square$$

$$e^{i(a+b)} = e^{ia} \cdot e^{ib} \quad \text{e. 3.2}$$

問 3.3. $e^{ix} = \cos x + i \sin x$

$$(e^{ix})' = -\sin x + i \cos x = i(\cos x + i \sin x) = i e^{ix} \quad \square$$

問 3.4.

$$h(t) = e^{itx}$$

$$h'(t) = ix e^{itx}$$

$$h^{(2)}(t) = -x^2 e^{itx}$$

$$h^{(3)}(t) = -ix^3 e^{itx}$$

$$\text{for } h^{(n)}(t) = (ix)^n e^{itx} \quad \square$$

$$h^{(n)}(t) = (ix)^n e^{itx}$$