問題 7.4.

証明　(b.2) が成り立たなければ、(7.12) 式の右側の不等式を満たす。

$\ell(p, n; \alpha)$ は存在しない。事象 C, D を

$$C \equiv \{\omega \mid X(\omega) > \ell(p, n; \alpha)\},\quad D \equiv \left\{\omega \,\middle|\, p < \frac{K^*(\omega)\cdot F^{K^*(\omega)}_{L^*(\omega)}(\alpha)}{K^*(\omega)\cdot F^{K^*(\omega)}_{L^*(\omega)}(\alpha) + L^*(\omega)}\right\}$$

で定義する。任意の $\omega \in C$ に対して、$x = X(\omega)$ とする。

このとき、　$x > \ell(p, n; \alpha)$　(7.17)

が成り立つ。補題 7.5 の (7.5) より、(7.17) は、

$$P\left(F^{2(x+1)}_{2(n-x)} \geqq \frac{(n-x)\cdot p}{(x+1)(1-p)}\right) = \sum_{j=0}^{x} f(j \mid n, p) > \alpha \quad (7.18)$$

と同値である。さらに

$$\alpha = P\left(F^{2(x+1)}_{2(n-x)} \geqq F^{2(x+1)}_{2(n-x)}(\alpha)\right) \quad (h3)$$

である。(7.18) と (h3) により、(7.17) は

$$F^{2(x+1)}_{2(n-x)}(\alpha) > \frac{(n-x)p}{(x+1)(1-p)}$$

$$\iff (x+1)(1-p)\,F^{2(x+1)}_{2(n-x)}(\alpha) > (n-x)p.$$

$$\iff \left\{2(x+1)F^{2(x+1)}_{2(n-x)}(\alpha) + 2(n-x)\right\}p < 2(x+1)F^{2(x+1)}_{2(n-x)}(\alpha)$$

$$\iff p < \frac{2(x+1)F^{2(x+1)}_{2(n-x)}(\alpha)}{2(x+1)F^{2(x+1)}_{2(n-x)}(\alpha) + 2(n-x)}$$

と同値である。以上により、$C = D$ である。

この両辺の補事象を取ることにより、$C^c = D^c$ となり、(7.14) を得る。

問題7.5.

(証明). (7.14)の両辺の確率をとることにより.

$$P\left(\left\{w \,\middle|\, p \geqq \frac{K^*(w)\cdot F_{L^*(w)}^{K^*(w)}(\alpha)}{K^*(w)\cdot F_{L^*(w)}^{K^*(w)}(\alpha)+L^*(w)}\right\}\right)=P(\{w \mid X(w)\leqq \ell(p,n;\alpha)\}).$$

$$\Longleftrightarrow.\ P\left(p \geqq \frac{K^*\cdot F_{L^*}^{K^*}(\alpha)}{K^*\cdot F_{L^*}^{K^*}(\alpha)+L^*}\right)=P(X\leqq \ell(p,n;\alpha))\leqq \alpha$$

(7.12より)

が解る. ここで. (7.19)を得る. □.