отображение F мы наложили несколько более сильные условия, потребовав непрерывности смешанных производных $\frac{d^2y}{du\,dv}$ и $\frac{d^2y}{dv\,du}$ и возможности применения формулы Грина для области Γ^*). Нетрудно убедиться и в том, что стремление к пределу в формуле (47.27) происходит равномерно в смысле, указанном в теореме 1 п. 46.1

Несмотря на простоту вывода формулы (47.27), следует отметить, что доказательство теоремы 1, приведенное в п. 46.1, идейно предпочтительнее, так как оно лучше раскрывает сущность вопроса, связанную с тем, что дифференцируемое отображение в малом достаточно хорошо аппроксимируется линейным отображением.

47.8. Криволинейные интегралы, не зависящие от пути интегрирования

Все кривые (контуры), рассматриваемые в этом пункте, будут всегда предполагаться кусочно-гладкими; для краткости это не будет каждый раз специально оговариваться.

Рассмотрим вопрос о том, когда криволинейным интеграл $\int\limits_{\widehat{AB}} Pdx + Qdy$ зависит только от точек A и B и не зависит от выбора кривой $\widehat{AB}$, их соединяющей.

Теорема 3. *Пусть функции $P(x,\ y)$ и $Q(x,\ y)$ непрерывны в плоской области G, тогда эквивалентны следующие три условия.*

1. Для любого замкнутого контура γ, лежащего в G,

$$\int\limits_{\gamma} Pdx + Qdy = 0.$$

2. Для любых двух точек $A \in G$ и $B \in G$ значение интеграла

$$\int\limits_{\widehat{AB}} Pdx + Qdy$$

не зависит от кривой $\widehat{AB} \subset G$, соединяющей точки A и B.

3. Выражение $P\ dx + Q\ dy$ является в G полным дифференциалом, т. е. существует функция $u(M) = u(x,\ y)$, $M = (x,\ y)$, определенная в G и такая, что

$$du = Pdx + Qdy.$$

В этом случае если $A \in G$ и $B \in G$, то

$$\int\limits_{\widehat{AB}} Pdx + Qdy = u\,(B) - u\,(A)$$

для любой кривой $\widehat{AB}$, соединяющей в G эти точки.

Таким образом, выполнение каждого из условий 1, 2 и 3 необходимо и достаточно для выполнения каждого из двух остальных.