Les lois Logique Mathématique

* double négation : $\neg(\neg A) = A$

* Commutativité et Associativité de $\vee$ et $\wedge$:

- $(A \vee B) = (B \vee A)$
- $(A \wedge B) = (B \wedge A)$
- $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$
- $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$

* lois d'idempotence :

- $(A \wedge A) = A$
- $(A \vee A) = A$

* Tautologie et contradiction :

- $(\neg A \wedge A) = 0$
- $(\neg A \vee A) = 1$

* Distributivité :

- $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- $(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$
- $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$

* Absorption:

- $A \wedge (A \vee B) = A$
- $A \vee (A \wedge B) = A$

* Lois de De Morgan:

- $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

* Expression de "$\rightarrow$" et "$\leftrightarrow$":

- $(A \rightarrow B) = (\neg A \vee B)$
- $(A \leftrightarrow B) = (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$

2

CHAPITRE 1:

- négation: la négation "$\neg$"
- disjonction: OU "$\vee$"
- Conjonction: ET "$\wedge$"
- implication: (si... alors) "$\rightarrow$"
- equivalence: (si et seulement si) "$\leftrightarrow$"

* Tautologie: Valeur de vérité "Vrai" "1"
* Contradiction: Valeur de vérité "faux" "0"
* Satisfiable: Dans le Tableau: 1 Valeur Soit Vrai.
* Disjonction: "1"

$FND = (\ldots \wedge \ldots) \vee (\ldots \wedge \ldots)$ $\quad FND = \neg(FNC(\neg B))$

$A, B = 1 \quad \neg A, \neg B = 0$

* Conjonction: "0"

$FNC = (\ \vee \ ) \wedge (\ \vee \ )$ $\quad FNC = \neg(FND(B))$

$A, B = 0 \quad \neg A, \neg B = 1$

4

* **Mot de Implication ⟶**

- Donc.
- Si .... alors.
- implique que.
- à condition que.
- Condition necessaire.
- Condition suffisante.

* **Petites formules sur l'implication : $A \to B$:**

- négation de "⟶" : $\neg(A \to B) = (A \wedge \neg B)$: il est faux que.
- réciproque de "⟶" : $B \to A$
- contraposée de "⟶" : $\neg B \to \neg A$
- l'inverse de "⟶" : $\neg A \to \neg B$

* **Reduire la FNC :**

facteur en commun $\underbrace{(\vee)}_{}\vee(\wedge)$

* **Reduire la FND :**

Facteur en commun $\underbrace{(\wedge)}_{}\wedge(\vee)$

* **ou inclusif :** + Normal.

* **ou exclusif :** Vrai si les 2 variables sont differentes. $(\neg P \wedge q) \vee (P \wedge \neg q)$

CHAPITRE 3:

* **littéral:** variable propositionnelle ou sa negation.
p, $\neg p$, $\neg q$.

* **clause:** Toute proposition C de forme $C = p_1 \vee p_2 \dots$
on coupe les clauses avec "ET" "$\wedge$"
exemple:

$$\underbrace{(\neg a \vee b)}_{1^{ère}\ clause} \wedge \underbrace{(a \vee b \vee c)}_{2^{eme}\ clause}$$

* **clause vide:** une clause ne contenant aucun litteral
elle est notée: $C \equiv \square$
* **littéraux complémentaires:** 2 littéraux, ils sont opposés. p et $\neg p$.

* **Pour montrer qu'une formule est une conséquence logique:**
exemple:

$$A, B \models C \Longrightarrow A, B, \neg C \models \square$$

- on doit rendre les implications en forme :

$(A \rightarrow B) = \neg A \vee B$

- faire sortir les clauses en les notant $C_1, C_2, \ldots$
- on peut appliquent le resolvant (on peut éliminer qu'une seule variable à la fois)

exemple :

$C_1 = P \vee R \quad C_2 = \neg P \vee Q \; ; \; C_3 = R \vee Q \; (\text{Res}\, C_1, C_2)$ resolvant

* La Methode de Resolution propositionnelle :

- rendre l'implication : $A \rightarrow B \Longrightarrow \neg A \vee B$
- faire $\neg F$ (negation de la Formule après avoir remplacer l'implication)

Remarque :

Parfois il faut appliquer la distribution.

exemple :

$(p \wedge q) \vee (r \wedge q) = (p \vee r) \wedge (p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge (\underset{q}{q \vee q})$