

# Projet de Refonte IC

STEP, MINES ParisTech\*

16 mai 2019

## Table des matières

<b>Unité d'Enseignement: Document Pédagogique</b>	<b>1</b>
Contexte, Enjeux et Objectifs . . . . .	2
Organisation de l'UE . . . . .	4
Prérequis . . . . .	4
Acquis d'Apprentissage . . . . .	6
Compétences . . . . .	8
Modalités d'Evaluation . . . . .	9
Contenus et Activités . . . . .	11
Programme . . . . .	11
Principes . . . . .	15
Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique I . . . . .	17
Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique II . . . . .	18
Ressources Pédagogiques . . . . .	20
Processus Qualité . . . . .	21
Ressources Humaines, Matérielles, Financières . . . . .	22
Annexe – Référentiel de Base des Compétences CTI . . . . .	24
Références . . . . .	25

## Unité d'Enseignement: Document Pédagogique

---

Année ou version du document	2019
Titre de l'UE	Mathématiques
Identifiant	UE 11
Préfigurateur / Responsable	Sébastien Boisgérault

---

\*Ce document est un des produits du projet  boisgera/CDIS, initié par la collaboration de (S)ébastien Boisgérault (CAOR), (T)homas Romary et (E)milie Chautru (GEOSCIENCES), (P)auline Bernard (CAS), avec la contribution de Gabriel Stoltz (Ecole des Ponts ParisTech, CERMICS). Il est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons “attribution – pas d'utilisation commerciale – partage dans les mêmes conditions” 4.0 internationale.

Nombre d'ECTS	4
Semestre	1

## Contexte, Enjeux et Objectifs

L'unité d'enseignement (UE) est composée de 2 éléments constitutifs (EC) :

- Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique I (2 ECTS, 1er semestre),
- Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique II (2 ECTS, 1er semestre)

Comme l'indique l'intitulé "Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique", le périmètre de l'UE correspond grossièrement dans le cycle de formation 2018 aux enseignements:

- Mathématiques 1: "Calcul Différentiel" (2 ECTS, 1er semestre),
- Mathématiques 2: "Calcul Intégral" (3 ECTS, 2ème semestre),
- Probabilités (2 ECTS, 2ème semestre),
- Mathématiques 3: "Fonctions d'une variable complexe" (2 ECTS, 3ème semestre),
- Compléments de Mathématiques (1 ECTS, 1er semestre),
- Soutien en Mathématiques (0 ECTS, 1er semestre).

Cette comparaison met en évidence une nouvelle formule à la fois plus courte et plus compacte (avec 4 ECTS contre ~10 ECTS aujourd'hui, programmée sur 1 semestre contre 3 aujourd'hui), dans un contexte où la formule actuelle est déjà considérée par de nombreux enseignants comme disposant de trop peu de temps<sup>1</sup>.

Ce constat ne traduit toutefois pas une diminution générale du poids des Mathématiques en tronc commun, mais la volonté de rééquilibrer la formation au profit des Mathématiques Appliquées à travers l'UE 21, au second semestre.

Dans le détail, toutefois, quelques nuances:

- Une partie des contenus enseignés dans le périmètre actuel seront transférés à l'unité d'enseignement UE 21 de "Mathématiques Appliquées" au 2nd semestre<sup>2</sup>, quand cela améliore la cohérence globale de l'ensemble.

1. Pour apprécier cette position, des éléments de comparaison sont utiles. A titre d'exemple, le cours de tronc commun de Mathématiques 3, "Fonctions d'une variable complexe", dispose de 2 ECTS (~20h de face-à-face pédagogique), quand le volume habituel pour ce type de sujet se situe entre 4 et 12 ECTS. Le cours d'Analyse Complexe de l'ENS (PSL) se voit ainsi doté de 12 ECTS ; son contenu semble couvert à 80% par le cours des MINES (un élève ayant déjà suivi ce type de cours à l'ENS Lyon, qualifie le cours des MINES de "complet"). Des exemples similaires peuvent être trouvés pour les autres enseignements de Mathématiques de tronc commun ; l'analyse sur le peu de temps disponible pour ces enseignements – à ambition constante – semble donc largement fondée.

2. Principalement: les éléments d'optimisation du calcul différentiel actuel sont naturellement transférés vers l'enseignement d'"Optimisation" et l'analyse harmonique (de Fourier) développée dans le calcul intégral actuel est intégrée au "Traitement du Signal".

- Certains éléments du périmètre actuel ne seront plus enseignés<sup>3</sup> pour préserver un volume suffisant sur les savoirs jugés prioritaires; compte tenu de la forte réduction du volume, une stratégie de “coup de rabot” uniforme serait vouée à l’échec. Les thématiques correspondantes pourront donner lieu à des enseignements électifs lors de la seconde année de formation.
- Le périmètre actuel de l’UE est très cohérent, ses thématiques susceptibles d’être fortement intégrées. Compte tenu de la réduction du volume et de ce souci de synergie, aucun nouveau champ général supplémentaire (Logique, Algèbre, etc.) n’a été considéré dans cette nouvelle formule. Dans le périmètre actuel, tous les volets peuvent également être qualifiés de fondamentaux dans la mesure où de très nombreux enseignements en dépendent<sup>4</sup>.

Trois enjeux importants pour cette unité d’enseignement – et qui seront traités dans ce document – sont soulignés par la note de cadrage et rappelés ici.

**Hétérogénéité.** Selon la note de cadrage:

La gestion de l’hétérogénéité croissante des niveaux et des attentes des étudiants en Mathématiques à l’entrée du cycle ingénieur civil est un enjeu majeur de cette UE. L’UE devra répondre à cette attente en déterminant des acquis d’apprentissage réalistes et en adaptant ses modalités pédagogiques et d’évaluation. Il sera également nécessaire de développer pour les étudiants une offre d’accès à l’équipe pédagogique en dehors des plages de face-à-face pédagogique pour proposer un suivi personnalisé se substituant et amplifiant les politiques de compléments et de soutien mises en œuvre jusqu’à présent.

La problématique des acquis d’apprentissages est évoquée dans la section “Acquis d’Apprentissage”; les réflexions associées sur le choix des contenus enseignés se trouvent dans la sous-section “Programme” de la section “Contenus et Activités” et les informations relatives aux modalités pédagogiques dans la sous-section “Principes”. La question des modalités d’évaluation est traitée dans la section “Modalités d’Evaluation”.

**Vision globale.** Selon la note de cadrage:

Les interfaces entre cette UE, l’UE 12 (“Informatique”) d’une part et l’UE 21 (“Mathématiques Appliquées”) d’autre part, devront faire l’objet d’une étude menée par les préfigureurs associés pour assurer une cohérence d’ensemble à ce volet de la formation. Les besoins des cours de Physique devront également être examinés.

---

3. Ou bien de façon très partielle ; en particulier, sont concernées l’analyse complexe et l’introduction aux équations aux dérivées partielles.

4. En particulier, la nécessité d’enseigner très tôt le volet probabilités s’impose compte tenu des besoins des cours de Physique du 1er semestre comme des enseignements de Mathématiques Appliquées du 2nd semestre.

Le bilan de ce travail, issu des échanges entre préfigureurs et équipes pédagogiques, est restitué dans la section “Prérequis”.

**Transformation Numérique.** Selon la note de cadrage:

L’UE comportera un volet numérique conçu et valorisé et intégré au même titre que les savoirs plus théoriques, même si son volume sera plus modeste. Il couvrira l’étude des méthodes numériques les plus pertinentes pour la simulation des solutions des équations différentielles, le calcul de différentielles ainsi que le calcul d’intégrales. Dans ce contexte, le langage de programmation Python (et l’écosystème associé pour l’ingénierie numérique) sera utilisé.

Cette problématique transverse s’invite naturellement dans presque toutes les sections du document: les “Prérequis” pour le lien avec les enseignements d’Informatique, la section “Modalités d’Evaluation” pour le poids du numérique dans l’évaluation de l’UE, les sous-sections “Programme” et “Principes” de “Contenus et Activités” concernant le détail des activités liées au numérique et à leur intégration dans l’UE, la section “Ressources Pédagogiques” où la stratégie digitale associée est détaillée et finalement la section “Ressources Humaines, Matérielles, Financières” où sont évoqués l’organisation et les moyens particuliers que l’intégration du numérique suppose.

## Organisation de l’UE

Éléments constitutifs (EC)	Crédits
1 – Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique I	2
2 – Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique II	2

## Prérequis

L’UE, programmé au 1er semestre de la 1ère année de la scolarité, s’adresse à des étudiants issus pour l’essentiel des classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) via le concours commun Mines-Ponts. Plus de 85% des étudiants sont issus des filières MP, PSI et PC. C’est donc le corpus des connaissances communes à ces trois filières et des compétences associées qui sert de référence à l’UE; on pourra se reporter aux programmes de CPGE (cf. Union des Professeurs de classes préparatoires Scientifiques (2019)) issus de la réforme de 2013. C’est également cette population à laquelle s’adresse principalement l’UE; l’hétérogénéité des étudiants nécessite néanmoins d’étendre et de nuancer cette première intention.

Au sein de cette population, les étudiants issus de MP sont les plus nombreux (ils représentent plus de 40% de l’effectif total des étudiants). Dans ce projet, l’UE doit donc s’efforcer d’analyser et de limiter l’enseignement de contenus qui

– bien que nécessaires aux autres populations – apparaîtraient aux élèves issus de MP comme au mieux des rappels et au pire des redites. C’est une problématique que ne connaissent pas les classes préparatoires. La place consacrée dans l’UE à des contenus nouveaux, stimulants et susceptibles de susciter l’intérêt des étudiants les plus avancés en Mathématiques doit être significative; la capacité à les préparer, s’ils le souhaitent, à intensifier la place des Mathématiques dans leur parcours en 2A, 3A ou au-delà, à travers des unités d’enseignement proposées par MINES ParisTech ou des formations externes, doit être préservée.

A l’inverse, plus de 10% des étudiants à qui s’adresse l’UE ne satisfont pas l’hypothèse initiale: ils ne sont pas issus des filières MP/PSI/PC, n’offrent pas les mêmes garanties en termes de prérequis, et ont souvent les plus grandes difficultés dans le cursus actuel à valider les enseignements de Mathématiques qui leur sont proposés. Facteur aggravant, cette population, très différente de la population générale, est elle-même fortement hétérogène, car composée d’ATS, de TSI, d’admis sur titres variés, etc. Ils sont pourtant admis de plein droit dans le cycle ingénieur civil, ce qui nous donne l’obligation de rechercher des solutions ne les condamnant pas à un échec systématique. L’impossibilité de concevoir un cours standard qui soit adapté aux élèves les plus avancés et accessible à cette population minoritaire et fortement hétérogène, plaide pour un recours important à l’accompagnement personnalisé; il s’agira donc de concevoir un cours dont on sait pertinemment qu’il n’est pas totalement adapté ou accessible à une faible fraction de la population, ce qui supposera de leur part un travail important, plus important que la moyenne, et que ce travail pourra être accompagné, en dehors des heures de face-à-face pédagogique, par l’équipe pédagogique, dans des dispositifs de remédiation personnalisés.

**Informatique.** Pour un bon déroulement de son volet numérique, l’UE dépendra également des compétences introduites dans l’UE 12 d’Informatique: elle tirera parti des sessions d’introduction au langage Python et de son usage dans un contexte scientifique, qu’il s’agisse des connaissances des constructions du langage, de la familiarité avec les notebooks Jupyter qui se prêtent au calcul interactif, des bibliothèques comme NumPy pour le calcul numérique ou des outils de visualisation de données comme Matplotlib.

**Physique.** L’UE 13 de Physique (Statistique et Quantique) aura une programmation a peu près simultanée avec l’UE 11; il ne sera donc pas possible de garantir en général que l’UE 11 ou l’UE 13 introduise la première telle ou telle notion exploitée dans les deux disciplines. Il sera par contre nécessaire que ces évocations se renforcent et se complètent intelligemment, d’autant plus que l’UE de Physique exploite un périmètre particulièrement large des Mathématiques.

Les échanges laissent penser que le programme de Mathématiques de l’UE offrira des outils adaptés en ce qui concerne les probabilités<sup>5</sup>, les notions de mesure et de distributions, le calcul intégral, le calcul différentiel et les systèmes

---

5. Avec en particulier l’introduction des variables aléatoires à densité, indispensable à la Physique Quantique.

dynamiques<sup>6</sup>. En particulier, une programmation plus précoce de l’enseignement des probabilités dans la formation, conforme au statut fondamental (littéralement) de la discipline, serait un progrès par rapport à la situation actuelle. Les besoins en analyse fonctionnelle<sup>7</sup>, une thématique beaucoup plus difficile du point de vue des Mathématiques, ne sont que très partiellement couverts. L’analyse harmonique (séries/transformation de Fourier) présente une difficulté particulière; indispensable en Physique, elle a totalement disparu des enseignements de Mathématiques de classes préparatoires dans la plupart des filières, et ne rentre pas dans le périmètre de l’UE 11 mais de l’UE 21, dans l’EC de “Traitement du Signal”. Des contacts ont été pris avec l’équipe en charge pour tâcher de mitiger cette difficulté en fournissant par anticipation des ressources aux étudiants sur le sujet. Enfin, les notions algébriques qui pourraient être utiles à l’UE de Physique<sup>8</sup> sont hors du périmètre de l’UE 11.

**Mathématiques Appliquées.** Une large partie des enseignements de l’UE 11 sert directement de fondation aux EC de l’UE 21:

- L’EC “Optimisation” repose très largement sur le calcul différentiel et prolonge ses enseignements, en particulier les sessions consacrées à la dimension finie et au calcul numérique<sup>9</sup>.
- L’EC “Sciences des Données” exploite principalement les concepts et outils des Probabilités (ainsi que le calcul différentiel, mais largement à travers l’enseignement d’Optimisation).
- L’EC “Traitement du Signal” requiert avant tout des concepts et outils relevant du calcul intégral, et dans une moindre mesure de la dimension infinie et des probabilités.

## Acquis d’Apprentissage

Les objectifs de cette UE, située en tout début de scolarité, présentent bien des aspects similaires à ceux des classes préparatoires: assurer une continuité avec les connaissances et pratiques pédagogiques des classes préparatoires (là où les classes préparatoires se positionnent par rapport aux filières de lycée), permettre l’acquisition d’un large panel de connaissances, s’inscrire dans le projet de formation global en s’interfaçant avec les enseignements de Mathématiques,

---

6. Il s’agit par exemple de permettre l’étude des systèmes hamiltoniens, qui relèvent à la fois des équations différentielles et du calcul des variations.

7. Les espaces de Hilbert seront introduits par exemple, mais tardivement et de façon minimale ; l’étude des opérateurs en dimension infinie (comme les opérateurs hermitiens de la Physique Quantique), l’analyse spectrale associée, l’étude des problèmes elliptiques, etc. dépassent très largement le cadre de ce qu’il nous semble possible de faire dans l’UE 11.

8. Telles que: groupe de Lie, algèbre de Lie, etc.

9. L’UE 11 ne couvre toutefois pas l’intégralité des prérequis “raisonnables” de l’EC d’Optimisation; en particulier, les notions de convexité nécessaires à l’Optimisation Convexe, par le passé acquises en classes préparatoires, devront être prises en charge directement par l’UE 21.

Physique, etc.<sup>10</sup>

Les acquis d'apprentissages qui en résultent nécessitent d'être décrits à différents niveaux: au niveau de l'UE ou de l'EC, puis des thématiques qui se déploient sur plusieurs sessions, de chaque session elle-même, voire de partie de session, etc. Cette organisation permet de limiter le nombre d'acquis d'apprentissage décrits à chaque niveau, ce qui est une condition nécessaire pour une bonne lisibilité des objectifs; on peut également, en considérant les acquis des différents niveaux, s'assurer de la cohérence globale du projet et, en allant au niveau le plus détaillé, s'assurer que les objectifs de haut niveau sont bien transposés de façon opérationnelle.

Nous nous intéressons ici aux acquis d'apprentissage globaux de l'UE; nous renvoyons le lecteur à la section "Contenus et Activités" pour la description plus précise des attendus thématique par thématique. Pour ce qui est du niveau de détail le plus fin nous renvoyons aux ressources pédagogiques elles-mêmes: un effort sera entrepris<sup>11</sup> pour annoter les ressources pédagogiques afin d'explicitier les raisons d'être des concepts, notations, méthodes, etc. introduits ainsi que les attentes associées dans le cadre du projet de formation de l'UE. Rendre ces informations disponibles doit permettre une meilleure compréhension de la place de l'UE dans le projet de formation global, favoriser la communication au sein de l'équipe pédagogique et préciser le contrat didactique avec les étudiants.

A l'issue de cette UE, les étudiants auront

- découvert et assimilé un large panel de nouvelles connaissances fondamentales dans les domaines du calcul différentiel, intégral et stochastique, prolongeant les connaissances acquises antérieurement (cf. Programme).
- renforcé et élargi les compétences associées au spectre varié des pratiques mathématiques actuelles, qui supposent de savoir comprendre, deviner, raisonner, démontrer, expérimenter, calculer, communiquer.<sup>12</sup>

---

10. Le lecteur pourra lire avec profit les objectifs de formation des 1ère et 2nde années des programmes de classe préparatoire aux grandes écoles (Union des Professeurs de classes préparatoires Scientifiques 2019). La description des compétences à développer est presque totalement indifférenciée en MP, PSI et PC, bien que les programmes diffèrent.

11. Il s'agit pour cette première année d'initier cet effort, qui nécessite de transformer en profondeur le processus de conception des ressources pédagogiques. Compte tenu de son ampleur, cette transformation ne sera vraisemblablement pas achevée pour la première année de l'UE et sa visibilité pourrait initialement être limitée.

12. Il s'agit aussi bien ici de savoir s'approprier un nouveau concept (avoir des intuitions pertinentes le concernant, cerner son applicabilité, etc.), que de savoir formaliser complètement un raisonnement déductif (rédiger une démonstration) ou encore d'interfacer les aspects théoriques avec les outils numériques. Les besoins en la matière sont variés, et posent des défis importants en terme de modalités pédagogiques et notamment de modalités d'évaluation. Les profils et les attentes des étudiants sont également plus variés que dans les filières plus "pures" des classes préparatoires. Il est inutile d'espérer compenser intégralement en quelques dizaines d'heures les différences importantes qui se sont formées dans les deux ans des filières préparatoires, d'autant que les objectifs en termes d'acquisition de nouvelles connaissances sont ambitieux; il sera donc nécessaire d'œuvrer pour ne pas évaluer systématiquement les étudiants à l'aune d'un "profil type" étroit et rigide, mais par rapport à un large panel de compétences mathématiques utiles, panel qui sera probablement maîtrisé de façon lacunaire.

- développé des aptitudes clés facilitant la poursuite de leurs études <sup>13</sup>, aussi bien les enseignements de tronc commun qu’ultérieurement, une large gamme de parcours de formation individualisés.

## Compétences

Vis-à-vis du référentiel générique de la CTI, l’UE participe principalement aux compétences relatives à “l’acquisition des connaissances scientifiques et techniques et la maîtrise de leur mise en œuvre” :

1. La connaissance et la compréhension d’un large champ de sciences fondamentales et la capacité d’analyse et de synthèse qui leur est associée.

**Totalement.**

2. L’aptitude à mobiliser les ressources d’un champ scientifique et technique spécifique.

**Totalement.**

3. La maîtrise des méthodes et des outils de l’ingénieur : identification, modélisation et résolution de problèmes même non familiers et incomplètement définis, l’utilisation des outils informatiques, l’analyse et la conception de systèmes.

**Partiellement.** A ce stade de la formation, et dans la perspective des problèmes auxquels peut être confronté un ingénieur, l’UE confronte les étudiants à la résolution de problèmes simples (par opposition à “composés” ou “complexes”, mais pas dans le sens de “aisé”) et bien définis. L’utilisation de l’outil informatique est également une compétence que l’UE contribue à développer.

4. La capacité à concevoir, concrétiser, tester et valider des solutions, des méthodes, produits, systèmes et services innovants.

**Partiellement.** La conception, le test et la validation de solutions et de méthodes, dans le domaine des Mathématiques.

5. La capacité à effectuer des activités de recherche, fondamentale ou appliquée, à mettre en place des dispositifs expérimentaux, à s’ouvrir à la pratique du travail collaboratif.

**Partiellement.** L’UE est plutôt un précurseur pour ce type d’activité, qui arrivera plus tard dans le cursus. Des pratiques collaboratives pourraient être exploitées dans le cadre de l’UE, sans pour autant constituer un objectif de formation.

---

13. En Mathématiques bien sûr, mais aussi Physique, Informatique, Sciences Economiques et Sociales, etc. Si les Mathématiques ne sont pas “une discipline serve”, et qu’il est légitime qu’une partie des objectifs consiste à préparer les étudiants à des Mathématiques plus avancées, les Mathématiques *du tronc commun* du cycle ingénieur civil ne peuvent pas être sourdes aux besoins exprimés par les autres champs disciplinaires.



6. La capacité à trouver l'information pertinente, à l'évaluer et à l'exploiter : compétence informationnelle.

**Partiellement.** Oui, à ceci près que la recherche de l'information pertinente va être principalement cantonnée aux ressources pédagogiques conçues spécifiquement pour l'UE pour des raisons d'efficacité<sup>14</sup>. Les projets numériques, et peut-être les modalités d'évaluations du second EC, pourraient être l'occasion d'élargir le champ des recherches (à des corpus pré-sélectionnés de ressources extérieures, ou même sans ce type d'assistance).

Aucune compétence n'est spécifiquement développée qui soit relative à "l'adaptation aux exigences propres de l'entreprise et de la société" :

7. –
8. –
9. –
10. –

La "prise en compte de la dimension organisationnelle, personnelle et culturelle" est partiellement concernée:

11. –
12. –
13. –
14. La capacité à se connaître, à s'autoévaluer, à gérer ses compétences (notamment dans une perspective de formation tout au long de la vie), à opérer ses choix professionnels.

**Partiellement.** Pas dans une perspective globale, mais localement, concernant le niveau de maîtrise des acquis d'apprentissage associés à l'UE. Cette compétence est importante dans la mesure où elle conditionne le recours que les étudiants peuvent avoir aux dispositifs de remédiation.

## Modalités d'Evaluation

L'évaluation de l'EC 1 sera principalement basée sur un examen écrit. Cette modalité, standard et familière pour les étudiants, à l'inconvénient d'être peu personnalisable et fournit en cas de note insuffisante très peu d'explications aux enseignants sur les raisons de l'échec. Elle répond pourtant de façon simple à l'organisation globale de l'UE, qui concentre une grande partie des acquis d'apprentissage les plus simples et les plus importants dans son premier volet, pour lesquels une évaluation normalisée devrait convenir. A défaut de fournir des

---

14. Le périmètre de l'UE est large et le rythme ambitieux; accommoder fortement les ressources pédagogiques est un des leviers principaux dont nous disposons pour répondre à ce défi.

informations précises sur la nature des difficultés rencontrées par les étudiants – difficultés qui n’auraient pas été détectées dans le cadre du dispositif d’accompagnement personnalisé, auquel les étudiants ne sont pas tenus d’avoir recours – elle a le mérite de donner l’alerte de façon claire et clinique, puisqu’elle situe les résultats des étudiants les uns par rapport aux autres, dans un dispositif standard. Cette information doit être alors prise en compte dans le second EC de l’UE pour définir de façon plus personnalisée des objectifs adaptés et orienter si nécessaire les étudiants vers le dispositif d’accompagnement personnalisé du second EC.

Les modalités d’évaluations du second EC ne sont pas définies dans le détail à ce stade; plusieurs modalités ont été évoquées par le groupe de travail (oraux, mémoires, devoirs en temps libre, etc.) pour ne pas cantonner l’évaluation aux examens écrits qui ne permettent pas de mettre en valeur toutes les compétences des étudiants et sont globalement assez peu informatifs. Une certaine liberté peut également être envisagée dans la personnalisation de l’évaluation dans la mesure où certains acquis d’apprentissage plus avancés du second EC sont un peu moins critiques pour l’ensemble des étudiants et que leur intérêt pour chacun va dépendre de leur projet personnel de formation. En particulier, lorsque ces acquis dépendent explicitement d’acquis du premier EC qui ne sont pas maîtrisés, les étudiants – conseillés par l’équipe pédagogique – devront pouvoir consacrer à nouveau du temps sur les acquis de base, afin de valider à nouveau les acquis du premier EC, quitte à abandonner explicitement une partie des acquis du second EC<sup>15</sup>. Il faudra donc distinguer dans ce second EC les nouveaux acquis fondamentaux d’acquis plus avancés qui prolongent le premier EC<sup>16</sup>.

Le volet algorithmique et numérique, transverse à l’UE, représente environ 25% du travail total des étudiants<sup>17</sup>. Le même poids lui est donc affecté dans l’évaluation de l’UE. Un tiers de cette activité est programmée dans l’EC 1, pour un poids de 1/6 de la note de l’EC, et les deux tiers restant dans l’EC 2, pour 1/3 de la note de l’EC.

---

15. Avec pour conséquence mécanique de perdre des points à coup sûr sur le second EC – mais des points qu’il aurait été très difficile de gagner quoi qu’il en soit – et avec une nouvelle chance de gagner des points au titre du premier EC.

16. A titre d’exemple: les équations différentielles n’apparaissent que dans le second EC et les savoirs de CPGE dans ce domaine sont trop limités pour les besoins de l’ingénieur, il est donc nécessaire d’exiger de tous l’acquisition de compétences dans ce domaine; par contre, il est contre-productif de chercher à valider des acquis de calcul différentiel en dimension infinie tant que le calcul différentiel en dimension finie n’est pas un minimum maîtrisé.

17. Chacun des trois thèmes numériques comporte une session de cours magistral, une session de travaux dirigés, une session de travail personnel associée et deux sessions dédiées au projet numérique, pour un total de  $3 \times 5 = 15$  sessions, soit 22h30 sur les 90h de travail total affectées à l’UE.

## Contenus et Activités

### Programme

Le programme de l'UE est organisé ci-dessous en 5 thématiques, dont la plupart sont réparties sur les deux EC. Cette présentation a vocation à fournir une grille de lecture simple des contenus et équilibres de l'UE, mais dans le détail, ces volets thématiques sont tout sauf étanches<sup>18</sup>; ce découpage ne doit donc pas être pris au pied de la lettre. Chaque item listé et numéroté fait référence à une session de cours magistral (1h30).

### Topologie

#### 1. Topologie pour l'Analyse

Une introduction nécessairement minimaliste compte tenu du très faible volume dédié<sup>19</sup> et dictée par les besoins variés des sessions qui suivent. Malheureusement, les contenus des programmes des classes préparatoires dans ce domaine sont très réduits<sup>20</sup>. En conséquence, le contenu programmé se limite à la topologie des sous-ensembles d'espaces vectoriels normés (dimension finie ou infinie), avec notamment l'étude des notions de complétude et de compacité dans ce cadre; ce positionnement est suffisant pour les besoins de l'UE<sup>21</sup>. Une partie des éléments techniques spécifiques à la dimension infinie (opérateurs linéaires bornés, etc.) ne sera introduite que dans la 3ème session de Calcul Différentiel, quand le besoin s'en fera sentir. En perspective, on peut envisager de compléter l'exposé oral par des éléments de topologie générale, selon des approches susceptibles d'être pédagogiquement efficaces<sup>22</sup>, mais ces compléments destinés aux étudiants les

---

18. Par exemple, la problématique de l'intégration apparaîtra dès la 1ère session de calcul différentiel, des considérations de topologie seront à nouveau évoquées dans la session de calcul différentiel en dimension infinie, les probabilités feront partie intégrante de la session "application" de la théorie de la mesure, la session de probabilités consacrée aux méthodes de Monte-Carlo fournit des outils pour le calcul d'intégrales, etc.

19. Cette session qui sera la première de l'UE occupera vraisemblablement moins de 1h30 de cours magistral s'il est nécessaire de présenter la logique et les modalités de l'UE dans cette même session.

20. Cette situation est antérieure à la réforme de 2013. Le cadre le plus général abordé aujourd'hui est celui des espaces vectoriels normés, et de façon assez large uniquement en MP; en PSI comme en PC, l'emphasis est mise sur les espaces vectoriels normés de dimension finie. La notion d'espace métrique n'est abordée dans aucune filière, sans parler de la notion d'espace topologique. La notion de suite de Cauchy, de complétude, de point fixe sont hors-programme pour tous. La notion d'ensemble compact n'est abordée qu'en MP (et via la notion de compacité séquentielle).

21. Par le théorème de plongement de Kuratowski, ce cadre simple, qui est le prolongement naturel après les enseignements de classes préparatoires est "exactement aussi puissant" que le cadre des espaces métriques qui est enseigné aujourd'hui. Il s'agit donc principalement d'une modification de nature didactique.

22. En particulier, en prenant comme objet primitif la notion de "proximité" entre deux points plutôt que le concept d'ouvert (cf. par exemple (Gauld 1978)). Très différentes dans la présentation, les deux approches sont pourtant strictement équivalentes mathématiquement.

plus curieux ne sauraient constituer des compétences exigibles de tous.

## Calcul Différentiel

1. Fonctions de plusieurs variables,
2. Méthodes numériques de calcul,
3. Calcul différentiel en dimension infinie.

Le volet “Calcul Différentiel” est organisé pour prendre le relais des contenus actuels de CPGE dans le domaine, réduits par la réforme de 2013<sup>23</sup>, en introduisant une démarche par étapes.

La première session (1er EC) introduit la notion de différentielle dans un cadre limité aux fonctions de plusieurs variables réelles<sup>24</sup>, puis dans ce même cadre la différentiation en chaîne, les différentielles d’ordre supérieur, ainsi que le lien avec la représentation de la différentielle par une matrice, qui est propre à la dimension finie.

La seconde session (1er EC) est un volet algorithmique et numérique. Elle introduira le théorème des fonctions implicites, en insistant sur l’aspect constructif de la solution (méthode de Newton, recherche d’un point fixe, etc.); elle fournira également aux étudiants des clés pour évaluer numériquement les différentielles lorsque le calcul d’une solution symbolique ou analytique n’est pas une option. L’accent – notamment au travers du projet – sera mis sur les techniques de différentiation automatique dont l’usage s’est rapidement (re-)développé en optimisation et machine learning. Pour situer l’intérêt de cette méthode parmi le panel des options existantes (comme le calcul de différences finies), des éléments d’analyse numérique (analyse des erreurs asymptotiques comme des erreurs d’arrondi) seront introduits.

La troisième et dernière session (2nd EC) ne sera dispensée qu’une fois que l’UE aura motivé l’étude de “fonctions de fonctions”, le cas d’usage central pour le calcul différentiel en dimension infinie. La différentielle de Fréchet dans les espaces de Hilbert/Banach et ses applications sera alors considérée, avec les concepts dont elle dépend.

## Calcul Intégral

---

23. Même dans la filière MP, la notion de différentielle n’est introduite que dans le cadre des espaces vectoriels normés de dimension finie; la différentielle d’ordre 2 n’est pas définie; théorème des fonctions implicites et d’inversion locale sont absents. Dans les filières PSI et PC, le caractère intrinsèque de la différentielle disparaît: il s’agit désormais d’étudier des fonctions de plusieurs variables réelles – plus précisément, “en pratique”, de fonctions réelles dépendant d’au plus 3 variables réelles. Stricto sensu, la notion de fonction différentiable n’est pas présente: l’objet “différentielle” est défini a posteriori, à partir des dérivées partielles; de même la règle de différentiation en chaîne est abordée à travers le calcul des dérivées partielles.

24. C’est-à-dire “de dimension finie”, mais sans mettre l’accent sur le caractère intrinsèque de la différentielle.

1. Intégrale de Riemann généralisée,
2. Intégrabilité absolue & mesurabilité,
3. Théorèmes de convergence & intégrales multiples,
4. Théorie abstraite de la mesure,
5. Applications de la théorie de la mesure.

L'organisation de ce volet est motivée par la volonté d'arriver rapidement et avec aussi peu de technicité que possible à une intégrale “moderne” – suffisamment générale et accompagnée d'outils efficaces – dans  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{R}^n$  (3 sessions, 1er EC), à la fois susceptible de couvrir les besoins d'une large majorité des étudiants et de correspondre aux capacités du plus grand nombre. Les étudiants pourront ensuite s'appuyer sur leur compréhension de ce premier volet<sup>25</sup> pour aborder le second volet (2 sessions, 2nd EC), sensiblement plus technique et plus abstrait, consacré à la théorie de la mesure. Posant plus de difficultés aux étudiants, dotée d'un volume restreint, cette seconde partie n'est donc plus sur le chemin critique; seules certaines des applications les plus avancées (telles que: fonctions généralisées, probabilités dans le cadre général, etc.) requièrent sa maîtrise.

Cette stratégie permet de se consacrer dans un premier temps à l'intégrale de Riemann généralisée<sup>26</sup> comme le plus court chemin pour définir l'intégrale “de Lebesgue” dans  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{R}^n$ , sans avoir recours à la théorie de la mesure. Plus récente, mieux intégrée avec le calcul différentiel, plus simple à comprendre, les bénéfices de cette approche par l'intégrale de Riemann généralisée sont bien documentés (voir par exemple Bartle (1996)). Cette étape doit être comprise dans le contexte où plus aucune construction spécifique de l'intégrale n'est au programme des classes préparatoires<sup>27</sup>; il faut par conséquent s'attendre à ce que même cette approche simplifiée, dans le prolongement des notions de CPGE, présente son lot de défis pour certains étudiants.

## Equations Différentielles

1. Equations non-linéaires, problème bien posé, comportement asymptotique.

---

25. Une grande partie de ce qui constitue l’“outillage axiomatique” de la théorie de mesure – notion d'ensemble et de fonction mesurable, mesure  $\sigma$ -additive, etc. – peut être découvert, plutôt que postulé, dans le cadre du premier volet. Les solutions que la théorie générale apporte doivent être dans la mesure du possible mises en rapport avec des problèmes auxquels on aura été confronté au préalable – comme par exemple l'impossibilité de définir une mesure de volume aux propriétés satisfaisantes applicable à tous les ensembles de  $\mathbb{R}^3$  – avant d'axiomatiser la notion d'ensemble mesurable. Les résultats majeurs de la théorie générale feront de plus écho à des résultats déjà énoncés et manipulés dans un cadre plus simple.

26. Ou plus précisément, à l'intégrale de Henstock-Kurzweil, puisqu'il y a plusieurs intégrales de Riemann généralisées (McShane, Mawhin, etc.).

27. L'intégrale considérée concerne les fonctions continues par morceaux sur un intervalle de  $\mathbb{R}$ . Même dans ce périmètre étroit concernant l'intégration, “aucune construction n'est exigible”. Toutefois, si les sommes de Riemann ne sont pas (nécessairement) utilisées pour *construire* l'intégrale, elles sont vues par tous dans le cas des subdivisions régulières, et utilisées pour les *calculer*: les méthodes des rectangles et des trapèzes sont au programme d'Informatique.

## 2. Méthodes numériques de résolution.

Le volet consacré aux équations différentielles, qui nécessite à la fois des résultats du calcul différentiel et intégral, est programmé dans le 2nd EC. Il s'inscrit dans le prolongement des contenus enseignés en classes préparatoires<sup>28</sup>; en particulier, les équations différentielles étudiées ne sont plus nécessairement linéaires et n'ont plus nécessairement de solution analytique connue. L'accent est donc mis sur la présentation d'un cadre général définissant un problème bien posé, le comportement qualitatif des solutions (en temps fini et asymptotiquement) et l'usage de méthodes numériques pour la détermination de solutions approchées; cet effort se prolonge dans un projet numérique.

## Probabilités

1. Introduction,
2. Variables aléatoires réelles à densité,
3. Vecteurs aléatoires ( $\mathbb{R}^n$ ) & conditionnement,
4. Théorie asymptotique & inégalités de concentration,
5. Méthodes de Monte-Carlo.

Comme les volets consacrés au calcul différentiel et au calcul intégral, l'enseignement de Probabilité est décomposé en deux parties, pour introduire par étapes de difficulté croissante un nombre important d'éléments nouveaux.

Les enseignements de classes préparatoires en Probabilités sont consacrés aux variables aléatoires réelles finies ou discrètes<sup>29</sup>, ce qui permet d'aborder un périmètre de notions assez large et les calculs associés<sup>30</sup> tout en maintenant un niveau de technicité relativement limité, un luxe dont nous ne disposerons malheureusement plus dans cette UE. La problématique de simulation de systèmes

---

28. Le programme de CPGE consacré aux équations différentielles se limite au cadre linéaire pour toutes les filières. Les résultats d'existence et d'unicité (mais pas la continuité par rapport aux conditions initiales) sont présentés dans ce cadre étroit; la problématique des solutions locales (maximales) par exemple est donc occultée. Le volet numérique, en lien avec l'enseignement d'informatique, se limite au schéma d'Euler explicite; l'étude de l'influence du pas de discrétisation sur la qualité de la solution est évoquée, mais de façon purement qualitative.

29. Dans les filières MP, PSI, PC, etc; dans d'autres filières comme B/L, ECE, ECS, certaines variables aléatoires réelles continues sont introduites.

30. Le programme de 1<sup>ère</sup> année est consacré aux probabilités dans des univers finis; en seconde année sont étudiées les variables aléatoires discrètes. Sur les filières MP/PSI/PC, le périmètre est relativement large: univers, événements, variables aléatoires, fonction de répartition, lois conditionnelles, espérance, variance, etc. jusqu'à une introduction aux séries génératrices et aux résultats asymptotiques. Cependant, le poids des probabilités dans la formation des CPGE – qui pourrait sembler significatif à la lecture des programmes – ne représente en fait que quelques semaines de la formation. Une grande variabilité semble exister entre filières (MP / PSI-PC) et également d'un enseignant à l'autre, la place des probabilités dans les programmes de Mathématiques des CPGE ne faisant pas l'unanimité et les professeurs étant inégalement formés à la discipline.

aléatoires est présente mais de façon limitée dans les programmes. La modélisation de systèmes aléatoires fait en théorie partie des compétences attendues, mais semble en pratique peu présente. Or ces deux compétences, importantes pour l'ingénieur, doivent être développées.

La première partie (2 sessions, 1er EC) commence par des rappels des résultats de classes préparatoires (cadre discret), mis en perspective relativement aux besoins de modélisation du réel et à l'histoire des probabilités. On sensibilise ainsi d'emblée les élèves à l'un des points les moins exploités en CPGE et utile (entre autres) à l'UE 21 : la modélisation probabiliste. L'accent est ensuite mis sur la rupture qu'est l'introduction des variables aléatoires réelles continues (à densité), avec une relative économie de moyens techniques (en exploitant la théorie intégrale développée dans le 1er EC).

La seconde partie (3 sessions, 2nd EC) introduit les notions plus complexes de vecteurs aléatoires, de conditionnement, etc. Elle fera également la jonction avec les éléments de théorie abstraite de la mesure et du calcul intégral pour développer les résultats (notamment asymptotiques) qui nécessitent le cadre le plus général. Le volet de simulation sera consacré aux méthodes de Monte-Carlo, à la fois comme méthode de simulation de phénomènes aléatoires et comme technique d'intégration numérique; il sera prolongé par un projet numérique.

## Principes

- **Durée (6-9 semaines par EC).** Le programme de référence de l'UE ci-après associe à chaque EC une plage de 6 semaines. Cette durée n'est pas une recommandation, mais un seuil plancher, à partir duquel on peut sans difficulté construire un programme sur 7, 8 ou 9 semaines par EC, 9 semaines étant probablement ce qui serait préférable<sup>31</sup>.
- **Cours Magistral "Classique".** Un consensus se dégage pour souhaiter l'adoption de modalités relativement classiques, c'est-à-dire l'usage de la craie et du tableau noir<sup>32</sup> plutôt que l'usage de transparents. Cette modalité répond à plusieurs objectifs: plus familière des étudiants des classes préparatoires qui savent l'exploiter de façon efficace, elle facilite également une attitude plus active. Enfin, dans un contexte où la tentation est grande de balayer un grand nombre de notions en très peu de temps, obliger l'enseignant à écrire les choses agit comme un "limiteur de vitesse" qui est le bienvenu. Il apparaît alors comme indispensable de faire des choix en amont sur les notions à enseigner et de travailler sur une scénarisation cohérente et réaliste des sessions de cours, et l'articulation avec les ressources pédagogiques mises à disposition.

---

31. 9 semaines par EC correspond à 3h (2 sessions de 1h30) de face-à-face pédagogique, et 5h de charge de travail totale par semaine.

32. ou équivalent: marqueurs et tableaux blancs ou stylet et tablettes graphiques et vidéo-projecteur, etc. remplissent le même rôle.

A noter que l'enseignement "Mathématiques 3" a introduit puis développé des sessions tutorées d'étude des ressources pédagogiques en substitution des cours magistraux, sur la base du choix des étudiants. Si les cours magistraux sont encore choisis majoritairement, les étudiants qui optent pour la formule tutorée font état d'une satisfaction plus élevée que ceux ayant choisi les cours magistraux<sup>33</sup>. Nous n'avons pas opté pour ce type de modalité pour la rentrée 2019 compte tenu des défis majeurs que présente déjà la formule classique, mais il conviendra de reconsidérer la question dans le futur.

- **Cours Magistral et Pédagogie active.** Le groupe de travail souligne les potentielles difficultés liées à l'organisation de cours magistraux aussi longs que 1h30, une durée qui est susceptible d'être peu efficace et de démotiver les étudiants si aucune adaptation n'est envisagée. Les solutions évoquées reposent soit sur une diminution de la durée du cours – par exemple 1h de cours puis 2h de travaux dirigés au sein d'une plage de  $2 \times 1h30$  – un schéma probablement complexe à mettre en œuvre dans l'organisation de la scolarité envisagée – ou – ce que nous envisageons pour la rentrée 2019 – sur la nécessité de ponctuer l'enseignement magistral de plages où les étudiants sont actifs (qu'il s'agisse de plages de questions, de courtes sessions d'exercices, d'expérimentations numériques, etc.). Les enseignements de Physique Quantique et Statistique (UE 13 dans la nouvelle maquette) disposent d'expériences très positives avec ce type de modalité.
- **Equilibre Cours/Travaux Dirigés/Travail Personnel.** Chaque session de cours est associée à une session de travaux dirigés et complétée par une session de travail personnel dédiée, ce qui fournit un schéma lisible garantissant aux étudiants un temps minimum pour chaque phase d'apprentissage. Quelques jours devront séparer chaque session de cours de la session de travaux dirigés correspondante pour laisser aux étudiants le temps d'assimiler. À l'inverse, les séances de travail personnel seront programmées immédiatement après les séances de travaux dirigés pour faciliter la mise en œuvre des tutorats.
- **Travail Personnel: Autonomie Totale et Tutorats.** Les étudiants doivent consacrer en moyenne 24 sessions de 1h30 de travail personnel à l'unité d'enseignement. Ces sessions auront une programmation de référence à l'emploi du temps et un contenu de référence, dans une double logique: fournir à la plupart des élèves un guide – purement indicatif – sur l'organisation "standard" de leur temps de travail et permettre pour les autres un accès élargi aux équipes pédagogiques à travers un tutorat. Le tutorat se distingue des autres modalités pédagogiques par son côté individualisé et flexible; il s'agit d'accompagner des étudiants dans leur démarche d'apprentissage si ceux-ci en font la demande, en s'adaptant à leurs besoins, et de favoriser le développement de leur autonomie.

---

33. avec en 2018 des satisfactions de 3.68/4, 3.90/4 et 3.94/4 pour les trois sessions de tutorats quand les cours magistraux classiques sont à 3.14/4 et 3.29/4.



Optionnel, voire ponctuel ou temporaire, il ne concerne donc pas l'ensemble des étudiants; d'autres profiteront de ces sessions pour travailler en totale autonomie. Il se veut l'outil principal de soutien et de remédiation pour les élèves en difficulté, ne disposant pas des prérequis souhaités, ayant des problèmes de méthodologie, etc. Il peut également être exploité par les étudiants les plus avancés – à leur demande – pour aller au-delà des objectifs d'apprentissage de l'enseignement proposé. Dans les deux cas, il s'adresse à des étudiants qui vont devoir travailler plus que la moyenne sur l'UE, qu'il s'agisse d'un besoin pour atteindre les objectifs de l'UE ou d'un projet personnel d'aller plus loin; il ne se substitue donc pas intégralement au travail en totale autonomie.

- **Examen de Mi-Parcours.** Se reporter à la section “Modalités d’Evaluation” pour le contexte. Le projet de l'UE nécessite que l'évaluation du premier EC soit programmée juste avant une pause dans les enseignements de l'UE pour que l'équipe pédagogique puisse corriger les examens, analyser les prestations des étudiants et le cas échéant individualiser la prise en charge et les objectifs de certains étudiants dans le cadre du second EC.
- **Projets Numériques.** Les deux EC comportent au total trois projets numériques qui complètent les cours et travaux dirigés par un volet applicatif/concret/expérimental, pour un total de 9h de travail personnel. Ces projets, bien que préparés par des sessions des cours et/ou TDs, ne sont pas conçus comme des travaux pratiques en face-à-face pédagogique, mais affectés au temps de travail personnel des étudiants pour une plus grande flexibilité et efficacité des apprentissages. Comme le reste des activités de travail personnel, ils feront l'objet de séances de tutorat optionnelles programmées à l'emploi du temps; typiquement une plage de 3h consécutives, programmée hors-horaire.

Chaque item listé fait référence à une session de 1h30; les sessions de travail personnel (autonomie ou tutoré) sont listées en italique.

#### **Modalités:**

- C: cours,
- TD: travaux dirigés,
- EX: examen,
- TL: travail libre,
- PN: projet numérique.

### **Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique I**

Semaine 1:

- Jour 1:
  - Topologie (C)
- Jour 2:

- Calc. Diff. 1 (C)
- Topologie (TD) + *Topologie (TL)*
- Jour 3:
  - Calc. Diff. 1 (TD) + *Calc. Diff. 1 (TL)*

Semaine 2:

- Jour 1:
  - Calc. Diff. 2 (C)
- Jour 2:
  - Calc. Int. 1 (C)
  - Calc. Diff. 2 (TD) + *Calc. Diff. 2 (TL)*

Semaine 3:

- Jour 1:
  - Calc. Int. 1 (TD) + *Calc. Int. 1 (TL)*
- Jour 2:
  - Calc. Int. 2 (C)
  - *Calc. Diff. 2 (PN)* + *Calc. Diff. 2 (PN)*

Semaine 4:

- Jour 1:
  - Proba 1 (C)
  - Calc. Int. 2 (TD) + *Calc. Int. 2 (TL)*
- Jour 2:
  - Proba 1 (TD) + *Proba 1 (TL)*
- Jour 3:
  - Proba 2 (C)

Semaine 5:

- Jour 1:
  - Calc. Int. 3 (C)
  - Proba 2 (TD) + *Proba 2 (TL)*
- Jour 2:
  - Calc. Int. 3 (TD) + *Calc. Int. 3 (TL)*

Semaine 6:

- Jour 1:
  - *Révisions (TL)* + *Révisions (TL)*
- Jour 2:
  - Examen (EX) + Examen (EX)

## Calcul Différentiel, Intégral et Stochastique II

Semaine 1:

- Jour 1:
  - Calc. Int. 4 (C)
- Jour 2:
  - Equa. Diff. 1 (C)
  - Calc. Int. 4 (TD) + *Calc. Int. 4 (TL)*

Semaine 2:

- Jour 1:
  - Calc. Int. 5 (C)
  - Equa. Diff. 1 (TD) + *Equa. Diff. 1 (TL)*
- Jour 2:
  - Equa. Diff. 2 (C)
  - Calc. Int. 5 (TD) + *Calc. Int. 5 (TL)*

Semaine 3:

- Jour 1:
  - Proba. 3 (C)
  - Equa. Diff. 2 (TD) + *Equa. Diff. 2 (TL)*
- Jour 2:
  - Calc. Diff. 3 (C)
  - Proba. 3 (TD) + *Proba. 3 (TL)*
- Jour 3:
  - *Equa. Diff. (PN) + Equa. Diff. (PN)*

Semaine 4:

- Jour 1:
  - Proba. 4 (C)
  - Calc. Diff. 3 (TD) + *Calc. Diff. 3 (TL)*
- Jour 2:
  - Proba. 4 (TD) + *Proba. 4 (TL)*

Semaine 5:

- Jour 1:
  - Proba. 5 (C)
- Jour 2:
  - Proba. 5 (TD) + *Proba. 5 (TL)*
- Jour 3:
  - *Proba. 5 (PN) + Proba. 5 (PN)*

Semaine 6:

- Jour 1:
  - Examen (EX) + Examen (EX)

## Ressources Pédagogiques

Un ensemble de documents comprenant les supports des cours, travaux dirigés et projets numériques sera développé en suivant les trois principes suivants.

- **Accès libre.** Les documents associés à l’UE sont mis à disposition sans formalité et sous forme digitale à toute personne souhaitant y avoir accès. Cette mise à disposition se fait dans le cadre d’une licence de type Creative Commons CC-BY-NC-SA, qui offre une grande liberté dans l’usage et la redistribution des documents. Le développement et l’évolution des ressources se déroulera de façon publique et transparente, ce qui facilite des schémas collaboratifs et participatifs.
- **Reproductibilité.** La politique d’accès libre et public aux ressources pédagogiques ne se limite pas aux documents eux-mêmes, mais s’étend à tous les fichiers nécessaires à leur (re-)production. Afin de faciliter leur modification et leur usage, les documents sont produits au moyen de technologies *open-source* et exploitent des formats ouverts et adaptés; un effort spécifique est également entrepris pour simplifier la reproduction de l’environnement logiciel nécessaire à cette démarche<sup>34</sup>.
- **Formes Digitales.** La production de documents papiers et e-books au format PDF est prévue, mais le processus et les outils de développements utilisés intègrent en amont la nécessité d’évoluer à brève échéance vers d’autres formats plus riches en fonctionnalités et plus adaptés au monde digital (HTML, notebooks, etc).

De ces principes généraux, qui ont une composante idéologique, découlent également de bénéfices très concrets, comme ceux listés ci-après.

- **Développement durable.** Les évolutions des contenus enseignés en lycée et classes préparatoires et du projet de formation du cycle au cours du temps, les changements d’équipe pédagogique mettant en œuvre le projet, etc. sont autant de facteurs qui nécessitent l’adaptation régulière des ressources pédagogiques. Aujourd’hui, le modèle de production et de propriété intellectuelle peut être fermé, et tend à encourager la production de ressources de qualité<sup>35</sup> mais également largement immuables. La réutilisation de l’existant est faible; les évolutions se font principalement par à-coup, sans réelle continuité, et chaque itération a un coût important. Le modèle que nous mettons en œuvre promet au contraire une forme de “développement durable” où les ressources sont vivantes, en évolution, et les investissements initiaux peuvent être mieux réutilisés.
- **Agilité.** Il est difficile d’anticiper aujourd’hui la forme et la configuration dans lesquelles les ressources pédagogiques devraient être consommées. Il peut ainsi être nécessaire de produire des ressources pédagogiques avec et

---

34. en explicitant les dépendances logicielles, en facilitant leur installation au sein d’environnements virtuels et en mettant en œuvre une démarche d’intégration continue pour produire automatiquement les ressources pédagogiques.

35. au sens de “publiable par un éditeur scientifique”.

sans annotations (cf. section “Acquis d’Apprentissage”), organisées par thématique ou regroupant toutes les ressources de l’UE, adaptées à un public malvoyant, destinées à l’impression ou à des formats électroniques variés (PDF, HTML, etc.), réutilisables dans des cours en ligne, etc. Ce qui est certain c’est qu’une forme unique ne va pas convenir à tous les usages et qu’il faut donc prévoir en amont une chaîne d’outils permettant une grande flexibilité. Le système de préparation de documents LaTeX, très majoritairement utilisé pour élaborer des documents en Mathématiques, est malgré son grand âge, encore très novateur et de grande qualité sur de multiples aspects. Néanmoins, il est devenu également très insuffisant à bien des égards et doit donc faire partie d’une solution plus globale.

## Processus Qualité

**Groupe de Travail.** Ont été associés au groupe de travail au fur et à mesure du projet:

- Paul-Adrien Blancquart, Marin Boyet, Alexandre Himmelein, étudiants ou jeunes diplômés du cycle ingénieur civil, qui se sont portés volontaires pour participer à la réflexion portant sur l’UE 11. Marin Boyet s’est impliqué plus largement dans la réflexion sur la refonte du cycle IC dans son ensemble depuis son commencement.
- Silviu Niculescu (Centrale-Supélec), Michel Schmitt (Ministère de l’Economie et des Finances), Gabriel Stoltz (Ecole des Ponts ParisTech), comme experts. Il s’agit d’experts disciplinaires et/ou de formation, qui bien qu’apportant un point de vue extérieur à MINES ParisTech ont une très bonne connaissance de notre formation (responsabilité de direction, participation aux réformes précédentes de l’enseignement des Mathématiques, etc.) et ont tous des expériences concrètes d’enseignement dans le cycle ingénieur civil.
- Sébastien Giraud (Lycée Kléber), un enseignant de classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) et connaisseur du large spectre des filières de CPGE au sein desquelles nous recrutons. Deux autres entretiens ont été menés à ce stade avec des enseignants en CPGE à Paris et en région parisienne. C’est un dialogue que nous souhaitons maintenir dans la durée ; la réforme actuelle du lycée aura sans doute des répercussions importantes et les enseignants de CPGE seront alors aux avant-postes pour percevoir ces changements.
- La cellule TICE (Technologies de l’Information et de la Communication pour l’Enseignement) de MINES ParisTech – à travers Willy Morscheidt et Marie-Françoise Curto – associés notamment sur les questions d’ingénierie pédagogique.
- Au titre de l’équipe pédagogique, Emilie Chautru (GEOSCIENCES), Pauline Bernard (CAS), Thomas Romary (GEOSCIENCES) et Sébastien Boisgérault (CAOR), également préfigurateur de l’UE, dont les compé-

tences disciplinaires correspondent au périmètre de l'UE. Des échanges nombreux ont également eu lieu avec les préfigureurs et les équipes pédagogiques des UE 12 – Informatique – 13 – Physique – et 21 – Mathématiques Appliquées – sans que les interlocuteurs soient formellement associés au groupe de travail.

**Déclinaison du processus qualité.** L'amélioration continue de l'enseignement passe par un processus "data-driven" de recueil de données généralisé sur le terrain, s'inscrivant dans une démarche expérimentale plus explicite (analyse, décision, mise en œuvre puis évaluation). Les sources de données seront à la fois informelles, qualitatives, fournies par les échanges avec les étudiants, échanges qui seront renforcés par l'accompagnement personnalisé, et l'usage de questionnaires dédiés à l'UE, plus précis et quantitatifs. Conformément aux expériences menées dans le cours de Mathématiques 3, nous avons l'intention de recueillir des données détaillées – session par session, ressource par ressource, intervenant par intervenant, dispositif pédagogique par dispositif pédagogique – sans quoi il est très difficile de mettre en œuvre des actions correctives efficaces, et de garantir une totale transparence sur ces informations et les actions qui pourront en découler. Des dispositifs complémentaires – comme la participation d'observateurs aux sessions de l'enseignement, au titre de l'expertise disciplinaire et/ou pédagogique, dégagés de la charge d'encadrement – auraient également un intérêt certain.

## Ressources Humaines, Matérielles, Financières

La réalisation du projet de l'UE sera confiée à Emilie Chautru (GEOSCIENCES), Pauline Bernard (CAS), Thomas Romary (GEOSCIENCES) et Sébastien Boisgérault (CAOR) à travers l'élaboration collaborative des ressources pédagogiques, la prise en charge des cours magistraux et une implication dans les autres activités de l'UE (travaux dirigés, tutorats, évaluation, etc.). Une attention particulière sera apportée à la recherche au sein de MINES ParisTech de doctorants ou de jeunes enseignants-chercheurs susceptibles de compléter l'équipe pédagogique, pour les activités nécessitant des effectifs plus importants; l'expérience montre que bien accompagnée, cette implication peut être très bénéfique pour les deux parties. En plus de l'expertise disciplinaire en Mathématiques, qui est un pré-requis évident pour ces enseignants-chercheurs, il conviendra de tenir compte des profils ayant une expérience et une motivation forte pour l'enseignement et la pédagogie, pouvant contribuer à améliorer la cohérence interne ou externe de l'UE, disposant d'une culture numérique forte et/ou d'une bonne connaissance du profil des étudiants et du projet de formation.

Les effectifs d'enseignants responsables des sessions en présentiel (face-à-face pédagogique ou tutorat) suivent la répartition suivante:

- Cours magistraux: 1 intervenant ( $\times 24h$ ).  
Un intervenant à chaque session dans les modalités actuelles.

- Travaux dirigés: 6 intervenants ( $\times 24h$ ).  
En prévision d'un effectif maximal de 130 étudiants, 6 groupes de travaux dirigés seront constitués.
- Tutorats (classique et projet): 6 intervenants ( $\times 33h$ ).  
Destinés à des effectifs plus restreints que les travaux dirigés en raison de leur caractère optionnel, les tutorats s'inscrivent néanmoins dans une logique d'accompagnement personnalisé et supposent donc un encadrement renforcé. Dans cette optique, et pour assurer une continuité dans l'accompagnement, l'effectif de 6 personnes en charge des travaux dirigés sera maintenue.

Ce découpage ne concerne que les activités en présence des étudiants, et laisse de côté des activités et des rôles moins visibles ou “nobles” mais coûteux en temps et tout aussi importants<sup>36</sup>, qu'il sera intéressant de documenter plus précisément. Les titres décrivant aujourd'hui officiellement les rôles possibles des enseignants-chercheurs dans une UE – “responsable”, “intervenante”, “chargé d'enseignement” – sont trop grossiers pour avoir cette fonction<sup>37</sup>.

On constatera que les modalités pédagogiques envisagées, notamment les sessions tutorées, classiques ou numériques, ne s'inscrivent pas spontanément dans les dénominations “classiques” servant de base au calcul du taux de rémunération horaire pour les enseignants extérieurs (à savoir “Cours ou Conférences”, “Petite Classe”, “Travaux Pratiques”, “Soutien Technique”). Il serait pertinent de revisiter ces catégories en mettant clairement en évidence quelle différence de travail ou de niveau d'expertise fonde les écarts importants de rémunération entre les différentes catégories<sup>38</sup>. En particulier, la place des activités numériques – qui sont stratégiques – dans cette hiérarchie devrait être précisées.

Concernant les problématiques matérielles ou d'infrastructure:

- Les cours magistraux – à la forme essentiellement classique – nécessitent principalement des amphithéâtres dotés de tableaux suffisamment grands, à plusieurs volets. Des dispositifs technologiques facilitant les interactions pourraient également être envisagés (tels que boîtiers de vote, tablette graphique, etc.), mais aucune solution précise de ce type n'est prévue à ce stade (l'interaction pouvant être introduite dans un premier temps de façon plus classique).
- Concernant les ressources pédagogiques, la transition numérique a été prise en compte depuis le départ dans ce projet d'UE avec une modernisation des processus. Mais cet aspect ne sera mis en œuvre initialement que

---

36. Tels que: la gestion de l'infrastructure numérique pour les ressources pédagogiques, l'accompagnement des doctorants dans leur activité d'enseignement, la mise en place d'expérimentations pédagogiques, etc.

37. Ces catégories classiques ne permettent par exemple pas de distinguer les contributions à la définition et l'amélioration continue du projet, des contributions dans le développement des ressources pédagogiques, ou encore du temps passé en face-à-face pédagogique ou dans les activités d'accompagnement.

38. Le ratio entre la rémunération horaire des travaux dirigés (“Petite Classe”) et des travaux pratiques est supérieur à 2.

de façon partielle, compte tenu des efforts importants nécessaires qui reposent aujourd’hui intégralement sur l’équipe pédagogique. Exploiter pleinement ce potentiel numérique supposera un engagement et des moyens (développement, valorisation, etc.) conséquents, impliquant une gamme plus large d’acteurs.

- Les besoins en terme d’infrastructure informatique nécessaires au bon déroulement des projets numériques sont en ligne avec ceux exprimés par l’UE 12 d’Informatique pour son volet “Python Numérique”.

## **Annexe – Référentiel de Base des Compétences CTI**

Source CTI: <https://www.cti-commission.fr/fonds-documentaire/document/15/chapitre/1125>

L’acquisition des connaissances scientifiques et techniques et la maîtrise de leur mise en œuvre :

1. la connaissance et la compréhension d’un large champ de sciences fondamentales et la capacité d’analyse et de synthèse qui leur est associée,
2. l’aptitude à mobiliser les ressources d’un champ scientifique et technique spécifique,
3. la maîtrise des méthodes et des outils de l’ingénieur : identification, modélisation et résolution de problèmes même non familiers et incomplètement définis, l’utilisation des outils informatiques, l’analyse et la conception de systèmes,
4. la capacité à concevoir, concrétiser, tester et valider des solutions, des méthodes, produits, systèmes et services innovants,
5. la capacité à effectuer des activités de recherche, fondamentale ou appliquée, à mettre en place des dispositifs expérimentaux, à s’ouvrir à la pratique du travail collaboratif,
6. la capacité à trouver l’information pertinente, à l’évaluer et à l’exploiter : compétence informationnelle.

L’adaptation aux exigences propres de l’entreprise et de la société :

7. l’aptitude à prendre en compte les enjeux de l’entreprise (dimension économique, respect de la qualité, compétitivité et productivité, exigences commerciales, intelligence économique),
8. l’aptitude à prendre en compte les enjeux des relations au travail, d’éthique, de responsabilité, de sécurité et de santé au travail,
9. l’aptitude à prendre en compte les enjeux environnementaux, notamment par application des principes du développement durable,
10. l’aptitude à prendre en compte les enjeux et les besoins de la société.



La prise en compte de la dimension organisationnelle, personnelle et culturelle :

11. la capacité à s'insérer dans la vie professionnelle, à s'intégrer dans une organisation, à l'animer et à la faire évoluer (exercice de la responsabilité, esprit d'équipe, engagement et leadership, management de projets, maîtrise d'ouvrage, communication avec des spécialistes comme avec des non-spécialistes),
12. la capacité à entreprendre et innover, dans le cadre de projets personnels ou par l'initiative et l'implication au sein de l'entreprise dans des projets entrepreneuriaux,
13. l'aptitude à travailler en contexte international (maîtrise d'une ou plusieurs langues étrangères et ouverture culturelle associée, capacité d'adaptation aux contextes internationaux),
14. la capacité à se connaître, à s'autoévaluer, à gérer ses compétences (notamment dans une perspective de formation tout au long de la vie), à opérer ses choix professionnels.

## Références

- Bartle, Robert G. 1996. "Return to the Riemann Integral." *American Mathematical Monthly* 103 (8): 625–32.
- Gauld, David B. 1978. *Nearness - a Better Approach to Topology*.
- Union des Professeurs de classes préparatoires Scientifiques. 2019. "Programmes." Prepa.org, Le Site de L'UPS Pour Les Classes Préparatoires Aux Grandes écoles. 2019. <https://prepas.org/ups.php?entree=programmes>.