7)

2.2. BF(k) ist knotensymmetrisch

Beweis:

Verwende Shuffle-Funktion

$s(u)$: zyklischer Links-shift von u. $s: \{0,1\}^k \to \{0,1\}^k$

$\varphi: V_k \to V_k \qquad \varphi((i,u)) = ((i+1) \bmod k, s(u))$

- 2.2. φ ist ein Automorphismus
  - 2.2. φ ist bijektiv
    - 2.2. φ ist injektiv

$(i,u) \neq (j,v) \Rightarrow ((i+1) \bmod k, s(u)) \neq ((j+1) \bmod k, s(v))$

falls $i \neq j \Rightarrow (i+1) \bmod k \neq (j+1) \bmod k$

falls $i = j$: $u \neq v \Rightarrow s(u) \neq s(v)$

$\Rightarrow \varphi$ injektiv $|V_k| = |V_k| \Rightarrow \varphi$ surjektiv $\Rightarrow \varphi$ bijektiv

- 2.2. Kanten werden auf Kanten abgebildet (Kreis- & BF-Kanten)
  - Kreiskanten:

Sei $((i,u), ((i+1) \bmod k, u))$ eine Kreiskante

~~((i+1)mo~~

$\Rightarrow (((i+1) \bmod k, s(u)), ((i+2) \bmod k, s(u)))$ Ist auch eine Kreiskante

(beide haben gleiche geshiftete bits + Levels unterscheiden sich um 1)

- ~~Hypercubeko~~ Butterflykanten:

Sei $((i,u), ((i+1) \bmod k, u(i)))$ eine BF-Kante

Dann ist auch $(((i+1) \bmod k, s(u)), ((i+2) \bmod k, s(u(i))))$ eine BF-Kante. Begründung:

- Die Levels der Knoten unterscheiden sich um 1
- u und $u(i)$ unterscheiden sich ~~um~~ in einer Bitstelle.

  $\Rightarrow$ auch $s(u)$ und $s(u(i))$ unterscheiden sich in einer Stelle (wurden nur geshiftet)

$\Rightarrow$ BF-Kanten werden auch korrekt abgebildet

- 2.2. Nicht vorhandene Kanten werden nicht auf Kanten abgebildet.

Kanten müssen folgende Eigenschaften erfüllen:

Kreiskanten: gleiche Bitkombination, Levels d. Knoten um 1 verschieden

BF-Kanten: Bitkombinationen unterscheiden sich in einem bit + Levels d. Knoten um 1 verschieden