

Problème inverse en ElectroEncéphaloGraphie (EEG)

Saâd Aziz Alaoui, Yassine Jamoud, Samy Haffoudhi

11 mars 2022

Introduction

Lors de ce TP, nous allons nous intéresser à un exemple de problème inverse dans le domaine biomédical : la localisation de sources en EEG. Nous allons reconstruire l'activité à partir de mesures en surface par les capteurs EEG.

On adopte la modélisation suivante :

$$x(t) = Gs(t) + n(t)$$

Avec,

- $G \in \mathbb{R}^{N \times D}$
- N , le nombre de capteurs
- D , le nombre de dipôles de l'espace source
- $x(t) \in \mathbb{R}^N$, le vecteur de mesures
- $s(t) \in \mathbb{R}^D$, le vecteur de signal
- $n(t) \in \mathbb{R}^N$, un vecteur de bruit

Nous sommes face à un problème inverse linéaire et sous-déterminé puisque $N \ll D$. Il convient alors de formuler des hypothèses supplémentaires sur les sources pour obtenir une solution unique. On utilisera dans ce TP la régularisation de Tikhonov.

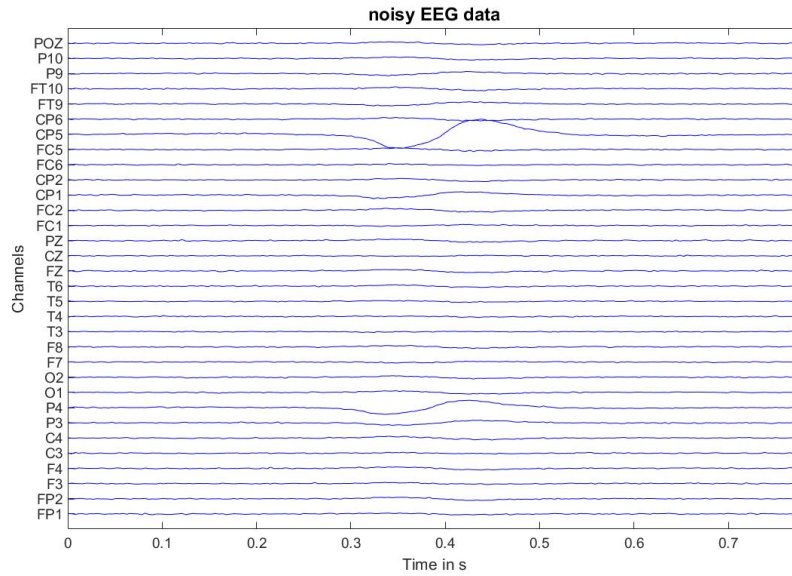
1 Génération de données

On travaille sur les données suivantes :

- $D = 19626$
- $N = 91$
- $T = 200$ échantillons
- Les signaux générés proviennent de deux régions sources
- Le bruit est gaussien

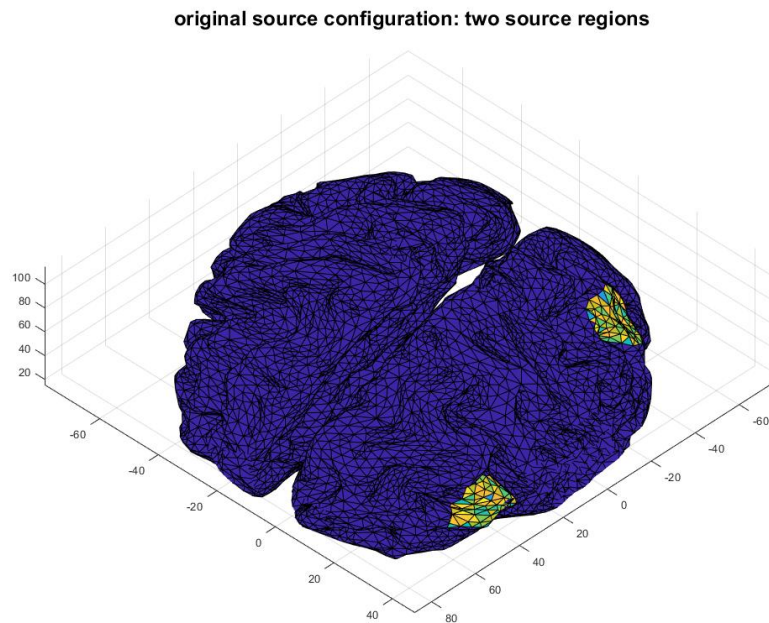
Affichons les signaux EEG pour 32 des 91 électrodes :

FIGURE 1 – Signaux EEG bruités



Et l'activité des dipôles de l'espace source :

FIGURE 2 – Activité des dipôles



On observe sur ces données des zones épileptiques quasiment similaires au sein d'une même source distribuée ainsi qu'une activité de fond gaussienne.

Sur la figure 6, on observe bien les deux régions sources d'où proviennent les signaux générés. Nous allons comparer les résultats obtenus plus tard à cette vérité terrain.

2 Régularisation de Tikhonov

La régularisation de Tikhonov consiste à ajouter un terme de régularisation en norme 2 pour obtenir le problème d'optimisation suivant :

$$\min \|x - Gs\|_2^2 + \lambda \|s\|_2^2$$

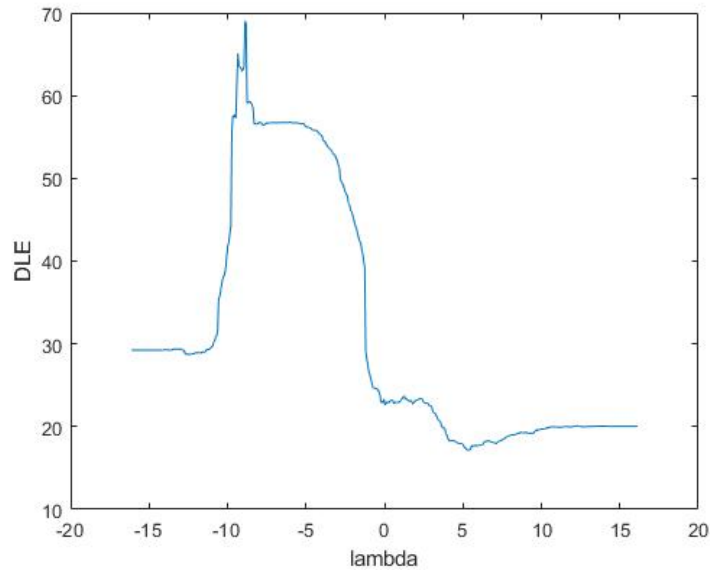
Avec λ , un paramètre de régularisation et qui permet d'ajuster le compromis entre l'adéquation aux données et les hypothèses faites sur la source.

On peut montrer par un calcul du gradient que la solution analytique vaut :

$$s = G^t(GG^t + \lambda)^{-1}x$$

Par exemple, pour un rapport signal sur bruit égal à 10, affichons la DLE (Distance Localisation Error) en fonction de la valeur du paramètre λ :

FIGURE 3 – RSB = 10



On balaye une large bande de valeurs du paramètre λ et on sélectionne celle qui permet de minimiser l'erreur DLE.

Affichons le résultat obtenu pour la valeur optimale de λ pour trois valeurs différentes du RSB :

FIGURE 4 – $RSB = 0.1$

original source configuration: two source regions

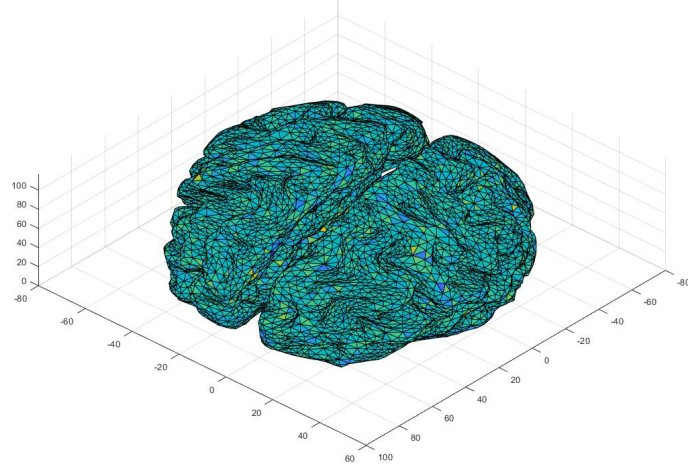


FIGURE 5 – $RSB = 10$

original source configuration: two source regions

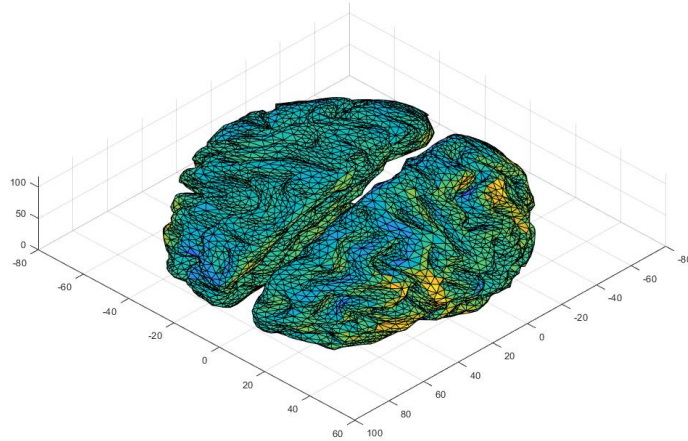
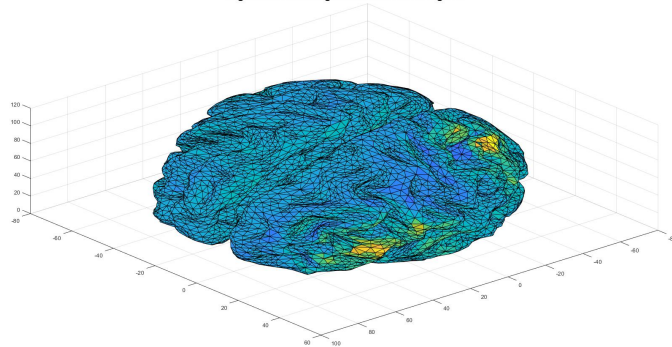


FIGURE 6 – $RSB = 100$

original source configuration: two source regions



On obtient les valeurs suivantes :

- Pour un $RSB = 0.1$, $\lambda_{opti} = 3.3 \times 10^{-5}$
- Pour un $RSB = 10$, $\lambda_{opti} = 4298$
- Pour un $RSB = 100$, $\lambda_{opti} = 801$

On observe bien que :

- Plus on a de bruit, moins le résultat est proche de la vérité terrain. Pour $RSB = 0.1$, on ne distingue pas les sources, pour $RSB = 10$, on commence à distinguer les sources mais le résultat le plus proche est obtenu pour $RSB = 100$
- Les valeurs retournées pour λ_{opti} diffèrent entre les trois RSB et de manière non ordonnée, on ne peut donc pas exhiber un lien simple entre RSB et valeur de λ_{opti} .
- Comme on le voit par exemple sur la figure 3, le choix de ce paramètre influe grandement sur la valeur DLE obtenue. Il faut donc faire attention à choisir une bonne valeur du paramètre si on veut obtenir des bons résultats.

3 L-curve

Pour obtenir la meilleure valeur de λ , on exploite alors la L-Curve. Il s'agit du tracé de la norme de la solution en fonction de la norme du résidu.