

Problème inverse en ElectroEncéphaloGraphie (EEG)

Saâd Aziz Alaoui, Yassine Jamoud, Samy Haffoudhi

12 mars 2022

Introduction

Lors de ce TP, nous allons nous intéresser à un exemple de problème inverse dans le domaine biomédical : la localisation de sources en EEG. Nous allons reconstruire l'activité à partir de mesures en surface par les capteurs EEG.

On adopte la modélisation suivante :

$$x(t) = Gs(t) + n(t)$$

Avec,

- $G \in \mathbb{R}^{N \times D}$
- N , le nombre de capteurs
- D , le nombre de dipôles de l'espace source
- $x(t) \in \mathbb{R}^N$, le vecteur de mesures
- $s(t) \in \mathbb{R}^D$, le vecteur de signal
- $n(t) \in \mathbb{R}^N$, un vecteur de bruit

Nous sommes face à un problème inverse linéaire et sous-déterminé puisque $N \ll D$. Il convient alors de formuler des hypothèses supplémentaires sur les sources pour obtenir une solution unique. On utilisera dans ce TP la régularisation de Tikhonov.

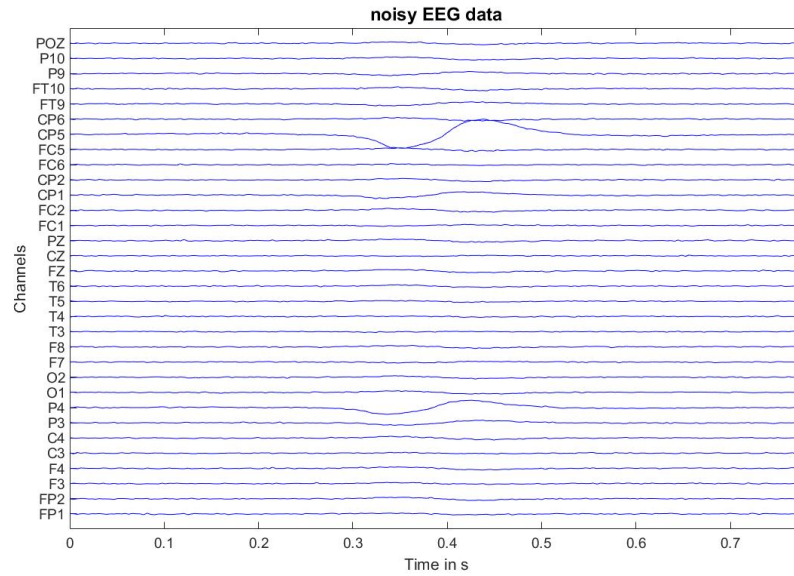
1 Génération de données

On travaille sur les données suivantes :

- $D = 19626$
- $N = 91$
- $T = 200$ échantillons
- Les signaux générés proviennent de deux régions sources décorrélées
- Le bruit est gaussien

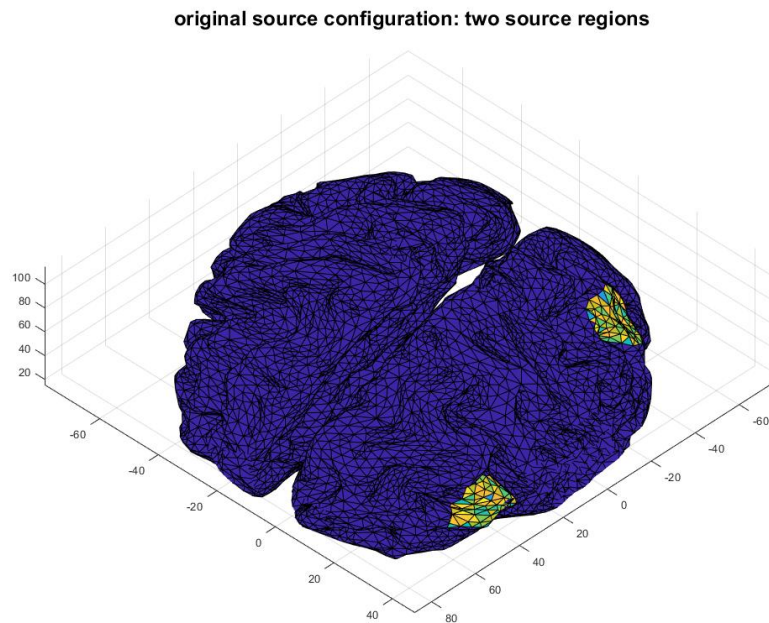
Affichons les signaux EEG pour 32 des 91 électrodes :

FIGURE 1 – Signaux EEG bruités



Et l'activité des dipôles de l'espace source :

FIGURE 2 – Activité des dipôles



On observe sur ces données des zones épileptiques quasiment similaires ainsi qu'une activité de fond gaussienne.

Sur la figure 17, on observe bien les deux régions sources d'où proviennent les signaux générés. Nous allons comparer les résultats obtenus plus tard à cette vérité terrain.

2 Régularisation de Tikhonov

La régularisation de Tikhonov consiste à ajouter un terme de régularisation en norme 2 pour obtenir le problème d'optimisation suivant :

$$\min \|x - Gs\|_2^2 + \lambda \|s\|_2^2$$

Avec λ , un paramètre de régularisation et qui permet d'ajuster le compromis entre l'adéquation au données et les hypothèses faites sur la source.

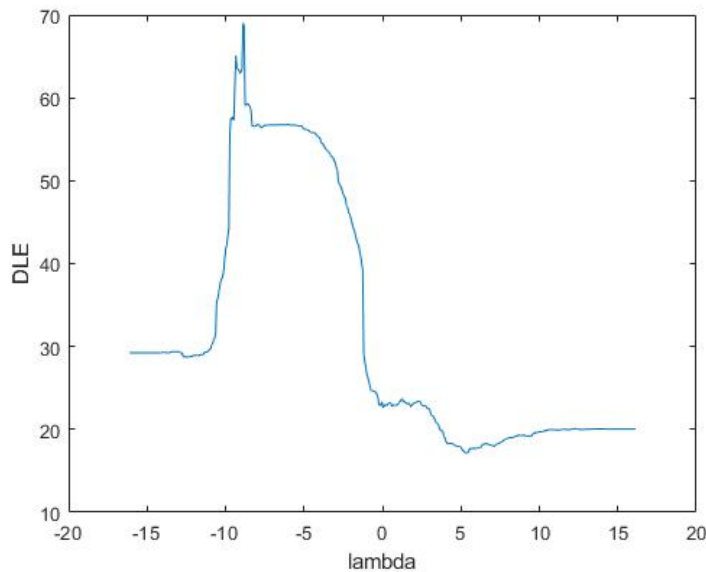
On peut montrer par un calcul du gradient que la solution analytique vaut :

$$s = G^t(GG^t + \lambda)^{-1}x$$

Remarque : Pour optimiser les calculs on passe par une décomposition en valeurs singulières, ce qui nous permet d'optimiser l'inversion puisqu'elle revient alors simplement à inverser les coefficients diagonaux.

Par exemple, pour un rapport signal sur bruit égal à 10, affichons la DLE (Distance Localisation Error) en fonction de la valeur du paramètre λ :

FIGURE 3 – RSB = 10



On balaye une large bande de valeurs du paramètre λ et on sélectionne celle qui permet de minimiser l'erreur DLE. En plus de la large bande de fréquence il faut également s'assurer d'avoir une période d'échantillonnage assez faible mais le temps de calcul sera donc plus élevé.

Affichons le résultat obtenu pour la valeur optimale de λ pour trois valeurs différentes du RSB sans utiliser de seuil dans un premier temps :

FIGURE 4 – $RSB = 0.1$

original source configuration: two source regions

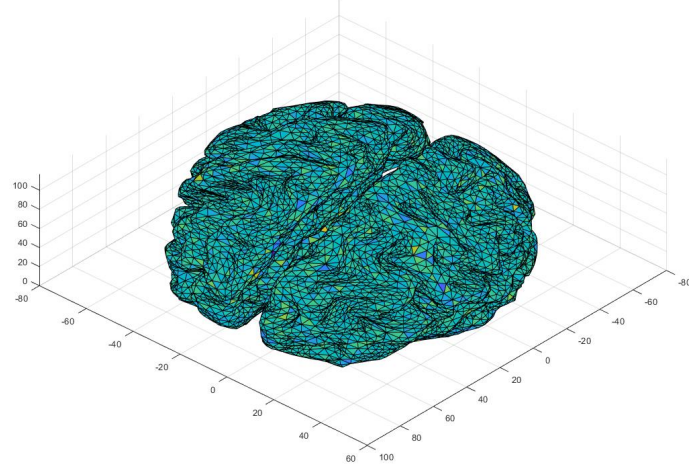


FIGURE 5 – $RSB = 10$

original source configuration: two source regions

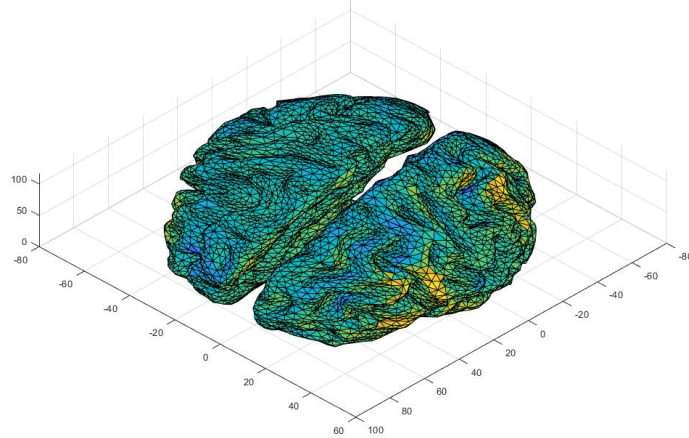
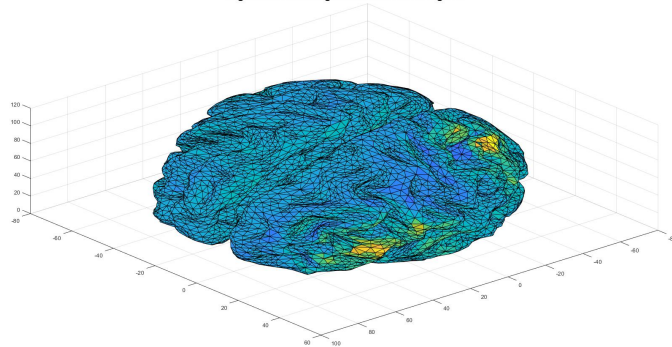


FIGURE 6 – $RSB = 100$

original source configuration: two source regions



On obtient les valeurs suivantes :

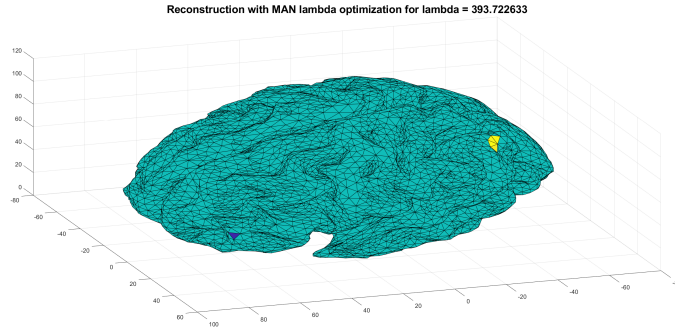
- Pour un $RSB = 0.1$, $\lambda_{opti} = 3.3 \times 10^{-5}$
- Pour un $RSB = 10$, $\lambda_{opti} = 4298$
- Pour un $RSB = 100$, $\lambda_{opti} = 801$

On observe bien que :

- Plus on a de bruit, moins le résultat est proche de la vérité terrain. Pour $RSB = 0.1$, on ne distingue pas les sources, pour $RSB = 10$, on commence à distinguer les sources mais le résultat le plus proche est obtenu pour $RSB = 100$
- Les valeurs retournées pour λ_{opti} différent entre les trois RSB et de manière non ordonnée, on ne peut donc pas exhiber un lien simple entre RSB et valeur de λ_{opti} .
- Comme on le voit par exemple sur la figure 3, le choix de ce paramètre influe grandement sur la valeur DLE obtenue. Il faut donc faire attention à choisir une bonne valeur du paramètre si on veut obtenir des bons résultats.

On peut par ailleurs noter l'influence du seuil sur le résultat. Les figures obtenues ci-dessus ont été tracé sans seuillage. Par exemple pour un seuil égal à 0.9 on serait alors sélectif et on obtient la figure suivante :

FIGURE 7 – $RSB = 10$ et seuil de 0.9



Le seuil est alors également un paramètre à ajuster.

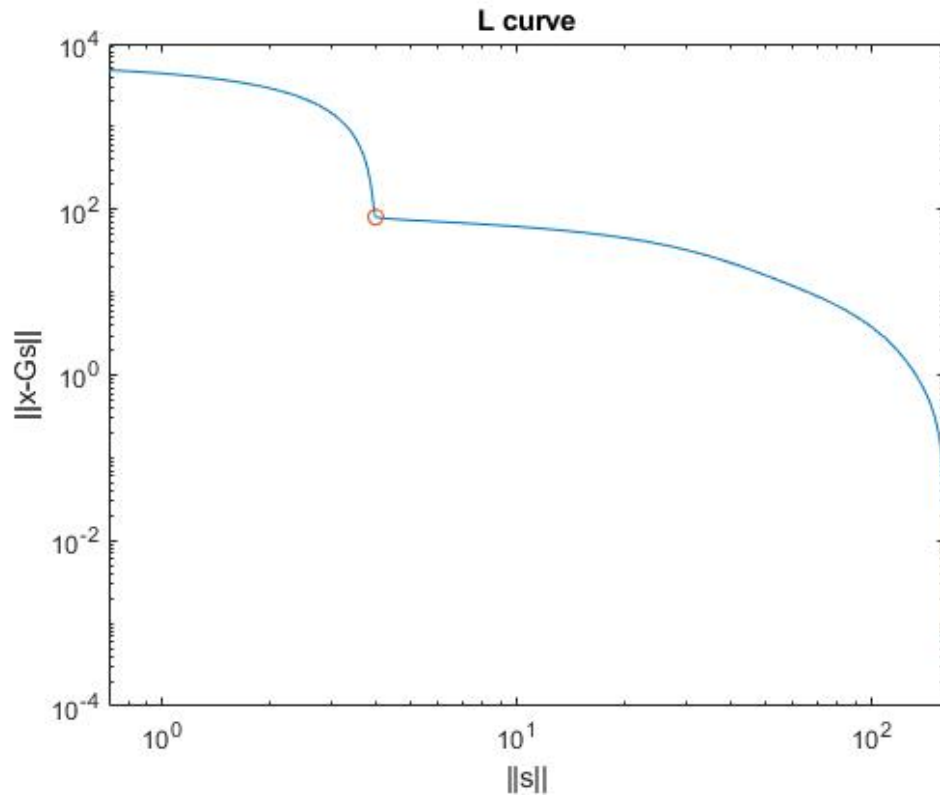
3 L-curve

Pour obtenir la meilleure valeur de λ , on exploite alors la L-Curve. Il s'agit du tracé de la norme de la solution en fonction de la norme du résidu avec λ comme paramètre.

On choisit la valeur de λ situé dans le coin de la L-curve afin d'assurer un bon compromis entre les deux erreurs à minimiser.

Par exemple pour un RSB égal à 1, on obtient la L-curve suivante ainsi que la localisation de λ_{opti} :

FIGURE 8 – L-curve



4 Comparaison de trois méthodes

Une autre méthode consiste en l'utilisation du "Discrepacy principle".

Affichons alors les résultats obtenus pour les 3 différentes méthodes pour un RSB égal à 0.1 et pour une même valeur de seuil :

FIGURE 9 – Méthode manuelle

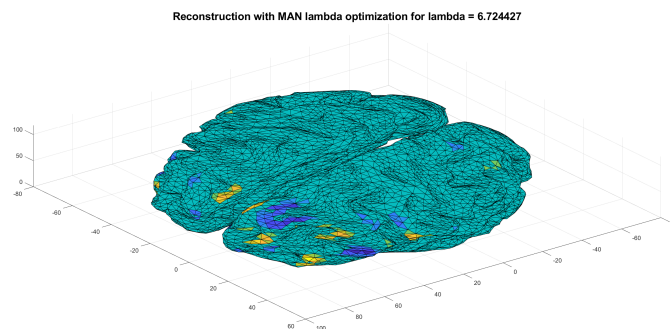


FIGURE 10 – Méthode L-curve

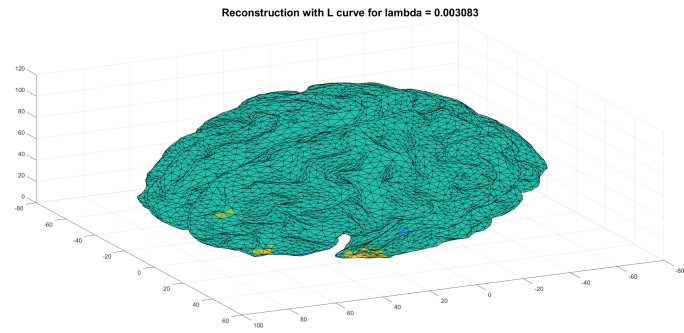
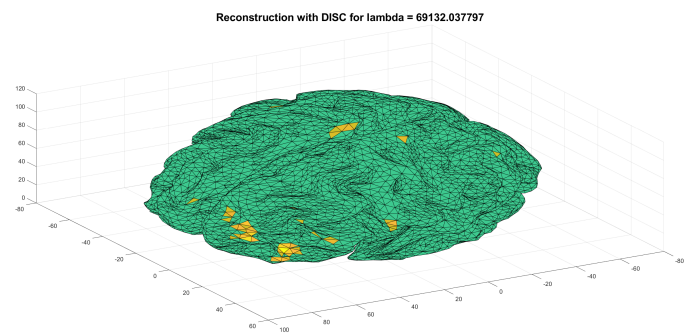


FIGURE 11 – Méthode DISC



Pour un RSB égal à 10 :

FIGURE 12 – Méthode manuelle

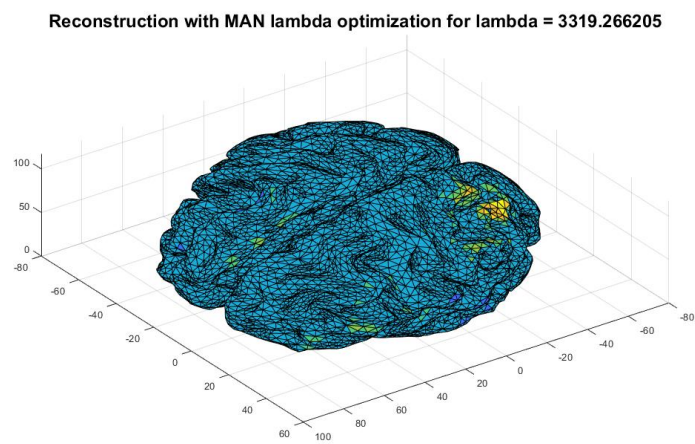


FIGURE 13 – Méthode L-curve

Reconstruction with L curve for lambda = 0.00102

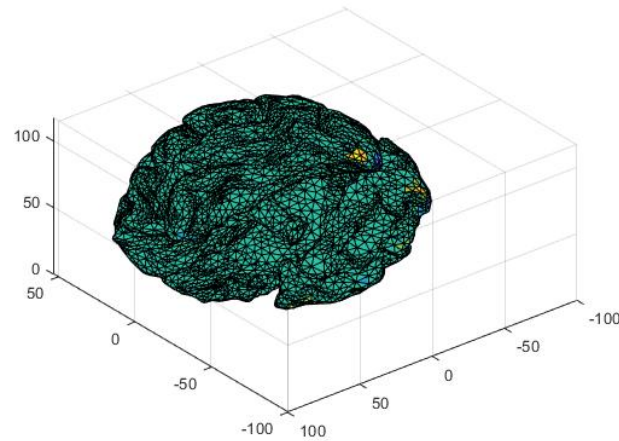
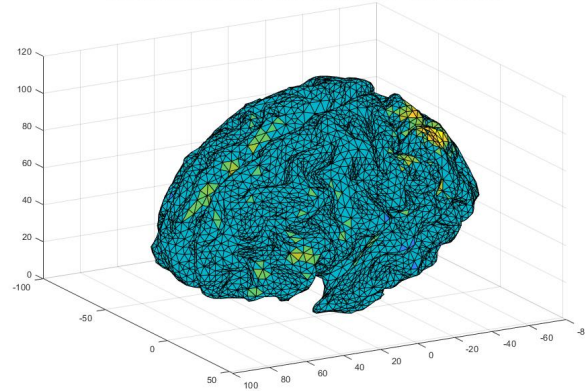


FIGURE 14 – Méthode DISC

Reconstruction with DISC for lambda = 6332.908400



Et enfin, pour un RSB égal à 100 :

FIGURE 15 – Méthode manuelle

Reconstruction with MAN lambda optimization for lambda = 234.823460

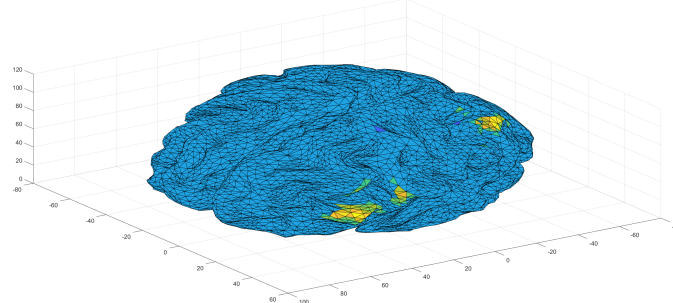


FIGURE 16 – Méthode L-curve

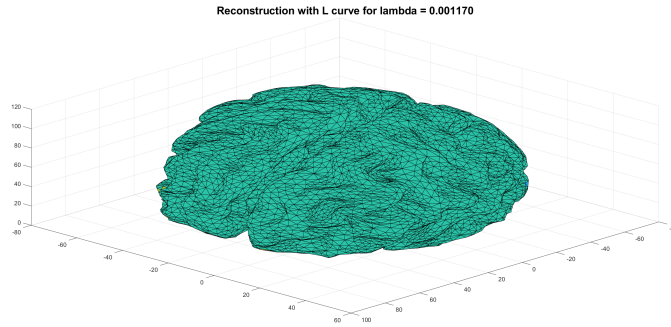
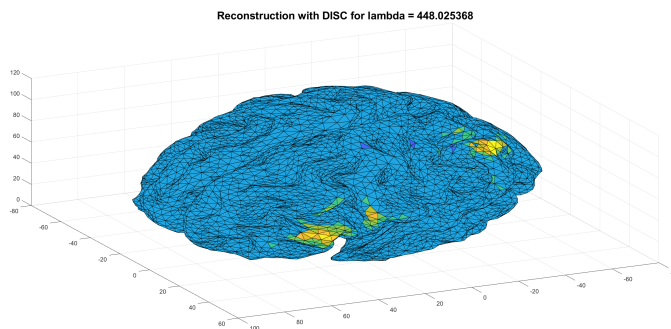


FIGURE 17 – Méthode DISC



On observe alors que :

- Pour les différentes valeurs du RSB, chaque méthode fournit des résultats qui diffèrent des autres
- Dans ce cas, on observe que la méthode DISC fournit les meilleurs résultats, suivie de la méthode manuelle et enfin de la méthode L-curve. Cependant, on ne peut pas en déduire un classement général des méthodes.
- Enfin, ajuster le seuil pourrait nous permettre d'observer des images plus proches de la vérité terrain pour les différents cas

Conclusion

Ainsi, au cours de ce TP nous avons pu nous intéresser au problème de la localisation de sources en EEG. Nous nous sommes focalisé sur la régularisation de Tikhonov et avons pu implémenter trois méthodes pour le choix du paramètre de régularisation : manuelle, L-curve et DISC.

Nous avons pu alors prendre conscience de la complexité du problème. En effet, en pratique, nous ne disposons pas de vérité terrain pour pouvoir évaluer nos résultats. De plus, le choix du paramètre de régularisation est complexe. Nous n'avons pu exhiber aucune méthode simple nous permettant de toujours choisir la meilleure valeur. Au contraire, il faut plutôt essayer différentes méthodes et sélectionner celle qui nous semble fournir le meilleur résultat pour un problème donné. De plus, la valeur du seuil doit également être ajustée pour obtenir de bons résultats.