

Analyse Spectrale : travaux pratiques

Yassine Jamoud, Samy Haffoudhi

30 septembre 2021

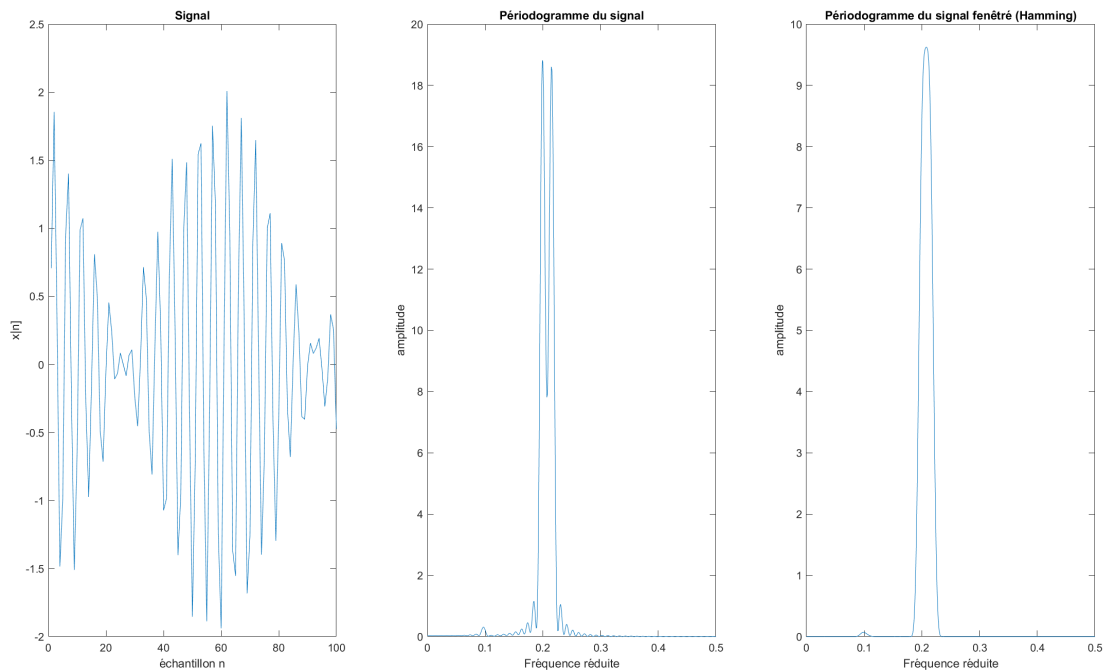
1 Détection d'oscillations

Dans ce premier exercice, nous allons appliquer différentes méthodes d'analyse spectrale afin d'identifier les fréquences contenues dans quatre signaux. Ainsi, nous pourrons comparer ces techniques et en tirer leurs avantages et limites. Pour chaque signal nous appliquerons uniquement les méthodes les plus adaptées et nous tracerons systématiquement le périodogramme du signal.

Signal 1

Pour ce premier signal sans bruit nous avons choisi de calculer et tracer le périodogramme du signal et sa version fenêtrée.

FIGURE 1 – Résultats signal 1



Nous observons que le périodogramme permet d'identifier deux fréquences proches du signal mais les oscillations semblent cacher une troisième composante. Afin de s'en assurer nous traçons le périodogramme fenêtré (Hamming) qui permet en limitant la taille des lobes secondaires de trouver cette troisième composante. Mais le lobe principal ayant alors été élargi nous ne distinguons plus les deux composantes proches du signal. Nous sommes face à un cas illustrant parfaitement la notion de compromis entre la taille des lobes secondaires et du lobe principal.

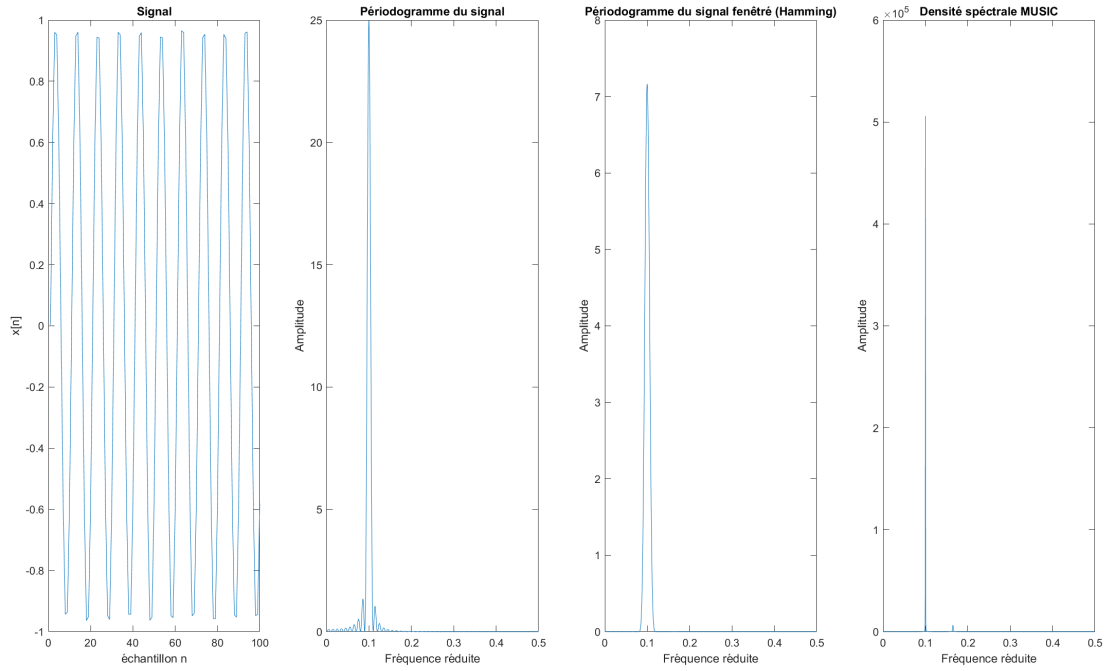
En somme le signal 1 semble comporter les composantes : $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.20$ et $\lambda_3 = 0.21$.

Signal 2

Pour ce deuxième signal sans bruit, nous optons cette fois pour le calcul du périodogramme, d'un périodogramme fenêtré et de la densité spectrale (MUSIC).

En effet, cette fois le périodogramme fenêtré n'est pas suffisant afin d'identifier les composantes du signal comme le montre le tracé de la densité spectrale permettant d'identifier une deuxième composante.

FIGURE 2 – Résultats signal 2



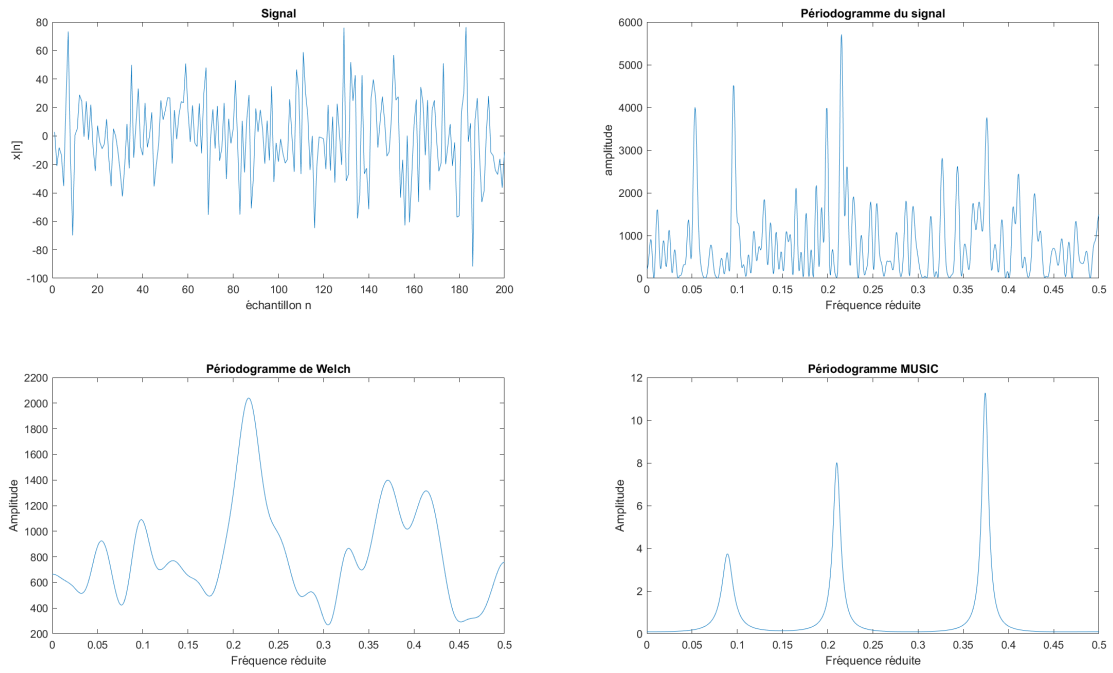
Le signal 2 semble comporter les composantes : $\lambda_1 = 0.1$ et $\lambda_2 = 0.17$.

Signal 3

Pour ce signal comportant du bruit nous optons pour l'utilisation du périodogramme, du périodogramme de Welch et de MUSIC.

Le périodogramme et le périodogramme de Welch ne permettent pas d'identifier précisément dans ce cas les composantes du signal. La méthode MUSIC semble fournir les meilleurs résultats mais le choix du nombre d'exponentielles à rechercher est difficile.

FIGURE 3 – Résultats signal 3

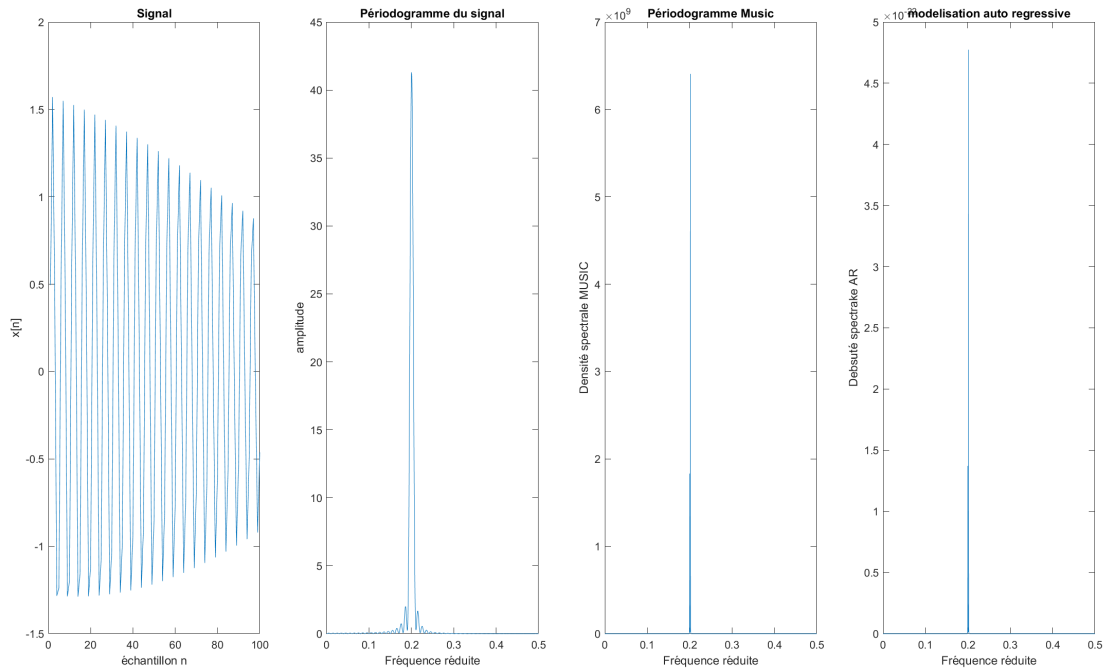


Le signal 3 semble alors comporter les composantes : $\lambda_1 = 0.09$, $\lambda_2 = 0.2$ et $\lambda_3 = 0.37$.

Signal 4

Enfin, pour ce dernier signal nous utilisons le périodogramme, MUSIC et la modélisation auto-régressive.

FIGURE 4 – Résultats signal 4



MUSIC et la modélisation autorégressive fournissent alors les meilleurs résultats et permettent d'identifier deux composantes très proches du signal.

Le signal 4 semble alors comporter les composantes : $\lambda_1 = 0.199$ et $\lambda_2 = 0.2$.

Résumé des avantages et limites de chaque méthode

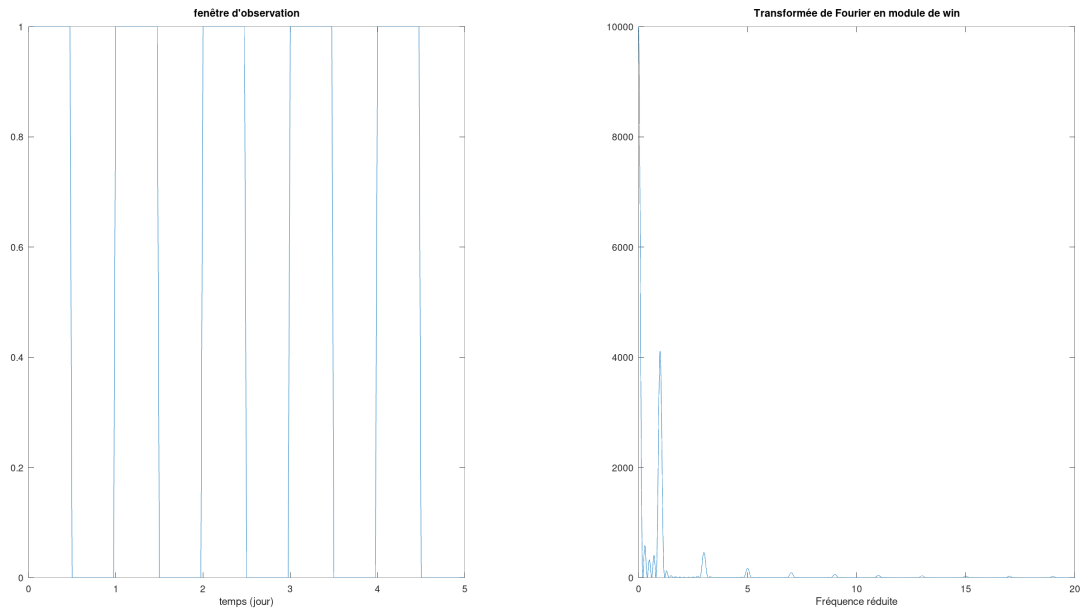
D'après les résultats précédents on retiendra ces avantages et limites des différentes méthodes d'analyse spectrale présentées :

Méthode	Avantages	Inconvénients
Périodogramme	Bonne estimation du lobe principal	Masquage des composantes de faibles amplitudes
Périodogramme fenêtré	Meilleure estimation des composantes de faibles amplitudes	étalement du lobe principal
Périodogramme de Welch	Réduction de l'influence du bruit	perte de l'hypothèse de stationnarité si recherche d'une meilleure résolution
Modélisation autorégressive	Réduction de l'influence du bruit, méthode paramétrique	Couteux en calculs, méthode asymptotique
MUSIC	adapté à une utilisation en présence de bruit	Couteux en calculs, méthode asymptotique, choix d'un paramètre

2 Détection d'exoplanètes par analyse spectrale de série temporelle

1. Représentons la transformée de fourier en module de la fenêtre d'observation :

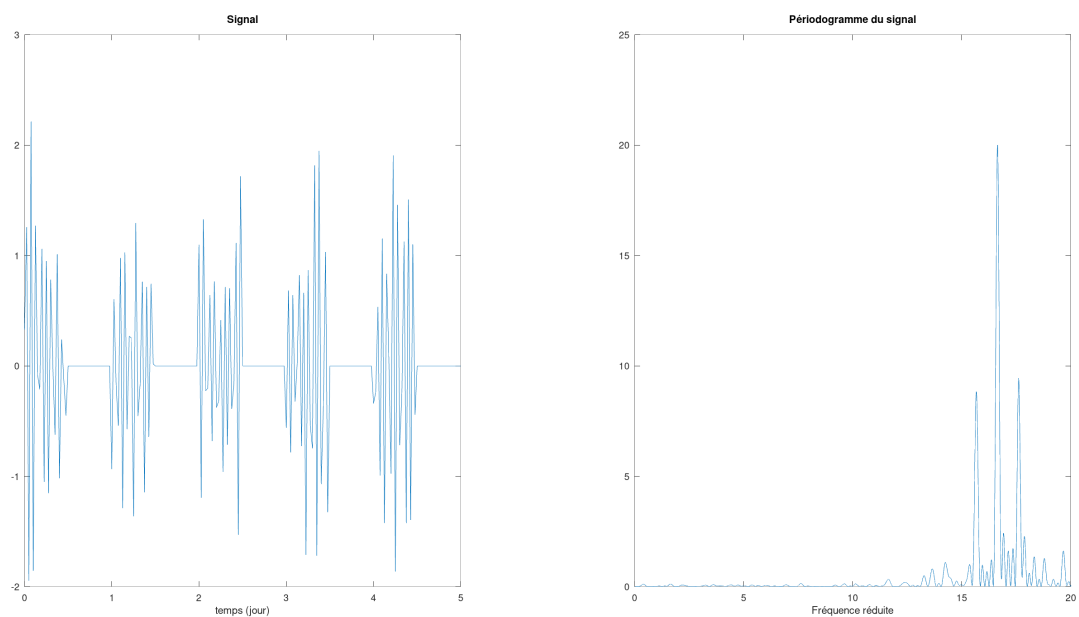
FIGURE 5 – Fenêtre d'observation



Ce périodogramme met alors en évidence l'ajout de bruit au périodogramme du signal.

2. Représentons le périodogramme du signal :

FIGURE 6 – Signal (données disponibles)



On observe que le périodogramme contient en plus de l'information utile du bruit. Il faudra alors procéder à une étape d'isolation de l'information.

3. L'implémentation de l'algorithme présenté est fournie en Annexe.
4. En faisant tourner l'algorithme on obtient les résultats suivants pour les 3 premières itérations de l'algorithme :

FIGURE 7 – Itération 1

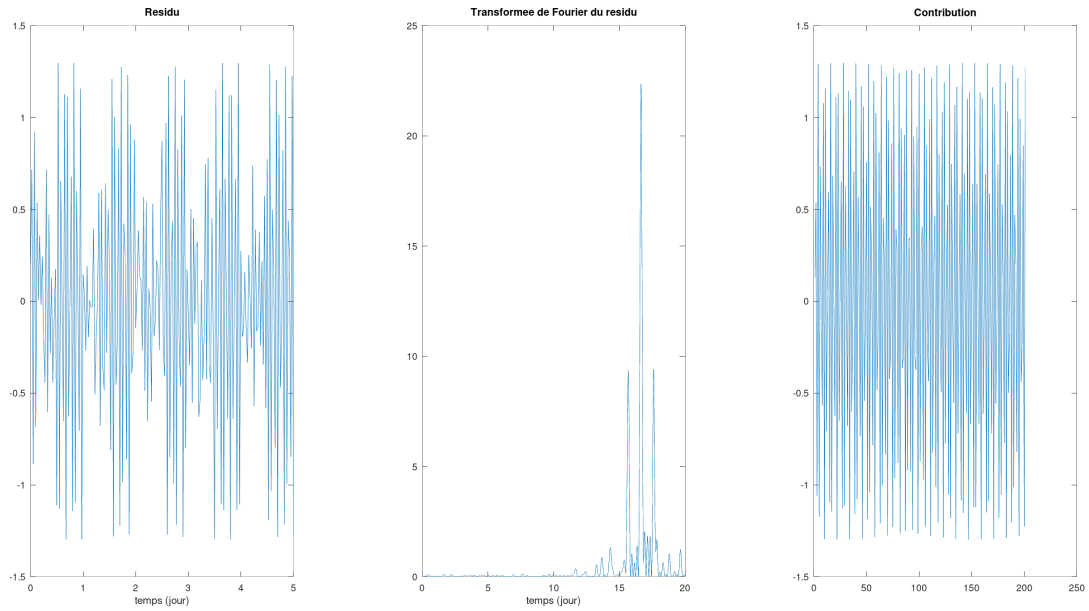


FIGURE 8 – Itération 2

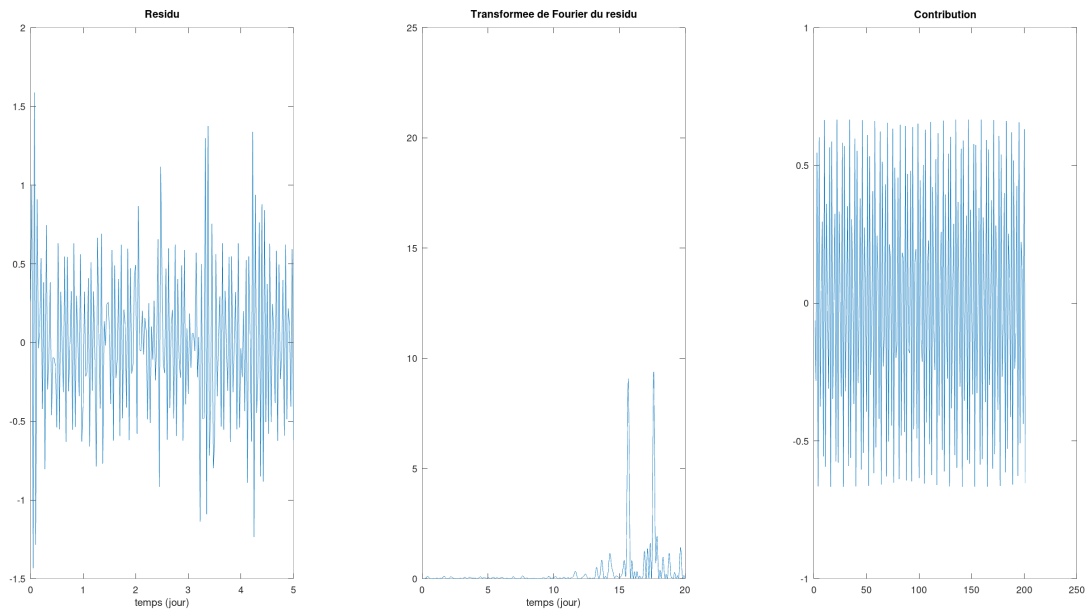
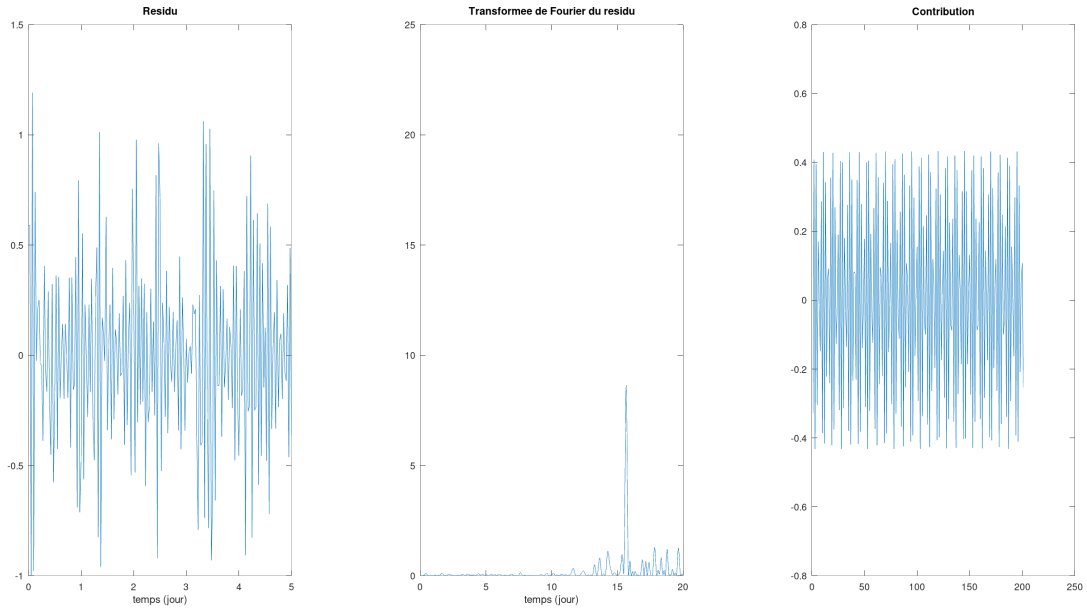


FIGURE 9 – Itération 3



Ainsi, on observe que la méthode permet bien de détecter les composantes du signal, à chaque itération la composante correspondant à l'amplitude la plus importante est éliminée. On dispose alors d'une nouvelle méthode, cette fois itérative d'extraction des composantes fréquentielles d'un signal en présence de pics parasites.

A Script Signal 1

```

1 signal=x1;
2 N=size(signal);
3 N=N(1);
4 Nf=8*2^nextpow2(N);
5 Fs=1;
6 x = 0:Fs/Nf:(Nf-1)/Nf*Fs;
7
8 h=hamming(N);
9 y = fft(signal, Nf);
10 yfenetre = fft(signal.*h, Nf);
11
12 y = 1/N*abs(y).^2;
13 yfenetre = 1/N*abs(yfenetre).^2;
14
15 subplot(1,3,1);
16 plot(signal);
17 title('Signal');
18 xlabel('chantillon n');
19 ylabel('x[n]');
20
21 subplot(1,3,2);
22 plot(x, y);
23 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
24 title('Periodogramme du signal');
25 xlabel('Fréquence réduite');
26 ylabel('amplitude');
27

```



```

28 subplot(1,3,3);
29 plot(x,yfenetre);
30 set(gca,'xlim',[0,Fs/2]);
31 title('P riogramme du signal fen tr (Hamming)');
32 xlabel('Fr quence r duite');
33 ylabel('amplitude');

```

B Script Signal 2

```

1 signal=x2;
2 N=size(signal);
3 N=N(1);
4 Nf=16*2^nextpow2(N);
5 Fs=1;
6 x = 0:Fs/Nf:(Nf-1)/Nf*Fs;
7 P=4;
8
9 h=hamming(N);
10 S_MUSIC= pmusic(signal,P,x,Fs);
11 y = 1/N*abs(fft(signal, Nf)).^2;
12 yfenetre = 1/N*abs(fft(signal.*h, Nf)).^2;
13
14
15 subplot(1,4,1);
16 plot(signal);
17 title('Signal');
18 xlabel('chantillon n');
19 ylabel('x[n]');
20
21 subplot(1,4,2);
22 plot(x, y);
23 set(gca,'xlim',[0,Fs/2]);
24 title('P riogramme du signal');
25 xlabel('Fr quence r duite');
26 ylabel('Amplitude');
27
28 subplot(1,4,3);
29 plot(x, yfenetre);
30 set(gca,'xlim',[0,Fs/2]);
31 title('P riogramme du signal fen tr (Hamming)');
32 xlabel('Fr quence r duite');
33 ylabel('Amplitude');
34
35 subplot(1,4,4);
36 plot(x,S_MUSIC);
37 title('Densit sp ctrale MUSIC');
38 xlabel('Fr quence r duite');
39 ylabel('Amplitude');
40 set(gca,'xlim',[0,Fs/2]);

```

C Script Signal 3

```

1 signal=x3;
2 N=size(signal);
3 N=N(1);
4 Nf=8*2^nextpow2(N);
5 Fs=1;
6 x = 0:Fs/Nf:(Nf-1)/Nf*Fs;

```

```

7
8 y = 1/N*abs(fft(signal, Nf)).^2;
9 N_win=N/4;
10 N_noverlap=N_win/4;
11 periodogram_welch = pwelch(signal, N_win, N_noverlap, Nf, Fs, 'twosided');
12
13 S_MUSIC= pmusic(signal, 6, x, Fs);
14
15 subplot(2,2,1);
16 plot(signal);
17 title('Signal');
18 xlabel('chantillon n');
19 ylabel('x[n]');
20
21 subplot(2,2,2);
22 plot(x, y);
23 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
24 title('Periodogramme du signal');
25 xlabel('Frquence rduite');
26 ylabel('amplitude');
27
28 subplot(2,2,3);
29 plot(x, periodogram_welch);
30 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
31 title('Periodogramme de Welch');
32 xlabel('Frquence rduite');
33 ylabel('Amplitude');
34
35 subplot(2,2,4);
36 plot(x, S_MUSIC);
37 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
38 title('Periodogramme MUSIC');
39 xlabel('Frquence rduite');
40 ylabel('Amplitude');

```

D Script Signal 4

```

1 signal=x4;
2 N=size(signal);
3 N=N(1);
4 Nf=64*2^nextpow2(N);
5 Fs=1;
6 x = 0:Fs/Nf:(Nf-1)/Nf*Fs;
7 p=6;
8 y = fft(signal, Nf);
9 y = 1/N*abs(y).^2;
10
11 S_MUSIC= pmusic(signal, 4, x, Fs);
12
13 [a, sigma2] = arcov(signal, p);
14 yAR = (sigma2 ./ abs(fft(a, Nf))).^2;
15
16 subplot(1,4,1);
17 plot(signal);
18 title('Signal');
19 xlabel('chantillon n');
20 ylabel('x[n]');
21
22 subplot(1,4,2);

```

```

23 plot(x, y);
24 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
25 title('P riogramme du signal');
26 xlabel('Fr quence r duite');
27 ylabel('amplitude');
28
29 subplot(1,4,3);
30 plot(x, S_MUSIC);
31 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
32 title('P riogramme Music');
33 xlabel('Fr quence r duite');
34 ylabel('Densit spectrale MUSIC');
35
36 subplot(1,4,4);
37 plot(x,yAR);
38 title('modelisation auto regressive');
39 xlabel('Fr quence r duite');
40 ylabel('Debsut spectrake AR');
41 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);

```

E Script Exercice 2

```

1 N=length(win);
2 Nf=2^12;
3 Fs=1/0.025;
4 f = 0:Fs/Nf:(Nf-1)/Nf*Fs;
5 y = fft(win, Nf);
6 y = abs(y).^2;
7
8 figure(1);
9 subplot(1,2,1);
10 plot(t, win);
11 title('fen tre d\'observation');
12 xlabel('temps (jour)');
13
14 subplot(1,2,2);
15 plot(f, y);
16 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
17 title('Transform e de Fourier en module de win');
18 xlabel('Fr quence r duite');
19
20 y = fft(x.*win, Nf);
21 y = 1/N*abs(y).^2;
22
23 figure(2);
24 subplot(1,2,1);
25 plot(t, x .* win);
26 title('Signal');
27 xlabel('temps (jour)');
28
29 subplot(1,2,2);
30 plot(f, y);
31 set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
32 title('P riogramme du signal');
33 xlabel('Fr quence r duite');
34
35 residu = x.*win;
36 M = max(y);
37 iter = 1;

```

```

38 tolerance = 8;
39 while M > tolerance
40     [M, i] = max(y);
41     f_est = f(i);
42     [amp_est, phi_est] = estim_amp_phase(residu, t, f_est);
43     contrib = amp_est * sin(2 * pi * f_est * t + phi_est);
44     residu = residu - contrib;
45     y = fft(residu, Nf);
46     y = 1/N*abs(y).^2;
47
48     printf('It ration : %d      Composante d tect e : %d\n', iter, f_est);
49     figure(2 + iter);
50     subplot(1,3,1);
51     plot(t, residu);
52     title('Residu');
53     xlabel('temps (jour)');
54     subplot(1,3,2);
55     plot(f, y);
56     set(gca, 'xlim', [0, Fs/2]);
57     set(gca, 'ylim', [0, 25]);
58     title('Transformee de Fourier du residu');
59     xlabel('temps (jour)');
60     subplot(1,3,3);
61     plot(contrib);
62     title('Contribution');
63
64     iter = iter + 1;
65 end

```