



INSTITUTO TECNOLÓGICO NACIONAL CAMPUS APIZACO

SAMUEL PEREZ ZISTECATL

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

TEMA 1

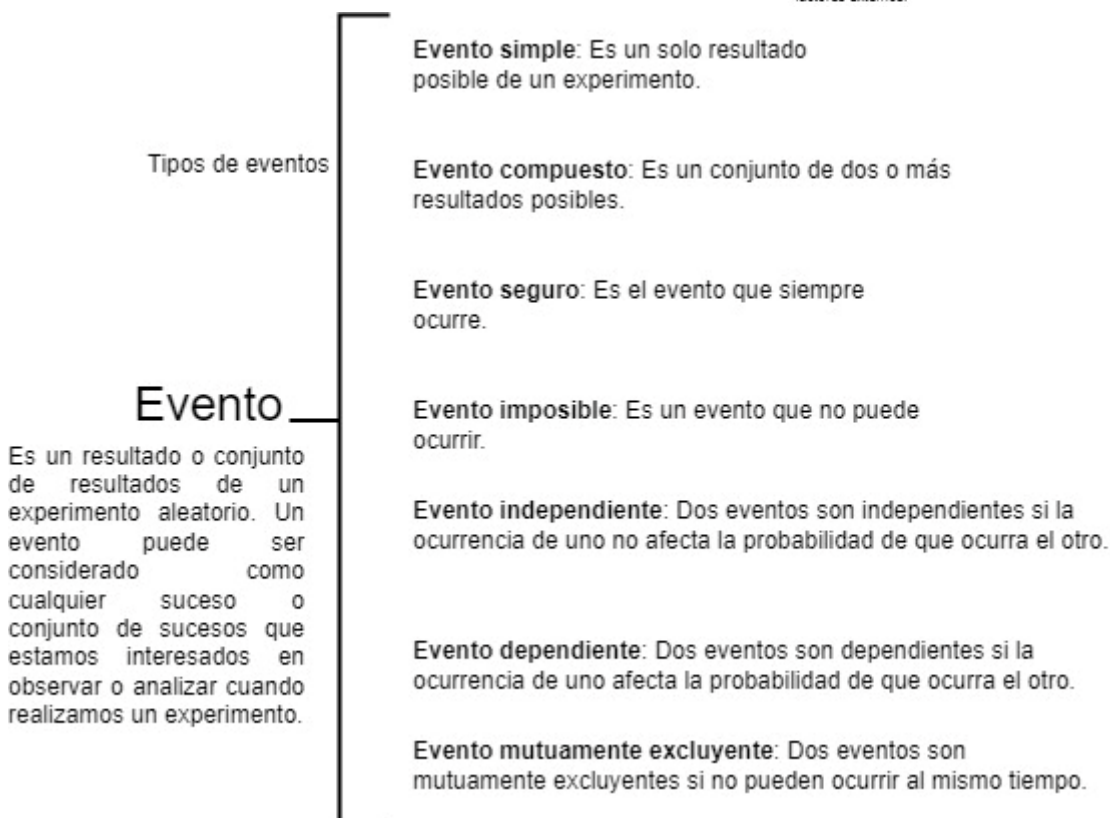
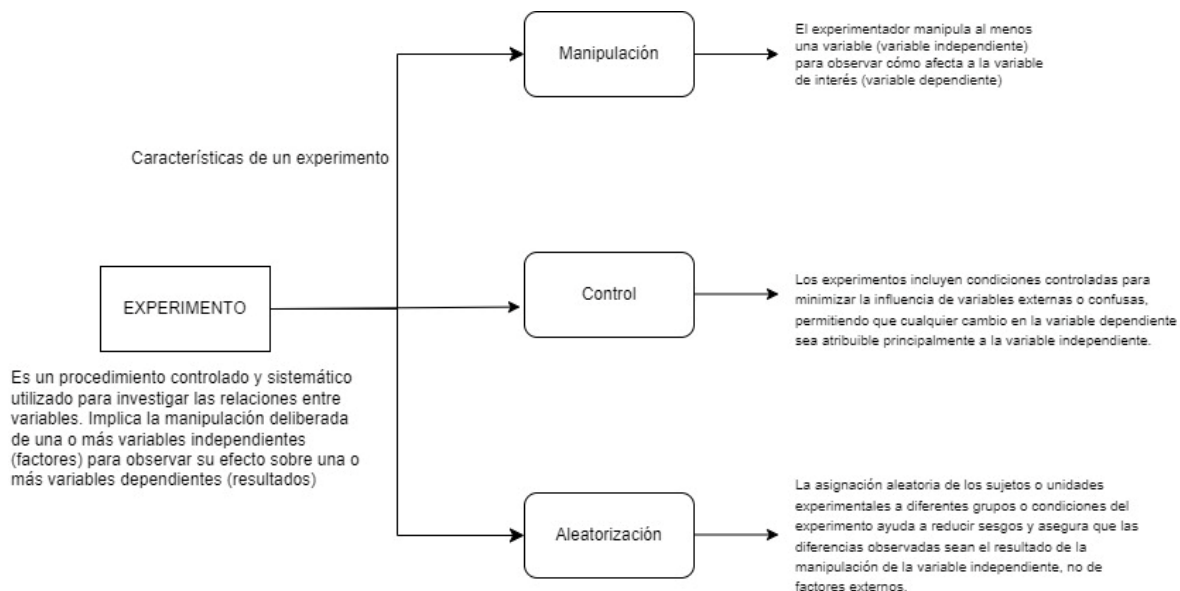
CONCEPTOS

DR. RODOLFO ELEAZAR PEREZ
LOAIZA

Indice

Diagramas	3
Experimento	3
Evento	3
Tipos de probabilidad	4
Principios de conteo	4
Ejercicios	5
Experimento	5
Tipos de eventos en estadística	5
Tipos de probabilidad	6
Reglas para calcular probabilidad	7
Principios de conteo	9
Conclusiones	11
Bibliografía	12

Diagramas



Tipos de probabilidad

Probabilidad clásica o teórica	probabilidad a priori , es la que se basa en suposiciones teóricas sobre los posibles resultados de un experimento, asumiendo que todos los resultados son igualmente probables. Este tipo de probabilidad se usa cuando se tiene un conocimiento previo del espacio muestral (todos los resultados posibles) y no es necesario realizar experimentos.	La fórmula para la probabilidad clásica es: $P(A) = \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número total de resultados posibles}}$
Probabilidad empírica o frecuentista	Este enfoque mide la probabilidad de un evento con base en la frecuencia relativa con la que ocurre ese evento en experimentos repetidos o en observaciones pasadas. Se utiliza cuando no se conoce el espacio muestral teóricamente, y se deben realizar experimentos o recopilar datos para estimar la probabilidad.	La fórmula para la probabilidad empírica es: $P(A) = \frac{\text{Número de veces que ocurre } A}{\text{Número total de ensayos}}$
Probabilidad subjetiva	La probabilidad subjetiva se basa en el juicio personal o creencias de un individuo sobre la ocurrencia de un evento. No se fundamenta en cálculos matemáticos ni en la repetición de experimentos, sino en la experiencia, intuición o información disponible del observador. Este tipo de probabilidad se usa a menudo en situaciones donde no hay datos históricos ni experimentos repetibles, como en apuestas o pronósticos.	
Probabilidad condicionada	La probabilidad condicionada se refiere a la probabilidad de que ocurra un evento, dado que otro evento ya ha ocurrido. Es útil cuando los eventos no son independientes y la ocurrencia de uno afecta la probabilidad del otro.	La fórmula para la probabilidad condicionada es: $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ donde $P(A B)$ es la probabilidad de que ocurra A , dado que B ya ocurrió.
Probabilidad conjunta	La probabilidad conjunta se refiere a la probabilidad de que ocurran dos o más eventos al mismo tiempo o de forma simultánea. Se utiliza para eventos que pueden ocurrir de manera combinada.	Para dos eventos A y B , la probabilidad conjunta es: $P(A \cap B)$
Probabilidad total	La probabilidad total se utiliza para calcular la probabilidad de un evento considerando todos los posibles resultados de un evento intermedio o relacionado. Esta se utiliza cuando se conoce la probabilidad condicional de un evento dado varios escenarios posibles.	La fórmula de la probabilidad total es: $P(A) = P(A B_1)P(B_1) + P(A B_2)P(B_2) + \dots + P(A B_n)P(B_n)$

Reglas para calcular probabilidad

Regla de la adición (Regla del "o")	Esta regla se utiliza para calcular la probabilidad de que ocurra uno de dos o más eventos. Hay dos versiones de esta regla, dependiendo de si los eventos son mutuamente excluyentes o no.	Para eventos mutuamente excluyentes: Dos eventos son mutuamente excluyentes si no pueden ocurrir al mismo tiempo. En este caso, la probabilidad de que ocurra uno de los eventos es la suma de las probabilidades individuales de cada evento. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
Regla de la multiplicación (Regla del "y")	Esta regla se utiliza para calcular la probabilidad de que ocurran dos eventos simultáneamente . De nuevo, hay dos versiones, dependiendo de si los eventos son dependientes o independientes.	Para eventos no mutuamente excluyentes: Si los eventos no son mutuamente excluyentes (es decir, pueden ocurrir simultáneamente), debemos restar la probabilidad de la intersección de ambos eventos, ya que ha sido contada dos veces. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Regla de la probabilidad complementaria	La probabilidad de que un evento no ocurra (el complemento de un evento A) se puede calcular restando $P(\text{un } A) = 1 - P(A)$.	Para eventos independientes: Dos eventos son independientes si la ocurrencia de uno no afecta la probabilidad de que ocurra el otro. En este caso, la probabilidad de que ambos eventos ocurran es el producto de sus probabilidades individuales. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
Regla de la probabilidad condicionada	La probabilidad de que ocurra un evento A , dado que ha ocurrido un evento B , se determina probabilidad condicionada . La probabilidad condicionada se calcula con la siguiente fórmula: $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	Para eventos dependientes: Si los eventos son dependientes, la probabilidad de que ambos eventos ocurran se calcula multiplicando la probabilidad del primer evento por la probabilidad condicional del segundo evento dado que el primero ya ocurrió. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B A)$
Teorema de Bayes	El teorema de Bayes permite calcular la probabilidad de un evento A , dada la ocurrencia de un evento B , cuando se conoce la probabilidad inversa (es decir, la probabilidad de B dado A) y las probabilidades de A y B .	$P(A B) = \frac{P(B A) \times P(A)}{P(B)}$

Principios de Conteo

Principio de la multiplicación (Principio multiplicativo)	Este principio establece que, si un evento puede ocurrir de m maneras diferentes y otro evento puede ocurrir de n maneras diferentes, entonces el número total de maneras en que ambos eventos pueden ocurrir juntos es el producto de m y n .	Total de combinaciones = $m \times n$
Principio de la adición (Principio aditivo)	Este principio se aplica cuando hay dos eventos mutuamente excluyentes, es decir, que no pueden ocurrir al mismo tiempo. Si un evento puede ocurrir de m maneras y otro evento mutuamente excluyente puede ocurrir de n maneras, entonces el número total de maneras en que uno u otro evento puede ocurrir es la suma de m y n .	Total de formas = $m + n$
Permutaciones	Una permutación es una forma de contar el número de maneras en que se pueden ordenar un conjunto de objetos. Se utiliza cuando el orden de los elementos importa.	Fórmula para permutaciones de n elementos tomados de r en r : $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ donde el factorial de n , es el producto de todos los números enteros positivos desde 1 hasta n .
Combinaciones	Una combinación es una forma de contar el número de maneras en que se pueden seleccionar un conjunto de objetos sin importar el orden. Se utiliza cuando el orden de los elementos no importa.	Fórmula para combinaciones de n elementos tomados de r en r : $C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
Principio de inclusión-exclusión	Este principio se utiliza cuando se cuentan eventos que no son mutuamente excluyentes, es decir, cuando hay una superposición entre los eventos que pueden ocurrir al mismo tiempo. Se aplica para evitar contar dos veces los resultados que pertenecen a ambos eventos.	Fórmula para dos conjuntos A y B : $ A \cup B = A + B - A \cap B $ donde $ A \cup B $ es el número total de elementos en los conjuntos A y B , $ A $ es el número de elementos en el conjunto A , $ B $ es el número de elementos en el conjunto B , y $ A \cap B $ es el número de elementos que están en ambos conjuntos.
Principio del Pigeonhole (Principio de las Casillas)	El principio del pigeonhole establece que si distribuyes más objetos que recipientes entre los que distribuirlos, entonces al menos un recipiente contendrá más de un objeto. Aunque sencillo, este principio es útil para demostrar la existencia de ciertas configuraciones en problemas de conteo.	

Archivos de consulta:

<https://github.com/samyzistec/Draw>

Ejercicios

- **Probabilidad:**

La probabilidad es una herramienta matemática que nos ayuda a medir y analizar situaciones inciertas, permitiendo tomar decisiones informadas o hacer predicciones sobre eventos futuros.

- **Experimento:**

Un investigador quiere determinar si un nuevo medicamento reduce la presión arterial. El experimento implicaría dar el medicamento a un grupo de personas (grupo experimental) y un placebo a otro grupo (grupo control). La presión arterial de ambos grupos se mediría para comparar los efectos del medicamento.

Conclusión:

los experimentos estadísticos son fundamentales para validar teorías y obtener evidencia empírica sólida sobre las relaciones causales entre las variables estudiadas.

Tipos de eventos en estadística

- **Evento simple**

al lanzar un dado, un evento simple podría ser "sacar un 3".

- **Evento compuesto**

al lanzar un dado, un evento compuesto podría ser "sacar un número par", lo cual incluye los resultados 2, 4 y 6.

- **Evento seguro**

al lanzar un dado de seis caras, el evento "sacar un número entre 1 y 6" es un evento seguro, porque siempre se dará un número dentro de ese rango.

- **Evento imposible**

al lanzar un dado de seis caras, el evento "sacar un 7" es un evento imposible.

- **Evento independiente**
al lanzar dos monedas, que una salga "cara" es independiente de que la otra también salga "cara".
- **Evento dependiente**
sacar una carta de una baraja sin reemplazarla afecta las probabilidades de sacar una segunda carta de un determinado valor.
- **Evento mutuamente excluyente**
al lanzar un dado, el evento "sacar un 4" y el evento "sacar un 5" son mutuamente excluyentes, ya que no se puede sacar un 4 y un 5 a la vez.

Conclusión:

Un evento es cualquier situación o suceso que puede ocurrir como resultado de un experimento aleatorio, y la probabilidad de ese evento es un número que mide la posibilidad de que ocurra.

Tipos de probabilidad

- **Probabilidad clásica o teórica**
Al lanzar un dado justo de seis caras, la probabilidad de obtener un 3 es:

$$P(3) = \frac{1}{6}$$
ya que hay 1 resultado favorable (sacar un 3) y 6 posibles resultados en total.

- **Probabilidad empírica o frecuentista**

Si lanzas una moneda 100 veces y obtienes "cara" 55 veces, la probabilidad empírica de obtener cara es:

$$P(\text{cara}) = \frac{55}{100} = 0.55$$

- **Probabilidad subjetiva**

Si un meteorólogo dice que la probabilidad de que llueva mañana es del 70%, esa probabilidad es subjetiva, ya que refleja su conocimiento y experiencia, no un cálculo basado en experimentos repetidos.

- **Probabilidad condicionada**

Si tienes una baraja de cartas y ya has sacado una carta (sin reemplazarla), la probabilidad de sacar un As dado que ya se sacó una carta no es la misma que si aún no se ha sacado ninguna.

- **Probabilidad conjunta**

La probabilidad de sacar un 2 en un dado y una cara en una moneda simultáneamente es un ejemplo de probabilidad conjunta. Si ambos eventos son independientes, la probabilidad se calcula multiplicando las probabilidades de cada evento:

$$P(2 \text{ n cara}) = P(2) \times P(\text{cara}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

- **Probabilidad total**

Si tienes varios proveedores de piezas para un ensamblaje y cada proveedor tiene una tasa de defectos distinta, la probabilidad total de obtener una pieza defectuosa se calcula considerando las probabilidades de defectos de cada proveedor.

Conclusión:

Estos tipos de probabilidad proporcionan diferentes formas de interpretar y calcular la probabilidad de eventos, según el contexto y la información disponible.

Reglas para calcular probabilidad

- **Regla de la adición (Regla del "o")**

- **Para eventos mutuamente excluyentes**

La probabilidad de sacar un 2 o un 5 en un dado es:

$$P(2 \cup 5) = P(2) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- **Para eventos no mutuamente excluyentes**

Si se elige una carta de una baraja de 52 cartas, la probabilidad de que sea un As o una carta roja (teniendo en cuenta que hay Ases rojos) es:

$$P(\text{As} \cup \text{roja}) = P(\text{As}) + P(\text{roja}) - P(\text{As roja}) = \frac{4}{52} + \frac{26}{52} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52}$$

- **Regla de la probabilidad complementaria**

Si la probabilidad de que llueva mañana es del 30%, entonces la probabilidad de que no llueva mañana es:

$$P(\text{no lluvia}) = 1 - 0.30 = 0.70$$

- **Regla de la probabilidad condicionada**

Si se sabe que una persona elegida al azar de una clase es mujer (evento B), y se desea saber la probabilidad de que sea una mujer mayor de 30 años (evento A), se usa la probabilidad condicionada. Si el 60% de las personas en la clase son mujeres, y el 20% son mujeres mayores de 30 años, entonces:

$$P(A | B) = \frac{P(\text{mujer y mayor de 30})}{P(\text{mujer})} = \frac{0.20}{0.60} = 0.33$$

- **Teorema de Bayes**

Si se sabe que una enfermedad tiene una prevalencia del 1% en la población, que una prueba tiene una tasa de falsos positivos del 5% y una tasa de verdaderos positivos del 99%, el teorema de Bayes permite calcular la probabilidad de que una persona esté realmente enferma, dado que su prueba fue positiva.

Conclusión:

Estas reglas son esenciales para resolver problemas de probabilidad, permitiendo calcular la probabilidad de eventos simples, compuestos, dependientes, o condicionados.

Principios de conteo

- **Principio de la multiplicación (Principio multiplicativo)**

Si tienes 3 tipos de pantalones y 4 tipos de camisetas, el número total de combinaciones posibles de pantalón y camiseta que puedes formar es:

$$3 \times 4 = 12 \text{ combinaciones}$$

Este principio también se extiende a más de dos eventos: si hay más eventos que pueden ocurrir en una secuencia, se multiplican todas las posibilidades.

Ejemplo extendido:

Si tienes 3 pantalones, 4 camisetas y 2 pares de zapatos, el número total de combinaciones posibles de pantalón, camiseta y zapatos es:

$$3 \times 4 \times 2 = 24 \text{ combinaciones}$$

- **Principio de la adición (Principio aditivo)**

Si en un menú hay 5 opciones de plato principal y 3 opciones de postre, y solo puedes elegir uno de ellos, entonces el número total de maneras en que puedes elegir un plato o un postre es:

$$5 + 3 = 8 \text{ maneras}$$

- **Permutaciones**

Si tienes 5 libros y quieres organizarlos en un estante, el número de maneras diferentes en que puedes ordenar los 5 libros es:

$$P(5, 5) = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ maneras}$$

Si solo quisieras organizar 3 de esos 5 libros, el número de maneras sería:

$$P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60 \text{ maneras}$$

- **Combinaciones**

Si tienes 5 libros y quieres seleccionar 3 de ellos, el número de maneras en que puedes elegir 3 libros (sin importar el orden en que los elijas) es:

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{120}{6 \times 2} = 10$$

- **Principio de inclusión-exclusión**

Si en una clase de 40 estudiantes, 25 juegan fútbol, 20 juegan baloncesto y 10 juegan ambos deportes, el número total de estudiantes que juegan al menos uno de los dos deportes es:

$$|A \cup B| = 25 + 20 - 10 = 35 \text{ estudiantes}$$

- **Principio del Pigeonhole (Principio de las Casillas)**

Si tienes 10 calcetines y 9 cajones, al menos un cajón contendrá más de un calcetín.

Conclusión:

Estos principios de conteo proporcionan las herramientas necesarias para calcular de manera eficiente el número de posibles resultados en problemas combinatorios, sin tener que enumerar manualmente todas las posibilidades. Son fundamentales en la teoría de probabilidad y la combinatoria.

Conclusiones:

La probabilidad es un concepto fundamental que nos permite entender y gestionar la incertidumbre en el mundo que nos rodea. Como una rama clave de las matemáticas, ofrece herramientas para cuantificar la posibilidad de que ocurran diferentes eventos, lo que la hace aplicable a diversas disciplinas, desde la física y la biología hasta las ciencias sociales y la economía. La probabilidad no solo es útil para describir fenómenos en experimentos controlados, como lanzar una moneda o tirar un dado, sino también para modelar sistemas más complejos y reales, como predicciones meteorológicas, estudios de riesgo financiero y análisis de comportamiento humano.

Bibliografía

Díaz, R. (2018). Probabilidad y estadística para ingenieros y científicos. McGraw-Hill Interamericana.

Valdés, L. G. (2017). Fundamentos de probabilidad y estadística (2ª ed.). Pearson Educación.

Márquez, J. A. (2019). Teoría de la probabilidad y estadística aplicada. Alfaomega.