دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی کامپیوتر

گزارش تکلیف سوم درس پردازش تصویر رقمی

دانشجو:

سید احمد نقوی نوزاد

ش-د: ۹۴۱۳۱۰۶۰

استاد:

دکتر رحمتی

بهار ۹۵

جواب سوال ۱

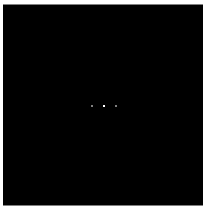
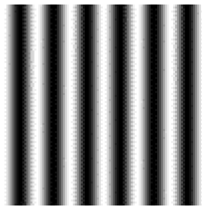
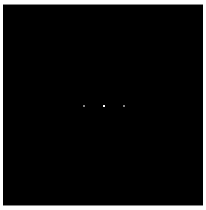
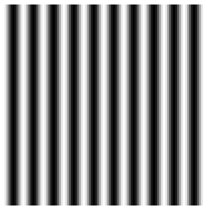
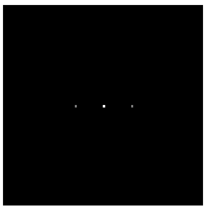
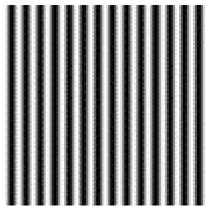
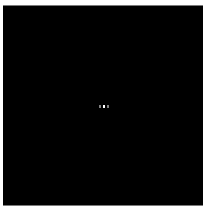
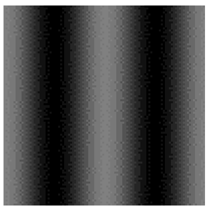
کار با نحوه‌ی ایجاد الگوهای سینوسی

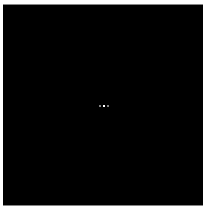
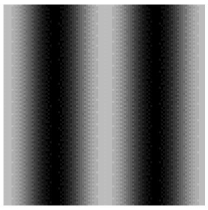
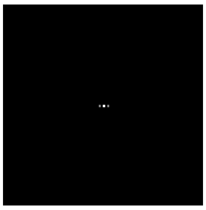
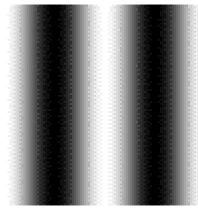
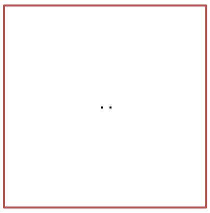
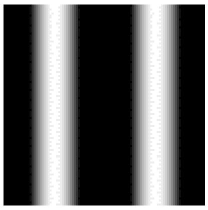
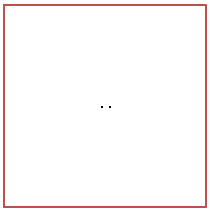
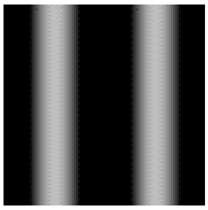
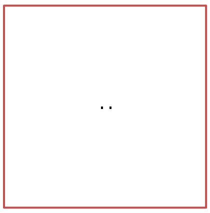
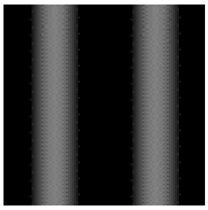
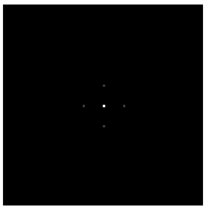
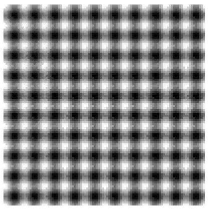
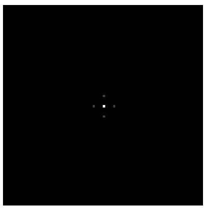
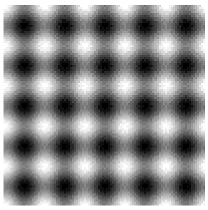
در ابتدا سیگنال ورودی را یک‌بعدی و به صورت $f(t) = A\,\mathbf{sin}(2\pi f_0 t - \varphi)$ در نظر می‌گیریم، به طوری که A معرف دامنه، f_0 معرف فرکانس و φ نیز معرف فاز یا همان جابجائی می‌باشد. حال اگر تعداد کل نمونه‌ها در حالت تک‌بعدی برابر N و اندازه‌ی فاز نیز برابر صفر باشد، اندازه یا همان magnitude سیگنال در تبدیل فوریه‌ی آن، برابر $\frac{NA}{2}$ در دو نقطه‌ی f_0 و $-f_0$ خواهد بود.

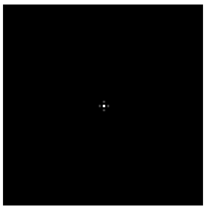
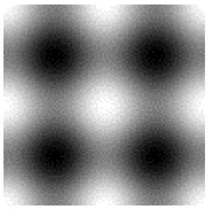
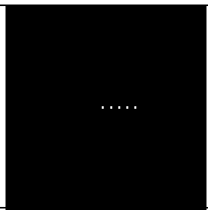
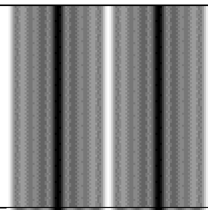
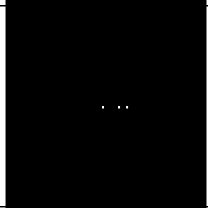
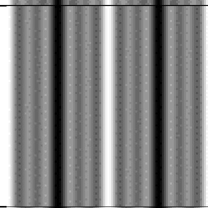
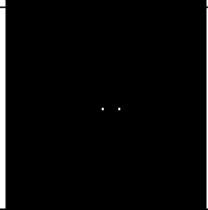
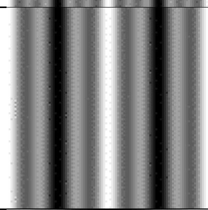
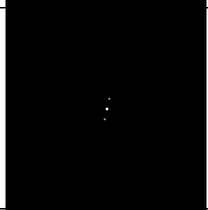
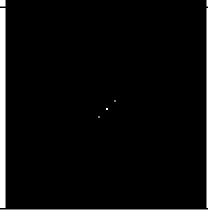
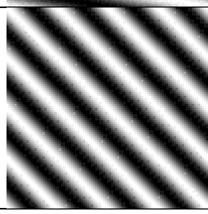
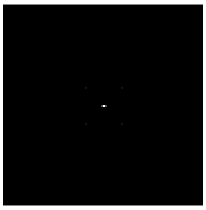
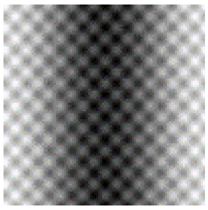
در مورد سیگنال دوبعدی نیز اگر ابعاد آن به ترتیب برابر M و N باشند و دامنه نیز برابر A و فرکانس برابر f_0 و فاز نیز برابر صفر باشد، در صورت چرخش سیگنال دوبعدی به اندازه‌ی $\boldsymbol{\theta}$ نسبت به محور افقی، تبدیل فوریه‌ی آن نیز به همان اندازه چرخش خواهد داشت. در تبدیل فوریه‌ی حالت دوبعدی نیز اندازه‌ی هر کدام از دو پالس برابر $\frac{MN}{2}A$ بوده و مختصات آن‌ها نیز به صورت زیر خواهد بود:

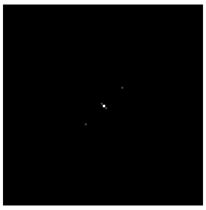
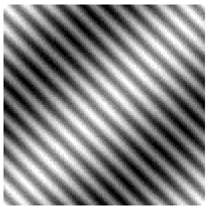
$$u_1 = f_0\,\mathbf{sin}\,\theta,\ \ v_1 = f_0\,\mathbf{cos}\,\theta\,, \qquad u_2 = -u_1\,,\ \ v_2 = -v_1$$

حال اگر مقادیر ماتریس تبدیل فوریه را به روش بالا مقداردهی کنیم، با گرفتن تبدیل فوریه‌ی معکوس از آن، یک ماتریس با الگوی سینوسی به دست می‌آید. اگر مقدار A را برابر یک در نظر بگیریم، مقادیر ماتریس با الگوی سینوسی مابین ۱ و ۱- بوده و میانگین تمامی مقادیر آن برابر صفر خواهد بود. حال اگر مقادیر ماتریس الگوی سینوسی را به گونه‌ای به بالا شیفت دهیم به طوری که مقادیر آن در بازه‌ی (0,1) قرار گیرند، باید مقدار A را برابر ۰.۵ در نظر بگیریم. سپس با توجه به صفربودن اندازه‌ی فاز، عنصر قرارگرفته در مرکز ماتریس تبدیل فوریه، برابر مجموع تمام درایه‌های الگوی سینوسی مورد نظر خواهد بود. با درنظرگرفتن این مجموع مساوی با دو برابر اندازه‌ی پالس‌های توابع ضربه، مقادیر ماتریس الگوی سینوسی مابین صفر و یک خواهند بود. لذا در نهایت با توجه به اینکه اندازه‌ی هر پالس در ماتریس تبدیل فوریه، برابر $\frac{MN}{2}A$ می‌باشد، مقدار مرکزی این ماتریس برابر $MN * A$ خواهد بود. در نهایت پس از گرفتن تبدیل فوریه‌ی معکوس از ماتریس تبدیل فوریه، کافی است تا مقادیر ماتریس الگوی سینوسی به دست‌آمده را که در بازه‌ی (0,1) هستند، در مقدار ۲۵۵ ضرب کرده و آن را به نوع داده‌ی uint8 تبدیل نمائیم.داریم:

ردیف	پارامترها	ماتریس تبدیل فوریه	الگوی سینوسی بدست آمده
a	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 6, A = 0.5,$ $u_1 = 0, v_1 = 6,$ $F(0,0) = 5000,$ $F(u_1, v_1) = 2500$		
b	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 10, A = 0.5,$ $u_1 = 0, v_1 = 10,$ $F(0,0) = 5000,$ $F(u_1, v_1) = 2500$		
c	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 14, A = 0.5,$ $u_1 = 0, v_1 = 14,$ $F(0,0) = 5000,$ $F(u_1, v_1) = 2500$		
d	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 2, A = 0.25,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 2500,$ $F(u_1, v_1) = 1250$		

e	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 2, A = 0.375,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 3750,$ $F(u_1, v_1) = 1875$		
f	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 2, A = 0.5,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 5000,$ $F(u_1, v_1) = 2500$		
g	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 2, A = 1,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 0,$ $F(u_1, v_1) = -5000$		
h	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 2, A = 0.375,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 0,$ $F(u_1, v_1) = -3750$		
i	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 2, A = 0.5,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 0,$ $F(u_1, v_1) = -2500$		
j	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, \acute{\theta} = 90,$ $f_0 = \acute{f}_0 = 10,$ $A = \acute{A} = 0.25,$ $u_1 = 0, v_1 = 10,$ $\acute{u}_1 = 10, \acute{v}_1 = 0,$ $F(0,0) = 2 * 2500,$ $F(u_1, v_1) = 1250,$ $F(\acute{u}_1, \acute{v}_1) = 1250$		
k	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, \acute{\theta} = 90,$ $f_0 = \acute{f}_0 = 5,$ $A = \acute{A} = 0.25,$ $u_1 = 0, v_1 = 5,$ $\acute{u}_1 = 5, \acute{v}_1 = 0,$ $F(0,0) = 2 * 2500,$ $F(u_1, v_1) = 1250,$ $F(\acute{u}_1, \acute{v}_1) = 1250$		

l	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, \acute{\theta} = 90,$ $f_0 = \acute{f}_0 = 2,$ $A = \acute{A} = 0.25,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $\acute{u}_1 = 2, \acute{v}_1 = 0,$ $F(0,0) = 2 * 2500,$ $F(u_1, v_1) = 1250,$ $F(\acute{u}_1, \acute{v}_1) = 1250$		
M	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 2, A = 0.5,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 0,$ $F(u_1, v_1) = -255$		
N	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 3, A = 0.5,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 0,$ $F(u_1, v_1) = -255$		
O	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, f_0 = 4, A = 0.5,$ $u_1 = 0, v_1 = 2,$ $F(0,0) = 0,$ $F(u_1, v_1) = -255$		
P	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 100, f_0 = 6, A = 0.5,$ $u_1 = 5, v_1 = -1,$ $F(0,0) = 5000,$ $F(u_1, v_1) = 2500$		
Q	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 135, f_0 = 5, A = 0.5,$ $u_1 = 4, v_1 = -4,$ $F(0,0) = 5000,$ $F(u_1, v_1) = 2500$		
R	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 0, \acute{\theta} = 45, \acute{\acute{\theta}} = 135$ $f_0 = 1, \acute{f_0} = \acute{\acute{f}}_0 = 9,$ $A = \frac{4}{24}, \acute{A} = \acute{\acute{A}} = \frac{1}{24},$ $u_1 = 0, v_1 = 1,$ $\acute{u}_1 = 9, \acute{v}_1 = -9,$ $\acute{\acute{u}}_1 = 9, \acute{\acute{v}}_1 = 9,$ $F(0,0) = 5000,$ $F(u_1, v_1) = 1666.7,$ $F(\acute{u}_1, \acute{v}_1) = 416.6667,$ $F(\acute{\acute{u}}_1, \acute{\acute{v}}_1) = 416.6667$		

S	$M = N = 100, \emptyset = 0,$ $\theta = 45, \acute{\theta} = 135,$ $f_0 = 1, \acute{f}_0 = 9,$ $A = \acute{A} = 0.25,$ $u_1 = 9, v_1 = -9,$ $\acute{u}_1 = 1, \acute{v}_1 = 1,$ $F(0,0) = 5000,$ $F(u_1, v_1) = 1250,$ $F(\acute{u}_1, \acute{v}_1) = 1250$		

جواب سوال ۳

تبدیل فوریه‌ی گسسته

قسمت اول:

موارد زیر را از قبل می‌دانیم:

$$f(x) = \cos(2\pi f_0 x) \Leftrightarrow \Im(f(x)) = F(u) = \frac{1}{2}\left(\delta(u - f_0) + \delta(u + f_0)\right)$$

$$f(x) = \sin(2\pi f_0 x) \Leftrightarrow \Im(f(x)) = F(u) = \frac{1}{2j}\left(\delta(u - f_0) - \delta(u + f_0)\right)$$

$$\Im\{f + g\} = \Im\{f\} + \Im\{g\}$$

حال برای مورد زیر خواهیم داشت:

$$f(x, y) = \sin 6\pi x - \cos 8\pi y$$
$$\Im\{f(x, y)\} = \Im\{\sin 6\pi x\} - \Im\{\cos 8\pi y\}$$
$$= \frac{1}{2j}\left(\delta(u - 3) - \delta(u + 3)\right) - \frac{1}{2}\left(\delta(u - 4) + \delta(u + 4)\right)$$

***در اینجا در** $\sin 6\pi x$ **داریم** $6\pi = 2\pi f_0 \rightarrow f_0 = 3$ **و در** $\cos 8\pi y$ **داریم** $8\pi = 2\pi f_0 \rightarrow f_0 = 4$.

قسمت دوم:

تبدیل فوریه‌ی گسسته‌ی یک‌بعدی به صورت زیر است:

$$F(u) = \frac{1}{M}\sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{-j2\pi ux/M}, u = 0, 1, 2, \ldots, \mathrm{M}-1$$

حال اگر $f(x) = \{1, 2, 3, 4\}$ **باشد، آنگاه داریم:**

$$F(0) = \frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3} f(x) e^{-j2\pi\times 0\times x/4} = \frac{1}{4}[1 + 2 + 3 + 4] = \frac{5}{2}$$

$$F(1) = \frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3} f(x) e^{-j2\pi\times 1\times x/4} = \frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3} f(x)\left(\cos(\frac{\pi}{2}\mathrm{x}) - \mathrm{j}\sin(\frac{\pi}{2}\mathrm{x})\right) = \frac{1}{4}[1 - 2j - 3 + 4j] = \frac{1}{2}(\mathrm{j} - 1)$$

$$F(2) = \frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3} f(x) e^{-j2\pi\times 2\times x/4} = \frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3} f(x)\left(\cos(\pi\,\mathrm{x}) - \mathrm{j}\sin(\pi\,\mathrm{x})\right) = \frac{1}{4}[1 - 2 + 3 - 4] = -\frac{1}{2}$$

$$F(3) = \frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3} f(x) e^{-j2\pi\times 3\times x/4} = \frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3} f(x)\left(\cos(\frac{3\pi}{2}\mathrm{x}) - \mathrm{j}\sin(\frac{3\pi}{2}\mathrm{x})\right) = \frac{1}{4}[1 + 2j - 3 - 4j] = -\frac{1}{2}(1 + j)$$

$$\mathrm{F}\{f(x)\} = \frac{1}{2}\{5, j - 1, -1, -1 - j\}$$

قسمت سوم:

فرمول تبدیل فوریه معکوس گسسته یک بعدی به صورت زیر است:

$$f(x)=\sum_{u=0}^{M-1}F(u)e^{j2\pi ux/M}\ ,\ \mathrm{x}=0,1,2,\dots,\mathrm{M}-1$$

اگر $\mathrm{F}(u)=\frac{1}{2}\{5, j-1,-1,-1-j\}$ **باشد، آنگاه داریم:**

$$f(0)=\sum_{u=0}^{3}F(u)e^{j2\pi\times0\times u/4}=\frac{1}{2}[5+j-1-1-1-j]=1$$

$$f(1)=\sum_{u=0}^{3}F(u)e^{j2\pi\times1\times u/4}=\sum_{u=0}^{3}F(u)\left(\cos(\frac{\pi}{2}u)+\mathrm{j}\sin(\frac{\pi}{2}u)\right)=\frac{1}{2}[5+(j-1)j+1+(1+j)j]=2$$

$$f(2)=\sum_{u=0}^{3}F(u)e^{j2\pi\times2\times u/4}=\sum_{u=0}^{3}F(u)(\cos(\pi u)+\mathrm{j}\sin(\pi u))=\frac{1}{2}[5-(j-1)-1+(1+j)]=3$$

$$f(3)=\sum_{u=0}^{3}F(u)e^{j2\pi\times3\times u/4}=\sum_{u=0}^{3}F(u)\left(\cos(\frac{3\pi}{2}\mathrm{u})+\mathrm{j}\sin(\frac{3\pi}{2}\mathrm{u})\right)=\frac{1}{2}[5-(j-1)j+1-(1+j)j]=4$$

$$F^{-1}\{F(u)\}=\{1,2,3,4\}$$

که همانطور که واضح است، خود تابع f با دقت کامل به دست می‌آید.

قسمت چهارم:

فرمول تبدیل فوریه گسسته دو بعدی به صورت زیر است:

$$\Im(f(x,y))=F(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y).\mathrm{e}^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

همچنین میدانیم که اگر:

$$f(x,y)=f_x(x)f_y(\mathrm{y})$$

$$\Im(f(x,y))=\mathrm{F(u,v)}=\mathrm{F}_x(u)F_y(v),\quad where\ \ \mathrm{F}_x(u)=\Im_x\{f_x(x)\},\ \mathrm{F}_y(\mathrm{v})=\Im_y\{f_y(\mathrm{y})\}$$

یعنی اگر یک سیگنال جدایی پذیر باشد می توان تبدیل فوریه آن را بر اساس ضرب تبدیل فوریه های هر کدام از توابع جدا نوشت.

اگر $f(x,y)$ به صورت زیر باشد:

$$f(x,y)=\begin{bmatrix}-0.4444 & -0.6268 & -0.1409\\ 0.4444 & 0.6268 & 0.1409\\ 0.4444 & 0.6268 & 0.1409\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\1\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.4444 & 0.6268 & 0.1409\end{bmatrix}$$

آنگاه دو بردار یک بعدی داریم که مطابق با قسمت دوم تبدیل فوریه هر کدام را بدست می آوریم:

$$\Im\left\{\begin{bmatrix}-1\\1\\1\end{bmatrix}\right\}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1\\-2\\-2\end{bmatrix}$$

$$\Im\{[0.4444\quad 0.6268\quad 0.1409]\}=\frac{1}{3}[1.2121\quad 0.06055-j0.420802\quad 0.06055+j0.420802]$$

حال کافی است دو ماتریس بالا را در هم ضرب کنیم تا تابع $F(u,v)$ بدست آید:

$$F(u,v) = \Im\left\{\begin{bmatrix}-1\\1\\1\end{bmatrix}\right\} * \Im\left\{\begin{bmatrix}0.4444 & 0.6268 & 0.1409\end{bmatrix}\right\} =$$

$$\frac{1}{3} * \frac{1}{3} * \begin{bmatrix}1\\-2\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1.2121 & 0.06055 - j\,0.420802 & 0.06055 + j\,0.420802\end{bmatrix}$$

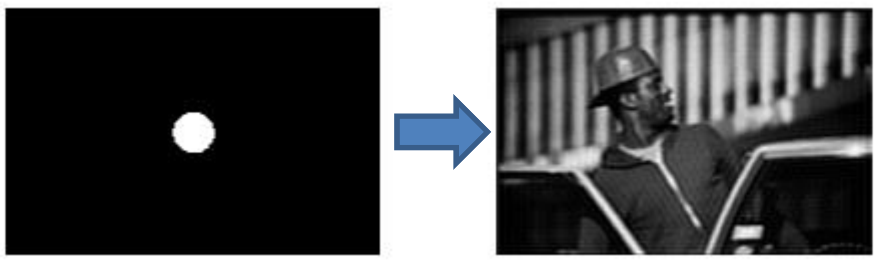
$$= \frac{1}{9}\begin{bmatrix}1.2121 + 0.0000i & 0.0606 - 0.4208i & 0.0606 - 0.4208i\\ -2.4242 - 0.0000i & -0.1211 + 0.8416i & -0.1211 - 0.8416i\\ -2.4242 - 0.0000i & -0.1211 + 0.8416i & -0.1211 - 0.8416i\end{bmatrix}$$

جواب سوال ۴

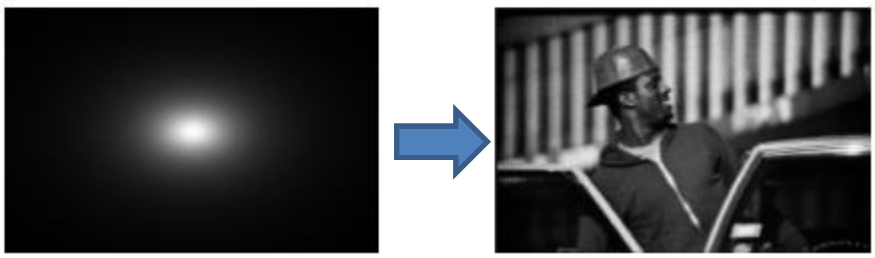
فیلتر در حوزه‌ی فوریه

قسمت اول:

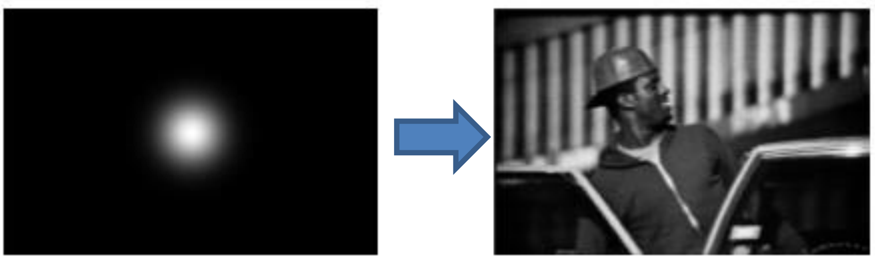
بهترین حالات فیلترهای پایین‌گذر **Ideal**، **Butterworth** و **Gaussian** در حوزه‌ی فرکانس در ادامه قابل مشاهده است:



شکل ۱-۴: سمت چپ **low-pass Ideal filter** با **radius=100 pixel** ؛ سمت راست نتیجه‌ی اعمال این فیلتر



شکل ۲-۴: سمت چپ **low-pass Butterworth filter** با **cutoff=0.09** و **order=1**؛ سمت راست نتیجه‌ی اعمال این فیلتر



شکل ۳-۴: سمت چپ **low-pass Gaussian filter** با **variance=150**؛ سمت راست نتیجه‌ی اعمال این فیلتر

فیلترهای پایین‌گذر در حوزه‌ی فرکانس[1] معادل فیلترهای میانگین‌گیر در حوزه‌ی مکان[2] به حساب آمده و درنتیجه سبب تارشدن تصویر و کم‌شدن نویزها می‌شوند. نکته‌ی جالب توجه این است که نویزها در حوزه‌ی فرکانس، از نوسان بالائی برخوردارند.

[1] Frequency Domain
[2] Spatial Domain

در نتیجه‌ی اعمال فیلتر **Ideal** می‌توان دید که پدیده‌ی **ringing** رخ داده است و علت آن نیز تغییر ناگهانی فرکانس‌هاست که در مورد فیلتر ایده‌آل وجود دارد؛ و علاوه بر این تبدیل فوریه‌ی معکوس فیلتر ایده‌آل، در حوزه‌ی مکان یک الگوی مبتنی بر تابع **sinc** را موجب می‌شود که پس از عمل کانوولوشن با تصویر اصلی، خاصیت **ringing** را در تصویر ایجاد می‌نماید و نیز هرچه شعاع فیلتر **ideal** بیشتر باشد، اثر خاصیت نامبرده کمتر می‌گردد. پدیده‌ی **ringing** در فیلتر **Butterworth** تنها زمانی وجود دارد که مرتبه‌ی (**order**) فیلتر بالا باشد (که در این‌جا مرتبه را برابر کمترین مقدار ممکن یعنی یک قرار داده‌ایم و لذا مشکلی رخ نداده است)؛ و در مورد فیلتر **Gaussian** نیز پدیده‌ی نامبرده رخ نمی‌دهد.

بنا به مطالب بیان‌شده، از فیلتر **ideal** به دلیل ایجاد پدیده‌ی **ringing** ، در کاربردهای پردازش تصویر کمتر استفاده می‌گردد. در مورد فیلتر **Gaussian** نیز به دلیل سادگی تنظیم آن، در عمل بیشتر کاربرد داشته و فیلتر **butterworth** نیز در بهترین حالت شبیه به فیلتر **Gaussian** عمل می‌نماید. لذا بهتر آن است که اغلب از فیلتر **Gaussian** استفاده نمائیم.

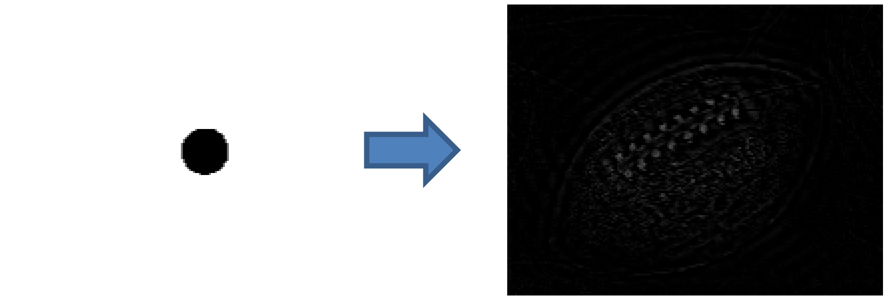
قسمت دوم:

نتیجه‌ی اعمال فیلتر بر روی تصویر	زمان اجرا (ثانیه)	حوزه‌ی اعمال فیلتر
	۰.۰۰۷۰	حوزه‌ی مکان **(Spatial Domain)**
	۰.۴۰۳۹	حوزه‌ی فرکانس **(Frequency Domain)**

همان‌طور که از نتایج حاصله پیداست، نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر گاوسین در حوزه‌ی مکان، در مقایسه با نتیجه‌ی حاصل از اعمال فیلتر پایین‌گذر گاوسین در حوزه‌ی فرکانس تقریبا برابر بوده و تفاوت‌های اندکی قابل برداشت می‌باشند؛ اما مسئله‌ی اصلی، تفاوت در زمان صرف‌شده برای اعمال این دو فیلتر می‌باشد، که همان‌طور که قابل مشاهده است زمان صرف‌شده برای حوزه‌ی فرکانس، تقریبا ۵۰ برابر زمان صرف‌شده برای حوزه‌ی مکان می‌باشد. لذا بهتر آن است که از فیلتر گاوسین در حوزه‌ی مکان استفاده کرده و در صورت ضرورت استفاده از فیلتر در حوزه‌ی فرکانس، می‌توان با استفاده از تئوری کانوولوشن، آن فیلتر را به حوزه‌ی مکان منتقل کرده و باقی عملیات را با استفاده از عملیات کانوولوشن در حوزه‌ی مکان انجام دهیم. لازم به ذکر است که هزینه‌ی زمانی این عمل در حوزه‌ی مکان به دلیل سهولت پیاده‌سازی در سخت‌افزار، نسبت به حوزه‌ی فرکانس به طرز چشم‌گیری کمتر بوده و لذا ارجح آن است که از این روش استفاده نمائیم.

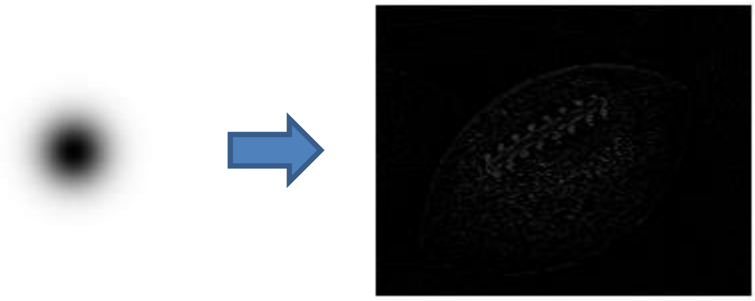
قسمت سوم:

بهترین حالات فیلترهای بالاگذر **Ideal**، **Butterworth** و **Gaussian** در حوزه‌ی فرکانس در ادامه قابل مشاهده است:



شکل ۴-۴: سمت چپ **High-pass Ideal Filter** با **radius=70 pixel** ؛ سمت راست نتیجه اعمال این فیلتر

شکل ۴-۴: سمت چپ **High-pass Butterworth Filter** با **cutoff=0.1** و **order=1** ؛ سمت راست نتیجه اعمال این فیلتر



شکل ۴-۵: سمت چپ **High-pass Gaussian Filter** با **variance=70** ؛ سمت راست نتیجه اعمال این فیلتر

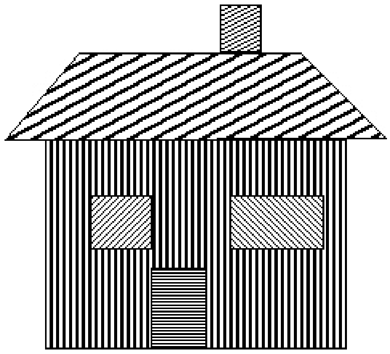
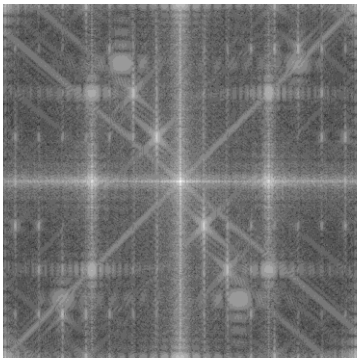
فیلترهای بالاگذر در حوزه‌ی فرکانس معادل با فیلترهای لبه‌یاب در حوزه‌ی مکان می‌باشند؛ و به عبارتی از آن‌جائی که لبه‌ها و نویزها و خطوط در تصویر از فرکانس بالائی نسبت به سایر نواحی برخوردارند، در صورت اعمال یک فیلتر بالاگذر بر روی تصویر در حوزه‌ی فرکانس، تنها نواحی مربوط به لبه‌ها، نویزها و خطوط به جا مانده و سایر نواحی دارای فرکانس پایین، در نتیجه‌ی نهائی قابل مشاهده نخواهند بود. لازم به ذکر است که در مورد فیلتر بالاگذر ایده‌آل نیز به همان دلایل مطرح‌شده در قسمت الف، شاهد پدیده‌ی **ringing** هستیم؛ و نیز با توجه به نویزی‌بودن تصویر ورودی و عاجزبودن فیلترهای بالاگذر در رفع نویز، می‌توان باقی‌ماندن نویزها را پس از اعمال فیلتر مشاهده نمود. در مورد فیلتر بالاگذر گاوسین نیز باید گفت که به دلیل سادگی پیاده‌سازی سخت‌افزاری نسبت به فیلتر باتروورث، از ارجحیت بالاتری برخوردار می‌باشد.

جواب سوال ۵

فیلتر در حوزه‌ی فرکانس

قسمت اول:

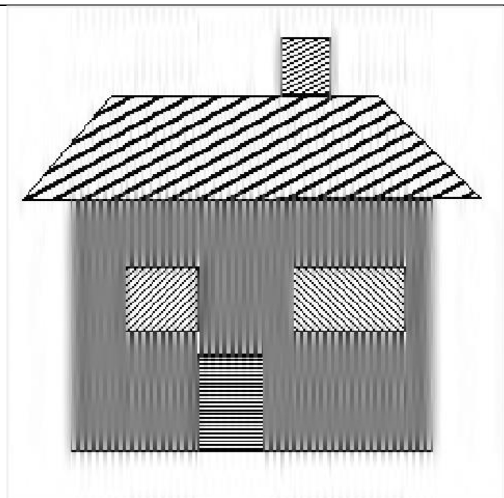
تصویر ورودی و تبدیل فوریه آن در ادامه قابل مشاهده است:

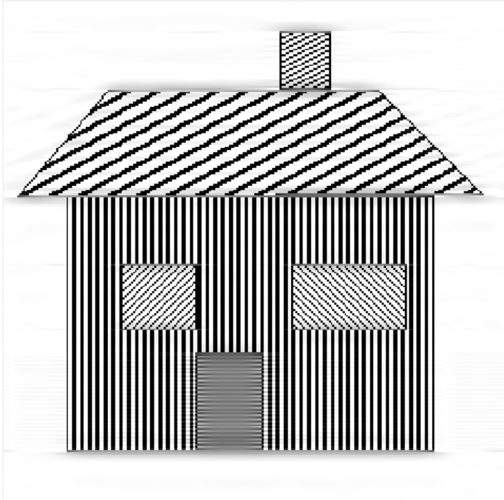
	
شکل ۱-۵: تصویر ورودی	**شکل ۲-۵: اندازه‌ی فرکانس تصویر ورودی**

همانطور که در شکل ۲-۵ قابل مشاهده است، هر خط مربوط به یکی از الگوهای تکراری موجود در تصویر با فرکانس و جهت متفاوت می‌باشد. به عنوان مثال خطوط افقی، معرف الگوهای عمودی؛ خطوط عمودی معرف الگوهای افقی و خطوط با زاویه‌ی ۴۵ درجه نیز معرف الگوهای با زاویه‌ی ۱۳۵ درجه می‌باشند. لازم به ذکر است که برخی خطوط بنا به گسسته‌بودن نوع تبدیل فوریه ایجاد گشته‌اند.

قسمت ب:

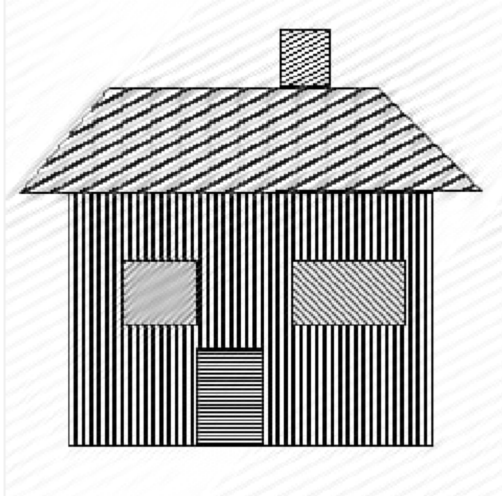
برای تارکردن هر کدام از الگوهای موجود در تصویر ورودی، می‌بایست خطوط عمود بر الگوی مربوطه را در تصویرِ معرفِ فرکانس تصویر ورودی حذف نمود، که ما نیز در این‌جا برای حذف هر الگو از یک فیلتر مخصوص استفاده می‌نمائیم که در ادامه قابل مشاهده می‌باشد:

	
شکل ۳-۵: تصویر ورودی که خطوط عمودی در آن مات شده است	**شکل۴-۵: فیلتر مورد استفاده برای مات کردن خطوط عمودی**

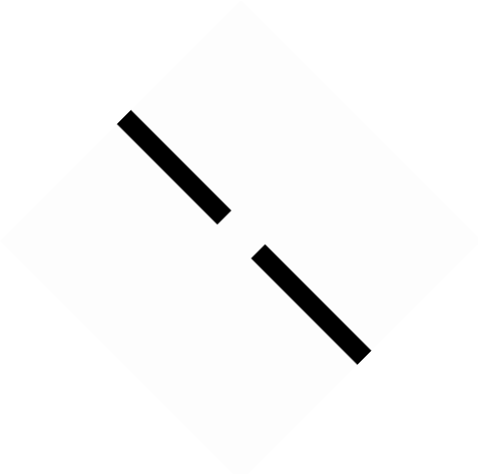


شکل ۵-۵: تصویر ورودی که خطوط افقی در آن مات شده است

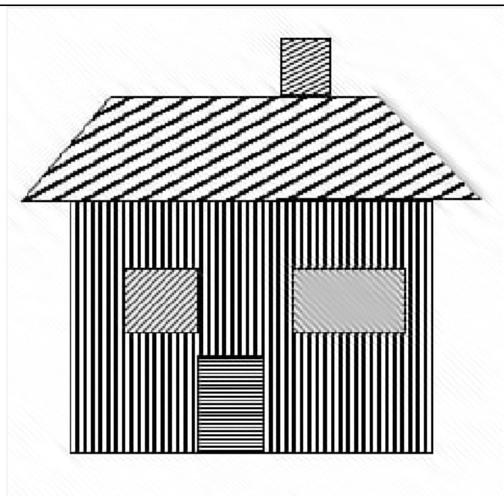
شکل ۶-۵: فیلتر مورد استفاده برای مات کردن خطوط افقی



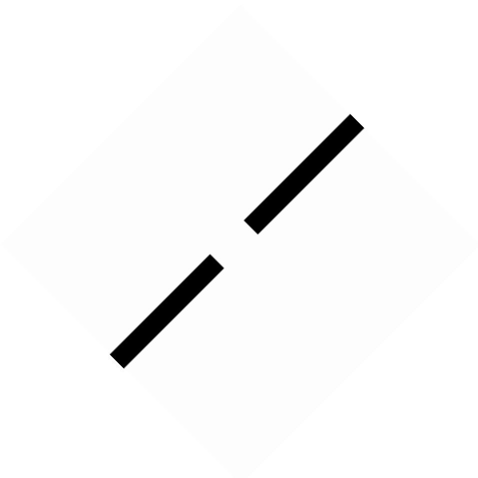
شکل ۷-۵: تصویر ورودی که خطوط با زاویه‌ی ۴۵ درجه در آن مات شده است



شکل ۸-۵: فیلتر مورد استفاده برای مات‌کردن خطوط با زاویه‌ی ۴۵ درجه



شکل ۹-۵: تصویر ورودی که خطوط با زاویه‌ی ۴۵- درجه در آن مات شده است



شکل ۱۰-۵: فیلتر مورد استفاده برای مات‌کردن خطوط با زاویه‌ی ۴۵- درجه