رسوميات حاسوبية

نظري

المحاضرة: 2

2019-2018

كلية الهندسة المعلوماتية

السنة الثالثة

fb.com/BlueBitsTeam

خوارزمية DDA (Digital Differential Algorithm)

1) $|m| \leq 1$ الخطوة الواحدية على x (الميل صغير).
الرسم من اليسار الى اليمين.

1- $x = x_0$

2- النقطة التالية: ← $x_{j+1} = x_j + 1$
← $x_{j+1} = \ y_j + m$

3- حتى $x = x_{end}$

حيث:

$$y_{j+1} = y_{j+1}\, m + b \ ; \ \ \Delta x = 1$$

$$= (x_j + \Delta x)m + b$$

$$= x_j m + \Delta x m + b$$

$$y_{j+1} \ = y_j + \Delta x m$$

$$y_{j+1} \ = y_j + \ m$$

(في حال كان الرسم من اليسار الى اليمين نعوض $\Delta x \ = \ -1$ أي نطرح m)

2) $|m| > 1$
الخطوة الواحدية على y (الميل كبير).
الرسم من اليسار الى اليمين؟

1- $y = y_0$

2- حساب النقاط ← $y_{j+1} \ = y_j + 1$
← $x_{j+1} = \ x_j + \Delta y \,/m$

3- حتى $y = y_{end}$

حيث

$$y_{j+1} \ = x_{j+1}\, m + b$$

$$y_i + \Delta y = x_{j+1} m + b$$

$$m.x_j + b + \Delta y = x_{j+1}.m + b$$

$$x_{j+1} = x_j + \frac{\Delta y}{m}$$

- للتعامل مع خوارزمية DDA نحتاج لأمرين:
  (1) الميل m
  (2) اتجاه الرسم. (ونحصل عليهم من نقطتي البداية و النهاية).

ملاحظة: إذا كانت $\Delta x > \Delta y$ يكون الميل صغير و بالتالي تكون الخطوة الواحدية على x ويكون

$$m \leq 1$$
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \leq 1$$
$$\Rightarrow \Delta x \geq \Delta y$$

ملاحظة: عندما $x_{end} > x_0$, $X = +1$ أي أن الخطوة الواحدية على X ويكون اتجاه الرسم من اليسار الى اليمين.

ملاحظة: * أهمية التقريب [تابع $Round$] وقوع النقاط على تقاطع الشبكة حيث تكون الـPixeles

*إيجابيات الخوارزمية: أقل تعقيداً (عملية الجمع)

*سلبيات الخوارزمية: الخط التراكمي بسبب التقريب.

كود الخوارزمية:

```
void line( int x0 , int xend , int y0 , int yend)
{
    int x;
    double dy = yend − y0 ;
    double dx = xend − x0 ;
    double m = dy\dx ;
    for ( x = x0 ; x <= xend ; x++)
    {
        WritePixel( x , Round(y), value );
        y+ = m ;
    }
}
```

مثال:

$\leftarrow m = 1 \geq m$ $0 < m \leq 1$

$\leftarrow$ الاتجاه $x_0 < x_{end}$

$$m = \frac{4}{8} = 0.5$$

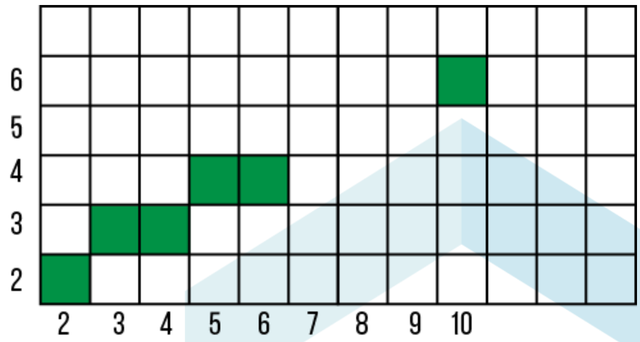
$$(x_0\,, y_0) = (2{,}2)$$

$$(x_1, y_1) = (10{,}6)$$

نحل بالاعتماد على هذا القانون: $y_{i+1} = y_i + m$ لأن $\Delta x > \Delta y$

الرسم:

X	Y
2	$x_0 = 2$
2.5	3
3.5	4
⋮ ⋮	
6	$x_{end} = 10$

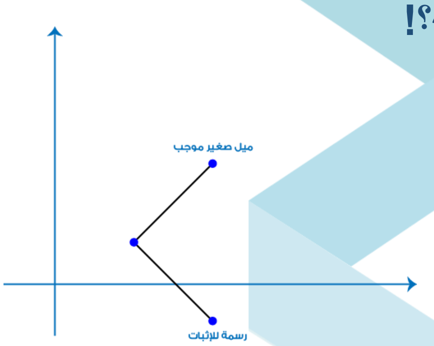


سؤال: هل هذه الخوارزمية تصلح للتعامل مع الميول الموجبة و السالبة؟!

نعم يمكن...

الاثبات بمثال:

النقطتين $(2\,,2)\,,(10\,,-2)$



$$-1 \le m \le 0$$

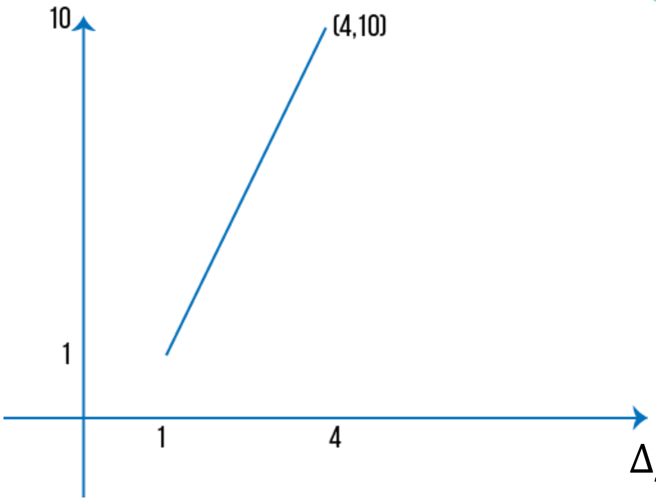
$$\Delta x = 8 \quad , \Delta y = \ -4$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -0.5$$

نحل بالاعتماد وعلى هذا القانون: $y_{i+1} = y_i + m$ لأن $\Delta x > \Delta y$

y	x
2	2
1.5	3
⋮	4
⋮	⋮

ما المثال الذي يحقق:



$$\Delta y > \Delta x$$

$$y_0 > y_{end}$$

التعديل على الخوارزمية يكون:

Void line($int\ x_0 , int\ x_{end} , int\ y_0 , int\ y_{end}$)

{

$int\ y;$

$double\ dy = y_{end} - y_0$;

$double\ dx = x_{end} - x_0$;

$double\ m = dy \backslash dx$;

$for\ (\ y = y_{end}\ ; y <= y_{end}\ ; y++)$

{

$WritePixel(Round(x), y, value\ );$

$x+= \Delta y\ /m$

}

}

Simple and Symmetric DDA

الاتفاقات بين الخوارزميتين:

$$m = \max(|\Delta x|\ , |\Delta y|)$$

وبما أن $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\varepsilon \Delta y}{\varepsilon \Delta x}$

حساب النقط: $P_{i+1} = P_i + (\varepsilon.\Delta x\ , \varepsilon.\Delta y)$

$(x_{i+1}\ , y_{i+1}\ )$

:Simple DDA

حساب ε من العلاقة $\varepsilon = \frac{1}{m}$

مثال: $(1,2\ ) , (6\ , 4)$

أولاً نحسب Δ : $\Delta x = 5\ \ , \Delta y\ = 3$

$$m = \max(|\Delta x\ | , |\Delta y|) = \max(5,3) = 5$$

$$\Rightarrow\ \varepsilon = \frac{1}{5}$$

$$P_{i+1} = P_i + (\varepsilon.\Delta x\ ,\varepsilon.\Delta y)$$

$$\frac{1}{5}.5\ ,\frac{1}{5}.3$$

$$p_{i+1} = p_i + \left(1\ ,\frac{3}{5}\right)$$

$$(x_{i+1}\ ,y_{i+1}) = \left(x_i + 1\ ,y_i + \frac{3}{5}\right)$$

(أي الخطوة الواحدية على x)

DDA المتناظرة:

$$m = \max(|\Delta x|\ ,|\Delta y|)$$

$\varepsilon = 2^{-n}\ ;\ \ 2^{n-1} \le m \le 2^n \quad (*)$ $\qquad \Rightarrow m = 5$

نعوض في $(*)$ $n = 1$ غير مقبول / $n = 2$ غير مقبول

$n = 3$ مقبول $\Leftarrow$ $4 \le m \le 8$

$$\Rightarrow\ \varepsilon = 2^{-3} \Rightarrow\ \varepsilon = \frac{1}{8}$$

$$P_{i+1} = p_i + (\ \varepsilon\ \Delta x\ \ ,\varepsilon\ \Delta y)$$

$$(x_{i+1}\ ,y_{i+1})\ = (x_i\ ,y_i) + \left(\frac{1}{8}\ .5\ \ ,\frac{1}{8}\ .3\ \right)$$