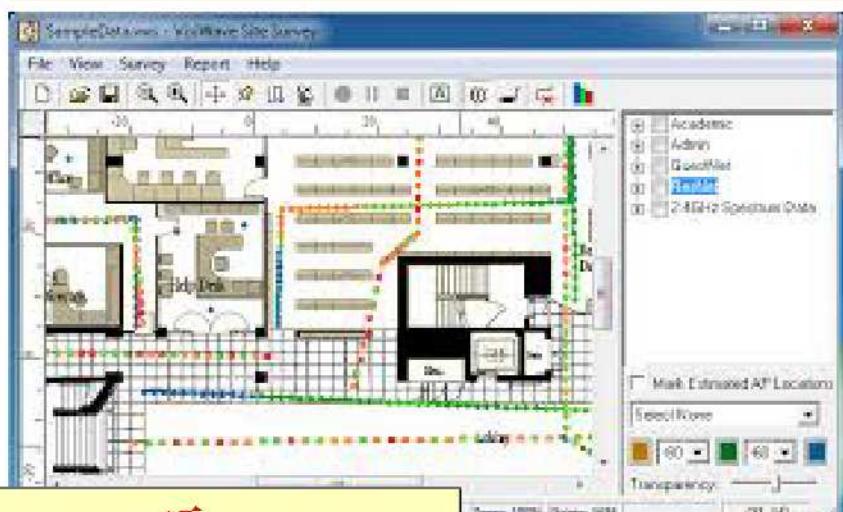


# رياضيات الهندسة المساحية

## Surveying Engineering Mathematics

$$H = h_{\text{GNSS}} - N_{\text{geoid}}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{GDA} = \begin{pmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{pmatrix} + (1 + ds) \times \dots \begin{pmatrix} 1, r_z, -r_y \\ -r_x, 1, r_x \\ r_y, -r_x, 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{AGD}$$



د. جمعة محمد راود

2014 / 1435

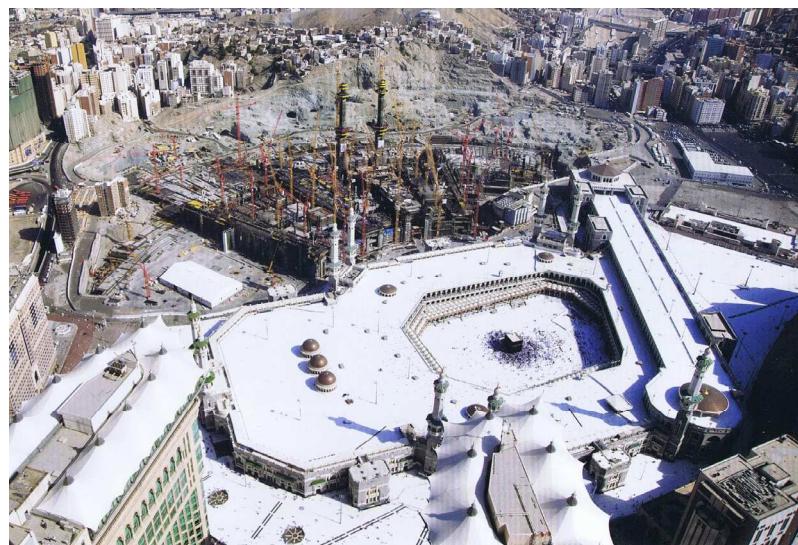


# رياضيات الهندسة المساحية

**Surveying Engineering Mathematics**

د. جمعة محمد داود  
*Gomaa M. Dawod*

النسخة الأولى  
١٤٣٥ / هـ ٢٠١٤ م



## اتفاقية الاستخدام

هذا الكتاب وقف الله تعالى و يخضع لجميع قواعد الوقف الإسلامي مما يعني أنه يجوز لكل مسلم و مسلمة إعادة توزيعه في صورته الالكترونية أو أعاده طبعه أو تصويره **بشرط** عدم التربح منه بأي صورة من الصور أو تغيير أي شيء من محتوياته ، أما بخلاف ذلك فلا بد من الحصول على موافقة مكتوبة من المؤلف.

---

للإشارة إلى هذا الكتاب - كمراجع - برجاء إتباع النموذج التالي:

باللغة العربية:

داود ، جمعة محمد ، ٢٠١٤ ، رياضيات الهندسة المساحية ، مكة المكرمة ، المملكة العربية السعودية.

باللغة الانجليزية:

Dawod, Gomaa M., 2014, Surveying Engineering Mathematics (in Arabic), Holy Makkah, Saudi Arabia.

---

## مقدمة النسخة الأولى

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ وَالْحَمْدُ لِلَّهِ الْعَلِيِّ الْقَدِيرِ الَّذِي وَهَبَنِي عِلْمًا وَوَفَقَنِي فِي حَيَاتِي ، وَالصَّلَاةُ وَالسَّلَامُ عَلَى مَعْلُومِ الْأَمْمَ وَخَيْرِ الْبَرِّيَّةِ مُحَمَّدٌ بْنُ عَبْدِ اللَّهِ عَلَيْهِ الصَّلَاةُ وَالسَّلَامُ.

أَدْعُوكُمْ وَأَبْتَهُوكُمْ إِلَى مَوْلَايِ وَخَالقِي عَزَّ وَجَلَّ أَنْ يَتَّقِبَ مِنِي هَذَا الْعَمَلُ لِوَجْهِهِ الْكَرِيمِ فَمَا أَرَدْتُ إِلَّا إِرْضاؤهُ تَعَالَى وَتَحْقِيقًا لِقَوْلِ رَسُولِهِ الْكَرِيمِ أَنَّ عَمَلَ ابْنِ آدَمَ يَنْقُطُعُ بَعْدَ مَوْتِهِ إِلَّا مِنْ ثَلَاثَةِ أَحَدِهِمْ: عِلْمٌ يَنْتَفَعُ بِهِ .

يَخْطُأُ الْكَثِيرُونَ فِي الْاعْتِمَادِ عَلَى بِرَامِجِ الْكَمْبِيُوتُورِ وَالْبِرَامِجِ الْمُحَمَّلَةِ عَلَى الْأَجْهَزةِ الْمَسَاحِيَّةِ اعْتِمَادًا تَامًا فِي إِجْرَاءِ جَمِيعِ الْحَسَابَاتِ فِي تَطْبِيقَاتِ الْمَسَاحَةِ، **فَالْهِنْدَسَةُ الْمَسَاحِيَّةُ عِلْمٌ وَلَيْسَ مَجْرِدَ تَقْنِيَّةً**. وَإِنْ لَمْ يَدْرِكْ مَهْنَدِسُو الْمَسَاحَةِ وَالْجِيُومَاتِكُسُ الْأَسَسُ الْعَلَمِيَّةَ لِعِلْمِ الْمَسَاحَةِ فَغَالِبًا مَا يَجِدُونَ أَنفُسَهُنَّ أَمَامَ مُشَكَّلَاتٍ كَبِيرَةٍ لَا يَعْرِفُونَ كَيْفِيَّةَ حَلَّهَا.

وَمِنْ هَنَا جَاءَتْ فَكْرَةُ هَذَا الْكِتَابِ الَّذِي يَهْدِي لِلتَّعْرِيفِ بِالْمَبَادِئِ وَالْمَفَاهِيمِ الْأَسَاسِيَّةِ لِلتَّطْبِيقَاتِ الْرِّياضِيَّةِ وَ طُرُقِ الْحَسَابِ فِي عِلْمِ الْهِنْدَسَةِ الْمَسَاحِيَّةِ بِمَا يَنْسَبُ طَلَابُ الْمُسْتَوَى الْأَوَّلِ بِالْمَرْجَلَةِ الْجَامِعِيَّةِ. وَالْكِتَابُ الْحَالِيِّ - وَكَمَا هُوَ وَاضِحٌ مِنْ اسْمِهِ - يَهْتَمُ بِالْجَانِبِ الْرِّياضِيِّ فَقَطْ وَلَا يَنْاقِشُ أَوْ يَتَعَرَّضُ لِطُرُقِ الرَّصْدِ أَوِ الْأَجْهَزةِ الْمَسَاحِيَّةِ حَيْثُ أَنَّ لِي كَتَابَيْنِ سَابِقَيْنِ أَحَدُهُمَا عَنْ مَبَادِئِ الْمَسَاحَةِ بِصَفَةِ عَامَةٍ وَالْآخَرُ عَنِ الْمَسَاحَةِ الْجِيُودِيَّيَّةِ تَحْدِيدًا.

وَالْكِتَابُ الْحَالِيُّ هُوَ الْعَاشرُ - بِفَضْلِ اللَّهِ تَعَالَى وَتَوْفِيقِهِ - مِنْ سَلْسَلَةِ كَتَبِيِ الْرَّقْمِيَّةِ الْمُخْصَّصةِ لِوَجْهِ اللَّهِ تَعَالَى وَابْتِغَاءِ مَرْضَاتِهِ، وَهِيَ الْمُوْجَودَةُ فِي الْعَدِيدِ مِنْ مَوَاقِعِ شَبَكَةِ الْإِنْتَرْنَتِ. كَمَا أَوْدُ أَنْ أَشِيرَ لِقِيَامِي بِتَرْجِمَةِ بَعْضِ الْمُصْطَلَحَاتِ التَّقْنِيَّةِ إِلَى الْلُّغَةِ الْعَرَبِيَّةِ، فَإِنْ كُنْتَ قَدْ أَصَبْتَ فِي التَّرْجِمَةِ فَلِي أَجْرٌ وَإِنْ كُنْتَ قَدْ أَخْطَأْتَ فَلِي أَجْرَانِ كَمَا قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ، فَأَرْجُو أَلَا تَسْتَغْرِبُوا مِنْ بَعْضِ هَذِهِ الْمُصْطَلَحَاتِ الْعَرَبِيَّةِ الْجَدِيدَةِ.

أَدْعُوكُمْ كُلَّ قارئٍ وَكُلَّ مُسْتَقِدٍ مِنْ هَذَا الْكِتَابِ أَنْ يَدْعُوا اللَّهَ تَبَارَكَ وَتَعَالَى أَنْ يَغْفِرَ لِي وَلِوَالِديِّ ، وَأَيْضًا أَلَا يَحْرُمَنِي مِنْ رَأْيِهِ وَتَعْلِيقَاتِهِ وَتَصْوِيبَاتِهِ - فَلَا يَوْجِدُ كِتَابٌ إِلَّا وَبِهِ نَوَاقِصُ وَأَخْطَاءٌ - سَوَاءَ عَبْرِ الْبَرِيدِ الْإِلْكْتَرُوْنِيِّ أَوْ عَبْرِ مَنْتَدِيِ الْهِنْدَسَةِ الْمَسَاحِيَّةِ فِي:

<http://surveying.ahlamontada.com/>

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ ..... وَقَلْ رَبِّي زَدْنِي عِلْمًا .... صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمُ.

جَمِيعَةُ مُحَمَّدٍ دَاؤِد

[dawod\\_gomaa@yahoo.com](mailto:dawod_gomaa@yahoo.com)

مَكَةُ الْمَكْرُمَةِ: رَمَضَانُ ١٤٣٥ هـ

## إهداع

إلي من غرس في نفسي حب العلم وأنا صغيرا

إلي من لن أنسه فضله ما حبيت

إلي أستاذي في المدرسة الابتدائية

الأستاذ / محمود مصطفى

(رحمة الله عليه)

## كتب أخرى للمؤلف

١- المدخل إلى الخرائط

٢- المدخل إلى الخرائط الرقمية

٣- التحليل المكاني في إطار نظم المعلومات الجغرافية

٤- مبادئ المساحة

٥- المدخل إلى النظام العالمي لتحديد المواقع

٦- أسس المساحة الجيوديسية و الجي بي أس

٧- مقدمة في الصور الجوية و المرئيات الفضائية

٨- الجيوماتكس: علم المعلوماتية الأرضية

٩- مبادئ علم نظم المعلومات الجغرافية

وكل هذه الكتب المجانية (بالإضافة لممواد تدريبية و ملفات تعليمية أخرى) متاحة للتحميل كاملة في عدد كبير من مواقع شبكة الانترنت و منهم على سبيل المثال:

- صفحتي علي موقع أكاديميا في الرابط:

<http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod>

- المكتبة الرقمية المساحية المجانية في الرابط:

<http://www.4shared.com/u/vJBH8xk / online.html>

- صفحتي علي موقع جامعة أم القرى في الرابط:

<http://www.uqu.edu.sa/staff/ar/4260086>

بالإضافة إلى ٣٢ محاضرة فيديو علي اليوتيوب في قناتي بالرابط:

<https://www.youtube.com/channel/UCcVBq89iSKrtYhxduQKIqA>

## قائمة المحتويات

### صفحة

ت	اتفاقية الاستخدام
ث	مقدمة النسخة الأولى
ج	الإهداء
خ	قائمة المحتويات

١

## الباب الأول: أسس رياضية

٢

### الفصل الأول: الإحداثيات المستوية

٢	١-١ مقدمة
٢	٢-١ وحدات القياس
٢	١-٢-١ وحدات القياس الطولية
٣	٢-٢-١ وحدات قياس المساحات
٤	٣-٢-١ وحدات قياس الحجوم
٤	٣-١ مساحة الأشكال الهندسية
١٢	٤-١ إحداثيات المستوية
١٣	٥-١ المسافات و أنواعها
١٥	٦-١ الزوايا و أنواعها
١٥	٦-٦-١ وحدات قياس الزوايا
١٧	٢-٦-١ التحويل بين نظم قياس الزوايا
١٩	٣-٦-١ أنواع الزوايا
٢٠	٧-١ الانحرافات و أنواعها
٢٠	١-٧-١ أنواع اتجاه الشمال
٢٢	٢-٧-١ أنواع الانحرافات
٢٥	٣-٧-١ الانحراف الأمامي و الانحراف الخلفي لخط

٢٧

### الفصل الثاني: الأخطاء في القياسات

٢٧	١-٢ مقدمة
٢٧	٢-٢ أنواع الأخطاء
٢٩	٣-٢ الدقة و الصحة
٣٠	٤-٢ المتوسطات
٣١	٥-٢ التشتت و الانتشار
٣٥	٦-٢ الوزن

٤١

### الفصل الثالث: جبر المصفوفات

٤١	١-٣ مقدمة
٤٢	٢-٣ أبعاد و أنواع المصفوفات
٤٤	٣-٣ العمليات الرياضية للمصفوفات

## تابع المحتويات

### صفحة

٤٤	١-٣-٣ مدور المصفوفة
٤٤	٢-٣-٣ تساوي مصفوفتين
٤٥	٣-٣-٣ جمع و طرح مصفوفتين
٤٦	٤-٣-٣ ضرب مصفوفة في رقم ثابت
٤٦	٥-٣-٣ ضرب مصفوفتين
٤٨	٦-٣-٣ مقلوب مصفوفة
٥١	٤-٣ برمجة العمليات الرياضية للمصفوفات
٥٣	٥-٣ حل المعادلات باستخدام المصفوفات

### ٥٦

## الباب الثاني: رياضيات المساحة المستوية

### ٥٧

## الفصل الرابع: الترافرس

### ٥٧

١-٤ مقدمة
٢-٤ أهمية الترافرس في العمل المساحي
٣-٤ الترافرس المغلق
٤-٤ الأرصاد الناقصة في الترافرس المغلق
٥-٤ الترافرس الموصل
٦-٤ الترافرس المفتوح
٧-٤ شبكات الترافرس

### ٨٥

## الفصل الخامس: الميزانية

### ٨٥

١-٥ مقدمة
٢-٥ حسابات الميزانية المباشرة
١-٢-٥ طريقة سطح الميزان
٢-٢-٥ طريقة الارتفاع والانخفاض
٣-٢-٥ حساب خطأ الميزانية
٣-٥ الميزانية الشبكية
٤-٥ الميزانية العكسية
٥-٥ الميزانية الدقيقة والمثلثية

### ٩٩

## الفصل السادس: التاكيو متيرية

### ٩٩

١-٦ مقدمة
٢-٦ طريقة شعرات الاستadia
٣-٦ طريقة الظلال
٤-٤ تعين قيم لا يمكن رصدها
١-٤-٦ تعين ارتفاع هدف لا يمكن الوصول إليه
٢-٤-٦ تعين مسافة لا يمكن الوصول إليها
٦-٥ التقاطع الأمامي والعكسي

## تابع المحتويات

### صفحة

١٠٩	٦-٥-٦ التقاطع الأمامي
١١١	٦-٥-٦ التقاطع العكسي
١١٥	<b>الفصل السابع: المنحنيات</b>
١١٥	١-٧ مقدمة
١١٥	٢-٧ أنواع المنحنيات الأفقية
١١٦	١-٢-٧ تعريف المنحنى
١١٧	٢-٢-٧ أجزاء المنحنى البسيط
١١٨	٣-٢-٧ حساب أجزاء المنحنى البسيط
١١٩	٤-٢-٧ تعين زاوية التقاطع و نصف قطر المنحنى في الطبيعة
١٢٠	٣-٧ توقيع المنحنيات الأفقية في الطبيعة
١٢٠	١-٣-٧ توقيع المنحنيات الأفقية بجهاز التيوديليت
١٢٤	٢-٣-٧ توقيع المنحنيات الأفقية بجهاز المحطة الشاملة
١٢٧	٤-٧ المنحنيات الرئيسية
١٣٥	<b>الباب الثالث: رياضيات المساحة الجيوديسية</b>
١٣٦	<b>الفصل الثامن: نظم الإحداثيات والتحويل بينها</b>
١٣٦	١-٨ شكل الأرض
١٤٠	٢-٨ نظم الإحداثيات
١٤١	١-٢-٨ الإحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية
١٤٣	٢-٢-٨ الإحداثيات الكروية
١٤٣	٣-٢-٨ الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية أو الفراغية أو الديكارتية
١٤٤	٤-٢-٨ الإطار المرجعي الأرضي العالمي
١٤٤	٣-٨ التحويل بين الإحداثيات الجغرافية
١٤٧	٤-٨ إسقاط الخرائط
١٥٥	٥-٨ التحويل بين المراجع
١٥٥	١-٥-٨ الطرق التقليدية للتحويل بين المراجع
١٦٠	٢-٥-٨ الطرق غير التقليدية للتحويل بين المراجع
١٦٢	٣-٥-٨ التحويل بين المراجع ثلاثية و رباعية الأبعاد
١٦٣	٦-٨ العلاقة بين تحويل المراجع و إسقاط الخرائط
١٦٥	<b>الفصل التاسع: إسقاط الأرصاد</b>
١٦٥	١-٩ مقدمة
١٦٥	٢-٩ إسقاط المسافات
١٦٦	٣-٩ إسقاط الاتجاهات و الزوايا الأفقية
١٦٩	٤-٩ إسقاط الزوايا الرئيسية

## تابع المحتويات

### صفحة

١٧٠

## الفصل العاشر: سريان الأخطاء

١٧٠	١-١٠ مقدمة
١٧٠	٢-١٠ المعادلة العامة لسريان الأخطاء
١٧٠	٣-١٠ سريان الأخطاء للمعادلات الخطية
١٧٠	١-٣-١٠ سريان الأخطاء في حساب المجموع
١٧١	٢-٣-١٠ سريان الأخطاء في مجموعة قياسات
١٧٢	٣-٣-١٠ سريان الأخطاء في معادلة ضرب
١٧٢	٤-٣-١٠ سريان الأخطاء في المتوسط
١٧٣	٤-٤ سريان الأخطاء للمعادلات غير الخطية
١٧٧	٥-١٠ أمثلة لسريان الأخطاء للمعادلات غير الخطية في التطبيقات المساحية
١٨١	٦-١٠ سريان الأخطاء للمعادلات غير الخطية باستخدام المصفوفات
١٨٥	٧-١٠ معادلات سريان الأخطاء في الأرصاد المساحية ثنائية الأبعاد
١٨٥	١-٧-١٠ معادلة المسافة الأفقية
١٨٦	٢-٧-١٠ معادلة الانحراف
١٨٧	٣-٧-١٠ معادلة الزاوية الأفقية
١٨٩	٤-١٠ معادلات سريان الأخطاء في الأرصاد المساحية ثلاثة الأبعاد
١٩١	١-٨-١٠ معادلة المسافة المائلة
١٩٢	٢-٨-١٠ معادلة الانحراف
١٩٢	٣-٨-١٠ معادلة الزاوية الرئيسية
١٩٣	٤-٨-١٠ معادلة الزاوية الأفقية
١٩٤	٥-٨-١٠ معادلة فرق المنسوب

١٩٥

## الفصل الحادي عشر: نظرية مجموع أقل المربعات

١٩٥	١-١١ مقدمة
١٩٧	٢-١١ طريقة الضبط بنظرية مجموع أقل المربعات باستخدام معادلات الأرصاد
٢٠٠	٣-١١ طريقة الضبط بنظرية مجموع أقل المربعات باستخدام معادلات الاشتراطات
٢٠٢	٤-١١ طرق أخرى لضبط الأرصاد المساحية و الجيودينامية

٢٠٣

## الفصل الثاني عشر: ضبط أرصاد الميزانية

٢٠٣	١-١٢ المثال الأول (طريقة معادلات الأرصاد)
٢٠٨	٢-١٢ المثال الثاني (طريقة معادلات الأرصاد)
٢١١	٣-١٢ المثال الثالث (طريقة معادلات الاشتراطات)

## تابع المحتويات

صفحة

٢١٤

### الفصل الثالث عشر: ضبط أرصاد الترافرس

٢١٤

١-١٣ مثال لضبط الترافرس الموصى

٢١٦

٢-١٣ مثال لضبط الشكل الرباعي

٢١٩

٣-١٣ مثال لضبط التقاطع الأمامي

٢٢٣

٤-١٣ مثال لضبط التقاطع الخلفي

٢٢٧

٥-١٣ مثال لضبط الترافرس المغلق

٢٣١

### الفصل الرابع عشر: ضبط أرصاد شبكات الجي بي أس

٢٣٥

### الفصل الخامس عشر: ضبط أرصاد الشبكات المتكاملة

٢٣٥

١-١٥ ضبط عناصر التحويل بين مرجعين

٢٣٩

٢-١٥ ضبط شبكة جيوديسية ثلاثية الأبعاد

٢٤٤

٣-١٥ ضبط شبكة متكاملة (جي بي أس + أرصاد أرضية)

٢٤٨

٤-١٥ ضبط شبكة أرصاد الجاذبية الأرضية

٢٥٠

### الفصل السادس عشر: تحليل نتائج ضبط الشبكات

٢٥٠

١-٦ مقدمة

٢٥٠

٢-٦ تحليل نتائج حسابات الشبكات

٢٥٠

١-٢-٦ تحليل أرصاد الخطوط الثابتة

٢٥١

٢-٢-٦ تحليل أرصاد الخطوط المرصودة أكثر من مرة

٢٥٢

٣-٢-٦ تحليل خطأ قفل الحلقات

٢٥٣

٣-٦ تحليل نتائج ضبط الشبكات

٢٥٣

١-٣-٦ أنواع ضبط الشبكات

٢٥٥

٢-٣-٦ التحليل الإحصائي نربع كاي

٢٥٥

٣-٣-٦ اكتشاف الأرصاد الشاذة

٢٦٢

٤-٣-٦ اكتشاف مصداقية الأرصاد

٢٦٥

٥-٣-٦ الشكل البيضاوي القياسي للأخطاء

٢٦٨

### المراجع

٢٧٠

### الملاحق

٢٧٠

### ملحق رقم ١ : بعض الجداول الإحصائية

٢٧٥

### ملحق رقم ٢ : بعض المواصفات الأمريكية المساحية

٢٧٥

١-١ المواصفات الأمريكية للمساحة بالجي بي أس

٢٧٥

١-١-١ مواصفات الشبكات الجيوديسية

٢٧٦

١-١-٢ مواصفات العمل الجيوديسي

## صفحة

## تابع المحتويات

٢٧٧	٣-١-١ مواصفات العمل الطبوغرافي
٢٧٨	٢-١ مواصفات مساحية أخرى
٢٧٨	١-٢-١ مواصفات الميزانيات
٢٧٨	٢-٢-١ مواصفات قياسات الزوايا للرفع الطبوغرافي
٢٧٩	ملحق رقم ٣ : ملفات تدريبية باللغة العربية على الانترنت
٢٨٤	<a href="#">نبذة عن المؤلف</a>

## الباب الأول: أسس رياضية

الفصل الأول: الإحداثيات المساوية

الفصل الثاني: الأخطاء في القياسات

الفصل الثالث: جبر المصفوفات

## الفصل الأول

### الإحداثيات المستوية

#### ١-١ مقدمة

يتناول هذا الفصل بعض أساسيات المستخدمة في تطبيقات المساحة المستوية وخاصة الوحدات المستخدمة في القياسات المساحية ونظام الإحداثيات المستوية (ثنائية الأبعاد) وأيضاً معادلات حساب مساحة الأشكال الهندسية البسيطة بالإضافة لعرض أنواع المسافات والزوايا والانحرافات المستخدمة في المساحة المستوية.

#### ٢-١ وحدات القياس

##### ١-٢-١ وحدات القياس الطولية

يوجد نظامين مستخدمين في قياس المسافات والأطوال وما النظام الدولي والنظام الانجليزي.

في النظام الدولي (يسمى أيضاً النظام الفرنسي) ويرمز له بالرمز SI يتم استخدام وحدات المتر ومشتقاته كالتالي:

$$1 \text{ متر (م)} = 10 \text{ ديسيمتر (دسم)}$$

$$1 \text{ ديسيمتر (دسم)} = 10 \text{ سنتيمتر (سم)}$$

$$1 \text{ سنتيمتر (سم)} = 10 \text{ ملليمتر (مم)}$$

$$1 \text{ كيلومتر (كم)} = 1000 \text{ متر (م)}$$

أي أن:

$$1 \text{ متر (م)} = 100 \text{ سنتيمتر (سم)}$$

$$1 \text{ متر (م)} = 1000 \text{ ملليمتر (مم)}$$

$$1 \text{ كيلومتر (كم)} = 100,000 \text{ ديسيمتر (دسم)}$$

$$1 \text{ كيلومتر (كم)} = 100,000 \text{ سنتيمتر (سم)}$$

$$1 \text{ كيلومتر (كم)} = 1,000,000 \text{ ملليمتر (مم)}$$

أما في النظام الانجليزي فيتم استخدام وحدات القدم ومشتقاته كالتالي:

$$1 \text{ ميل} = 1760 \text{ ياردة}$$

$$1 \text{ ياردة} = 3 \text{ قدم}$$

$$1 \text{ قدم} = 12 \text{ بوصة}$$

للتحويل بين كلا نظامي القياسات الطولية فتوجد عدة علاقات رياضية تشمل:

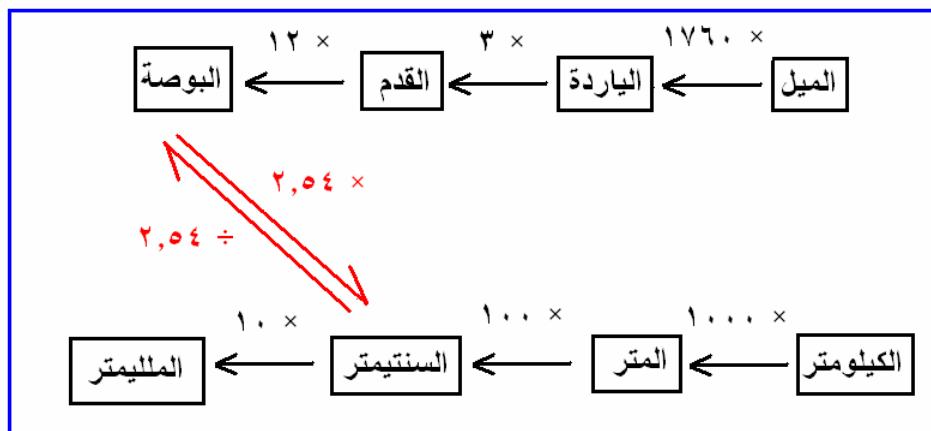
$$1 \text{ متر} = 3.2808 \text{ قدم}$$

$$1 \text{ متر} = 39.37 \text{ بوصة}$$

$$1 \text{ متر} = 1.0936 \text{ ياردة}$$

$1 \text{ كيلومتر} =$	$0.62137 \text{ ميل}$
$1 \text{ بوصة} =$	$2.54 \text{ سنتيمتر}$
$1 \text{ قدم} =$	$30.48 \text{ سنتيمتر}$
$1 \text{ ياردة} =$	$0.9144 \text{ متر}$
$1 \text{ ميل} =$	$1609.35 \text{ متر}$
$1 \text{ ميل} =$	$1.60934 \text{ كيلومتر}$

للسهولة يمكن الالكتفاء بمعرفة علاقة رياضية واحدة فقط للتحويل بين كلا النظامين كما في المثال التالي:



شكل (١-١) التحويل بين نظم الوحدات الطولية

أحسب طول الطريق بين مكة المكرمة و الرياض بالميل إذا علمت أن طوله يبلغ ٨٨٠ كيلومتر؟

$$\text{الطول} = \frac{1760 \times 3 \times 12 \times 2.54}{100 \times 1000 \times 100} = 546.806 \text{ ميل}$$

أحسب طول ملعب كرة قدم بالمتر إن كان طوله يساوي ١٠٠ ياردة؟

$$\text{الطول} = \frac{100 \times 3 \times 12 \times 2.54}{100} = 91.44 \text{ متر}$$

## ٢-٢-١ وحدات قياس المساحات

$$\begin{array}{lcl} 10000 = 1 \text{ متر مربع} & & 100 \times 100 = 1 \text{ كيلومتر مربع} \\ 1000000 = 1 \text{ كيلومتر مربع} & & 100 \times 100 = 10000 \text{ متر مربع} \end{array}$$

نظام وحدات قياس المساحات (وخاصة الزراعية) في المملكة العربية السعودية:

$$\begin{array}{ccc} 1000 \text{ دونم} & = & 1 \text{ دونم} \\ 10 \text{ دونم} & = & 1 \text{ هكتار} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{متر مربع} & = & 10000 \\ \text{هكتار} & = & 100 \\ & = & 1 \text{ هكتار} \\ & = & 1 \text{ كيلومتر مربع} \end{array}$$

نظام وحدات قياس المساحات (وخاصة الزراعية) في جمهورية مصر العربية:

$$\begin{array}{rcl} \text{قيراط} & = & 24 \\ \text{سهم} & = & 24 \\ & = & 1 \text{ فدان} \\ & = & 1 \text{ قيراط} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 4200.83 & = & \text{متر مربع} \\ 175.09 & = & \text{متر مربع} \\ 7.29 & = & \text{متر مربع} \\ & = & 1 \text{ فدان} \\ & = & 1 \text{ قيراط} \\ & = & 1 \text{ سهم} \end{array}$$

### ٣-٢-١ وحدات قياس الحجوم

$$\begin{array}{l} 1 \text{ متر مكعب} = 100 \times 100 \times 100 = 1,000,000 \text{ سنتيمتر مكعب} \\ 1 \text{ متر مكعب} = 1000 \text{ لتر} \\ 1 \text{ لتر} = 1000 \text{ سنتيمتر مكعب} \end{array}$$

### ١-٣ مساحة الأشكال الهندسية

$$(1-1) \quad \text{مساحة المربع} = \text{مربع طول الضلع} = \text{طول الضلع} \times \text{نفسه}$$

$$(2-1) \quad \text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$(3-1) \quad \text{مساحة متوازي الأضلاع} = \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$(4-1) \quad \text{مساحة المعين} = \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} \quad \text{أو} = \text{نصف حاصل ضرب القطرتين}$$

$$(5-1) \quad \text{مساحة شبه المنحرف} = \text{نصف مجموع القاعدتين} \times \text{الارتفاع}$$

$$(6-1) \quad \text{مساحة الشكل الرباعي} = \text{نصف حاصل ضرب القطرتين} \times \text{جيب الزاوية} \\ \text{المحصورة بينهما}$$

$$(7-1) \quad \text{مساحة الدائرة} = \text{مربع نصف قطر الدائرة} \times \pi = \frac{\pi r^2}{4}$$

حيث:

$$\pi = 3.14 , \text{ نصف قطر الدائرة}$$

$$(8-1) \quad \text{مساحة سطح الكرة} = 4 \pi r^2$$

$$(9-1) \quad \text{مساحة الشكل البيضاوي} = \pi \times \text{نصف المحور الأكبر} \times \text{نصف المحور الأصغر}$$

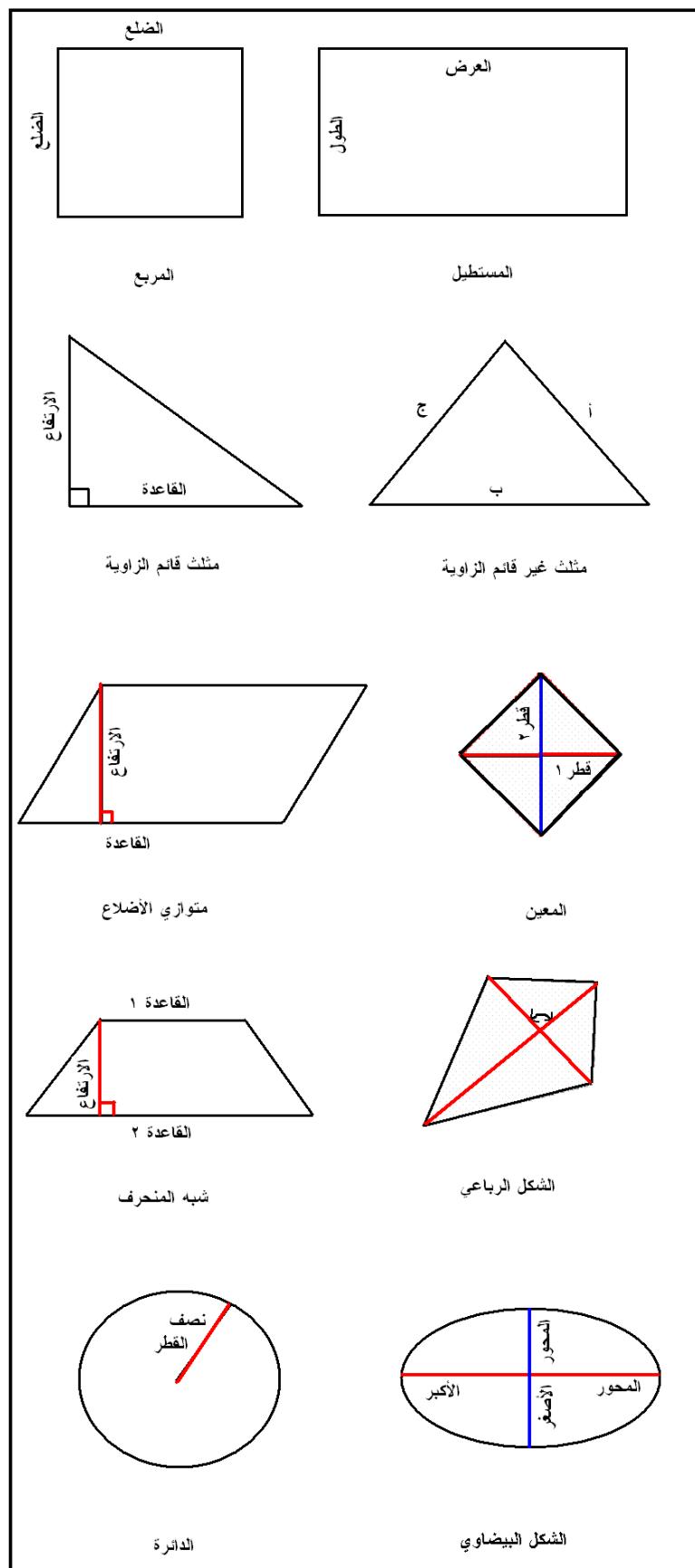
$$(10-1) \quad \text{مساحة المثلث القائم الزاوية} = ٠.٥ \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$(11-1) \quad \text{مساحة المثلث غير قائم الزاوية} = \text{الجذر التربيعي } [س \times (س-أ) \times (س-ب) \times (س-ج)]$$

حيث:

أ ، ب ، ج قيم أطوال الأضلاع الثلاثي للمثلث

$$س = \frac{\text{نصف مجموع أضلاع المثلث}}{(أ + ب + ج)} =$$



شكل (٢-١) الأشكال الهندسية البسيطة

قاعدة سيمبسون لحساب مساحة شكل غير منتظم:

تعد هذه الطريقة من أفضل طرق حساب مساحة شكل غير منتظم عن طريق تقسيمه إلى عدد من الأشكال من خلال عدد من الأعمدة على مسافات متساوية. فإذا كان عدد الأقسام المحسورة بين الأعمدة عدداً زوجياً يتم حساب المساحة كالتالي:

$$\text{المساحة} = \left( \frac{s}{3} \right) (\text{طول العمود الأول} + \text{طول العمود الأخير} + 2 \times \text{مجموع أطوال الأعمدة الفردية} + 4 \times \text{مجموع أطوال الأعمدة الزوجية})$$

حيث:

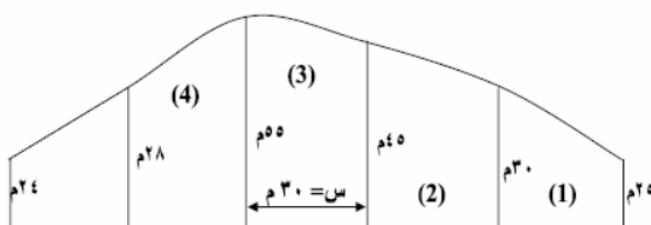
$s$  = عرض القسم = المسافة بين كل عمودين متتالين.

مع مراعاة:

- يجب أن يكون عدد الأقسام زوجياً.
- عند أخذ الأعمدة الفردية لا يؤخذ الأول والأخير مرة أخرى.
- إذا كان عدد الأقسام فردياً يحذف (غالباً) العمود الأخير ويتم حساب مساحة الجزء الأخير على أنه شبه منحرف أو مثلث ثم تضاف مساحته للمساحة الناتجة من المعادلة السابقة.

مثال ١:

أوجد مساحة قطعة الأرض في الشكل التالي:



$$s = 30$$

بما أن عدد الأقسام فردي: نأخذ الأقسام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ونحسب مساحتهم بالمعادلة:

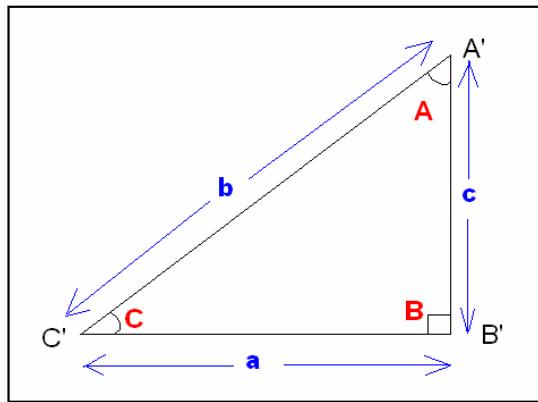
$$\text{المساحة} = \left( \frac{s}{3} \right) (\text{طول العمود الأول} + \text{طول العمود الأخير} + 2 \times \text{مجموع أطوال الأعمدة الفردية} + 4 \times \text{مجموع أطوال الأعمدة الزوجية})$$

$$= \left( \frac{30}{3} \right) (25 + 40 + 4 + 30) = 480 \text{ متر مربع}$$

$$\text{مساحة الجزء الأخير (كشبة منحرف)} = \text{القاعدة المتوسطة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= (24 + 28) \times 30 = 780 \text{ متر مربع}$$

إذن:  
مساحة الأرض الكلية =  $4830 + 5610 = 7800$  متر مربع

المثلث قائم الزاوية:

شكل (٣-١) المثلث قائم الزاوية

النسب المثلثية:

(١١-١)  $\sin \text{ لأي زاوية} = \text{طريق الضلع المقابل} / \text{طريق الوتر}$

(١٢-١)  $\cos \text{ لأي زاوية} = \text{طريق الضلع المجاور} / \text{طريق الوتر}$

(١٣-١)  $\tan \text{ لأي زاوية} = \text{طريق الضلع المقابل} / \text{طريق الضلع المجاور}$

في المثلث الموضح فإن:

$\sin C = c / b , \cos C = a / b , \tan C = c / a \quad (1-14)$

معادلة فيثاغورث:

مربع طول الوتر = مربع طول المقابل + مربع طول المجاور

$b^2 = a^2 + c^2 \quad (1-15)$

So:

$b = \sqrt{a^2 + c^2}$

$a = \sqrt{b^2 - c^2}$

$c = \sqrt{b^2 + a^2}$

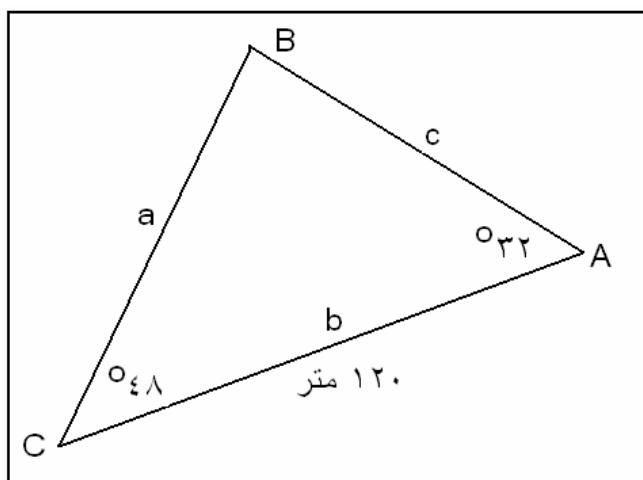
قانون جیب الزاوية:

لأي مثلث سواء كان قائم الزاوية أو لا فإن:

$$\frac{\text{طـول الضلع الأول}}{\text{جا الزاوية المقابلة له}} = \frac{\text{طـول الضلع الثاني}}{\text{جا الزاوية المقابلة له}} = \frac{\text{طـول الضلع الثالث}}{\text{جا الزاوية المقابلة له}}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (1-16)$$

وبذلك يمكن حل المثلث (أي حساب باقي معلوماته) إذا علمنا منه زاويتين و ضلع:



شكل (٤-١) مثال للمثلث غير قائم الزاوية

## مثال:

$$B = 180^\circ - (32^\circ + 48^\circ) = 100^\circ$$

$$120 / \sin 100^\circ = a / \sin 32^\circ = c / \sin 48^\circ$$

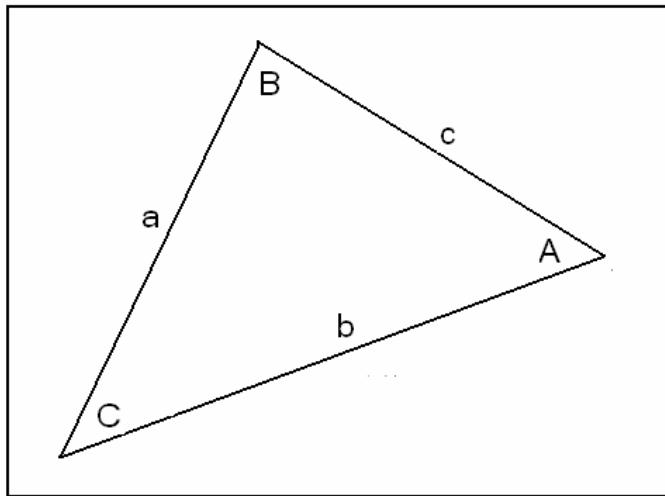
$$a = 120 \times \sin 32^\circ / \sin 100^\circ = 64.57 \text{ m}$$

$$c = 120 \times \sin 48^\circ / \sin 100^\circ = 90.55 \text{ m}$$

قانون جيب تمام الزاوية:

لأي مثلث سواء كان قائم الزاوية أو لا فإن:

مربع طول أي ضلع = مجموع مربعين الضلعين الآخرين ناقص ضعف حاصل ضربهما في جيب تمام الزاوية المحسوبة بينهما:



شكل (١-٥) المثلث غير قائم الزاوية

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \cos A \quad (1-17)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 a c \cos B \quad (1-18)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a b \cos C \quad (1-19)$$

وبذلك يمكن حل المثلث (أي حساب باقي معلوماته) إذا علمنا منه ضلعين و زاوية.

معادلات متباينة أخرى:

$$\sec = 1 / \cos \quad (1-20)$$

حيث:  $\sec$  = قا الزاوية

$$\csc = 1 / \sin \quad (1-21)$$

حيث:  $\csc$  = قتا الزاوية

$$\cot = 1 / \tan \quad (1-22)$$

حيث:  $\cot$  = ظتا الزاوية

$$\sin^2 + \cos^2 = 1 \quad (1-23)$$

$$\tan^2 + 1 = \sec^2 \quad (1-24)$$

$$\cot^2 + 1 = \csc^2 \quad (1-25)$$

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \quad (1-26)$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \quad (1-27)$$

$$\tan(A+B) = (\tan A + \tan B) / (1 - \tan A \tan B) \quad (1-28)$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A \quad (1-29)$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2 \sin^2 A = (2 \cos^2 A) - 1 \quad (1-30)$$

$$\tan 2A = (2 \tan A) / (2 \cot A) \quad (1-31)$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \quad (1-32)$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \quad (1-33)$$

$$\tan(A+B) = (\tan A - \tan B) / (1 + \tan A \tan B) \quad (1-34)$$

$$\sin(A/2) = \pm \sqrt{[ (1 - \cos A) / 2 ]} \quad (1-35)$$

$$\cos(A/2) = \pm \sqrt{[ (1 + \cos A) / 2 ]} \quad (1-36)$$

$$\tan(A/2) = \pm \sqrt{[ (1 - \cos A) / (1 + \cos A) ]} \quad (1-37)$$

**٤- الإحداثيات المستوية**

عادة يرمز للمحور الشمالي أو الرأسي (في المساحة) بالرمز  $N$  بدلًا من استخدام الرمز  $Z$ ، ويرمز للمحور الشرقي أو الأفقي بالرمز  $E$  بدلًا من  $X$ . وبذلك فإن الإحداثيات الأفقية لأي نقطة ستكون  $E, N$  (أي الشرقيات والشماليات) **(Northing and Easting)** بدلًا من  $Y, Z$  (حيث أن الإحداثيات  $X, Y, Z$  غالباً ما ترمز للإحداثيات الجيوديسية ثلاثية الأبعاد).

يمكن بمعرفة الإحداثيات المستوية ثنائية الأبعاد ل نقطتين حساب طول المسافة بينهما وأيضاً انحراف الخط الواصل بينهما عن اتجاه الشمال كالتالي:

$$D = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2} \quad (1-38)$$

$$\text{المسافة} = \text{الجزر التربيعي} (\text{مربع فرق الإحداثيات الشمالية} + \text{مربع فرق الإحداثيات الشرقية})$$

$$\tan \alpha = \Delta E / \Delta N \quad (1-39)$$

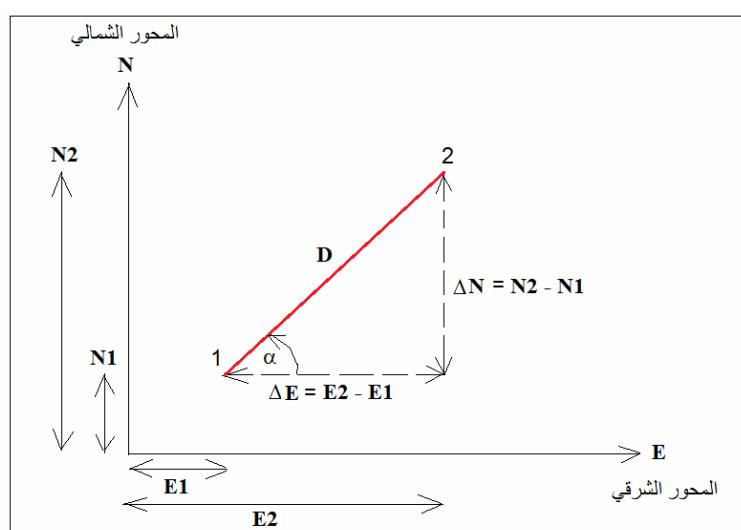
$$\text{ظا الانحراف} = \text{فرق الإحداثيات الشرقية} \div \text{فرق الإحداثيات الشمالية}$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 \quad (1-40)$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 \quad (1-41)$$

حيث:

$D$  هي المسافة،  $\alpha$  هو الانحراف،  $\Delta N$  فرق الإحداثيات الشمالية،  $\Delta E$  فرق الإحداثيات الشرقية.



شكل (٦-١) الإحداثيات المستوية

مثال:

أحسب المسافة بين النقطتين A,B وكذلك الانحراف بينهما إذا علمت أن إحداثيات النقطة A تبلغ ١٢٧٦٥.٤٨ متر و ٤٣٢٨٠.٢١ متر ، وأن إحداثيات النقطة B تساوي ١٣٦٩٦.٤١ متر و ٤٣٧٥٥.٩٨ متر.

$$\Delta E = 13696.41 - 12765.48 = 930.93 \text{ متر}$$

$$\Delta N = 43750.98 - 43280.21 = 475.77 \text{ متر}$$

$$\text{المسافة } D = \sqrt{(930.93)^2 + (475.77)^2} = 1045.46 \text{ متر}$$

$$\text{ظا الانحراف} = \frac{1.95668075}{930.93} = 475.77$$

$$\text{الانحراف} = 47^{\circ} 55' 06''$$

وفي حالة معرفة إحداثيات النقطة الأولى وطول وانحراف الخط يمكن حساب إحداثيات النقطة الثانية كالتالي:

$$N_2 = N_1 + D \cos \alpha \quad (1-42)$$

$$E_2 = E_1 + D \sin \alpha \quad (1-43)$$

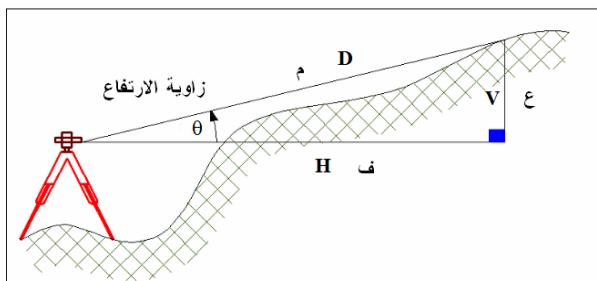
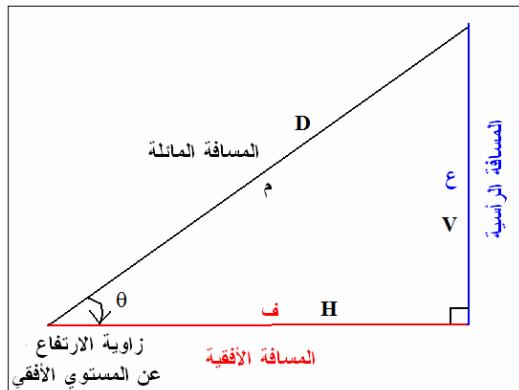
وهوتين المعادلتين مستخدمات في حسابات المضلوعات (الترافرس) كما سنتعرض له في فصل قادم بالتفصيل.

١-٥ المسافات وأنواعها

تنقسم المسافات إلى ثلاثة أنواع: الأفقية والمائلة والرأسية.

عند قياس المسافة بين نقطتين يقعان على مستوىً أفقى واحد (لا يوجد فرق ارتفاع بينهما) فهذه المسافة تسمى المسافة الأفقية. بينما إذا كانت إحدى النقطتين مرتفعة عن الأخرى فالمسافة المقاسة بينهما يطبق عليها اسم المسافة المائلة. أما الفرق في المستوى الرأسى بين هاتين النقطتين (فرق الارتفاع بينهما) فيسمى المسافة الرأسية.

يجمع مثلث قائم الزاوية بين المسافات الثلاثة مما يمكننا من حساب مسافة أخرى بعده طرق:



شكل (٧-١) أنواع المسافات

$$D^2 = H^2 + V^2$$

أى أن:

$$(43-1) \quad F = \sqrt{M^2 - V^2}$$

$$H = \sqrt{D^2 - V^2}$$

وبذلك يمكن حساب المسافة الأفقية (التي يتم توقعها على الخرائط) بمعلومية قيمة المسافة المائلة (المقاسة في الطبيعة) والمسافة الرأسية (فرق الارتفاع بين النقطتين).

$$\text{جتا (زاوية الارتفاع)} = F / M$$

$$\cos \theta = H / D$$

أى أن:

$$(44-1) \quad F = M \times \text{جتا (زاوية الارتفاع)}$$

$$H = D \cos \theta$$

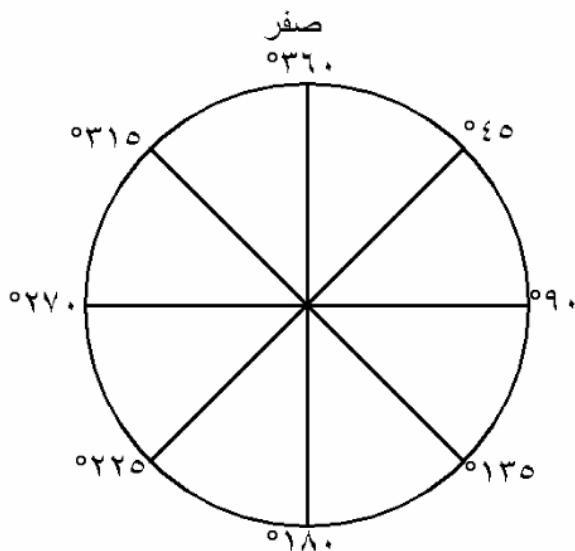
وبذلك يمكن حساب المسافة الأفقية (التي يتم توقعها على الخرائط) بمعلومية قيمة المسافة المائلة (المقاسة في الطبيعة) وقيمة زاوية الارتفاع بين النقطتين.

٦-٦ الزوايا وأنواعها٦-٦-١ وحدات قياس الزوايا

توجد ثلاثة أنظمة لقياس الزوايا (والاتجاهات) وهي النظام الستيني و النظام المئوي و النظام الدائري:

النظام الستيني لقياس الزوايا:

في النظام الستيني تقسم الدائرة إلى  $360^\circ$  فسما يسمى الجزء الواحد منها الدرجة الستينية ويرمز له بالرمز (°)، ثم تقسم الدرجة الستينية الواحدة إلى  $60'$  جزءاً يسمى الواحد منهم الدقيقة الستينية ويرمز له بالرمز (')، ثم تقسم الدقيقة الستينية الواحدة إلى  $60''$  جزءاً يسمى الواحد منهم الثانية الستينية ويرمز له بالرمز (").



شكل (٨-١) النظام الستيني لقياس الزوايا

أي أن:

$$\begin{aligned} 1 \text{ درجة ستينية } ^\circ &= 60 \text{ دقيقة ستينية } ' \\ 1 \text{ دقيقة ستينية } ' &= 60 \text{ ثانية ستينية } '' \\ 1 \text{ درجة ستينية } ^\circ &= 60 \times 60 = 3600 \text{ ثانية ستينية } '' \end{aligned}$$

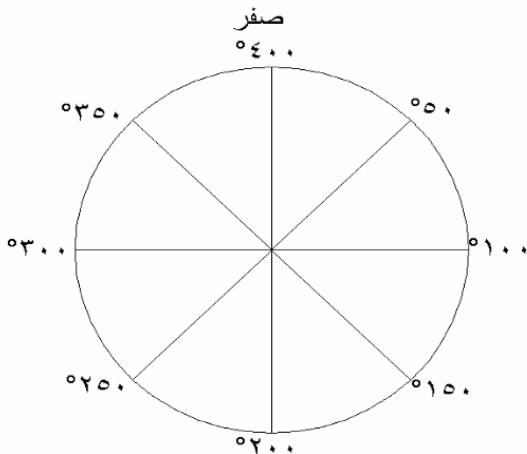
وتكتب الزاوية الستينية بالشكل التالي: "٤٥" "٥٢" "٥٢ أي:  $127^\circ 52' 52''$  أي: ١٢٧ درجة و ٥٢ دقيقة و ٥٢ ثانية.

مثال:

$$\begin{aligned} \text{الزاوية } "45" "52" "52 &= (45 \div 60 + 52') "52.75 = 127^\circ 52.75' \\ &= (52.75 \div 60 + 52") "52.75 &= 127.879167^\circ \\ &= (52.75 \div 60 + 52") "52 &= 127.879167^\circ \end{aligned}$$

النظام المئوي لقياس الزوايا:

في النظام المئوي (يسمى أيضاً جراد) تقسم الدائرة إلى ٤٠٠ قسماً يسمى الجزء الواحد منها الدرجة المئوية أو الجراد ويرمز له بالرمز (°<sup>g</sup>) ، ثم تقسم الدرجة المئوية الواحدة إلى ١٠٠ جزءاً يسمى الواحد منهم الدقيقة المئوية ويرمز له بالرمز (°<sup>c</sup>) ، ثم تقسم الدقيقة المئوية الواحدة إلى ١٠٠ جزءاً يسمى الواحد منهم الثانية المئوية ويرمز له بالرمز (°<sup>cc</sup>) .



شكل (٩-١) النظام المئوي لقياس الزوايا

أي أن:

$$\begin{aligned} 1 \text{ درجة مئوية } ^g &= 100 \text{ دقيقة مئوية } ^c \\ 1 \text{ دقيقة مئوية } ^c &= 100 \text{ ثانية مئوية } ^{cc} \\ 1 \text{ درجة مئوية } ^g &= 100 \times 100 = 10000 \text{ ثانية مئوية } ^{cc} \end{aligned}$$

وتكتب الزاوية السينية بالشكل التالي: ٩٣٧٢ °٦٢ CC٨٥ أي: ٣٧٢ درجة و ٦٢ دقيقة و ٨٥ ثانية.

مثال:

$$\begin{aligned} 9372^{\circ}62^{'}85^{''} &= 9372 + \left( \frac{62}{100} \right)^{\circ} + \left( \frac{85}{10000} \right)^{''} \\ 9372.6285 &= 9372 + \left( \frac{62}{100} \right)^{\circ} + \left( \frac{85}{10000} \right)^{''} \\ 9372.6285 &= 9372 + \left( \frac{62}{100} \right)^{\circ} + \left( \frac{85}{10000} \right)^{''} \end{aligned}$$

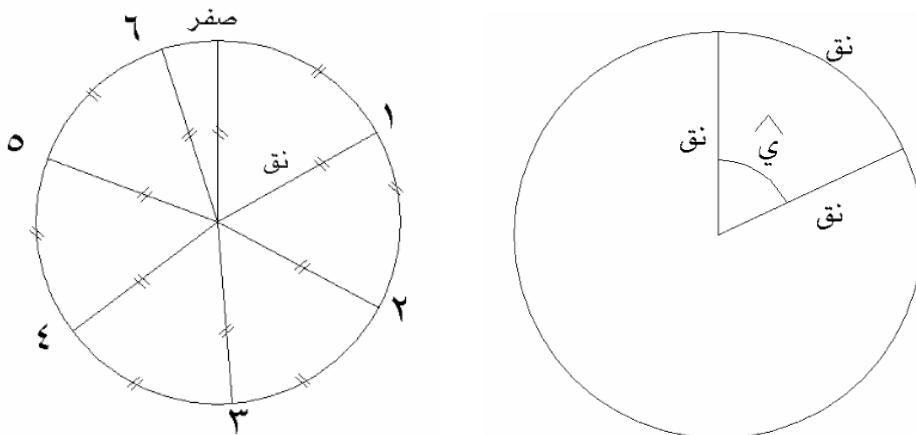
النظام الدائري لقياس الزوايا:

يعادل التقدير الدائري لأي زاوية النسبة بين طول القوس الذي يقابل هذه الزاوية (المقطوع من دائرة مركزها رأس هذه الزاوية) ونصف قطر هذه الدائرة.

تقاس الزاوية الدائرية بوحدات تسمى "الراديان" - ويرمز له بالرمز 'r' - حيث يكون محيط الدائرة الكاملة =  $2\pi r = 2 \times \frac{2\pi}{22} = 7 = 7 \times 3.1415926$  رadian.

أي أن:

$$\begin{aligned} 1 \text{ رadian} &= 0^{\circ} 57.2957795 \\ 0^{\circ} 57' 17'' 44.8 &= \\ "20.6265 &= \\ 9^{\circ} 63.6619972 &= \end{aligned}$$



شكل (١٠-١) النظام الدائري لقياس الزوايا

٢-٦ التحويل بين نظم قياس الزوايا

(أ) للتحويل بين النظام الستيني والنظام المئوي:

بما أن الدائرة تعادل ٣٦٠ درجة ستينية وفي نفس الوقت تعادل ٤٠٠ درجة مئوية ، أي أن:

$$360 \text{ درجة ستينية} = 400 \text{ درجة مئوية}$$

إذن:

$$\begin{aligned} 1 \text{ درجة مئوية} &= 1.111111 \\ 1 \text{ درجة ستينية} &= 0.9 \end{aligned}$$

(ب) للتحويل بين النظام الستيني والنظام الدائري:

بما أن الدائرة تعادل ٣٦٠ درجة ستينية وفي نفس الوقت تعادل ٢ ط رadians ، أي أن:

$$360 \text{ درجة ستينية} = 2 \pi \text{ radians}$$

إذن:

$$\begin{aligned} 1 \text{ درجة ستينية} &= \pi / 180 \\ 1 \text{ درجة دائيرية} &= 180 / \pi \end{aligned}$$

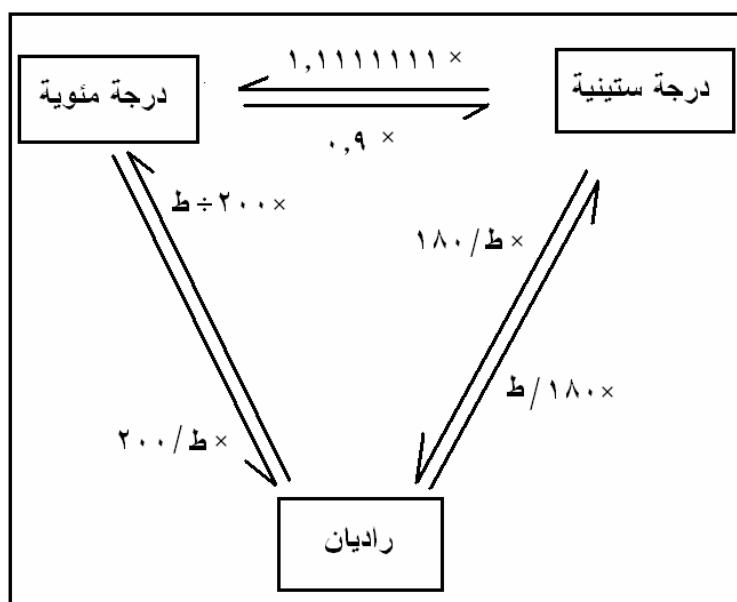
(ج) للتحويل بين النظام المئوي و النظام الدائري:

بما أن الدائرة تعادل ٤٠٠ درجة مئوية وفي نفس الوقت تعادل ٢ ط رadians ، أي أن:

$$400 \text{ درجة مئوية} = 2 \text{ ط radians}$$

إذن:

$$\begin{array}{ccc} \text{راديان} & 200 \div \text{ط} = & 1 \text{ درجة مئوية} \\ \text{درجة مئوية} & 200 \div \text{ط} = & 1 \text{ درجة دائيرية} \end{array}$$



شكل (١١-١) التحويل بين نظم قياس الزوايا

أمثلة:

١- حول الزاوية المئوية ٤٥°١٧١٠٨٠٠٩ إلى التقدير الستيني:

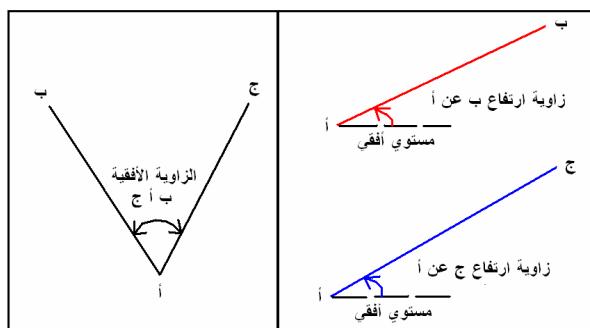
$$\begin{aligned} \text{الزاوية} &= (45 + 171 + 0.8045) \times 10000 \div 80 = 171.8045^{\circ} \\ &= 154.62405^{\circ} \\ &= 154^{\circ} 37' 27'' \end{aligned}$$

٢- حول الزاوية ٣٧" ١٥٤° إلى التقدير الدائري:

$$\begin{aligned} \text{الزاوية} &= (37 + 154 + 60 \div 37) \times 10000 \div 27 = 154.62405^{\circ} \\ &= 154.62405 \times \frac{\text{ط}}{180} = 2.699785 \text{ رadians} \end{aligned}$$

٣-٦ أنواع الزوايا

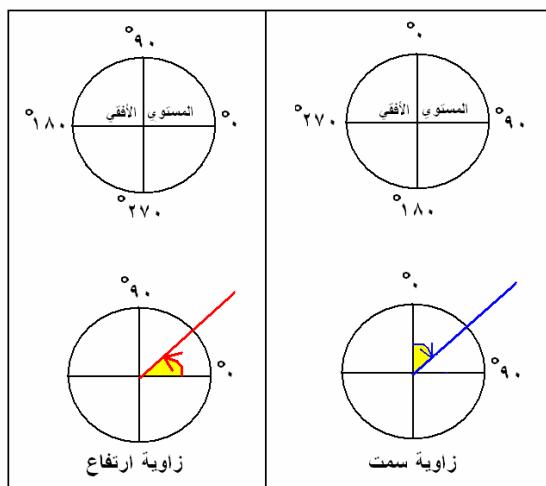
تنقسم الزوايا إلى نوعين: زاوية أفقية و زاوية رأسية. فالزاوية الأفقية هي الزاوية المحصورة في مستوى أفقى بين خطين (أو ضلعين). بينما الزاوية الرأسية هي الزاوية المقاسة في مستوى رأسى مقارنة بالمستوى الأفقى عند نقطة الرصد، وهي إما أن تكون زاوية ارتفاع أو زاوية انخفاض مقارنة بهذا المستوى الأفقى. ويجب ملاحظة أن كل نقطة مرصودة سيكون لها زاوية رأسية بينما توجد زاوية أفقية واحدة بين كل  نقطتين، كما في الشكل التالي:



شكل (١٢-١) الزوايا الأفقية والرأسية

تختلف أجهزة قياس الزوايا (مثل الثيودوليت) في وضع أو تدريج الدائرة الرأسية ، فبعض الأجهزة يكون الوضع الأفقي لها عند زاوية رأسية تساوي صفر درجة بينما توجد أجهزة أخرى يكون الأفقي لها عند زاوية رأسية تساوي ٩٠ درجة. في الحالة الأولى فإن الزاوية الرأسية المرصودة تسمى زاوية الارتفاع Elevation Angle بينما في الحالة الثانية فإن الزاوية الرأسية المرصودة زاوية السمت Zenith Angle. يجب معرفة نوع الزاوية الرأسية لجهاز الثيودوليت المستخدم لأن حسابات الارتفاع بين النقاط المرصودة ستعتمد على نوع هذه الزاوية. العلاقة بين كلا نوعي الزاوية الرأسية هي:

$$\text{زاوية الارتفاع} + \text{زاوية السمت} = 90^\circ$$



شكل (١٣-١) زاوية الارتفاع و زاوية السمت

٧-٦ الانحرافات و أنواعها١-٧-١ أنواع اتجاه الشمال

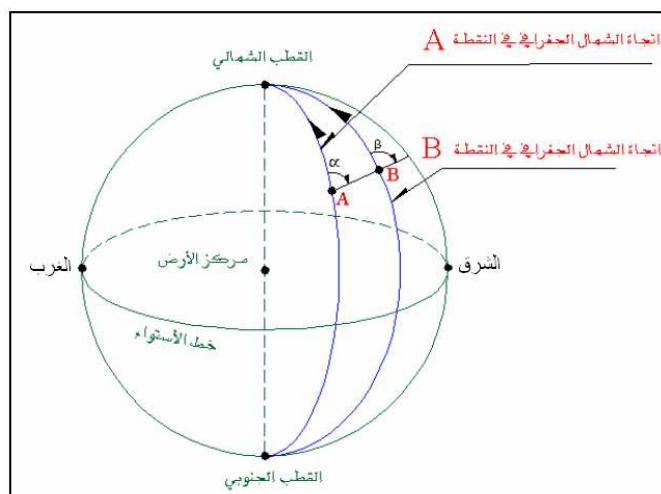
أنفق العاملون بالمساحة منذ مئات السنين على اعتبار اتجاه الشمال هو الاتجاه المرجعي عند قياس الاتجاهات في الطبيعة وأيضاً في الخريطة. لكن يوجد نوعين من أنواع اتجاه الشمال:

الشمال المغناطيسي Magnetic Meridian

هو الاتجاه الذي تحدده أبره مغناطيسية حركة الحركة كاملة الاتزان وليس تحت أي تأثير مغناطيسي محلي. فإذا تركت هذه الإبرة حركة الحركة فإنها ستتجه ناحية اتجاه الشمال الذي يطلق عليه اسم الشمال المغناطيسي. وهذه هي الفكرة التي بنيت عليها أجهزة البوصلة المغناطيسية التي يمكن استخدامها في الطبيعة لتحديد اتجاه الشمال. لكن أهم مشاكل الشمال المغناطيسي أنه غير ثابت (غير متوازي عند مجموعة من النقاط) بل أنه يتغير عند نفس النقطة من عام لآخر.

الشمال الجغرافي Geographic or True Meridian

هو الاتجاه أو الخط الواسط بين أي نقطة وكلا القطبين الشمالي والجنوبي للأرض. الشمال الحقيقي هو اتجاه ثابت غير متغير ويتم تحديده من خلال الأرصاد والقياسات الفلكية ، وحيث أنه ثابت وغير متغير فهو المستخدم في إنشاء الخرائط.



شكل (١٤-١) اتجاه الشمال

زاوية الاختلاف Declination Angle

يطلق اسم زاوية الاختلاف على الزاوية المحصورة بين اتجاهي الشمال المغناطيسي والجغرافي عند نقطة معينة في زمن معين. فإذا كان الشمال المغناطيسي شرق الشمال الجغرافي

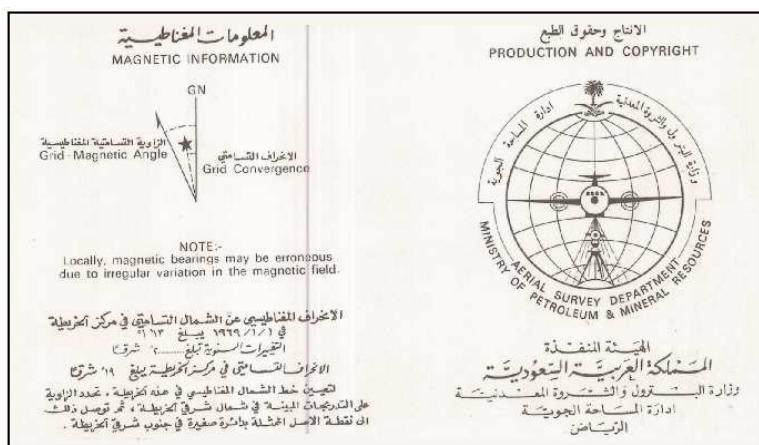
فتكون إشارة زاوية الاختلاف موجبة ، وإذا كان الشمال المغناطيسي غرب الشمال الجغرافي ف تكون إشارة زاوية الاختلاف سالبة:

$$\text{الانحراف الجغرافي} = \text{الانحراف المغناطيسي} \pm \text{زاوية الاختلاف}$$

حيث:

- + إن كانت زاوية الاختلاف شرقا
- إن كانت زاوية الاختلاف غربا

و غالباً توضع زاوية الاختلاف على الخريطة لتحديد قيمتها و اتجاهها عند إنشاء الخريطة:



شكل (١٥-١) مثال لمعلومات زاوية الاختلاف على خريطة

تتغير زاوية الاختلاف بطريقة منتظمة في عدة دورات على مدار : (أ) تغير كل ٣٠٠ سنة تقريبا ، (ب) تغير سنوي ، (ج) تغير يومي.

مثال:

تم قياس الانحراف المغناطيسي لخط في عام ١٩٩٤م ووجد أنه يبلغ  $^{\circ}30' 554$  ووجد أن زاوية الاختلاف في عام ١٩٩٠م تبلغ  $^{\circ}30' 17'$  شرقاً وتتغير سنوياً بمعدل  $^{\circ}3'$  للغرب. أحسب الانحراف الحقيقي لهذا الخط؟

بما أن زاوية الاختلاف للشرق فتجمع قيمتها ، بينما تطرح قيمة التغير السنوي لأنه للغرب:

$$\begin{aligned} \text{الانحراف الحقيقي} &= ^{\circ}30' 554 + [^{\circ}17' 30' - (^{\circ}3' \times 4 \text{ سنوات})] \\ &= [^{\circ}54' 30' + ^{\circ}17' 30' - ^{\circ}12'] = ^{\circ}17' 18' \\ &= [^{\circ}17' 18' + ^{\circ}54' 30'] = ^{\circ}71' 48' \end{aligned}$$

يمكن معرفة قيمة زاوية الاختلاف من خلال موقع بعض الجهات المتخصصة على شبكة الانترنت مثل موقع الوكالة الأمريكية للمحيطات والمناخ المعروفة باسم NOAA في الرابط التالي:

<http://www.ngdc.noaa.gov/geomagmodels/Declination.jsp>

القيم التالية تمثل زوايا الاختلاف لبعض المواقع في يوم ٢٠١٢/١١/٣:

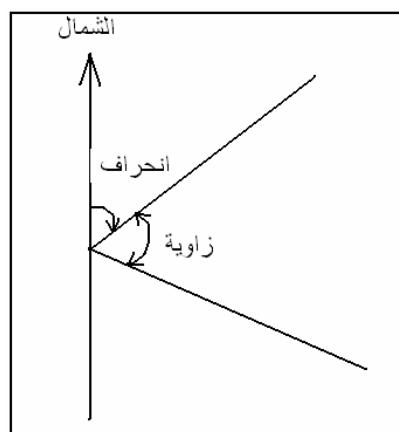
زاوية الاختلاف	الموقع الجغرافي التقريبي		المدينة
	خط الطول	دائرة العرض	
١٥°٠٢ غربا	٠٢١.٤٢٦ شمالي	٥٣٩.٨٢٥ شرقا	مكة المكرمة
١٤°٢٩ غربا	٠٢٤.٤٥٦ شمالي	٥٣٩.٦١١ شرقا	المدينة المنورة
١١°١٥ غربا	٠٣٠.٠٥٨ شمالي	٥٣١.٢٢٩ شرقا	القاهرة

### الشمال ال اختياري أو المفروض :Arbitrary or Assumed Meridian

في حالة عدم معرفة الراسد في الطبيعة لأيا من اتجاهي الشمال المغناطيسي أو الجغرافي فإنه يقوم بافتراض اتجاه شمال لكي يبدأ منه أعمال القياس المساحي (غالبا يكون اتجاه أحد خطوط العمل المساحي) كاتجاه مرجعي مفروض لهذا العمل. ولاحقا قد يتمكن الراسد من معرفة العلاقة بين هذا الشمال ال اختياري والشمال الحقيقي ومن ثم يقوم بتصحيح قياساته لينسبها إلى اتجاه الشمال الحقيقي.

### ٢-٧-١ أنواع الانحرافات

يطلق مصطلح "الزاوية" على الزاوية المقاسة بين خطين ، بينما يطلق مصطلح "الانحراف" "Bearing or Azimuth" على الزاوية المقاسة بدءاً من اتجاه الشمال إلى الخط المطلوب. فان كان الاتجاه المرجعي (بدء القياس) هو الشمال المغناطيسي فنحصل على الانحراف المغناطيسي ، بينما إن كان الاتجاه المرجعي (بدء القياس) هو الشمال الجغرافي فنحصل على الانحراف الجغرافي أو الحقيقي.

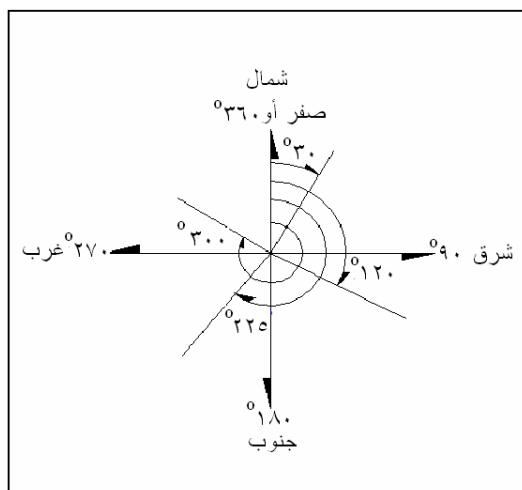


شكل (١٦-١) الزاوية و الانحراف

يوجد نوعين من أنواع الانحرافات المستخدمة في المساحة: الانحراف الدائري و الانحراف المختصر.

### الانحراف الدائري :Azimuth

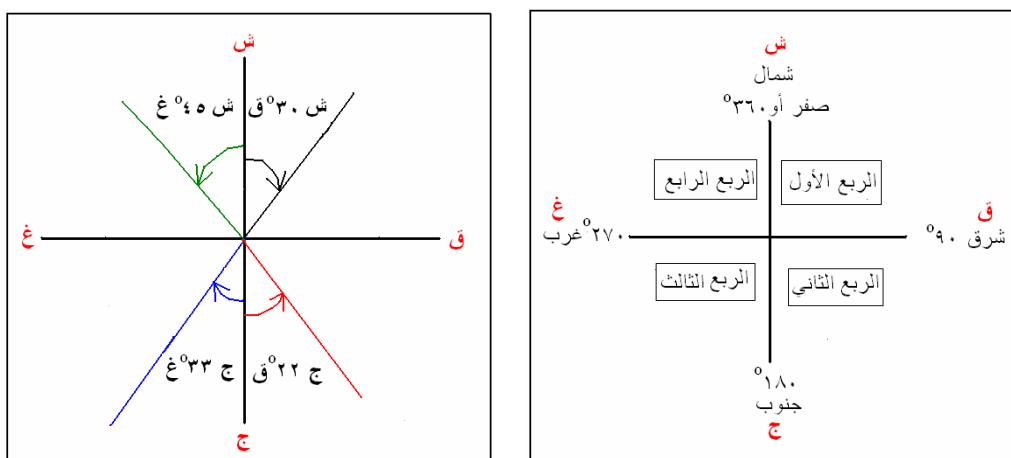
هو الزاوية المقاسة (١) بدءاً من اتجاه الشمال (٢) وباتجاه دواران عقرب الساعة ، وتترواح قيمته بين الصفر و ٣٦٠ درجة ستينية.



شكل (١٧-١) الانحراف الدائري

### الانحراف المختصر :Bearing

هو الزاوية المقاسة (١) بدءاً من اتجاه الشمال (٢) أو اتجاه الجنوب (٣) وباتجاه دواران عقرب الساعة (٤) أو ضد اتجاه دواران عقرب الساعة، وتترواح قيمته بين الصفر و ٩٠ درجة ستينية فقط. ولذلك فلا بد من ذكر ربع الدائرة الواقع به الانحراف المختصر.

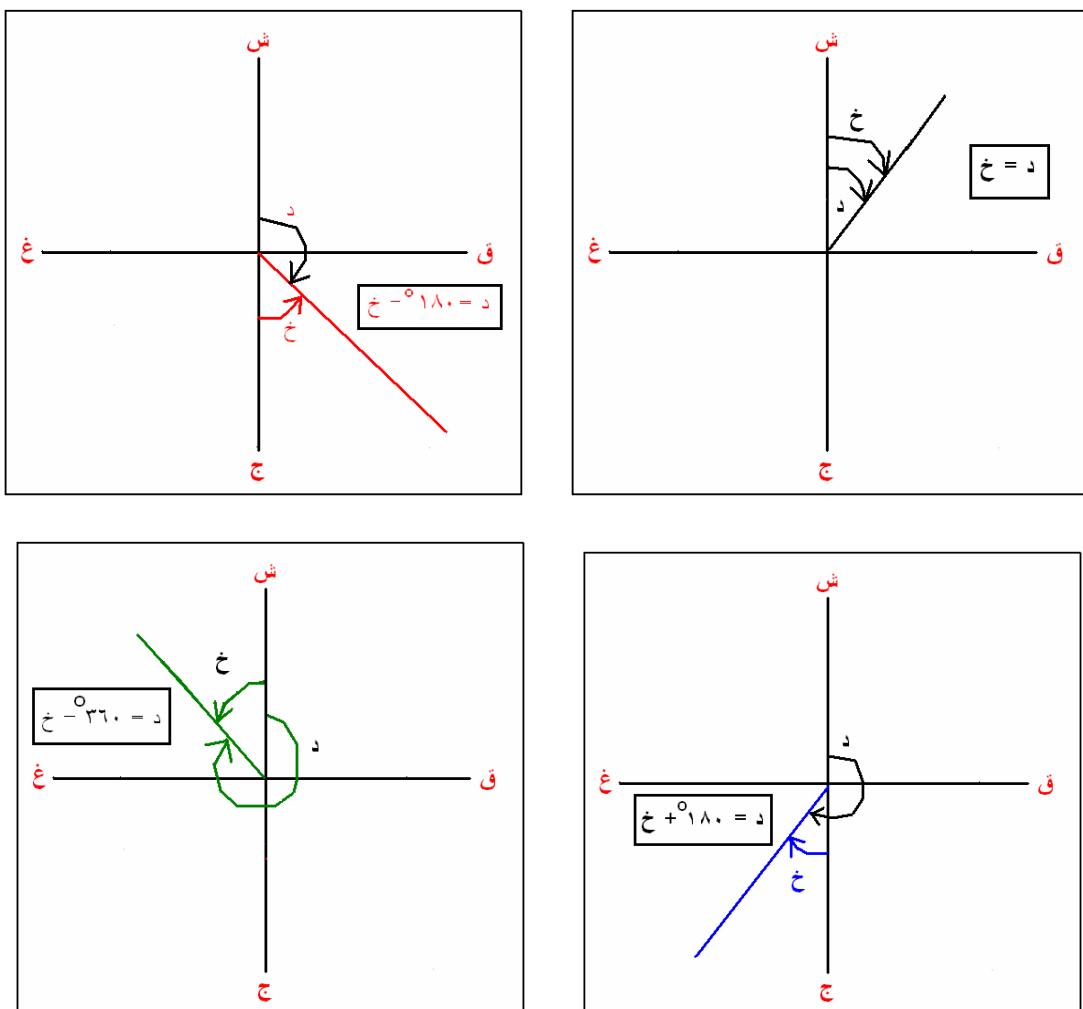


شكل (١٨-١) الانحراف المختصر

التحويل بين الانحراف الدائري و الانحراف المختصر:

طبقا للربع الواقع به الانحراف المختصر فيمكن استبطان المعادلات الأربع التالية للتحويل بين الانحراف الدائري ( $d$ ) والانحراف المختصر ( $x$ ) كما في الشكل التالي:

المعادلة	الربع
(٤٧-١) $d = x$	الأول
(٤٨-١) $d = 180^\circ - x$	الثاني
(٤٩-١) $d = x + 180^\circ$	الثالث
(٥٠-١) $d = 360^\circ - x$	الرابع



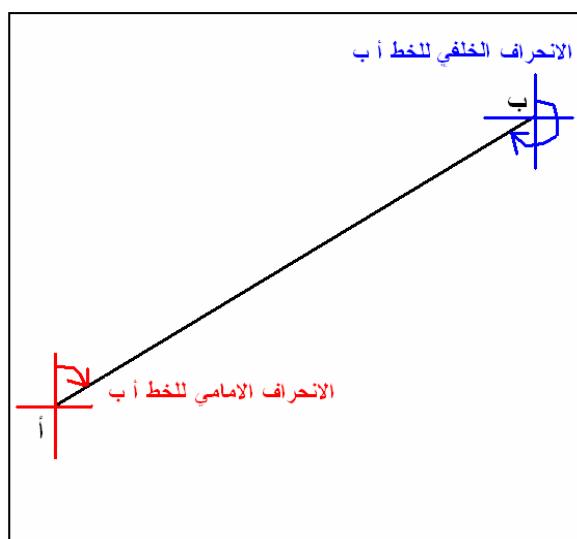
شكل (١٩-١) التحويل بين الانحراف الدائري و المختصر

الجدول التالي يوضح بعض الأمثلة للتحويل بين كلا نوعي الانحراف:

الانحراف المختصر	الانحراف الدائري
ش $49^{\circ}03'14''$	$049^{\circ}14'03''$
ج $18^{\circ}23'49''$	$130^{\circ}36'42''$
ج $53^{\circ}44'38''$	$218^{\circ}44'53''$
ش $02^{\circ}42'15''$	$294^{\circ}17'58''$

### ٣-٧-١ الانحراف الأمامي و الانحراف الخلفي لخط

يتكون أي خط من نقطتي البداية و النهاية ، ولذلك فيكون له انحرافين: الانحراف الأمامي وهو الانحراف المقاس عند بداية الخط ، والانحراف الخلفي وهو الانحراف المقاس عند نهاية الخط.



شكل (٢٠-١) الانحراف الأمامي و الخلفي

والعلاقة بينهما هي:

$$(51-1) \quad \text{الانحراف الخلفي} = \text{الانحراف الأمامي} \pm 180^\circ$$

حيث:

+ عندما يكون الانحراف المعلوم منهما أقل من  $180^\circ$

- عندما يكون الانحراف المعلوم منهما أكبر من  $180^\circ$

مثال ١:

أوجد الانحراف الخلفي للخط أ ب الذي يبلغ انحرافه الأمامي  $42^{\circ}36'13''$  ؟

حيث أن الانحراف المعلوم أقل من  ${}^{\circ}180$  فأن:

$$\begin{aligned}\text{الانحراف الخلفي} &= \text{الانحراف الأمامي} + {}^{\circ}180 \\ &= {}^{\circ}180 + {}^{\circ}136 \\ &= {}^{\circ}316\end{aligned}$$

مثال ٢:

أوجد الانحراف الخلفي للخط أ ب الذي يبلغ انحرافه الأمامي المختصر ج  ${}^{\circ}45$  غ؟

الانحراف الأمامي المختصر ج  ${}^{\circ}45$  غ يقع في الربع الرابع : إذن:  
 الانحراف الأمامي الدائري للخط أ ب =  ${}^{\circ}360 - \text{غ}$   
 ${}^{\circ}315 = {}^{\circ}45 - {}^{\circ}360$

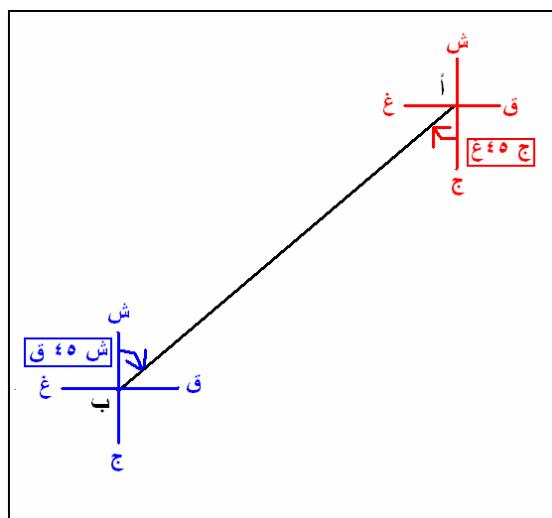
حيث أن الانحراف المعلوم أكبر من  ${}^{\circ}180$  فأن:

$$\begin{aligned}\text{الانحراف الخلفي} &= \text{الانحراف الأمامي} - {}^{\circ}180 \\ &= {}^{\circ}135 - {}^{\circ}180\end{aligned}$$

وحيث أن هذا الانحراف الخلفي الدائري يقع في الربع الثاني فأن الانحراف الخلفي المختصر له:

$$\begin{aligned}\text{د} &= {}^{\circ}180 - \text{خ} \\ \text{ش} &= {}^{\circ}135 - {}^{\circ}180 = {}^{\circ}45\end{aligned}$$

إذن الانحراف الخلفي المختصر للخط أ ب (ش  ${}^{\circ}45$  ق) يمكن الحصول عليه مباشرة من الانحراف الأمامي المختصر لهذا الخط (ج  ${}^{\circ}45$  غ) بمجرد عكس إشارات الربع وبدون أية حسابات حيث تظل قيمة الزاوية كما هي:



## الفصل الثاني

### الأخطاء في القياسات

#### ١-٢ مقدمة

يعتمد علم المساحة في المقام الأول على الأرصاد (القياسات) والتي منها بلغت دقة قياسها فلن تعطي نتائج صحيحة بصورة مطلقة بل سيكون بها خطأً مهما كان صغيراً جداً. فعلى سبيل المثال إذا قام راصد ذو خبرة كبيرة مستخدماً جهاز ثيودوليت دقيق بقياس زاوية ما عدد من المرات فلن تكون قيمة الزاوية واحدة في كل هذه القياسات. لذلك من الضروري على دارس المساحة أن يلم بمصادر الأخطاء و أنواعها و كيفية التغلب عليها - إن أمكن - أو كيفية التعامل معها حسابياً للوصول إلى قيمة أقرب للصحة لكمية (مسافة أو زاوية أو فرق منسوب... الخ) التي يتم قياسها.

#### ٢-٢ أنواع الأخطاء

الخطأ هو مقدار الفرق بين القيمة المقاسة (المرصودة) والقيمة الحقيقة لها. لكن من الصعب - إن لم يكن من المستحيل - أن نعرف القيمة الحقيقة لأي قياس، ولذلك فنستعيض عنه بالقيمة الأكثر احتمالاً له.

تحدث الأخطاء نتيجة ثلاثة أسباب أو مصادر هي:

##### (أ) أخطاء إلية:

أخطاء ناتجة عن عيوب الأجهزة المستخدمة في القياس والتي يمكن التغلب عليها من خلال ضبط الجهاز ضبط دائم و معايرته كل فترة و إتباع خطة معينة في الرصد (مثل الرصد متيمان و متيسير بجهاز الثيودوليت) و تصحيح أو ضبط الأرصاد من خلال معدلات رياضية (مثلاً ضبط زوايا المثلث بحيث يساوي مجموع زواياه ١٨٠ درجة).

##### (ب) أخطاء شخصية:

أخطاء ترجع للراصد ذاته مثل عدم اعتنائه بعملية الرصد بصورة سليمة أو قلة خبرته العملية.

##### (ج) أخطاء طبيعية:

أخطاء ترجع أسبابها للتغير الظروف الطبيعية أثناء عملية الرصد مثل تغير تأثير الانكسار الجوي على الميزان في فترات اليوم الواحد.

تنقسم أنواع الأخطاء إلى أربعة أنواع تشمل:

### (١) الغلط أو الخطأ الجسيم :Mistake or Blunder or Gross Error

هو قيمة شاذة تجعل القيم المرصودة غير متجانسة مع بقية الأرصاد المماثلة، وينتتج عن قلة الخبرة أو الإهمال في القياس. مثلاً عند قياس زاوية عدة مرات فكتاب قيمتها في أحدي المرات ١٥٣ درجة بدلاً من ١٣٥ درجة، أو التوجيه على نقطة "أ" وتسجيل قراءة الزاوية على أنها نقطة "ب". فإذا تم قياس مسافة عدة مرات كالتالي: ٥٦.٣٢، ٥٦.٣٨، ٥٦.٤٠، ٥٧.٣٨، ٥٦.٣٩، ٥٦.٣٩ متر، فيمكن باللحظة اكتشاف أن القيمة ٥٧.٣٨ تعد غلط أو خطأ جسيم حيث أن باقي القيم متقاربة مع بعضها في حدود سنتيمترات بينما هذه القيمة تبعد عنهم بمتر كامل تقريباً. يمكن اكتشاف الغلط من خلال الحرص في المراجعة والتحقق من كل خطوة من خطوات الرصد ثم استبعاده نهائياً من عملية الحسابات المساحية. تجدر الإشارة إلى أن الغلط هو أخطر أنواع الأخطاء وأشدّها تأثيراً على دقة العمل في حالة عدم اكتشافه.

### (٢) الخطأ التراكمي :Accumulative Error

هو خطأ صغير القيمة نسبياً (عند مقارنته بقيمة الغلط) يتكرر بنفس المقدار والإشارة إذا تكرر القياس تحت نفس الظروف وباستخدام نفس الأجهزة ونفس الراصدين. الخطأ المنتظم خطأ تراكمي بمعنى أن قيمته تزيد كلما تكرر القياس، فمثلاً إذا كان هناك خطأ ١٠ سنتيمتر في شريط طوله ٢٠ متر واستخدمنا هذا الشريط في قياس مسافة تبلغ ١٠٠ متر فإن خطأ منظم قيمته ١٠ سنتيمتر سيكون في كل طرحة (رصفه أو جزء من المسافة، أي في كل ٢٠ متر مقاسه) مما سيجعل الخطأ المنتظم يبلغ  $10 \text{ سنتيمتر} \times 5 \text{ مرات قياس} = 50 \text{ سنتيمتر}$  في نهاية هذه المسافة. يتم التغلب على الخطأ المنتظم إما بإضافة التصحيحات اللازمة له أو بوضع خطأ دقيقة لعملية الرصد ذاتها، ويجب أن يتم ذلك قبل استخدام الأرصاد في العمليات الحسابية المساحية.

### (٣) الخطأ المنظم :Systematic Error

يشبه الخطأ المنظم الخطأ التراكمي في طبيعته إلا أنه قد يكون تراكمياً بنفس المقدار والإشارة وقد يختلف في قيمته و إشارته من أجزاء العمل الحقلية. كمثال تأثير عوامل الطقس (الحرارة والرطوبة) على قياسات الزوايا و المسافات المقاسة الكترونياً سواء بأجهزة EDM أو المحطات الشاملة، ولذلك توجد معادلات رياضية لحساب قيمة هذا الخطأ المنظم بناءً على قيم درجات الحرارة و الرطوبة المقاسة أثناء الرصد الميداني. يتم التغلب على الأخطاء المنتظمة من خلال إجراء التصحيحات اللازمة أو بوضع خطأ دقيقة لعملية الرصد و اختيار أنساب ظروف القياس. أيضاً يجب أن يتم التغلب على الأخطاء المنتظمة و تصحيحها (مثل الأخطاء التراكمية) قبل استخدام الأرصاد في العمليات الحسابية المساحية.

### (٤) الخطأ العشوائي أو العارض :Random or Accidental Error

الخطأ العشوائي خطأ متغير غير ثابت لا في القيمة ولا في الإشارة ولا يمكن التنبؤ به ولا معرفة مصدره الرئيسي، ولذلك فأسمه العشوائي. توجد الأخطاء العشوائية - مهمها صغرت قيمتها - في كل القياسات ويتم التعامل معها بطرق رياضية لمحاولة الوصول إلى القيمة الأكثر

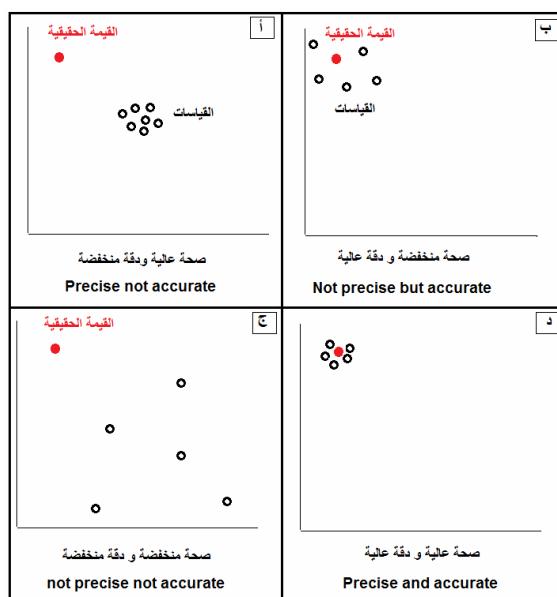
احتمالاً للكميات المطلوب حساب قيمتها الدقيقة، وهذا هو موضوع نظرية الأخطاء Theory أو عملية الضبط Adjustment of Errors.

### ٣- الدقة و الصحة

يجب على دارس المساحة أن يفرق بين كلا المفهومين وخاصة - للأسف - أن بعض الكتب باللغة العربية تترجم كلا الكلمتين إلى "دقة" مع أنه يوجد اختلاف جذري بينهما. فالصحة (البعض يسميها الإحكام أو الدقة الظاهرة) Precision تدل على مدى تقارب مجموعة من القياسات لنفس الهدف، أي أن الصحة هي درجة التوافق بين عدة قياسات لقيمة واحدة، أو هي درجة تنقية الأرصاد من الأخطاء معروفة المصدر وإزالة تأثيرها على القياسات. بينما الدقة Accuracy تدل على مدى قرب هذه الأرصاد من القيمة الحقيقية لها، أو بمعنى آخر فالدقة هي درجة الكمال في الأرصاد وخلوها من الأخطاء بقدر الإمكان.

لأخذ مثلاً: تم قياس مسافة عدد من المرات وكانت النتائج ٨.٢٢ ، ٨.٢٠ ، ٨.٢٦ ، ٨.٢٤ متر. هذه الأرصاد متقاربة جداً من بعضها مما يجعلنا نقول أن "صحة" الأرصاد عالية. لكن ماذا لو كان الشريط المستخدم في هذه الأرصاد به خطأ منتظم قيمته ٢٠ سنتيمتر مثلاً، هنا ستكون كل القياسات بعيدة عن القيمة الحقيقية لمسافة المقاسة، أي أنها "دقة" الأرصاد ستكون منخفضة.

الشكل التالي يمثل أربعة حالات للفرق بين الدقة و الصحة: (أ) فان كانت القياسات متقاربة جداً من بعضها البعض لكنها في نفس الوقت بعيدة عن القيمة الحقيقية فهنا تكون الصحة عالية لكن الدقة منخفضة، (ب) أما إن كانت القياسات متباينة عن بعضها البعض لكنها في نفس الوقت قريبة من القيمة الحقيقية فهنا تكون الصحة منخفضة لكن الدقة عالية، (ج) أما إن كانت القياسات متباينة عن بعضها البعض وأيضاً بعيدة عن القيمة الحقيقية فهنا تكون الصحة منخفضة والدقة منخفضة أيضاً، (د) أما إن كانت القياسات متقاربة جداً من بعضها البعض وفي نفس الوقت قريبة من القيمة الحقيقية فهنا تكون الصحة عالية والدقة عالية أيضاً.



شكل (١-١٢) الدقة و الصحة

من الصعب معرفة القيمة الحقيقة لأي قيمة مقاسة لتحديد دقة القياسات، وغالباً نستطيع حساب قيمة هي الأكثر احتمالاً أو الأكثر قرباً للقيمة الحقيقة. مثلاً إذا قمنا بقياس زاوية عدة مرات - وتأكدنا من عدم وجود أية أغلاط أو أخطاء منتظمة أو أخطاء تراكمية - ثم قمنا بحساب متوسط هذه الأرصاد فإنه سيكون أقرب وأكثر احتمالاً للقيمة الحقيقة لهذه الزاوية. لكي نحدد مقياس الدقة يتم مقارنة القيمة الأكثر احتمالاً (المتوسط) بقيمة المسافة التي تم قياسها بطريقة أدق، فمثلاً نقارن متوسط المسافات المقاسة بالشريط مع قيمة المسافة المقاسة بالمحطة الشاملة ونقارن متوسط الزاوية المقاسة بالتيوديليت مع قيمة الزاوية المحسوبة من أرصاد النظام العالمي لتحديد الواقع GPS، ونقارن إحداثيات GPS مع إحداثيات تقنية أخرى أكثر تقدماً ودقة مثل Accurate VBLL.

#### ٤-٢ المتوسطات

يمكن تقسيم الأرصاد المساحية إلى مجموعتين:

##### (١) أرصاد مباشرة Direct Observations

عند قياس الكمية المطلوبة قياساً مباشراً فمثلاً قياس المسافة مباشرة وكذلك قياس الزوايا المطلوبة ... الخ. تسمى هذه الكميات في هذه الحالة كميات مستقلة Independent Observations أي لا تعتمد على أية أرصاد أو كميات أخرى.

##### (٢) أرصاد غير مباشرة Indirect Observations

هي الكميات التي لا يمكن قياسها مباشرة لكن يتم عمل أرصاد لكميات أخرى والتي منها سيتم تحديد أو حساب قيم الكميات الأصلية المطلوبة. فمثلاً قياس طول وعرض مربع بهدف حساب مساحته، وعند حساب إحداثيات نقاط ترافرس فنقيس زوايا وأضلاع الترافرس والتي هنا تمثل أرصاد غير مباشرة. وتسمى الأرصاد غير المباشرة كميات تابعة Dependant Observations لأنها تعتمد في تحديد قيمتها على قيم أرصاد أخرى تتأثر بها.

##### القيمة الأكثر احتمالاً Most-Probable Value

من الصعب - إن لم يكن من المستحيل - معرفة القيمة الحقيقة لأي كمية مقاسة وذلك لوجود أخطاء في القياس مهما كانت قيمة هذه الأخطاء صغيرة جداً. إن كانت الأرصاد مستقلة ولا تعتمد على بعضها البعض وقمنا بتكرار القياس عدة مرات فإن قيمة المتوسط الحسابي ستتمثل في القيمة الأكثر احتمالاً أو الأكثر توقعاً أو الأكثر قرباً للقيمة الحقيقة.

$$(1-2) \quad \text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع الأرصاد}}{\text{عدد الأرصاد}}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (2-1)$$

حيث:

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  تمثل الأرصاد  
 $n$  تمثل عدد الأرصاد

### الخطأ الحقيقي :True Error

هو الفرق بين القيمة المرصودة والقيمة الحقيقية لها. وبما أن القيمة الحقيقية لا يمكن معرفتها في معظم الأحيان فان الخطأ الحقيقي أيضا لا يمكن معرفته. لكن في بعض الحالات يمكن معرفة الخطأ الحقيقي من خلال مواصفات أو قواعد هندسية معلومة فمثلا عند قياس الزوايا الثلاثة لمثلث فيجب أن يساوي مجموع الزوايا  $180^\circ$  درجة، ففي هذه الحالة يكون الخطأ الحقيقي هو ناتج طرح مجموع الزوايا المقاسة من  $180^\circ$ .

$$(2-2) \quad \text{الخطأ الحقيقي} = \text{القيمة المرصودة} - \text{القيمة الحقيقية}$$

$$\epsilon_i = y_i - \mu \quad (2-2)$$

حيث:

$\mu$  القيمة الحقيقية  
 $\epsilon$  الخطأ الحقيقي

### الأخطاء المتبقية أو الفروق :Residuals or Discrepancies

الفرق أو الخطأ المتبقى (أو الباقي) هو الفرق بين القيمة المرصودة و القيمة الحقيقية لها. لكننا نستعيض عن القيمة الحقيقية بالقيمة الأكثر احتمالا لها وبذلك يكون الخطأ المتبقى:

$$(3-2) \quad \text{الفرق} = \text{القيمة الأكثر احتمالا} - \text{القيمة المرصودة}$$

$$v_i = \bar{y} - y_i \quad (2-3)$$

حيث:

٧ الخطأ المتبقى أو الفرق

### ٥ التشتت و الانشار

#### التبابين :Variance

التبابين هو مؤشر إحصائي يحدد مدى تباين أو انتشار أو تشتت مجموعة من الأرصاد حول القيمة الحقيقية لها أو القيمة الأكثر احتمالا لها، ولذلك يوجد نوعين من التبابين:

تباين المجتمع :Population Variance

إذا تم قياس كل الأرقاد الممكنة لقيمة المطلوبة فإن تباين المجتمع يساوي مجموع مربعات الأخطاء الحقيقية مقسوما على عدد الأرقاد:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n} \quad (2-4)$$

حيث  $\varepsilon$  الخطأ الحقيقي لكل رصده (وهو كما ذكرنا غير معروف بسبب أن القيمة الحقيقة غالبا غير معروفة).

تباين العينة :Sample Variance

إذا تم قياس عينة أو مجموعة من الأرقاد لقيمة المطلوبة فإن تباين هذه العينة يساوي مجموع مربعات الأخطاء المتبقية (وليس الأخطاء الحقيقية) مقسوما على عدد الأرقاد ناقص واحد:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n - 1} \quad (2-5)$$

حيث:  $v$  الخطأ المتبقى أو الفرق لكل رصده.

أي أنتا في حسابات المساحة نتعامل مع تباين العينة وليس تباين المجتمع وذلك بسبب حساب تباين المجتمع يتطلب معرفة القيمة الحقيقة وهي غير معروفة وبالتالي لا يمكننا معرفة قيمة الأخطاء الحقيقية (في المعادلة ٤-٢) وذلك بالإضافة إلى أنتا لا تستطيع قياس كل الأرقاد الممكنة لقيمة المطلوب قياسها.

الخطأ المعياري :Standard Error

الخطأ المعياري هو الجذر التربيعي لقيمة تباين المجتمع.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}} \quad (2-6)$$

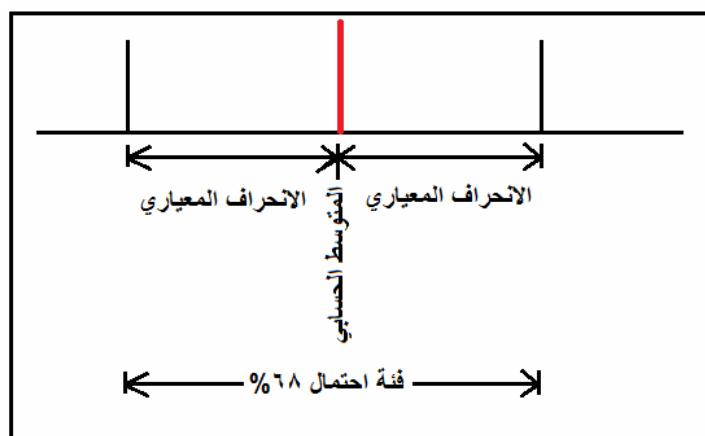
الانحراف المعياري Standard Deviation

يعبر الانحراف المعياري (يطلق عليه أيضاً اسم الخطأ التربيعي المتوسط Mean Square Error) عن مدى انحراف (ابتعاد أو اقتراب) القيمة المقاسة عن القيمة الأكثر احتمالا لها وقيمتها تساوي الجذر التربيعي لقيمة تباين العينة:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n - 1}} \quad (2-7)$$

ترجع أهمية قيمة الانحراف المعياري إلى وجود احتمال بنسبة ٦٨% أن القيمة الحقيقية ستقع في مدي يتراوح بين (المتوسط + الانحراف المعياري) و (المتوسط - الانحراف المعياري). مثال: إذا كان متوسط عدد من القياسات لمسافة يساوي ٥٣.٢١ متر وكان الانحراف المعياري للقياسات يساوي  $\pm 0.03$  متر فإن القيمة الحقيقية لهذه المسافة ستقع باحتمال ٦٨% بين ٥٣.٢٤ و ٥٣.١٩ أي بين ٥٣.٢١ و ٥٣.٢٤ متر. بمعنى آخر يمكن القول أن ٦٨% من القياسات أو الأرصاد يحتمل أن يكون بها خطأ قيمته تساوي قيمة الانحراف المعياري سواء بإشارة موجبة أو سالبة.

كلما صغرت قيمة الانحراف المعياري صغرت حدود هذه الفئة مما يدل على أن القياسات أقرب ما تكون للقيمة الحقيقية، والعكس صحيح فكلما كبرت قيمة الانحراف المعياري زادت حدود الفئة مما يعطي انطباعاً أن القياسات أو الأرصاد بعيدة عن القيمة الحقيقية.



شكل (٢-٢) العلاقة بين المتوسط و الانحراف المعياري

أيضاً يجب ملاحظة أن الانحراف المعياري يعتمد على عدد الأرصاد ( $n$  في المعادلة ٧-٢)، أي أن كلما زاد عدد الأرصاد أو القياسات كلما زاد اقتراب هذه القياسات من القيمة الحقيقية لها وبالتالي تزداد الثقة في القياسات. وهذا من أهم مبادئ العمل المساحي بصفة عامة حيث دائماً نفضل أن نقيس الكمية عدد من المرات ولا نكتفي بقياسها مرة واحدة فقط.

### الانحراف المعياري للمتوسط Standard Deviation of the Mean

الانحراف المعياري للمتوسط الحسابي هو حاصل قسمة الانحراف المعياري للعينة على الجذر التربيعي لعدد الأرصاد:

$$S_{\bar{y}} = \pm \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (2-8)$$

تعبر قيمة الانحراف المعياري عن مدى تشتت أو تباعد القياسات عن بعضها البعض وبالتالي فهي قيمة معبرة عن مدى التوافق بين الأرصاد ومن ثم فإن الانحراف المعياري يؤخذ على أنه مقياس أو مؤشر للصحة Precision. وفي العمل المساحي لا نعبر عن القيمة الأكثر احتمالاً

بقيمة المتوسط فقط إنما بقيمي المتوسط والانحراف المعياري معاً، فنقول أن المسافة المقاسة - على سبيل المثال - تساوي  $53.21 \pm 0.03$  متر.

بالعودة لتعريف كلاً من الصحة و الدقة نستطيع القول أن الانحراف المعياري (الذي هو أساساً مؤشر للصحة Precision) يمكنه أن يعبر عن الدقة في حالة خلو الأرصاد بقدر الإمكان من الأخطاء المنتظمة والأخطاء التراكمية والأغلاط. ففي حالة خلو الأرصاد من مصادر الأخطاء المعروفة فإن القياسات لن يكون بها إلا الأخطاء العشوائية فقط وبالتالي ستقترب قيم الأخطاء المتبقية أو الفروق من قيم الأخطاء الحقيقية وستقترب القيمة الأكثر احتمالاً من القيمة الحقيقية للكمية المقاسة، ومن هنا فإن قيمة الانحراف المعياري ستقترب من قيمة الخطأ الحقيقي مما يجعل الانحراف المعياري يعبر - بدرجة كبيرة - عن الدقة. هنا تأتي أهم مبادئ العمل المساحي وهو أنه يحاول تحقيق أعلى درجة من الدقة في الرصد الحفلي سواء دقة الأجهزة المستخدمة أو دقة أساليب الرصد الميداني واتخاذ كافة الاحتياطات و تطبيق مواصفات الرصد وزيادة عدد الأرصاد مما يجعل الأرصاد المساحية خالية بقدر الإمكان من الأخطاء معلومة المصدر وبذلك فتكون نتائج الحسابات المساحية معبرة عن دقة الكميات المطلوب تحديدها.

### مثال ١:

قيسست مسافة ستة مرات كانت الأرصاد كالتالي: ٥١.١٢، ٥١.١٤، ٥١.١٨، ٥١.١٩، ٥١.١٦، ٥١.٢٢ متر. أحسب القيمة الأكثر احتمالاً لهذه المسافة.

$$\text{مجموع المسافات المقاسة} = 51.12 + 51.14 + 51.18 + 51.19 + 51.16 + 51.22 = 307.01 \text{ متر}$$

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع المسافات}}{\text{عدد المرات}} = \frac{307.01}{6} = 51.168 \text{ متر}$$

نحسب الخطأ المتبقي لكل قياس = المتوسط - الرصدة  
 الخطأ المتبقي للرصة رقم ١ = ٥١.١٦٨ - ٥١.١٢ = ٠.٠٤٨ متر  
 الخطأ المتبقي للرصة رقم ٢ = ٥١.١٦٨ - ٥١.١٤ = ٠.٠٢٨ متر  
 وهكذا كما في العمود الثالث من الجدول التالي.

نحسب مربع كل خطأ متبقي للقياسات:  
 مربع الخطأ المتبقي للرصة رقم ١ =  $0.048 \times 0.048 = 0.002336$  متر مربع  
 مربع الخطأ المتبقي للرصة رقم ٢ =  $0.028 \times 0.028 = 0.000803$  متر مربع  
 وهكذا كما في العمود الرابع من الجدول التالي.

$$\text{نحسب مجموع مربعات الأخطاء المتبقية} = 0.006483 \text{ متر مربع}$$

$$\text{نحسب تباين العينة (المعادلة ٥-١٢)} = \sqrt{0.006483} = 0.02967 \text{ متر مربع}$$

$$\text{نحسب الانحراف المعياري (المعادلة ٧-١٢)} = \sqrt{0.0012967} = 0.036 \text{ متر.}$$

مربع الفروق $v^2$	الفرق $\gamma$	القياسات $Y$	$m$
0.002336	0.048	51.12	1
0.000803	0.028	51.14	2
0.000136	-0.012	51.18	3
0.000469	-0.022	51.19	4
0.002669	-0.052	51.22	5
0.000069	0.008	51.16	6

	6	العدد
0.006483	307.010	المجموع
	51.168	المتوسط

0.0012967		بيان المجتمع
0.036		الانحراف المعياري
0.015		الانحراف المعياري للمتوسط

$$\text{القيمة الأكثر احتمالا} = \text{المتوسط} \pm \text{الانحراف المعياري}$$

$$= 51.168 \pm 0.015 \text{ متر.}$$

## ٦-٢ الوزن

في المثال السابق قمنا بحساب المتوسط و الانحراف المعياري للمسافة التي تم قياسها عدد من المرات لكننا افترضنا أن كل القياسات متساوية في الدقة و الأهمية. ماذا لو كانت بعض القياسات قد تمت باستخدام الشريط بينما القياسات الأخرى تمت باستخدام جهاز EDM؟ هل ستكون كل القياسات متساوية في الأهمية ومقدار الثقة بها؟ هنا يأتي دور الوزن weight ليكون مفهوما يعبر عن مدى اختلاف أهمية أو الثقة في بعض القياسات. فكلما كانت الثقة في الرصدة كبيرة فيكون وزنها (أهميتها النسبية) كبيرة والعكس صحيح فكلما كانت الثقة ضعيفة في رصده معينة فيجب أن يكون وزنها أقل. فعلى سبيل المثال إذا قمنا برصد زاوية معينة مرة باستخدام محطة شاملة دقتها ١° ومرة أخرى باستخدام جهاز ثيودوليت دقتها ٥''. فأن وزن الزاوية الأولى يجب أن يكون - منطقيا- أكبر من وزن الزاوية الثانية حيث أن دقة الجهاز المستخدم أعلى في الأولى من الثانية.

وبناءا على مبدأ الوزن (أو الأهمية النسبية) فإن طريقة حساب المتوسط ستتغير لحسب ما نطلق عليه اسم المتوسط الموزون Weighted Mean (الفرق بينه وبين المتوسط العادي في المعادلة ١-٢ والذي كان يعتمد على أن كل القياسات متساوية في الأهمية أو متساوية في الوزن):

$$\text{المتوسط الموزون} = \frac{\text{مجموع} (\text{حاصل ضرب كل رصده} \times \text{وزنها})}{\text{مجموع الأوزان}}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (2-9)$$

كما ستتغير أيضا طريقة حساب الانحراف المعياري عند وجود أوزان مختلفة للقياسات (بدلا من المعادلة ٧-٢) وذلك بحساب الجذر التربيعي لقيمة الناتج من قسمة مجموع حاصل ضرب (مربع الخطأ المتبقى لكل رصده في وزن الرصدة) على عدد الأرصاد ناقص واحد:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 w_i}{n - 1}} \quad (2-10)$$

كذلك ستتغير معادلة حساب الانحراف المعياري للمتوسط (٨-٢) ليصبح ناتج قسمة الانحراف المعياري على الجذر التربيعي لمجموع الأوزان:

$$S_{\bar{y}} = \pm \frac{S}{\sqrt{w}} \quad (2-11)$$

### مثال ٢:

قيست مسافة ستة مرات فكانت الأرصاد كالتالي: ٥١.١٩، ٥١.١٨، ٥١.١٤، ٥١.١٢، ٥١.١٦، ٥١.٢٢ متر، وكانت أوزان الأرصاد بالترتيب هي ٦، ٥، ٣، ١، ١، ٣. أحسب القيمة الأكثر احتمالا لهذه المسافة.

$$\text{نحسب مجموع الأوزان} = ٦ + ٥ + ٣ + ١ + ١ + ٣ = ١٩$$

نحسب حاصل ضرب الرصدة  $\times$  وزنها:  
 للرصدة رقم ١ = ٦  $\times$  ٥١.١٢ = ٣٠٦.٧٢٠  
 للرصدة رقم ٢ = ٥  $\times$  ٥١.١٤ = ٢٥٥.٧٠٠  
 وهكذا كما في العمود الرابع من الجدول التالي.

$$\text{مجموع (الرصدة} \times \text{الوزن)} \text{ أي مجموع العمود الرابع} = ٩٧١.٨٥٠$$

$$\begin{aligned} \text{من المعادلة ٩-٢:} \\ \text{المتوسط الحسابي الموزون} &= \frac{\text{مجموع (الرصدة} \times \text{الوزن)}}{\text{مجموع الأوزان}} \\ &= \frac{٩٧١.٨٥٠}{١٩} = ٥١.١٥٠ \text{ متر} \end{aligned}$$

نحسب الخطأ المتبقى لكل قياس = المتوسط الموزون - الرصدة  
 الخطأ المتبقى للرصدة رقم ١ = ٥١.١٥٠ - ٥١.١٢ = ٠.٠٣٠ متر  
 الخطأ المتبقى للرصدة رقم ٢ = ٥١.١٥٠ - ٥١.١٤ = ٠.٠١٠ متر  
 وهكذا كما في العمود الخامس من الجدول التالي.

نحسب مربع كل خطأ متبقى للقياسات:

مربع الخطأ المتبقى للرصة رقم ١ =  $0.030 \times 0.030 = 0.009$  متر مربع  
 مربع الخطأ المتبقى للرصة رقم ٢ =  $0.010 \times 0.010 = 0.0001$  متر مربع  
 وهكذا كما في العمود السادس من الجدول التالي.

نحسب حاصل ضرب (الخطأ المتبقى  $\times$  الوزن) :  
 للرصة رقم ١ =  $0.0009 \times 6 = 0.0054$  متر  
 للرصة رقم ٢ =  $0.00001 \times 5 = 0.00005$  متر  
 وهكذا كما في العمود السابع من الجدول التالي.

نحسب مجموع حاصل ضرب (مربعات الأخطاء المتبقية  $\times$  الوزن) أي مجموع العمود السابع  
 $= 0.0154$  متر مربع

نحسب تباين العينة =  $0.0154 \div (1 - 6)$   
 $= 0.00308$  متر مربع

نحسب الانحراف المعياري (المعادلة ١٠-١٢) = جذر ( $0.00308$ )  
 $= 0.050$  متر.

القيمة الأكثر احتمالاً = المتوسط  $\pm$  الانحراف المعياري  
 $= 0.150 \pm 0.013$  متر.

مربع الفروق × الوزن	مربع الفروق	الفرق	الرصدة × الوزن	الأوزان	القياسات	م
w.v2	v2	V	y.w	w	y	
0.005400	0.000900	0.030	306.72	6	51.12	1
0.000500	0.000100	0.010	255.70	5	51.14	2
0.002700	0.000900	-0.030	153.54	3	51.18	3
0.001600	0.001600	-0.040	51.19	1	51.19	4
0.004900	0.004900	-0.070	51.22	1	51.22	5
0.00030	0.00010	-0.010	153.480	3	51.16	6

					6	العدد
0.01540	0.00850		971.85	19	307.01	المجموع
			51.150			المتوسط الموزون

0.003080	0.001700					بيان المجتمع
0.055						الانحراف المعياري
0.013						الانحراف المعياري للمتوسط

بمقارنة نتائج هذا المثال بنتائج المثال السابق نجد أن:

- قيمة المتوسط الموزون ( $51.150$  متر) تختلف عن قيمة المتوسط العادي ( $51.168$  متر).
- قيمة الانحراف المعياري للمتوسط الموزون ( $\pm 0.013$  متر) أقل من قيمة الانحراف المعياري العادي ( $\pm 0.015$  متر).

يرجع السبب في هذه الاختلافات إلى أننا في المثال الأول قد تعاملنا مع كل الأرصاد بنفس قيمة الوزن أو الأهمية أو مقدار الثقة فيها، بينما في المثال الثاني استطعنا التفرقة بين الأرصاد الموثوق بها (صاحبة الوزن الكبير) والأرصاد قليلة الثقة أو قليلة الأهمية (صاحبة الوزن الصغير) مما يجعل قيمة المتوسط الموزون تكون أقرب للأرصاد الموثوق بها. وكذلك فإن قيمة

الانحراف المعياري في المثال الثاني أقل من المثال الأول بسبب أن الأرصاد صغيرة الوزن لم تعد مؤثرة بدرجة كبيرة مما يقلل من قيمة التباين أو التشتت بين مجموعة الأرصاد ككل وهذا يؤدي لتحسين قيمة الانحراف المعياري للمتوسط.

و كتجربة إذا اعتمدنا فقط على أول رصدتين (بصفتهما ذات أعلى وزن) فسنجد أن قيمة المتوسط الموزون ستصبح  $51.129 \pm 0.004$  متر وأن قيمة الانحراف المعياري له ستصبح  $\pm 0.004$  متر.

$w.v^2$	$v^2$	$v$	$y.w$	$w$	$y$	$m$
0.000496	0.000083	0.009	306.720	6	51.12	1
0.000595	0.000119	-0.011	255.700	5	51.14	2

6	العدد
102.26	المجموع
51.129	المتوسط الموزون

0.000218	0.000040					بيان المجتمع
0.015						الانحراف المعياري
0.004						الانحراف المعياري للمتوسط

### مثال ٣:

تم إجراء ثلاثة خطوط ميزانية بين نقطتين وكانت الأرصاد كالتالي:

الخط الأول: طول الخط = ١٧٠٠ متر ، فرق المنسوب = ٢٩.٤٩٢ متر

الخط الثاني: طول الخط = ٩٠٠ متر ، فرق المنسوب = ٢٩.٤٤٠ متر

الخط الثالث: طول الخط = ١٠٠٠ متر ، فرق المنسوب = ٢٩.٤٨٠ متر

أحسب القيمة الأكثر احتمالاً لفرق المنسوب بين هاتين النقطتين.

من مبادئ أعمال الميزانية أن قيمة الخط ستزيد كلما زادت المسافة بين النقطتين بسبب أن رصد المسافات الطويلة سيستغرق وقتاً أطول وتكون عدد وقوف الميزان أكثر مما يزيد من

احتمالات حدوث أخطاء في عملية الرصد الحقلي. لذلك فأننا نأخذ الوزن بحيث أنه يتتناسب عكسياً مع طول خط الميزانية، أي أن الخطوط الطويلة ستأخذ وزناً أقل من الخطوط القصيرة.

$$\text{وزن الخط الأول} = \frac{1}{1700} = 0.00059$$

$$\text{وزن الخط الثاني} = \frac{1}{900} = 0.00111$$

$$\text{وزن الخط الثالث} = \frac{1}{1000} = 0.00100$$

$$\text{المتوسط الموزون} = \frac{(0.00059 \times 29.492) + (0.00111 \times 29.440) + (0.00100 \times 29.480)}{(0.00059 + 0.00111 + 0.00100)} = 29.466 \text{ متر}$$

$$\text{الخط المتبقي 1} = 29.466 - 29.492 = 0.026 \text{ متر}$$

$$\text{الخط المتبقي 2} = 29.466 - 29.440 = 0.026 \text{ متر}$$

$$\text{الخط المتبقي 3} = 29.466 - 29.480 = 0.014 \text{ متر}$$

ونكمل باقي خطوات الحساب كما في الجدول التالي:

مربع الفروق $\times$ الوزن $w.v^2$	مربع الفروق $v^2$	الفروق $v$	الرصدة $\times$ الوزن $y.w$	الأوزان $w$	القياسات $y$	$m$
0.000000	0.00067	0.026	0.017	0.00059	29.492	1
0.000001	0.00068	0.026	0.033	0.00111	29.44	2
0.000000	0.00019	0.014	0.029	0.00100	29.48	3

					6	العدد
0.000001	0.00154		0.080	0.002699	88.412	المجموع
			29.466			المتوسط الموزون

0.0000003	0.00031					بيان المجتمع
0.001						الانحراف المعياري
0.010						الانحراف المعياري للمتوسط

القيمة الأكثر احتمالاً لفرق المنسوب بين النقطتين:  $29.46 \pm 0.010$  متر.

### الفصل الثالث

#### جبر المصفوفات

#### ١-٣ مقدمة

المصفوفة matrix هي مجموعة من الأرقام مرتبة في صفوف و أعمدة، وقد تكون في صورة مربعة أو مستطيلة الشكل. وعلم الجبر الذي يتم تطبيقه على العمليات الرياضية للمصفوفات يسمى بـ جبر المصفوفات matrix algebra. ويستخدم هذا الفرع من علم الجبر في حل المعادلات الرياضية بسرعة و كفاءة أكبر عند استخدام الكمبيوتر، بالإضافة لكونه يحول مجموعة المعادلات المعقدة إلى صورة بسيطة يسهل فهمها وإدارتها. وفي مجال الهندسة المساحية يتم الاعتماد بصورة كبيرة على جبر المصفوفات في حسابات ضبط الأرصاد و الشبكات.

يمكن تحويل أي مجموعة من المعادلات إلى صورة المصفوفات، فمثلاً المعادلات الثلاثة التالية:

$$\begin{aligned} 5x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 &= 3 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 &= 7 \end{aligned} \quad (3-1)$$

يمكن تحويلهم إلى مصفوفات كالتالي:

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & -4 & x_1 \\ 3 & -2 & 7 & x_2 \\ 4 & 1 & 2 & x_3 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 9 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right| \quad (3-2)$$

ومن ثم يمكن إعادة كتابتهم في صورة معادلة مصفوفات كالتالي:

$$A X = C \quad (3-3)$$

حيث:

$$A = \left| \begin{array}{ccc} 5 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 7 \\ 4 & 1 & 2 \end{array} \right|$$

$$X = \left| \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \right|$$

$$C = \left| \begin{array}{c} 9 \\ 3 \\ 7 \end{array} \right|$$

وبالطبع فإن المعادلة (٣-٣) ستكون أسهل في التعبير من مجموعة المعادلات (١-٣)، ويمكن استخدام جبر المصفوفات لحل هذه المعادلة وحساب قيمة المصفوفة  $X$  (التي تحتوي القيم المجهولة الثلاثة  $x_1, x_2, x_3$ ).

### ٢-٣ أبعاد وأنواع المصفوفات

[ سنستخدم في هذا الفصل الأحرف الكبيرة capital للدلالة على المصفوفات بينما سنستخدم الأحرف الصغيرة small للدلالة على العناصر داخل المصفوفة ]

يحمل كل عنصر من عناصر المصفوفة اسمًا يتكون من اسم المصفوفة ذاتها ورقم الصف ورقم العمود الذين يحدان موقع العنصر داخل المصفوفة، كالتالي:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 7 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

أي أن العنصر  $a_{11}$  هو العنصر الواقع في الصف الأول والعمود الأول من المصفوفة  $A$  وقيمه تساوي ٥، بينما العنصر  $a_{12}$  هو العنصر الواقع في الصف الأول والعمود الثاني من المصفوفة  $A$  وقيمه تساوي ٣، وهكذا حتى نصل إلى العنصر  $a_{33}$  وهو العنصر الواقع في الصف الثالث والعمود الثالث من المصفوفة  $A$  وقيمه تساوي ٢.

لكل مصفوفة بعدين، عدد الصفوف و عدد الأعمدة الذين تتكون منها المصفوفة، وعادة يكتبهن مباشرة (بخط منخفض) بعد اسم المصفوفة بنفس الترتيب. فالمصفوفة  $B_{2,3}$  تتكون من سطرين و ثلاثة أعمدة، بينما المصفوفة  $C_{4,3}$  تتكون من ٤ سطور و ٣ أعمدة:

$$B_{2,3} = \begin{vmatrix} 7 & 0 & -3 \\ 3 & -2 & 6 \end{vmatrix}$$

$$C_{4,3} = \begin{vmatrix} 6 & 3 & -3 \\ 3 & 5 & 1 \\ 9 & 2 & -2 \\ 7 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

توجد ٧ أنواع من المصفوفات:

### ١- مصفوفة العمود column matrix

ت تكون من أي عدد من الصفوف لكن من عمود واحد فقط:

$$D_{4,1} = \begin{vmatrix} 6 \\ -3 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}$$

وقد يكتب عدد الأعمدة (يساوي واحد) في اسم المصفوفة مثل  $D_{4,1}$  ، أو قد لا يكتب مثل  $D_4$ .

٢- مصفوفة الصف : row matrix

ت تكون من أي عدد من الأعمدة، لكن من سطر واحد فقط:

$$D_{1,4} = \begin{vmatrix} -3 & 5 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

والنوعين السابقين قد يطلق عليهما أيضاً اسم "المتجه vector" للتفرقة بينهما وبين المصفوفات العادية.

٣- المصفوفة المستطيلة rectangular matrix

وهي التي تتكون من عدد سطور لا يساوي عدد أعمدتها، مثل  $A_{3,4}$ ,  $B_{5,2}$ ,

٤- المصفوفة المربعة square matrix

وهي التي تتكون من عدد سطور يساوي عدد أعمدتها ، مثل  $A_{3,3}$ ,  $B_{5,5}$ ,

٥- المصفوفة المتماثلة symmetric matrix

وفيها يحدث تمايز تام للقيم أعلى و أسفل قطر المصفوفة. ففي المصفوفة المتماثلة التالية نجد العنصر  $A_{12}$  (السطر الأول و العمود الثاني) = العنصر  $A_{21}$  (السطر الثاني و العمود الأول)، وأيضاً العنصر  $A_{1,3}$  (السطر الأول و العمود الثالث)= العنصر  $A_{3,1}$  (السطر الثالث و العمود الأول)، أي أن:

$$a_{j,i} = a_{i,j} \quad (3-4)$$

كما في المثال التالي:

$$A_{3,3} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & -2 \\ 6 & 4 & 5 \\ -2 & 5 & 8 \end{vmatrix}$$

قطر المصفوفة

وبالطبع فإن المصفوفة المتماثلة يجب أن تكون مصفوفة مربعة.

٦- مصفوفة القطر diagonal matrix

وفيها تكون عناصر القطر فقط التي تحمل قيمة، بينما باقي العناصر غير القطرية تتكون من الصفر:

$$C_{3,3} = \begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

وبالطبع فإن المصفوفة المتماثلة يجب أن تكون مصفوفة مربعة.

### ٧- مصفوفة الوحدة : unit or identity matrix

هي مصفوفة قطرية تكون عناصر قطرها = ١ (باقي العناصر = صفر)، وعادة يرمز لها بالرمز I :

$$I_{3,3} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

### ٣- العمليات الرياضية للمصفوفات

#### ١-٣-٣ دور المصفوفة

يمكن الحصول على دور المصفوفة transpose of a matrix بتغيير الصفوف في المصفوفة الأصلية إلى أعمدة، ويرمز لدور المصفوفة A بالرمز  $A^\top$  :

$$a^T_{i,j} = a_{j,i} \quad (3-5)$$

كما في المثال التالي:

$$A_{3,2} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -1 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}$$

فالصف الأول (٣ ، ٥) يصبح هو العمود الأول، والعكس صحيح فالعمود الأول (٧ ، ٢) يصبح هو الصف الأول، وهكذا:

$$A^T_{2,3} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

#### ٢-٣-٣ تساوي مصفوفتين:

تساوي مصفوفتين في حالة أن كل عنصر من المصفوفة الأولى يساوي العنصر المقابل له في المصفوفة الثانية:

$$A_{2,3} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix} = B_{2,3} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

٣-٣-٣ جمع و طرح مصفوفتين

لا يمكن جمع أو طرح مصفوفتين إلا أن كان لهما نفس الأبعاد dimensions (أي نفس عدد الصفوف  $n$  و نفس عدد الأعمدة  $m$ )، وتكون المصفوفة الناتجة لها نفس الأبعاد أيضاً:

$$C_{n,m} = A_{n,m} + B_{n,m} \quad (3-6)$$

$$C_{n,m} = A_{n,m} - B_{n,m} \quad (3-7)$$

ويتم جمع (أو طرح) كل عنصر من المصفوفة الأولى من العنصر المناظر له في المصفوفة الثانية:

$$c_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j} \quad (3-8)$$

$$c_{i,j} = a_{i,j} - b_{i,j} \quad (3-9)$$

فالعنصر في الصف الأول و العمود الأول من المصفوفة  $A (3 = 3)$  يتم جمعه على العنصر في الصف الأول و العمود الأول من المصفوفة  $B (1 = 1)$  ليكون الناتج هو العنصر في الصف الأول و العمود الأول من المصفوفة الناتجة  $C (1 + 3 = 4 = 4)$  ، وهكذا كما في المثال التالي:

$$A_{2,3} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{and} \quad B_{2,3} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$C_{2,3} = A_{2,3} + B_{2,3} = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 8 \\ 9 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

و عملية جمع مصفوفتين تعد عملية تبادلية commutative أي أن ترتيب الجمع غير مؤثر:

$$A + B = B + A \quad (3-10)$$

كما أنها أيضاً عملية ترافقية associative أي أن ترتيب الجمع عند وجود الأقواس غير مؤثر أيضاً:

$$A + (B + C) = (A + B) + C \quad (3-11)$$

ويسري ذلك على طرح المصفوفات أيضاً.

٣-٣-٤ ضرب مصفوفة في رقم ثابت:

يمكن ضرب مصفوفة في رقم ثابت scalar multiplication بحيث أن المصفوفة الناتجة عبارة عن حاصل ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في هذا الرقم الثابت:

$$kA = Ak \quad (3-12)$$

كما في المثال التالي:

$$3 \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 5 & -1 & -2 \\ 4 & 0 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 6 & 18 \\ 15 & -3 & -6 \\ 12 & 0 & 21 \end{vmatrix}$$

٣-٣-٥ ضرب مصفوفتين

الشرط الأساسي لضرب مصفوفتين أن يكون عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى  $n$  مساوياً لعدد الصفوف في المصفوفة الثانية  $n$ . والمصفوفة الناتجة من عملية الضرب يكون لها عدد صفوف المصفوفة الأولى  $m$  و عدد أعمدة المصفوفة الثانية  $u$ :

$$A_{m,n} B_{n,u} = C_{m,u} \quad (3-13)$$

وتتم عملية ضرب مصفوفتين كالتالي: يتم ضرب كل عنصر في الصف الأول من المصفوفة الأولى في عناصر العمود الأول من المصفوفة الثانية وجمع الناتج معاً ليصبح هو قيمة العنصر في الصف الأول و العمود الأول من المصفوفة الناتجة، كما في المثال التالي:

$$A_{2,3} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{and} \quad B_{3,3} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -4 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

لحساب العنصر  $c_{11}$  من المصفوفة الناتجة: نضرب عناصر الصف الأول من  $A$  في عناصر العمود الأول من  $B = (1 \times 3) + (4 \times 2) + (1 \times 1) = 6 - 8 + 3 = 1$

لحساب العنصر  $c_{12}$  من المصفوفة الناتجة: نضرب عناصر الصف الأول من  $A$  في عناصر العمود الثاني من  $B = (1 \times 3) + (4 \times 2) + (1 \times 1) = 6 + 6 + 3 = 15$

لحساب العنصر  $c_{13}$  من المصفوفة الناتجة: نضرب عناصر الصف الأول من  $A$  في عناصر العمود الثالث من  $B = (1 \times 3) + (4 \times 2) + (1 \times 1) = 6 + 8 - 6 = 8$

لحساب العنصر  $c_{21}$  من المصفوفة الناتجة: نضرب عناصر الصف الثاني من  $A$  في عناصر العمود الأول من  $B = (1 \times 5) + (-4 \times 2) + (1 \times 1) = 5 - 8 - 1 = -4$

لحساب العنصر  $C_{22}$  من المصفوفة الناتجة: نضرب عناصر الصف الثاني من  $A$  في عناصر العمود الثاني من  $B$  =  $B = (1 \times 5) + (3 \times 1) - (2 \times 0) = 2 + 3 - 0 = 5$

لحساب العنصر  $C_{23}$  من المصفوفة الناتجة: نضرب عناصر الصف الثاني من  $A$  في عناصر العمود الثالث من  $B$  =  $B = (1 \times 4) + (2 \times 2) + (1 \times 1) = 4 + 4 + 1 = 9$

أي أن المصفوفة الناتجة  $C$  ستكون:

$$C_{2,3} = A_{2,3} + B_{3,3} = \begin{vmatrix} 5 & 9 & 4 \\ -1 & -6 & 16 \end{vmatrix}$$

مثال آخر:

$$A_{2,3} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 7 \end{vmatrix} \quad \text{and} \quad B_{3,2} = \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$C_{2,2} = A_{2,3} B_{3,2} = \begin{vmatrix} 31 & 21 \\ 63 & 57 \end{vmatrix}$$

وتتميز عملية ضرب مصفوفتين (في حالة أنهما يحققان شرط الضرب الأساسي) بعدة نقاط تشمل:

١- أنها عملية توزيعية distributive فضرب مصفوفة في قوس يعني ضربها في كل عناصر القوس الداخلية وبين نفس إشارة القوس:

$$A(B+C) = AB + AC \quad (3-14)$$

وأيضاً:

$$(A+B)C = AC + BC \quad (3-15)$$

٢- كما أنها أيضاً عملية ترافقية associative أي أن ترتيب الجمع عند وجود الأقواس غير مؤثر أيضاً:

$$A(BC) = (AB)C \quad (3-16)$$

٣- كما أن دور حاصل ضرب مصفوفتين يساوي حاصل ضرب دور المصفوفة الثانية في دور المصفوفة الأولى (لاحظ الترتيب):

$$(AB)^T = B^T A^T \quad (3-17)$$

كما في المثال التالي:

$$\text{Let } A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 1 & 2 & 7 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 9 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ then } AB = \begin{bmatrix} 64 & 16 \\ 28 & 23 \end{bmatrix}$$

so

$$(AB)^T = \begin{bmatrix} 64 & 28 \\ 16 & 23 \end{bmatrix} \text{ and } B^T A^T = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 & 28 \\ 16 & 23 \end{bmatrix}$$

٤- إذا كان حاصل ضرب مصفوفتين يساوي صفر  $A B = 0$  فهذا لا يعني بالضرورة أن المصفوفة  $A$  أو المصفوفة  $B$  تساوي صفر، كما في المثال التالي:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

٥- إذا كان  $A B = A C$  فهذا لا يعني بالضرورة أن المصفوفة  $B$  تساوي المصفوفة  $C$ :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = AC$$

$$AB = AC, \text{ but } B \neq C$$

٦- حاصل ضرب  $AB$  عادة لا يساوي حاصل ضرب  $BA$ .

### ٦-٣-٣ مقلوب مصفوفة

في الجبر العادي فإن مقلوب أي رقم هو الرقم الذي ينتج 1 عند ضربه في الرقم الأصلي، فمثلاً الرقم ٦ مقلوبة = ١/٦ بحيث أن  $(1/6) \times 6 = 1$ . نفس المفهوم يسري أيضاً في جبر المصفوفات: فلو لدينا مصفوفة مربعة  $(A)$  مثلاً فإن مقلوبها (عادة  $A^{-1}$ ) هو مصفوفة مربعة لها نفس أبعاد المصفوفة الأصلية بحيث أن حاصل ضربهما معاً يعطي مصفوفة الوحدة unit : matrix

$$A^{-1} A = I \quad (3-18)$$

إلا أن بعض المصفوفات ليس لها مقلوب، ويطلق عليها اسم المصفوفة الفردية singular matrix.

توجد عدة طرق رياضية للحصول على مقلوب أي مصفوفة، لكن سنبدأ هنا بطريقة بسيطة لحساب مقلوب مصفوفة صغيرة مكونة من صفين و عمودين فقط:

### محدد المصفوفة determinant of a matrix

محدد المصفوفة الصغيرة  $A_{2,2}$  يساوي فرق حاصل ضرب عناصر القطرين، وعادة يرمز له بالرمز  $\|A\|$ .

وكمثال للمصفوفة:

$$A_{2,2} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

فأن محددتها سيكون:

$$\|A\| = ad - bc = (2 \times 1) - (3 \times 4) = 2 - 12 = -10$$

ولهذه المصفوفة الصغيرة فأن مقلوبها  $A^{-1}$  يمكن الحصول عليه بالمعادلة التالية:

$$\begin{aligned} A^{-1}_{2,2} &= 1 / \|A\| \begin{vmatrix} d & -b \\ -b & a \end{vmatrix} \\ &= -1/10 \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -0.1 & 0.3 \\ 0.4 & -0.2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

وبالطبع يمكن التأكد من هذه النتيجة بتطبيق المعادلة (١٨-٣) :

$$\begin{aligned} A^{-1} \times A &= \begin{vmatrix} -0.1 & 0.3 \\ 0.4 & -0.2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = I \end{aligned}$$

أما للمصفوفات العادية (أكبر ن  $2 \times 2$ ) فهناك عدة طرق للحصول على مقلوب المصفوفة سنتعرض هنا لواحدة منهم وهي المسماة بطريقة المجاورات : Adjoints

$$\text{مقلوب المصفوفة} = \text{المصفوفة المجاورة} / \text{محدد المصفوفة}$$

$$A^{-1} = \text{Adjoint of } A / \text{determinant of } A \quad (3-19)$$

والمصفوفة المجاورة هي دور مصفوفة تسمى بالمصفوفة البديلة cofactor matrix والتي يمكن الحصول على كل عنصر منها بالطريقة التالية:

العنصر =  $(-1)^{\text{الصف}+\text{العمود}}$  (حاصل ضرب قطر المصفوفة الصغيرة المتبقية بعد حذف الصف و العمود المناظرين)

مثال:

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

الآن سنبدأ في الخطوة الأولى بتكوين المصفوفة البديلة:

العنصر  $1,1 = (-1)^{1+1}$  (لغي الصف الأول و العمود الأول من A وفي المصفوفة الصغيرة المتبقية: حاصل ضرب عنصري القطر الأول - حاصل ضرب عنصري القطر الثاني)

$$= (-1)^1 (4 \times 4 - 1 \times 3) = 13$$

العنصر  $1,2 = (-1)^{1+2}$  (لغي الصف الأول و العمود الثاني من A وفي المصفوفة الصغيرة المتبقية: حاصل ضرب عنصري القطر الأول - حاصل ضرب عنصري القطر الثاني)

$$= (-1)^2 (3 \times 4 - 1 \times 2) = 10$$

العنصر  $1,3 = (-1)^{1+3}$  (لغي الصف الأول و العمود الثالث من A وفي المصفوفة الصغيرة المتبقية: حاصل ضرب عنصري القطر الأول - حاصل ضرب عنصري القطر الثاني)

$$= (-1)^3 (1 \times 3 - 2 \times 4) = 1$$

العنصر  $2,1 = (-1)^{1+2}$  (لغي الصف الثاني و العمود الأول من A وفي المصفوفة الصغيرة المتبقية: حاصل ضرب عنصري القطر الأول - حاصل ضرب عنصري القطر الثاني)

$$= (-1)^2 (3 \times 4 - 2 \times 3) = 6$$

العنصر  $2,2 = (-1)^{1+2}$  (لغي الصف الثاني و العمود الثاني من A وفي المصفوفة الصغيرة المتبقية: حاصل ضرب عنصري القطر الأول - حاصل ضرب عنصري القطر الثاني)

$$= (-1)^3 (4 \times 4 - 2 \times 2) = 12$$

العنصر  $2,3 = (-1)^{3+2}$  (لغي الصف الثاني و العمود الثالث من A وفي المصفوفة الصغيرة المتبقية: حاصل ضرب عنصري القطر الأول - حاصل ضرب عنصري القطر الثاني)

$$6 = (-1) ^ { (4 \times 3 - 2 \times 1) } = (-1) ^ { (12 - 6) } =$$

وهكذا .....

فتصبح المصفوفة البديلة كالتالي:

$$\text{cofactor of } A = \begin{vmatrix} 13 & -10 & 1 \\ -6 & 12 & -6 \\ -5 & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

وفي الخطوة الثانية فإن المصفوفة المتجاءرة = دور المصفوفة البديلة ستصبح كالتالي:

$$\text{Adjoint of } A = \begin{vmatrix} 13 & -6 & -5 \\ -10 & 12 & 2 \\ 1 & -6 & 7 \end{vmatrix}$$

الآن سنحسب قيمة محدد المصفوفة = مجموع حاصل ضرب الصف الأول من المصفوفة الأساسية A في العمود الأول من المصفوفة البديلة:

$$24 = |A| = (1 \times 2) + (10 \times 3) + (13 \times 4)$$

وبالعودة للمعادلة (١٩-٣) يمكننا الآن حساب مقلوب المصفوفة A :

$$A^{-1} = \text{Adjoint of } A / \text{determinant of } A \quad (3-19)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 13 & -6 & -5 \\ -10 & 12 & 2 \\ 1 & -6 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13/24 & -1/4 & -5/24 \\ -5/12 & 1/2 & 1/12 \\ 1/24 & -1/4 & 7/24 \end{bmatrix}$$

#### ٤- برمجة العمليات الرياضية للمصفوفات

أصبح الاعتماد الآن على استخدام لغات البرمجة في تطوير برامج لأداء العمليات الحسابية لجبر المصفوفات (وخاصة في تطبيقات ضبط الأرصاد و الشبكات المساحية كما سنعرض له في الفول القادمة). وسنقدم في هذا الجزء نماذج لبرمجة عمليات جبر المصفوفات.

برمجة جمع مصفوفتين:

## Addition Algorithm in BASIC, C, FORTRAN, and Pascal

<b>BASIC Language:</b> 1000 For i = 1 to M 1010 For j = 1 to N 1020 C(i,j) = A(i,j) + B(i,j) 1030 Next j 1040 Next i	<b>FORTRAN Language:</b> Do 100 I = 1,M Do 100 J = 1,N C(i,j) = A(i,j) + B(i,j) 100 Continue
<b>C Language:</b> for (i=0; i<m; i++) for (j=0; j<n; j++) C[i][j] = A[i][j] + B[i][j];	<b>Pascal Language:</b> For i := 1 to M do For j := 1 to N do C[i,j] := A[i,j] + B[i,j];

برمجة ضرب مصفوفتين:

## Multiplication Algorithm in BASIC, C, FORTRAN, and Pascal

<b>BASIC Language:</b> For i = 1 to M For k = 1 to N C(i,k) = 0.0 For j = 1 to P C(i,k) = C(i,k) + A(i,j)*B(j,k) Next j : Next k: Next I	<b>FORTRAN Language:</b> Do 100 i = 1,M Do 100 k = 1,N C(i,k) = 0.0 Do 100 j = 1,P C(i,k)=C(i,k)+A(i,j)*B(j,k) 100 Continue
<b>C Language:</b> for (i=0; i<m; i++) for (k=0; k<n; k++) { C[i][k] = 0; for (j=0; j<p; j++) C[i][k] = C[i][k] + A[i][j]*B[j][k]; } //for k	<b>Pascal Language:</b> For i := 1 to M do For k := 1 to N do Begin C[i,k] := 0.0; For j := 1 to P do C[i,k] := C[i,k] + A[i,j]*B[j,k] End; {for k}

برمجة مقلوب مصفوفة:

## Inverse Algorithm in BASIC, C, FORTRAN, and PASCAL

<b>BASIC Language:</b>	<b>FORTRAN Language:</b>
REM INVERT A MATRIX FOR k = 1 TO n FOR j = 1 TO n IF j<>k THEN A(k,j) = A(k,j)/A(k,k) NEXT j A(k,k) = 1/A(k,k) FOR i = 1 TO n IF i<>k THEN FOR j=1 TO n IF j<>k THEN A(i,j) = A(i,j) - A(i,k)*A(k,j) NEXT j A(i,k) = -A(i,k)*A(k,k) ENDIF NEXT i: NEXT k	Do 560 k = 1,N Do 520 j = 1,N If (j.NE.k) Then A(k,j) = A(k,j)/A(k,k) 520 Continue A(K,K) = 1.0/A(K,K) Do 560 i = 1,N If (i.EQ.k) Then GOTO 560 Do 550 j = 1,N If (j.NE.k) Then A(i,j) = A(i,j) - A(i,k)*A(k,j) 550 Continue A(i,k) = -A(i,k) * A(k,k) 560 Continue
<b>C Language:</b>	<b>Pascal Language:</b>
for (k=0; k<n; k++) { for (j=0; j<n; j++) if (j!=k) A[k][j] = A[k][j]/A[k][k]; A[k][k] = 1.0/A[k][k]; for (i=0; i<n; i++) if (i!=k) { for (j=0; j<n; j++) if (j!=k) A[i][j] = A[i][j] - A[i][k]*A[k][j]; A[i][k] = -A[i][k]*A[k][k]; } //if i!=k } //for k	For k := 1 to N do Begin For j := 1 to N do If (j<>k) then A[k,j] := A[k,j]/A[k,k]; A[k,k] := 1.0/A[k,k]; For i := 1 to N do If (i<>k) then Begin For j := 1 to N do If (j<>k) then A[i,j] := A[i,j] - A[i,k]*A[k,j]; A[i,k] := -A[i,k]*A[k,k]; End; {If i<>k} End; {for k}

٥- حل المعادلات باستخدام المصفوفات

بالعودة للجزء الأول من هذا الفصل سنقدم مثالاً لكيفية حل مجموعة من المعادلات باستخدام جبر المصفوفات.

مثال ١:

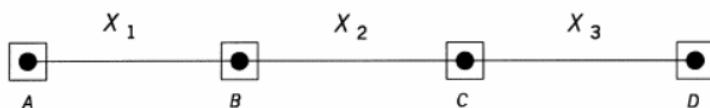
في الشكل التالي تم وضع جهاز قياس المسافات الكترونيا EDM وتم قياس المسافة من النقطة  $A$  إلى النقاط الثلاثة  $B, C, D$  فكانت المسافات المقاسة كالتالي:

$$AB = 125.22 \text{ متر}$$

$$AC = 259.60 \text{ متر}$$

$$AD = 395.85 \text{ متر}$$

والمطلوب حساب المسافات  $AB, BC, CD$



سنرمز للمسافة  $AB$  بالرمز  $X_1$ , وللمسافة  $BC$  بالرمز  $X_2$ , وللمسافة  $CD$  بالرمز  $X_3$

ومن ثم يمكننا تكوين ثلاثة معادلات تعبر عن القياسات الثلاثة بدلالة القيم المجهولة الثلاثة كالتالي:

$$\begin{array}{lcl} X_1 & = & 125.27 \\ X_1 + X_2 & = & 259.60 \\ X_1 + X_2 + X_3 & = & 395.85 \end{array}$$

ويمكننا إعادة صياغة هذه المعادلات بحيث أن كل معادلة تضم القيم المجهولة الثلاثة كالتالي:

$$\begin{array}{lcl} 1X_1 + 0X_2 + 0X_3 & = & 125.27 \\ 1X_1 + 1X_2 + 0X_3 & = & 259.60 \\ 1X_1 + 1X_2 + 1X_3 & = & 395.85 \end{array}$$

ثم نحوال المعادلات الثلاثة إلى صورة مصفوفات كالتالي:

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & x1 \\ 1 & 1 & 0 & x2 \\ 1 & 1 & 1 & x3 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 125.27 \\ 259.60 \\ 395.85 \end{array} \right|$$

ومن ثم يمكن إعادة كتابتهم في صورة معادلة مصفوفات كالتالي:

$$A X = C$$

في الجبر العادي لو لدينا معادلة:  $C = A^{-1}X$  فإن الحل يكون:  $X = A(C)$ .

بالمثل فإن حل المعادلة السابقة يكون في الصورة :

$$X = A^{-1}C$$

فإذا استخدمنا أي طريقة من طرق حساب مقلوب المصفوفة فإن مقلوب المصفوفة  $A$  سيكون:

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

وبالتالي فإن قيمة المتجه  $X$  سيكون:

$$X = A^{-1}C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 125.27 \\ -1 & 1 & 0 & | & 259.60 \\ 0 & -1 & 1 & | & 395.85 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 125.27 \\ 134.33 \\ 136.25 \end{vmatrix}$$

أي أن:

$$\begin{aligned} X_1 &= \text{المسافة } AB = 125.27 \\ X_2 &= \text{المسافة } BC = 134.33 \\ X_3 &= \text{المسافة } CD = 136.25 \end{aligned}$$

مثال ٢

أوجد قيم المجهولين  $x_1, x_2, x_3$  في المعادلات التالية:

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 3 \end{aligned}$$

صورة المصفوفات لهذه المعادلات ستكون كالتالي:

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

ومن ثم فإن الحل سيكون:

$$x = A^{-1} b = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0.5 \\ -1.0 & 2.0 & -1.0 \\ -1.5 & 3.5 & -2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix}$$

أي أن:  $x_1 = 2, x_2 = -3, x_3 = -7$

## الباب الثاني: رياضيات المساحة المستوية

الفصل الرابع: الترافرس

الفصل الخامس: الميزانية

الفصل السادس: التاكيمترية

الفصل السابع: المنحنيات

## الفصل الرابع

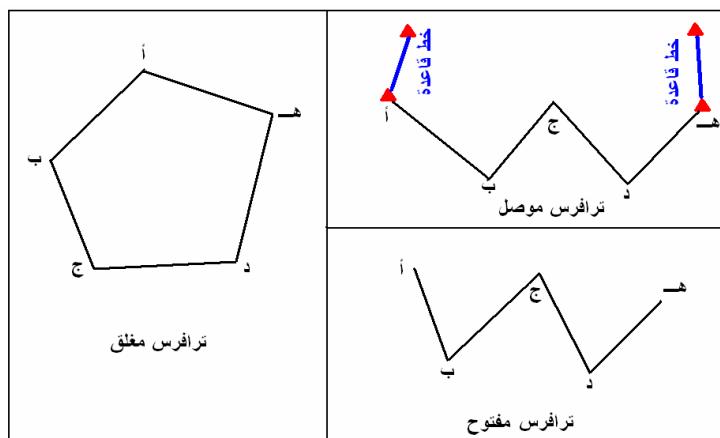
### الترافرس

#### ١-٤ مقدمة

كلمة "ترافرس Traverse" هي كلمة لاتينية يعود أصلها للقرن الرابع عشر الميلادي وتعني "المرور بـ" ، وهي كمصطلح مستخدم في قياسات علم المساحة منذ مئات السنين ليعني المضلع (الشكل متعدد النقاط).

توجد ٣ أنواع من الترافرسات:

- الترافرس المغلق Closed or Polygonal Traverse : مضلع مغلق تكون نقطة البداية له هي نقطة نهايته.
- الترافرس الموصل Link Traverse : يصل بين خطين معلومين (يسما خط قاعدة).
- الترافرس المفتوح Open or free Traverse : مضلع لا هو مغلق ولا هو موصل.

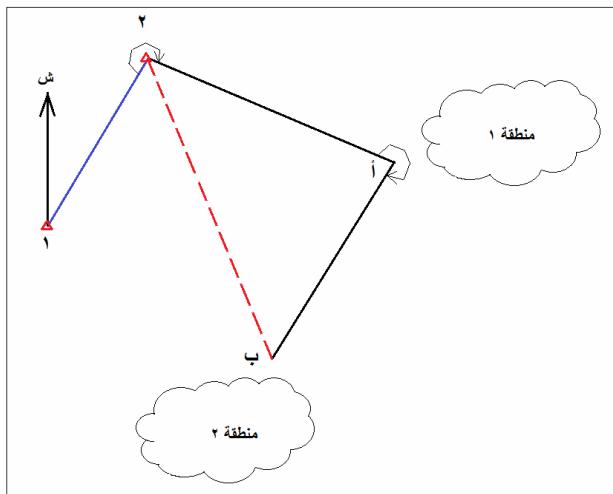


شكل (١-٤) أنواع الترافرس

يعد الترافرس المغلق هو أدق أنواع الترافرسات وهو أساس العمل المساحي الذي يتطلب دقة عالية. يرجع السبب في ذلك أن الترافرس المغلق له إمكانيات حسابية لاكتشاف أخطاء الرصد وتوزيعها (إن كانت في حدود القيم المسموح بها) أو رفض القياسات وإعادة قياسهم مرة أخرى في الطبيعة ، مما يؤدي في النهاية إلى الحصول على إحاديثيات (موقع) دقة للمعلم المطلوب رفعها وتمثيلها على الخريطة. أما الترافرس الموصل ومع أنه أقل دقة من الترافرس المغلق إلا أنه قد يكون مناسباً للمشروعات الهندسية التي تمتد طولياً (مثل خطوط المياه و الكهرباء و الطرق ... الخ). بينما يعد الترافرس المفتوح أقل أنواع الترافرسات من حيث الدقة و يجب تجنبه بقدر الإمكان في الأعمال المساحية.

## ٤-٢ أهمية الترافرس في العمل المساحي

قد يسأل سائل ما أهمية الترافرس في أعمال المساحة الحقلية وخاصة أنها تتطلب أرصاد زائدة؟ كما أن البرامج المحمولة على الأجهزة المساحية (خاصة المحطة الشاملة أو التوتال استاشن) يمكنها العمل وحساب إحداثيات النقاط المرصودة الجديدة دون الحاجة لاستخدام وظيفة الترافرس الموجودة بها. وللإجابة على هذا السؤال نستعرض الشكل التالي:



شكل (٤-٤) أهمية الترافرس

في حالة وجود نقطتين معلومتين ثوابت أرضية (نقاط ثوابت أرضية) مثل النقطتين ١ و ٢ فإن العمل سيبدأ بوضع الجهاز على نقطة ٢ والتوجيه على نقطة ١ مع إدخال إحداثيات كلا النقطتين للجهاز. ثم سيتم وضع النقطة الجديدة أ ورصدها (قياس الزاوية بين الخطين ٢-١ و ٢-أ وأيضا المسافة ٢-أ) ومن ثم يمكن للجهاز حساب إحداثيات هذه النقطة الجديدة (أرجع للإحداثيات المستوية في الجزء ٤-١ من الفصل الأول). ثم سينتقل الجهاز لاحتلال النقطة أ (أصبحت معلومة الآن) وبنفس الطريقة سيتم إنشاء وحساب إحداثيات النقطة الجديدة ب. وبعد ذلك سيبدأ رفع تفاصيل المنطقة ١ اعتمادا على النقطة أ وكذلك رفع تفاصيل المنطقة ٢ اعتمادا على النقطة ب. كل هذا العمل دون الحاجة للترافرس.

الآن سنسأل أنفسنا سؤالا بسيطا: هل قياس الزاوية ٢-١-أ وكذلك المسافة ٢-أ خاليًا من الأخطاء؟ بالطبع فأن الإجابة ستكون لا، حيث أن الأخطاء موجودة في جميع أعمال المساحة سواء أخطاء الجهاز أو أخطاء الراسد أو الأخطاء الطبيعية العشوائية. ومعنى ذلك أن الإحداثيات التي تم حسابها للنقطة أ سيكون بها قدر من الخطأ (مهما كان صغيرا)، وبالتالي فأن كل أعمال رفع تفاصيل المنطقة ١ سيكون بها أخطاء أيضا. ونفس الوضع ينطبق على إحداثيات النقطة ب ومن ثم أعمال الرفع المساحي للمنطقة ٢. إذن أصبح العمل المساحي غير دقيق مع أننا نتعرض فقط لمثال بسيط مكون من إنشاء نقطتين جديدتين فقط، فما بالك إن استمر العمل بهذه الأسلوب في مشروع كبير يحتوي عدد من النقاط الجديدة؟.

هذا يأتي دور الترافرس وأهميته في اكتشاف أخطاء العمل المساحي وتصحيحها. ففي المثال الحالي سنقوم برصد الخط ب-٢ ليصبح لدينا شكل مثلث مغلق (ترافرس مغلق). هنا يمكننا استخدام حسابات وعادلات الترافرس المغلق (كما سيأتي شرحها في الجزء التالي) لاكتشاف

أخطاء الرصد و توزيعها، ومن ثم زيادة دقة العمل المساحي. بالطبع فإن وجود ترافرس في هذا المثال يتطلب عمل أرصاد زائدة (الخط بـ٢)، إلا أن مميزاته تكمن في إمكانية اكتشاف أخطاء الرصد وتصححها بما يزيد من جودة و دقة العمل المساحي الحقلي.

#### ٤- الترافرس المغلق

في الترافرس المغلق يتم رصد الزوايا الداخلية للترافرس بالإضافة لقياس أطوال أضلاعه. أيه قياسات في الطبيعة لن تكون خالية من الأخطاء سواء أخطاء الراصد نفسه أو أخطاء الجهاز أو تأثير العوامل الطبيعية على مرحلة الرصد الحقلي. لذلك لا بد من حساب قيم الخطأ سواء في الزوايا أو الأضلاع المرصودة ، وبما أن الترافرس مغلق فتوجد شروط (أو معادلات) هندسية تمكننا من حساب قيم هذين النوعين من الأخطاء.

يتم حساب مجموع الزوايا الداخلية المرصودة للترافرس المغلق لكي يتم حساب قيمة الخطأ الزاوي للترافرس المغلق:

$$(1-4) \quad e = \sum - (n - 2)180^{\circ}$$

حيث:

ز	أو	قيمة الخطأ الزاوي للترافرس
e	مج	مجموع الزوايا الداخلية
n	أو	عدد نقاط الترافرس

نقارن قيمة الخطأ الزاوي بالقيمة المسموح بها والتي تعتمد على دقة الثيوديليت المستخدم في رصد الترافرس. فان كان الخطأ الزاوي أكبر من القيمة المسموح بها فلا بد من إعادة رصد زوايا الترافرس مرة أخرى أو على الأقل إعادة رصد الزوايا المشكوك بها.

$$(2-4) \quad \text{مسموح} = 2 \sqrt{n}$$

حيث:

مسموح	قيمة الخطأ المسموح به بالثواني
"	دقة الثيوديليت المستخدم بالثواني

تجدر الإشارة لوجود صيغة أخرى للمعادلة (٢-٤) تكتب أحيانا كالتالي:

$$\text{مسموح} = \sqrt{70n}$$

هذه الصيغة تعد قديمة وكانت مستخدمة في السابق مع أجهزة الثيوديليت منخفضة الدقة ، ومع توافر أجهزة ثيوديليت حديثة دقيقة فإن المعادلة (٢-٤) هي الأنسب في حساب الحدود المسموح بها لأخطاء الزوايا المرصودة بالثيوديليت.

إن كان الخطأ الزاوي للترافرس (يسمى أيضا خط القفل الزاوي) أقل من القيمة المسموح بها فيتم توزيع هذا الخطأ على جميع الزوايا الداخلية بالتساوي وبعكس الإشارة:

$$(3-4) \quad t = -z/n$$

$$c = -e/n$$

حيث:

$$t \text{ أو } c \quad \text{التصحيح لكل زاوية من زوايا الترافرس.}$$

ثم نحسب قيمة كل زاوية مصححة من زوايا الترافرس بالإضافة قيمة التصحيح إلى قيمة الزاوية المرصودة أساسا.

عند تنفيذ الترافرس في الطبيعة يتم تحديد الانحراف لأحد خطوطه وذلك إما: (١) باستخدام البوصلة المغناطيسية ، أو (٢) بربط الترافرس على أحد الخطوط المعروفة انحرافها.

بعد تصحيح الزوايا الداخلية للترافرس يتم حساب انحراف كل ضلع من أضلاعه (اعتمادا على الضلع المعروف الانحراف) باستخدام الزوايا المرصودة بعد تصحيحها:

$$\text{انحراف الخط اللاحق} = \text{انحراف الخط السابق} \pm 180^\circ + \text{الزاوية المصححة بينهما} \quad (4-4)$$

$$Az_{(i+1)} = Az_{(i)} \pm \text{angle}$$

يضاف  $180^\circ$  في حالة أن انحراف السابق أقل من  $180^\circ$  بينما نطرح  $180^\circ$  في حالة أن الانحراف السابق يكون أكبر من  $180^\circ$ .

كما يمكن كتابة المعادلة السابقة بصورة أخرى:

$$\text{انحراف الخط اللاحق} = \text{انحراف الخط السابق} + 180^\circ + \text{الزاوية المصححة بينهما} \quad (4-4\text{-ب})$$

فإذا زاد الانحراف المحسوب عن  $360^\circ$  فنطرح منه  $360^\circ$ .

ت تكون المرحلة الثالثة من حسابات الترافرس المغلق من حساب مركبات الخطوط:

$$(5-4) \quad \Delta s = l \cdot j \cdot d$$

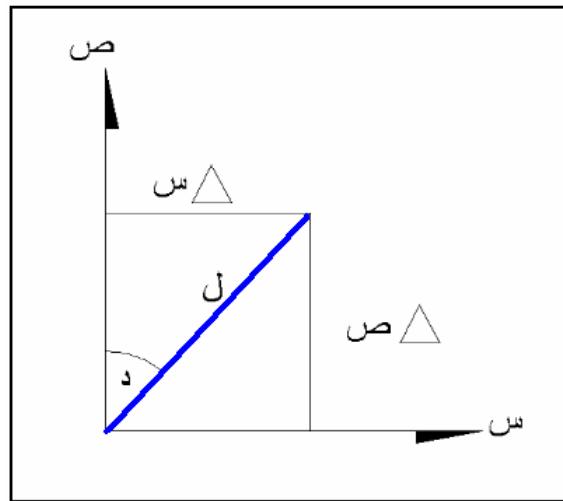
$$AX = L \sin \alpha$$

$$(6-4) \quad \Delta c = l \cdot j \cdot t \cdot d$$

$$AY = L \cos \alpha$$

حيث:

المركبة الأفقية للضلوع	$\Delta S$ أو $\Delta X$
المركبة الرئيسية للضلوع	$\Delta C$ أو $\Delta Y$
طول الضلوع	$L$ أو $L$
انحراف الضلوع	$D$ أو $\alpha$



شكل (٣-٤) مركبات الخط

ثم نحسب قيمة مركبات الخطأ الضلعي للترافرس:

$$(7-4) \quad \Delta S_t = \text{مجموع } \Delta S$$

$$(8-4) \quad \Delta C_t = \text{مجموع } \Delta C$$

حيث:

$\Delta S_t$  المركبة الأفقية للخطأ الطولي للترافرس  
 $\Delta C_t$  المركبة الرئيسية للخطأ الطولي للترافرس

يمكن حساب طول الخطأ الطولي للترافرس (يسمى أيضا خطأ القفل الضلعي) من خلال مركبتيه الأفقية والرأسيّة:

$$(9-4) \quad \Delta L = \sqrt{(\Delta S_t)^2 + (\Delta C_t)^2}$$

حيث:

$\Delta L$  خطأ القفل الضلعي للترافرس المغلق.

يتم بعد ذلك تحويل خطأ القفل الضلعي إلى خطأ نسبي:

$$(10-4) \quad \Delta L_2 = \Delta L / \text{مجموع أطوال أضلاع الترافرس}$$

حيث:

$$\Delta L_2 \quad \text{نسبة خطأ القفل الضلعي.}$$

غالباً تعتمد قيمة الخطأ الضلعي المسموح به على طبيعة المشروع ذاته ومدى الدقة المطلوبة به، ومن هنا نقرر إن كان الخطأ الضلعي للترافرس مسمواً به أم لا. كمثال فإن هيئة المساحة المصرية تحدد قيمة  $1 / 2000$  خطأ قفل ضلعي نسبي مسمواً به في أعمال الترافرسات داخل المدن. أي إن كانت قيمة خطأ القفل الضلعي للترافرس المرصود ( $\Delta L$ ) أقل من  $2000 / 1$  فنعتبره مسمواً به ، وان كان الخطأ أكبر من هذه القيمة فيتم إعادة رصد أو قياس أطوال أضلاع الترافرس مرة أخرى.

توجد طريقتين لتوزيع خطأ القفل الضلعي (إن كان أقل من القيمة المسموح بها) للترافرس المغلق وهما: (أ) طريقة بودتش التي تعتمد على توزيع الخطأ على كل ضلع من أضلاع الترافرس بنسبة طول هذا الضلع إلى مجموع أطوال أضلاع الترافرس ، (ب) طريقة المركبات والتي تعتمد على توزيع الخطأ على كل ضلع من أضلاع الترافرس بنسبة طول مركبات هذا الضلع إلى مجموع أطوال مركبات أضلاع الترافرس. طريقة بودتش مناسبة أكثر لترافرس البوصلة بينما الطريقة الثانية (المركبات) هي الأنسب لترافرس الثيودليت.

#### (أ) توزيع الخطأ الضلعي بطريقة بودتش:

$$(11-4) \quad \text{تصحيح المركبة الأفقية لخط} = - \Delta S_t \times \text{طول الضلع}/\text{مجموع أطوال الأضلاع}$$

$$(12-4) \quad \text{تصحيح المركبة الرأسية لخط} = - \Delta C_t \times \text{طول الضلع}/\text{مجموع أطوال الأضلاع}$$

#### (ب) توزيع الخطأ الضلعي بطريقة المركبات (تسمى أيضاً طريقة الثيودليت):

$$(13-4) \quad \begin{aligned} \text{تصحيح المركبة الأفقية لخط} &= - \Delta S_t \times \Delta S / \\ \text{المجموع المطلق } \Delta S \text{ للأضلاع} &\end{aligned}$$

$$(14-4) \quad \begin{aligned} \text{تصحيح المركبة الرأسية لخط} &= - \Delta C_t \times \Delta C / \\ \text{المجموع المطلق } \Delta C \text{ للأضلاع} &\end{aligned}$$

لكن في المعادلين السابقتين فإن مجموع  $\Delta S$  و مجموع  $\Delta C$  للأضلاع يساوي المجموع المطلق absolute sum وليس المجموع الجبري ، بمعنى مجموع المركبات دون اعتبار إشاراتها.

في الخطوة الأخيرة من حسابات ترافرس الثيودليت يتم حساب الإحداثيات المصححة (النهائية) لكل نقطة من نقاط الترافرس باستخدام كلاً من الزوايا المصححة وأطوال الأضلاع المصححة.

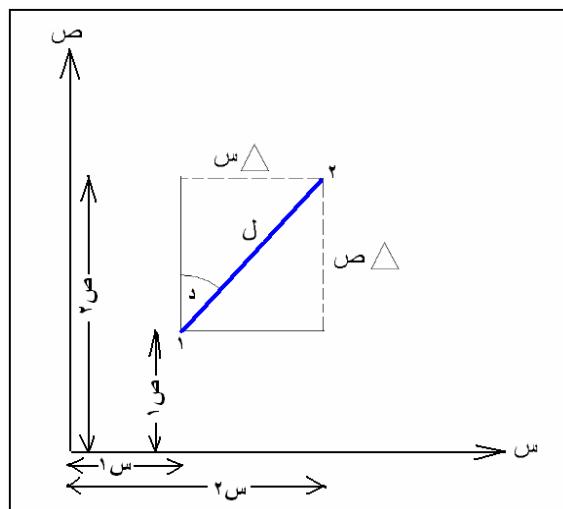
هنا يلزم منا معرفة إحداثيات احدى نقاط الترافرس ولربط المشروع (الترافرس) على إحداثيات مساحية حقيقة للخرائط الوطنية يلزمنا ربط الترافرس على احدى نقاط الثوابت الأرضية (معلومة الإحداثيات) للشبكة الوطنية. أما إن لم تتوفر نقطة ثابتة أرضية حقيقة بالقرب من منطقة العمل فيتم فرض إحداثيات احدى نقاط الترافرس وهو ما نسميه الصفر المخصوص.

$$س_2 = س_1 + \Delta س \quad (٤-١)$$

$$ص_2 = ص_1 + \Delta ص \quad (٤-٢)$$

حيث:

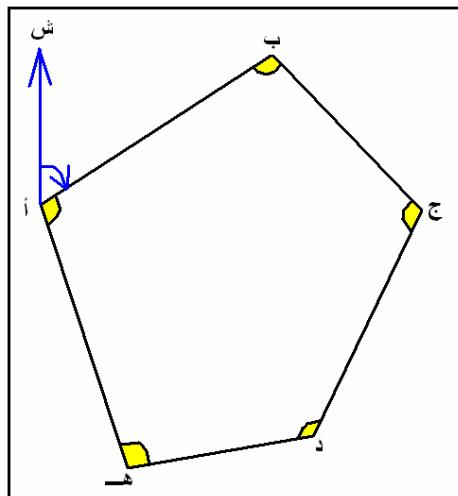
- $س_1, ص_1$  إحداثيات النقطة الأولى للخط
- $س_2, ص_2$  إحداثيات النقطة الثانية للخط
- $\Delta س, \Delta ص$  المركبات المصححة للخط



شكل (٤-٤) إحداثيات نقطتي الصلع

مثال ١:

الشكل التالي يمثل ترافرس مغلق تم قياس زواياه الداخلية وأطوال أضلاعه بالإضافة لرصد انحراف الضلع الأول (أب)، والجدول التالي يشمل قيم الأرصاد.



شكل (٥-٤) مثال لترافرس مغلق

النقطة	الضلوع	الطول المقاس (متر)	الزاوية المرصودة
أ	أب	١٠٢.٦٩	٠٧٧ ٤٤ ٢٠
ب	بج	٩٧.٩٤	٠١٣٠ ٢٢ ٠٠
ج	جد	٨٣.٥٥	٠٠٨١ ٤٨ ٢٠
د	دـهـ	٧٣.٧٤	٠١٣٧ ١٩ ٢٠
ـهـ	ـهـأـ	١٠٨.٣٣	٠١١٢ ٤٤ ٤٠
أ			

$$\text{مجموع أطوال أضلاع الترافرس} = ٤٦٦.٢٥ \text{ متر}$$

$$\text{مجموع الزوايا الداخلية للترافرس} = ٥٣٩ ٥٨ ٤٠$$

$$\text{n} = \text{عدد نقاط الترافرس} = ٥$$

**الخطأ الزاوي للترافرس المغلق (معادلة ٤-١):**

$$\begin{aligned} \text{ز} &= \text{مج} - (ن-٢) \times ١٨٠^\circ \\ &= ٤٠'' - (٢-٥) \times ٥٣٩'' \\ &= ٤٠'' - (١٨٠^\circ \times ٣) \times ٥٣٩'' \\ &= ٤٠'' - ٥٤٠'' - ٥٣٩'' \\ &= -٢٠'' \end{aligned}$$

فإذا علمنا أن هذا الترافرس تم رصده باستخدام ثيودليت دقه "٢٠" فإن الخطأ الزاوي المسموح به (معادلة ٤-٢):

$$\begin{aligned} \text{مسموح} &= ٢'' \sqrt{n} \\ &= ٢'' \sqrt{٢٠} \sqrt{٥} \\ &= ٨٩.٤٤'' \\ &= ٢٩.٤٤'' \end{aligned}$$

أي أن خطأ القفل الزاوي لهذا الترافرس أقل من القيمة المسموح بها ، إذن التصحيح لكل زاوية مرصودة (معادلة ٤-٣):

$$\begin{aligned} t &= -\frac{\text{ز}}{n} \\ &= -\frac{-٢٠''}{١٦} \sqrt{١٦} \\ &= -\frac{٨٠''}{١٦} = -٥'' \end{aligned}$$

نحسب قيمة كل زاوية مصححة من زوايا الترافرس بإضافة قيمة التصحيح إلى قيمة الزاوية المرصودة أساسا.

الزاوية الداخلية المصححة عند النقطة أ = "٢٠" + "٤٤" + "٣٦" = "٦٧٧" + "٤٤" = "١٦" + "٤٤" = "٥٧٧"

الزاوية الداخلية المصححة عند النقطة ب = "٠٠" + "١٦" + "١٣٠" = "٢٢" + "١٦" + "١٣٠" = "٣٢"

الزاوية الداخلية المصححة عند النقطة ج = "٢٠" + "٤٨" + "٣٦" = "٤٨" + "٣٦" + "١٦" = "٨١" + "٤٨" = "٣٦"

الزاوية الداخلية المصححة عند النقطة د = "٢٠" + "١٩" + "١٦" = "٣٦" + "١٩" + "١٦" = "٥٧" + "١٩" = "٣٦"

الزاوية الداخلية المصححة عند النقطة ه = "٤٠" + "٤٤" + "٥٦" = "٤٤" + "٥٦" + "٤٠" = "٩٥" + "٤٤" = "١٣٢"

تحقيق:

مجموع الزوايا المصححة = "٣٦" + "٣٦" + "٣٦" + "٣٦" + "٣٦" = "٢٥٤٠"

معلوم في هذا الترافرس أن انحراف الخط أ ب = "٣٦" + "١٣" + "٦٧" = "٥٧٠"

الآن يتم حساب انحراف كل ضلع من أضلاعه (اعتماداً على الضلع المعلوم الانحراف) باستخدام الزوايا المرصودة بعد تصحيحها (المعادلة ٤-٤):

$$\text{انحراف ب ج} = \text{انحراف أ ب} + {}^{\circ}180 - \text{الزاوية المصححة عند ب} \\ = {}^{\circ}36'13'' + {}^{\circ}180'07'' - {}^{\circ}16'22'' = {}^{\circ}20'51'0119''$$

$$\text{انحراف ج د} = \text{انحراف ب ج} + {}^{\circ}180 - \text{الزاوية المصححة عند ج} \\ = {}^{\circ}20'51'119'' + {}^{\circ}180'08'' - {}^{\circ}36'48'02'' = {}^{\circ}44'081'0218''$$

$$\text{انحراف د ه} = \text{انحراف ج د} - {}^{\circ}180 - \text{الزاوية المصححة عند د} \\ = {}^{\circ}44'02'0218'' - {}^{\circ}180'0137'' - {}^{\circ}36'19'119'' = {}^{\circ}26'052'099'116''$$

$$\text{انحراف ه أ} = \text{انحراف د ه} - {}^{\circ}180 - \text{الزاوية المصححة عند ه} \\ = {}^{\circ}112'056'08'' - {}^{\circ}180'0260'' - {}^{\circ}44'143'043'' = {}^{\circ}327'12'058'' - {}^{\circ}48'101'0322''$$

#### تحقيق:

$$\text{انحراف أ ب} = \text{انحراف ه أ} - {}^{\circ}180 - \text{الزاوية المصححة عند أ} \\ = {}^{\circ}12'158'07'' - {}^{\circ}180'0327'' - {}^{\circ}36'44'058'' = {}^{\circ}36'13'113'' = \text{انحراف المعلوم.}$$

ت تكون المرحلة الثالثة من حسابات الترافرس المغلق من حساب مركبات الخطوط (المعادلة ٥-٤ و ٦-٤) كما في الجدول التالي:

الصلع	الطول (ل)	الانحراف (ز)	س = ل جاز	ص = ل جتاز
أ ب	١٠٢.٦٩	٠٧٠'١٣'٣٦	٩٦.٦٣٥	٣٤.٧٤٠
ب ج	٩٧.٩٤	٠١٩'٥١'٢٠	٨٤.٩٤٢	٤٨.٧٥٦-
ج د	٨٣.٥٥	٠٢١٨'٠٢'٤٤	٥١.٤٩١-	٦٥.٧٩٧-
د ه	٧٣.٧٤	٠٢٦٠'٤٣'٠٨	٧٢.٧٧٥-	١١.٨٩٣-
ه أ	١٠٨.٣٣	٠٣٢٧'٥٨'١٢	٥٧.٤٥٤-	٩١.٨٣٩

ثم نحسب قيمة مركبات الخطأ الصلعي للترافرس (المعادلة ٥-٤ و ٦-٤):

$$\Delta_{\text{ست}} = \text{مجموع } \Delta_{\text{س}} = ١٤٣.٠ \text{ متر}$$

$$\Delta_{\text{صت}} = \text{مجموع } \Delta_{\text{ص}} = ١٣٣.٠ \text{ متر}$$

نحسب خطأ القفل الصلعي (المعادلة ٨-٥):

$$\Delta_{\text{ل}} = \sqrt{(\Delta_{\text{ست}})^2 + (\Delta_{\text{صت}})^2} = \sqrt{(0.143)^2 + (0.133)^2} = 0.195 \text{ متر}$$

يتم بعد ذلك تحويل خطأ القفل الضلعي إلى خطأ نسبي (المعادلة ٨-٤):

$$\Delta \Delta = \Delta / \text{مجموع أطوال أضلاع الترافرس} = ٤٦٦.٢٥ / ٠.١٩٥ = ٢٣٨٧.٤٨$$

وحيث أن قيمة خطأ القفل الضلعي للترافرس المرصود (٢٣٨٧.١) أقل من ٢٠٠٠.١ فنعتبره مسموماً به. ثم نستخدم طريقة المركبات لتوزيع خطأ القفل الضلعي (المعادلة ١١-٤ و ١٢-٤) كما في الجدول التالي:

تصحيح  $\Delta_s$  لأي ضلع =  $0.143 \times \Delta_s$  الضلع / المجموع المطلق  $\Delta_s$  لجميع الأضلاع  
 تصحيح  $\Delta_c$  لأي ضلع =  $-0.133 \times \Delta_c$  الضلع / المجموع المطلق  $\Delta_c$  لجميع الأضلاع

تصحيح $\Delta_c$	تصحيح $\Delta_s$	$\Delta_c$	$\Delta_s$	الضلوع
٠.٠١٨٣ -	٠.٠٣٨٠	٣٤.٧٤٠	٩٦.٦٣٥	أ ب
٠.٠٢٥٦ -	٠.٠٣٣٤	٤٨.٧٥٦ -	٨٤.٩٤٢	ب ج
٠.٠٣٤٦ -	٠.٠٢٠٣	٦٥.٧٩٧ -	٥١.٤٩١ -	ج د
٠.٠٠٦٣ -	٠.٠٢٨٦	١١.٨٩٣	٧٢.٧٧٥ -	د هـ
٠.٠٤٨٣ -	٠.٠٢٢٦	٩١.٨٣٩	٥٧.٤٥٤ -	هـ أ
٠.١٣٢ -	٠.١٤٣ +	٠.١٣٢ +	٠.١٤٣ -	المجموع الجبري
تحقيق				المجموع المطلق
		٢٥٣.٠٢٥	٣٦٣.٢٩٧	

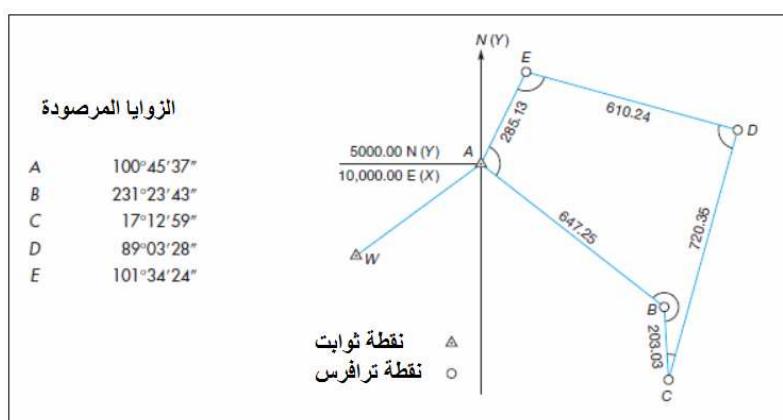
$\Delta_s$ المصححة	$\Delta_c$ المصححة	الضلوع
٣٤.٧٢٢	٩٦.٦٧٣	أ ب
٤٨.٧٨٢ -	٨٤.٩٧٥	ب ج
٦٥.٨٣٢ -	٥١.٤٧١ -	ج د
١١.٨٩٩ -	٧٢.٧٤٦ -	د هـ
٩١.٧٩١	٥٧.٤٣١ -	هـ أ

في الخطوة الأخيرة من حسابات ترافرس الثيودوليت يتم حساب الإحداثيات المصححة (النهائية) لكل نقطة من نقاط الترافرس باستخدام المركبات المصححة (معادلة ١٣-٤ و ١٤-٤). فإذا علمنا أن الإحداثيات الحقيقة للنقطة أ هي ١٥٢.٦٣٤٨، ٧٤٤.١٤٨٤٧.٧٤٤ متر فإن الإحداثيات النهائية لنقطات الترافرس ستكون كالتالي:

النقطة	الضلوع	$\Delta$ المصححة	ص	س	ص	$\Delta$ المصححة	ص	س	ص
أ	أ ب	٩٦.٦٧٣	٣٤.٧٢٢	٦٣٤٨.١٥٢	١٤٨٤٧.٧٤٤				
ب	ب ج	٨٤.٩٧٥	٤٨.٧٨٢ -	٦٤٤٤.٨٢٥	١٤٨٨٢.٤٦٦				
ج	ج د	٥١.٤٧١ -	٦٥.٨٣٢ -	٦٥٢٩.٨٠٠	١٤٨٣٣.٦٨٤				
د	د هـ	٧٢.٧٤٦ -	١١.٨٩٩ -	٦٤٧٨.٣٢٩	١٤٧٦٧.٨٥٢				
هـ	هـ أ	٥٧.٤٣١ -	٩١.٧٩١	٦٤٠٥.٥٨٣	١٤٧٥٥.٩٥٣				
أ	تحقيق			٦٣٤٨.١٥٢	١٤٨٤٧.٧٤٤				

مثال ٢:

أضبط الترافرس الموضح في الشكل التالي:



$$\Sigma = 540^\circ 00' 11''$$

$$e = \sum -(n-2)180 = 11''$$

$$c = -e / n = -11 / 5 = -2.2''$$

ويمكن تقرير التصحح لأقرب ثانية بحيث أن كل زاوية تأخذ تصحيح = -٢- " بينما أصغر زاوية (C) تأخذ تصحيح -٣- :

Point (1)	الزاوية المصححة	التصحيح	الزاوية المرصودة
A	100°45'37"	2"	100°45'35"
B	231°23'43"	3"	231°23'40"
C	17°12'59"	3"	17°12'56"
D	89°03'28"	1"	89°03'27"
E	101°34'24"	2"	101°34'22"
	$\Sigma = 540^{\circ}00'11''$	$\Sigma = 11''$	$\Sigma = 540^{\circ}00'00''$

حساب الانحرافات:

$$\begin{aligned}
 126^{\circ}55'17'' &= AB & +89^{\circ}03'26'' + D \\
 +180^{\circ} & & 284^{\circ}35'20'' = DE \\
 \hline
 306^{\circ}55'17'' &= BA & -180^{\circ} \\
 +231^{\circ}23'41'' + B & & 104^{\circ}35'20'' = ED \\
 538^{\circ}18'58'' - 360^{\circ} &= 178^{\circ}18'58'' - BC & +101^{\circ}34'22'' + E \\
 -180^{\circ} & & 206^{\circ}09'42'' = EA \\
 358^{\circ}18'58'' &= CD & -180^{\circ} \\
 +17^{\circ}12'56'' + C & & 26^{\circ}09'42'' = AE \\
 375^{\circ}31'54'' - 360^{\circ} &= 15^{\circ}31'54'' = CD & +100^{\circ}45'35'' + A \\
 -180^{\circ} & & 126^{\circ}55'17'' = AB \\
 195^{\circ}31'54'' &= DC &
 \end{aligned}$$

حساب مركبات الخطوط:

Station	الانحراف	الطول	$\Delta X$	$\Delta Y$
A	126°55'17"	647.25	517.451	-388.815
B	178°18'58"	203.03	5.966	-202.942
C	15°31'54"	720.35	192.889	694.045
D	284°35'20"	610.24	-590.565	153.708
E	206°09'42"	<u>285.13</u>	<u>-125.715</u>	<u>-255.919</u>
A		$\Sigma = 2466.00$	$\Sigma = 0.026$	$\Sigma = 0.077$

حساب خطأ القفل الطولي:  $\Delta L = \sqrt{[0.077^2 + (0.026)^2]}$ 

تصحيح المركبات بطريقة بودتش:

Station	الانحراف	الطول	غير المصححة		المصححة		الاحداثيات	
			$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X$	$\Delta Y$	X	Y
A	126°55'17"	647.25	{-0.007}	{-0.020}	517.444	-388.835	10,000.00	5000.00
B	178°18'58"	203.03	{-0.002}	{-0.006}	5.964	-202.948	10,517.44	4611.16
C	15°31'54"	720.35	{-0.008}	{-0.023}	192.881	694.022	10,523.41	4408.22
D	284°35'20"	610.24	{-0.006}	{-0.019}	-590.571	153.689	10,716.29	5102.24
E	206°09'42"	<u>285.13</u>	{-0.003}	{-0.009}	<u>-125.718</u>	<u>-255.928</u>	10,125.72	5255.93
A		$\Sigma = 2466.00$	$\Sigma = 0.026$	$\Sigma = 0.077$	$\Sigma = 0.000$	$\Sigma = 0.000$	$10,000.00\checkmark$	$5000.00\checkmark$

#### ٤-٤ الأرصاد الناقصة في الترافرس المغلق

في تطبيقات الهندسة المدنية يجب رصد جميع زوايا و أضلاع الترافرس المغلق. لكن في الحالات القصوى (وخاصة تطبيقات المساحة في المناجم والأنفاق) ربما يواجه الراسد صعوبة رصد ضلع معين من أضلاع ترافرس مغلق. في مثل هذه الحالات تستفيد من الخواص الهندسية والحسابية للترافرس المغلق لحساب الأرصاد الناقصة والتي يجب ألا تزيد عن اثنين. لكن تجدر الإشارة إلى أن حساب هذه الأرصاد الناقصة يكون على حساب عدم اكتشاف أية أخطاء في الترافرس ، وفي هذه الحالة يجب التأكد من أن كل القياسات قد تمت بدقة عالية مع تكرار رصد كلا منها أكثر من مرة للتأكد من دقتها قبل استخدامها في حساب الأرصاد الناقصة.

ومن أمثلة الأرصاد الناقصة في الترافرس المغلق حالة رصد أضلاع وزوايا أضلاع ترافرس مغلق إلا ضلع واحد ناقص (الوجود عائق في مساره يمنع الرصد) يمكن حساب طول هذا الضلع و انحرافه كالتالي:

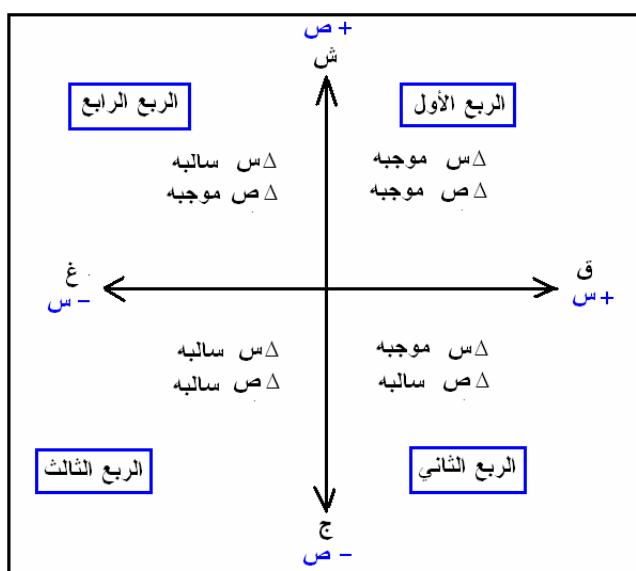
$$(17-4) \quad \Delta S_{\text{الضلوع الناقص}} = - \text{مجموع } \Delta S_{\text{لباقي أضلاع الترافرس}}$$

$$(18-4) \quad \Delta C_{\text{الضلوع الناقص}} = - \text{مجموع } \Delta C_{\text{لباقي أضلاع الترافرس}}$$

$$(19-4) \quad \text{طول الضلع الناقص} = \sqrt{\Delta S_{\text{الضلوع الناقص}}^2 + \Delta C_{\text{الضلوع الناقص}}^2}$$

$$(20-4) \quad \text{انحراف الضلع الناقص} = \theta^{-1} (\Delta S_{\text{الضلوع الناقص}} / \Delta C_{\text{الضلوع الناقص}})$$

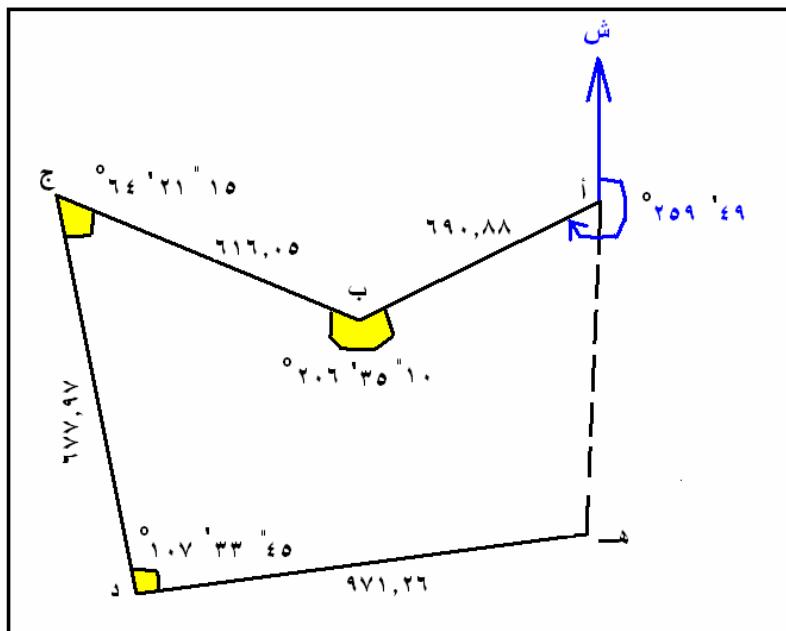
يجب مراعاة أن استخدام الآلة الحاسبة في المعادلة السابقة سينتج عنه قيمة الانحراف المختصر للضلوع الناقص ، ومن خلال معرفة إشارة كل من  $\Delta S$  ،  $\Delta C$  لهذا الضلع يمكن تحديد الربع الواقع به ومن ثم تحويل الانحراف المختصر إلى الانحراف الدائري لهذا الضلع الناقص.



شكل (٦-٤) إشارات مركبات الأضلاع في كل ربع

مثال:

في الشكل التالي لم يمكن رصد طول الضلع  $A - H$  أو الزاويتين الداخليةين الداخليتين عند كلا من نقطة  $A$  ونقطة  $H$ .



شكل (٧-٤) مثال للأرصاد الناقصة في الترافرس المغلق

من خلال الانحراف المعلوم للضلع  $A - B$  والزوايا الداخلية المرصودة يمكن حساب انحرافات باقي الأضلاع كالتالي:

$$\text{انحراف } A - B = 0^{\circ} 259' 49'' - 0^{\circ} 21' 15'' = 0^{\circ} 23' 34''$$

$$\text{انحراف } B - C = 0^{\circ} 20' 6'' + 0^{\circ} 18' 0'' - 0^{\circ} 259' 49'' = 0^{\circ} 24' 10''$$

$$\text{انحراف } C - D = 0^{\circ} 21' 24'' + 0^{\circ} 18' 0'' - 0^{\circ} 28' 6'' = 0^{\circ} 17' 0''$$

$$\text{انحراف } D - E = 0^{\circ} 15' 45'' + 0^{\circ} 18' 0'' - 0^{\circ} 17' 0'' = 0^{\circ} 16' 45''$$

نحسب مركبات أضلاع الترافرس:

$\Delta L = L_{جـاـد} - L_{صـاد}$	$\Delta S = L_{جـاـد} - 757.883$	الانحراف (ز)	الطول (L)	الضلوع
١٢٢.١٤٧ -	٦٧٩.٩٩٧ -	٠٢٥٩ ٠٤٩ ٠٠	٦٩٠.٨٨	أ ب
١٧٣.٩٦٥ +	٥٩٠.٩٧٧ -	٠٢٨٦ ٠٢٤ ١٠	٦١٦.٠٥	ب ج
٦٦٩.١٦٧ -	١٠٨.٨٩٨ +	٠١٧٠ ٠٤٥ ٢٥	٦٧٧.٩٧	ج د
١٤٠.٥٣٤ -	٩٦١.٠٣٩ +	٠٩٨ ٠١٩ ١٠	٩٧١.٢٦	د هـ
؟	؟	؟	؟	هـ أ
٧٥٧.٨٨٣ -	٢٠١.٠٣٧ -	المجموع الجبri		

من المعادلة (١٧-٤) :

$$\Delta S \text{ الضلع الناقص } هـ أ = - \text{ مجموع } \Delta S \text{ لباقي أضلاع الترافرس} \\ 201.037 - = 201.037 + =$$

من المعادلة (١٨-٤) :

$$\Delta S \text{ الضلع الناقص } هـ أ = - \text{ مجموع } \Delta S \text{ لباقي أضلاع الترافرس} \\ 757.883 - = 757.883 + =$$

من المعادلة (١٩-٤) :

$$\text{طـول الضـلـع النـاقـص } هـ أ = \sqrt{(\text{مـربع } \Delta S \text{ الضـلـع النـاقـص} + \text{ مـربع } \Delta S \text{ الضـلـع النـاقـص})} \\ = \sqrt{(201.037^2 + 757.883^2)} = 784.093 \text{ مـتر}$$

من المعادلة (٢٠-٤) :

$$\text{الـانـحرـاف المـخـتـصـر لـلـضـلـع النـاقـص} = \text{ظـ.ـ} (\Delta S \text{ الضـلـع النـاقـص} / \Delta S \text{ الضـلـع النـاقـص}) \\ = \text{ظـ.ـ} (201.037 / 757.883 + ) = \text{شـ.ـ} ٢٥.٧٤ "٢٥.٧٤ "٥١ ٥١$$

وحيث أن إشارة  $\Delta S$  موجبة وإشارة  $\Delta S$  ص موجبة أيضاً فـأن هذا الانحراف المختصر يقع في الربع الأول. وفي هذا الربع فـأن الانحراف الدائري يساوي الانحراف المختصر.

$$\text{الـانـحرـاف الدـائـري لـلـضـلـع } هـ أ = ٢٥.٧٤ "٢٥.٧٤ "٥١ ٥١$$

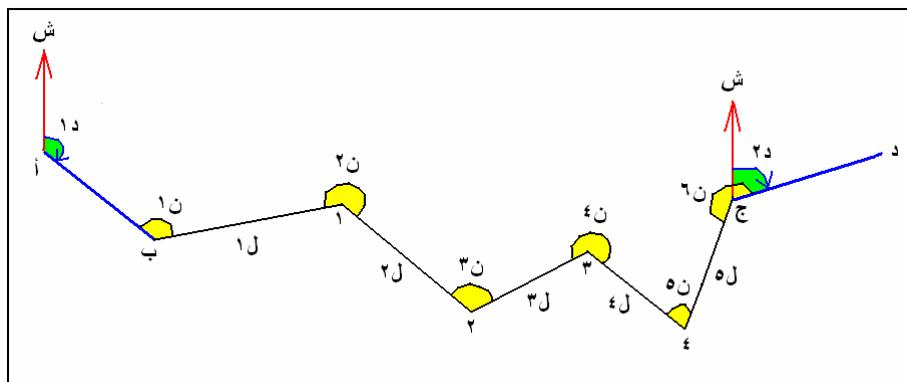
الـانـحرـاف الدـائـري لـلـضـلـع  $هـ أ$  = الـانـحرـاف الـخـلـفـي لـلـضـلـع  $هـ أ$ 

$$= \text{الـانـحرـاف الـأـمـامـي لـلـضـلـع } هـ أ + ٠١٨٠$$

$$= ٠١٩٤ "٢٥.٧٤ + ٠١٤ "٢٥.٧٤ = ٠١٨٠ "٢٥.٧٤$$

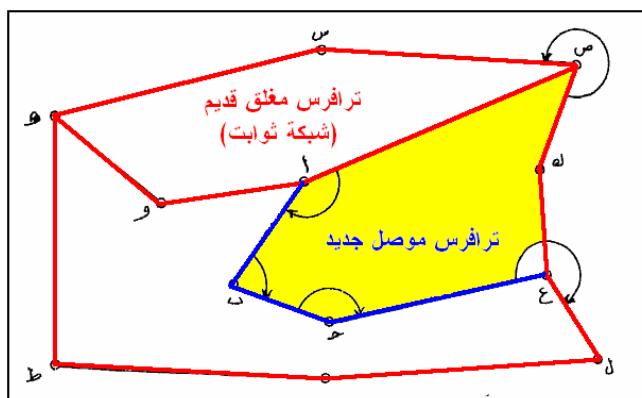
**٤-٥ الترافرس الموصل**

جاء أسم الترافرس الموصل من حقيقة أنه يصل بين نقطتين معلومتين الإحداثيات (أ و ج في شكل ٤-٦) كما أنه يصل بين خطين معلومين الانحراف (أب ، ج د). يتكون العمل الميداني في الترافرس الموصل من رصد الزاوية بين خط الربط الأول وأول أضلاع الترافرس ثم رصد الزوايا بين أضلاع الترافرس وكذلك الزاوية بين آخر أضلاع الترافرس وخط الربط الثاني ، بالإضافة لقياس أطوال الأضلاع سواء بالشريط أو بجهاز قياس مسافات الكترونيا.



شكل (٨-٤) الترافرس الموصل

أحياناً نحتاج لعمل ترافرس موصل لإنشاء نقاط ثوابت أرضية جديدة (تكثيف شبكة الثوابت) في منطقة العمل التي يتوافر بها شبكة ثوابت قديمة (ترافرس مغلق علي سبيل المثال).



شكل (٩-٤) أحد تطبيقات الترافرس الموصل

في الترافرس الموصل يكون عدد الزوايا أكثر بواحد من عدد النقاط ، فإذا كان عدد أضلاع الترافرس الموصل =  $n$  فإن عدد الزوايا المقاسة سيكون =  $n + 1$ . تتكون خطوات العمل المساحي في حالة الترافرس الموصل من نفس خطوات تنفيذ الترافرس المغلق (الاستكشاف ورسم الكروكي واختيار وتنبيت نقاط الترافرس .... الخ) لكنها تختلف في الحسابات.

يتم حساب خطأ القفل الزاوي في الترافرس الموصل كالتالي:

$$z = \text{maj} - (d_1 - d_2 + (n+1) \times 180^\circ)$$

حيث:

- ز      قيمة الخطأ الزاوي للترافرس  
 مج    مجموع الزوايا المقاومة بين أضلاع الترافرس والمأخوذة دائماً عكس اتجاه دوران  
 عقرب الساعة من الضلع السابق إلى الضلع اللاحق ابتداء من خط الربط الأول.  
 ن      عدد نقاط الترافرس  
 د١     انحراف خط الربط الأول  
 د٢     انحراف خط الربط الأخير

أما في حالة أن زوايا الترافرس الموصى قد تم رصدها مع اتجاه دوران عقرب الساعة فأن معادلة حساب خطأ القفل الزاوي تصبح:

$$z = \text{maj} - (d_2 - d_1 + (n+1) \times 180^\circ)$$

يمكن أيضاً حساب خطأ القفل الزاوي للترافرس الموصى بطريقة أخرى تعتمد على استخدام الزوايا المرصودة لحساب انحرافات خطوط الترافرس وصولاً إلى حساب انحراف خط الربط الأخير ، ثم نقارن الانحراف المحسوب لهذا الخط مع انحرافه المعلوم أصلاً:

$$z = \text{انحراف المحسوب لخط الربط الأخير} - \text{انحراف المعلوم لخط الربط الأخير}$$

نقارن قيمة الخطأ الزاوي بالقيمة المسموح بها والتي تعتمد على دقة الثيوديليت المستخدم في رصد الترافرس. فان كان الخطأ الزاوي أكبر من القيمة المسموح بها فلا بد من إعادة رصد زوايا الترافرس مرة أخرى أو على الأقل إعادة رصد الزوايا المشكوك بها. وقيمة المسموح به في زوايا الترافرس الموصى هو نفس قيمة الترافرس المغلق (معادلة ٢-٤) إلا أن عدد الزوايا في حالة الترافرس الموصى سيكون أكبر بواحد من عدد نقاط الترافرس:

$$\text{مسموح} = 2 \cdot \pi \cdot n + 1$$

حيث:

- مسموح      قيمة الخطأ المسموح به بالثانوي  
 و "           دقة الثيوديليت المستخدم بالثانوي

في الخطوة الثانية من حسابات الترافرس الموصى نقوم بحساب انحرافات خطوط الترافرس بدءاً من انحراف الضلع المعلوم (خط الربط) الأول باستخدام قيم الزوايا المرصودة. ثم نقوم بتوزيع خطأ القفل الزاوي (في حالة أنه أقل من القيمة المسموح بها) على انحرافات الخطوط كالتالي:

$$\text{تصحيح انحراف الخط الأول: } t_1 = -z / (n + 1)$$

$$\text{تصحيح انحراف الخط الثاني: } t_2 = -z / (n + 1)$$

وهكذا إلى أن نصل إلى:

$$(26-4) \quad \text{تصحيح انحراف خط الربط الأخير: } t_{n+1} = -z(n+1) / (n+1) = -z$$

ت تكون المرحلة الثالثة من حسابات الترافرس المغلق من حساب مركبات الخطوط بنفس الطريقة كما في الترافرس المغلق (معادلة ٤-٦ و ٥-٤) ثم نحسب إحداثيات نقاط الترافرس بالاعتماد على الإحداثيات المعروفة لنقطة الربط الأولى. ثم نحسب قيمة مركبات الخطأ الضلعي للترافرس الموصى كالتالي:

$$(27-4) \quad \Delta s_t = s_b - s_j + \text{مجموع } \Delta s$$

$$(28-4) \quad \Delta c_t = c_b - c_j + \text{مجموع } \Delta c$$

حيث:

$\Delta s_t$	المركبة الأفقية للخطأ الطولي للترافرس
$\Delta c_t$	المركبة الرئيسية للخطأ الطولي للترافرس
$s_b$	الإحداثي الشرقي لنقطة الربط الأولى (نقطة A).
$c_b$	الإحداثي الشمالي لنقطة الربط الأولى (نقطة A).
$s_j$	الإحداثي الشرقي لنقطة الربط الأخيرة (نقطة J).
$c_j$	الإحداثي الشمالي لنقطة الربط الأخيرة (نقطة J).

يمكن حساب طول الخطأ الطولي للترافرس (يسمى أيضا خطأ القفل الضلعي) من خلال مركبتيه الأفقية والرئيسية (المعادلة ٤-٨):

$$\Delta L = \sqrt{(\Delta s_t)^2 + (\Delta c_t)^2}$$

بعد ذلك يتم تحويل خطأ القفل الضلعي إلى خطأ نسبي كما في حالة الترافرس المغلق (معادلة ٤-٨):

$$\Delta L_2 = \Delta L / \text{مجموع أطوال أضلاع الترافرس}$$

حيث:

$$\Delta L_2 \quad \text{نسبة خطأ القفل الضلعي.}$$

كما سبق القول فغالبا تعتمد قيمة الخطأ الضلعي المسموح به على طبيعة المشروع ذاته ومدى الدقة المطلوبة به ، ومن هنا نقرر إن كان الخطأ الضلعي للترافرس مسموحا به أم لا. كمثال فإن هيئة المساحة المصرية تحدد قيمة  $1 / 2000$  خطأ قفل ضلعي نسبي مسموحا به في أعمال الترافرسات داخل المدن. أي إن كانت قيمة خطأ القفل الضلعي للترافرس المرصود ( $\Delta L_2$ ) أقل من  $1 / 2000$  فنعتبره مسموحا به ، وان كان الخطأ أكبر من هذه القيمة فيتم إعادة رصد أو قياس أطوال أضلاع الترافرس مرة أخرى.

نستخدم طريقة المركبات (طريقة الثيودوليت) لتوزيع خطأ القفل الضلعي (إن كان أقل من القيمة المسموح بها) للترافرس الموصل كما سبق في حالة الترافرس المغلق (معادلة ١١-٤ و ٤-١٢):

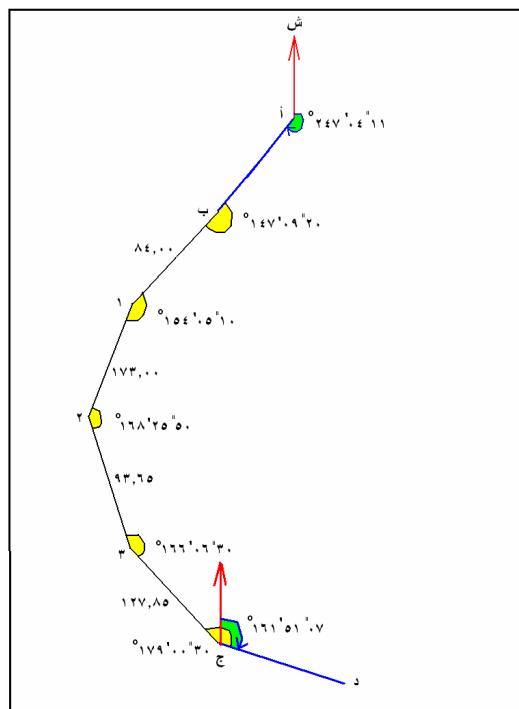
تصحيح المركبة الأفقية لخط =  $- \Delta_{ست} \times \Delta_{س}$  / المجموع المطلق  $\Delta_{س}$  للأضلاع

تصحيح المركبة الرأسية لخط =  $- \Delta_{صت} \times \Delta_{ص}$  / المجموع المطلق  $\Delta_{ص}$  للأضلاع

باستخدام المركبات المصححة يتم حساب قيم الإحداثيات المصححة لجميع نقاط الترافرس الموصل.

مثال:

الشكل التالي يمثل أرصاد ترافرس موصل يبدأ من نقطة ب (١٨٢.١٨٢ ، ٥٣.٠٧٤) إلى نقطة ج (٦٩٥.٨٤٦ ، ٤٤.١٠٤) والمطلوب حساب إحداثيات نقاط هذا الترافرس.



شكل (١٠-٤) مثال لترافرس موصل

الخطأ الزاوي للترافرس (معادلة ١٩-٤):

$$\begin{aligned} ز = م_ج - (D_1 - D_2 + (n+1) \cdot ١٨٠ ) \\ = (٢٠"٢٠٩ + ٠١٤٧'٠٩ + ٠١٥٤'٠٥ + ١٠"٠٥ + ٠١٦٨'٢٥ + ٠١٦٦'٠٦ + ٣٠"٣٠ + ٠١٧٩'٠٠ - ٠٧"١٦١'٥١ - ١١"٠٤ + ٠٢٤٧'٠٤ + ٠١٨٠ \times (١+٥) ) \\ "٢٤ + = \end{aligned}$$

فإذا علمنا أن هذا الترافرس تم رصده باستخدام ثيودليت دقهه "١٠" فإن الخطأ الزاوي المسموح به (معادلة ٤-٢):

$$\text{مسموح} = ٢ \text{ و } \sqrt{n} \\ ٢ \times ٢٠ = \sqrt{٤٤.٧٢}$$

أي أن خطأ القفل الزاوي لهذا الترافرس أقل من القيمة المسموح بها ، إذن التصحيح لكل زاوية مرصودة (معادلة ٣-٤):

$$t = -z/n \\ = - (24.8 / 5)$$

ثم نقوم بحساب انحراف كل ضلع من أضلاعه اعتمادا على الضلع المعلوم الانحراف (مع تصحيح الزوايا المقاومة في نفس الخطوة):

$$\begin{aligned} \text{انحراف ب } ١ &= \text{انحراف أ ب } - {}^{\circ}١٨٠ + \text{الزاوية المصححة عند ب} \\ \text{انحراف ب } ١ &= \text{انحراف أ ب } - {}^{\circ}١٨٠ + (\text{الزاوية المرصودة عند ب} + \text{التصحيح}) \\ &= {}^{\circ}١١.٤ - {}^{\circ}١٨٠ + ({}^{\circ}٢٤٧ - {}^{\circ}١٤٧) - (4.8) \\ &= {}^{\circ}٢١٤ - {}^{\circ}١٣.٢ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{انحراف } ٢ &= \text{انحراف ب } ١ - {}^{\circ}١٨٠ + \text{الزاوية المصححة عند ١} \\ &= {}^{\circ}٢٦.٢ - {}^{\circ}١٣.٢ + ({}^{\circ}١٨٠ - {}^{\circ}١٥٤) - (4.8) \\ &= {}^{\circ}١٨٨ - {}^{\circ}٣١.٤ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{انحراف } ٣ &= \text{انحراف } ٢ - {}^{\circ}١٨٠ + \text{الزاوية المصححة عند ٢} \\ &= {}^{\circ}٣١.٤ - {}^{\circ}١٨.١ + ({}^{\circ}١٨٠ - {}^{\circ}١٦٨) - (4.8) \\ &= {}^{\circ}١٧٦ - {}^{\circ}٤٤.٦ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{انحراف } ٣ ج &= \text{انحراف } ٢ - {}^{\circ}١٨٠ + \text{الزاوية المصححة عند ٣} \\ &= {}^{\circ}١٦.٦ - {}^{\circ}٤٤.٤ + ({}^{\circ}١٧٦ - {}^{\circ}١٦٦) - (4.8) \\ &= {}^{\circ}١٦٢ - {}^{\circ}٤١.٨ \end{aligned}$$

#### تحقيق:

$$\begin{aligned} \text{انحراف ج } د &= \text{انحراف } ٣ ج - {}^{\circ}١٨٠ + \text{الزاوية المصححة عند ج} \\ &= {}^{\circ}٤١.٨ - {}^{\circ}٥٠.٥ + ({}^{\circ}١٦٢ - {}^{\circ}١٨٠) + ({}^{\circ}٣٠ - {}^{\circ}٣٩) + (4.8) \\ &= ٠.٧ {}^{\circ}١٦١ = \text{الانحراف المعلوم.} \end{aligned}$$

ت تكون المرحلة الثالثة من حسابات الترافرس المغلق من حساب مركبات الخطوط (المعادلة ٤-٥ و ٤-٦) كما في الجدول التالي:

الوضع	الطول (ل) (ل)	الانحراف (ز) (ز)	تصحيح Δس = ل جاز	تصحيح Δص = ل جتا ز
ب ١	٨٤.٠٠	٥٢١٤ "٢٦.٢ ١٣ "٢٦.٢	- ٤٧.٢٤٤	- ٦٩.٤٥٥
٢ ١	١٧٣.٠٠	٥١٨٨ "٣١.٤ ١٨ "٣١.٤	- ٢٨.٠٠٠	- ١٧١.١٨٤
٣ ٢	٩٣.٦٥	٥١٧٦ "٤٤ ٤٤ "١٦.٦	+ ٩.٣٢٩	- ٩٣.٤٩٨
٣ ج	١٢٧.٨٥	٥١٦٢ "٤١.٨ ٥٠ "٤١.٨	+ ٣٧.٧١٠	- ١٢٢.١٦٢
المجموع		المجموع الجيري	- ٢٩.٢٠٥	- ٤٥٦.٢٩٩
المجموع المطلق		المجموع المطلق	- ١١٥.٢٨٣	- ٤٥٦.٢٩٩
المجموع				٤٧٨.٥٠

ثم نحسب قيمة مركبات الخطأ الضلعي للترافرس (المعادلة ٢٥-٤ و ٢٦-٤):

$$\Delta \text{س} = \text{المجموع المطلق } \Delta \text{ س} - \text{س ب} - \text{س ج}$$

$$\Delta \text{س} = ٤٧٨.٥٠ - ٢٩.٢٠٥ - ١٠٤٤.٨٤٦ + ١٣١.١٨٢ = ١٣١.٠٠ \text{ متر}$$

$$\Delta \text{ص} = \text{المجموع المطلق } \Delta \text{ ص} - \text{ص ب} - \text{ص ج}$$

$$\Delta \text{ص} = ١١٢٥.٠٥٣ - ٤٥٦.٢٩٩ - ٦٦٨.٨٩٥ = ١٤١.٠٠ \text{ متر}$$

نحسب خطأ القفل الضلعي (المعادلة ٧-٤):

$$\Delta \text{ل} = \sqrt{(\Delta \text{س}^2 + \Delta \text{ص}^2)} = \sqrt{(١٣١.٠٠^2 + ١٤١.٠٠^2)} = ١٩٢ \text{ متر}$$

يتم بعد ذلك تحويل خطأ القفل الضلعي إلى خطأ نسبي (المعادلة ٨-٤):

$$\Delta \text{ل} = \Delta / \text{مجموع أطوال أضلاع الترافرس} = ١٩٢ / ٤٧٨.٥٠ = ٠.١٩٢$$

وحيث أن قيمة خطأ القفل الضلعي للترافرس المرصود (٢٤٨٦/١) أقل من ٢٠٠٠/١ فتعتبره مسمواها به. ثم نستخدم طريقة المركبات لتوزيع خطأ القفل الضلعي كما في الجدول التالي:

تصحيح Δص	تصحيح Δس	تصحيح Δص	تصحيح Δس	الضلوع
٠.٠٢١ +	٠.٠٥٤ -	- ٦٩.٤٥٥	- ٤٧.٢٤٤	ب ١
٠.٠٥٣ +	٠.٠٢٨ -	- ١٧١.١٨٤	- ٢٥.٠٠٠	٢ ١
٠.٠٢٩ +	٠.٠٠٦ -	- ٩٣.٤٩٨	+ ٥.٣٢٩	٣ ٢
٠.٠٣٨ +	٠.٠٤٣ -	- ١٢٢.١٦٢	+ ٣٧.٧١٠	٣ ج
٠.١٤١ =	٠.١٣١ -	المجموع الجيري		
تحقيق				

$\Delta$ ص المصححة	$\Delta$ س المصححة	الطلع
٦٩.٤٣٤ -	٤٧.٢٩٨ -	١ ب
١٧١.١٣١ -	٢٥.٠٢٨ -	٢ ١
٩٣.٤٦٩ -	٥.٣٢٣ +	٣ ٢
١٢٢.١٢٤ -	٣٧.٦٦٧ +	٣ ج

في الخطوة الأخيرة من حسابات ترافرس الثيودوليت يتم حساب الإحداثيات المصححة (النهائية) لكل نقطة من نقاط الترافرس باستخدام المركبات المصححة:

النقطة	الطلع	$\Delta$ المصححة	$\Delta$ المصححة	ص	س	ص	$\Delta$ المصححة	ص
ب	١ ب	٤٧.٢٩٨ -	٦٩.٤٣٤ -	١١٢٥.٠٥٣	١٠٧٤.١٨٢			
١	٢ ١	٢٥.٠٢٨ -	١٧١.١٣١ -	١٠٥٥.٦١٩	١٠٢٦.٨٨٤			
٢	٣ ٢	٥.٣٢٣ +	٩٣.٤٦٩ -	٨٨٤.٤٨٨	١٠٠١.٨٥٦			
٣	٣ ج	٣٧.٦٦٧ +	١٢٢.١٢٤ -	٧٩١.٠١٩	١٠٠٧.١٧٩			
ج	تحقيق			٦٦٨.٨٩٥	١٠٤٤.٨٤٦			

مثال ٢:

*Bowditch adjustment of a link traverse*

Stns	Observed angles ° ′ ″	Line	WCB ° ′ ″	Corrn	Adjusted WCB ° ′ ″	Dist (m)	Unadjusted		Corrn		Adjusted		Stn
							E	N	δE	δN	E	N	
A		A-B	151 27 38		151 27 38		3854.28	9372.98			3854.28	9372.98	B
B	143 54 47	B-E <sub>1</sub>	115 22 25	-4	115 22 21	651.16	4442.63	9093.96	+0.03	-0.05	4442.66	9093.91	E <sub>1</sub>
E <sub>1</sub>	149 08 11	E <sub>1</sub> -E <sub>2</sub>	84 30 36	-8	84 30 28	870.92	5309.55	9177.31	+0.08	-0.11	5309.63	9711.20	E <sub>2</sub>
E <sub>2</sub>	224 07 32	E <sub>2</sub> -E <sub>3</sub>	128 38 08	-12	128 37 56	522.08	5171.38	8851.36	+0.11	-0.15	5171.49	8851.21	E <sub>3</sub>
E <sub>3</sub>	157 21 53	E <sub>3</sub> -E <sub>4</sub>	106 00 01	-16	105 59 45	1107.36	6781.87	8546.23	+0.17	-0.22	6782.04	8546.01	E <sub>4</sub>
E <sub>4</sub>	167 05 15	E <sub>4</sub> -C	93 05 16	-20	93 04 56	794.35	7575.35	8503.49	+0.21	-0.28	7575.56	8503.21	C
C	74 32 48	C-D	347 38 04	-23	347 37 41								
D		C-D	347 37 41		Sum =	3945.87	7575.56	8503.21					
Sum Initial bearing	916 10 26	Δ =	+23		Δ'E, Δ'N		-0.21	+0.28					
Total	1067 38 04												
-6 × 180°	1080 00 00												
CD (comp)	-12 21 56	Error vector = $(0.21^2 + 0.28^2)^{\frac{1}{2}} = 0.35$											
	+360 00 00												
CD (known)	347 38 04	Proportional error = $\frac{0.35}{3946} = 1/11300$											
Check	347 37 41												
Δ =	+23												

**٤- الترافرس المفتوح**

لا يستخدم هذا النوع من الترافرس إلا في الأعمال التي لا تتطلب دقة عالية حيث أن الترافرس المفتوح لا يمكن اكتشاف أخطاؤه ولا يمكن تصحيحه. لمحاولة الوصول إلى مصداقية جيدة للتراورس المفتوح فيجب أن يتم رصده بالكامل مرتين على الأقل ومن الأفضل أن يتم ذلك بواسطة راصدين مختلفين. تعتمد حسابات التراورس المفتوح على حساب إحداثيات كل نقطة مرتين (من مجموعتي الأرصاد) ونقارن بينهما فان كان الخطأ في حدود المسموح به فنحسب متوسط الإحداثيات لكل نقطة.

$$(29-4) \quad \text{المسموح به (بالثواني)} = 2 \text{ و } 2 \text{ و } 7$$

حيث:

$$\begin{array}{l} \text{دقة الثيودوليت المستخدم بالثواني} \\ \text{نـ عدد الزوايا المرصودة} \end{array}$$

$$(30-4) \quad \text{المسموح به (بالستنتيمتر)} = 25 + 27 \text{ لـ } 1.13 + 1.13 \text{ لـ } 0.06 + 0.06 \text{ لـ }$$

حيث:

ل طول ضلع التراورس.

مثال:

قام راصدان بأخذ الأرصاد التالية لトラورس مفتوح بـ جـ دـ يربط على الخط أـ بـ الذي يبلغ انحرافه  $11^{\circ} 16' 2''$ . عين إحداثيات النقطتين جـ ، دـ في هذا التراورس علما بأن إحداثيات النقطة بـ هي  $100$  غرباً و  $250$  جنوباً.

الزاوية في اتجاه عقرب الساعة		الطول (متر)		الضلع	النقطة
الراصد الثاني	الراصد الأول	الراصد الثاني	الراصد الأول		
$131^{\circ} 54'$	$142^{\circ} 36'$	$120.44$	$120.12$	بـ جـ	بـ
$64^{\circ} 48'$	$11^{\circ} 00'$	$78.30$	$78.48$	جـ دـ	جـ

لحساب انحرافات أضلاع التراورس:

$$\begin{aligned} \text{انحراف بـ جـ للراصد الأول} &= 12^{\circ} 16' 2'' + 142^{\circ} 36' - 131^{\circ} 54' \\ &= 11^{\circ} 13' 36'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{انحراف ب ج للراصد الثاني} &= ١٢^\circ ٦٢' + ٠١٨٠'' + ٥٤'' - ٠١٣١' \\ &= ٥٤'' - ٠١١٣' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الفرق بين نتائج الراصددين للخط ب ج} &= ٣٦'' - ٥٤'' + ٥٣' - ٥٤' \\ &= ٤٢'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{المسموح به (بالثواني) في خطأ القفل الزاوي} &= ٢ و ٧٢ ن \\ "٨٤.٨٥ &= ٢ \times \sqrt{٣٠} \times ١٢ \end{aligned}$$

أي أن الخطأ الزاوي مسموح به.

بالمثل فإن:

$$\begin{aligned} \text{انحراف ج د للراصد الأول} &= ٣٦'' - ٠٠٥'' \\ \text{انحراف ج د للراصد الثاني} &= ٤٢'' - ٠٠٤'' \end{aligned}$$

$$\text{الفرق} = ٥٤''$$

$$\begin{aligned} \text{المسموح به (بالثواني) في خطأ القفل الزاوي} &= ٢ و ٧٢ ن \\ "١٢٠ &= ٢ \times ٢ \times \sqrt{٣٠} \times ١٢ \end{aligned}$$

أي أن الخطأ الزاوي مسموح به أيضاً.

نحسب مركبات الأضلاع لكلا الراصددين:

المركبة الرئيسية		المركبة الأفقية		الضلوع
للراصد الثاني	للراصد الأول	للراصد الأول	للراصد الثاني	
٤٨.٧٩ -	٤٨.٦٨ -	١١٠.١١ +	١٠٩.٨١ +	ب ج
٧٨.٢٦ +	٧٨.٤٤ +	٢.٥٣ -	٢.٦٢ -	ج د

$$\text{خطأ المركبة الأفقية للضلوع ب ج} = ١١٠.١١ - ١٠٩.٨١ = ٠.٣٠ \text{ متر}$$

$$\text{خطأ المركبة الرئيسية للضلوع ب ج} = ٤٨.٦٨ - ٤٨.٧٩ = -٠.١١ \text{ متر}$$

$$\text{خطأ القفل الضلعي للخط ب ج} = \sqrt{(-٠.٣٢)^٢ + (٠.١١)^٢} = ٠.٣٢ \text{ متر}$$

$$\begin{aligned} \text{المسموح به لإحداثيات النقطة ج} &= \sqrt{٢٥ + ٢٥ + ٠٠٦٢ + ١٢٠ \times ٠.٠٦٢ + ١٢٠ \times ٠.٠٦٢} \\ &= ٤٩.٩٥ \text{ سنتيمتر} \end{aligned}$$

أي أن الخطأ في إحداثيات ج في حدود المسموح به.

$$\text{خطأ المركبة الأفقية للضلوع ج د} = ٢.٦٢ - (٢.٦٣) = -٠.٠١ \text{ متر}$$

$$\text{خط المركبة الرأسية للضلوع ج د} = + ١٨ - (٧٨.٢٦) = ٧٨.٤٤ \text{ متر}$$

$$\text{خط المركبة الأفقية عند د} = \text{خط المركبة الأفقية عند ج} + \text{خط المركبة الأفقية للخط ج د} \\ = - ٠.٣٠ + ٠.٠١ = ٠.٢٩ \text{ متر}$$

$$\text{خط المركبة الرأسية عند د} = \text{خط المركبة الرأسية عند ج} + \text{خط المركبة الرأسية للخط ج د} \\ = + ٠.١١ + ٠.١٨ = ٠.٢٩ \text{ متر}$$

$$\text{خط القفل الصلعي عند النقطة د} = \sqrt{(٠.٢٩^٢ + ٠.٢٩^٢)} = ٤١ \text{ متر}$$

$$\text{المسموح به لإحداثيات النقطة د} = ٢٥ + ٢٥ \times ٠.٦٢ + (٧٨+١٢٠) \times ٠.٠٦٢ = ٥٩.٧٦ \text{ سنتيمتر}$$

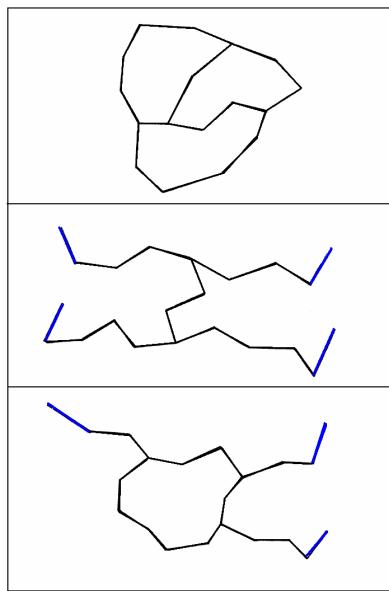
أي أن الخطأ في إحداثيات د في حدود المسموح به أيضاً.

طالما أن الخطأ مسمواً به فنحسب إحداثيات النقاط كمتوسط لإحداثيات المحسوبة من واقع أرصاد الراصدين:

المتوسط		الراصد الثاني		الراصد الأول		الخط
ص	س	ص	س	ص	س	
١٥٠-	١٠٠-	١٥٠-	١٠٠-	١٥٠-	١٠٠-	ب
		٤٨.٧٩-	١١٠.١١+	٤٨.٦٨-	١٠٩.٨١+	ب ج
١٩٨.٧٣٥-	٩.٩٦+	١٩٨.٧٩-	١٠.١١+	١٩٨.٦٨-	٩.٨١+	ج
		٧٨.٢٦+	٢.٦٣-	٧٨.٤٤+	٢.٦٢-	ج د
١٢٠.٣٨٥-	٧.٣٣٥+	١٢٠.٥٣-	٧.٤٨+	١٢٠.٢٤-	٧.١٩+	د

**٤-٧ شبكات الترافرس**

عند رفع منطقة جغرافية شاسعة فربما لا يكفي إنشاء ترافرس واحد يغطي المنطقة كلها ، وهنا يلجأ الراصد إلى إنشاء مجموعات أو حلقات من الترافرس تكون معاً ما يعرف بشبكة الترافرس. قد تكون شبكة الترافرس مكونة من عدة حلقات (ترافرسات) مغلقة أو من ترافرسات مغلق مع ترافرسات موصلة. مرة أخرى فأننا نتجنب الترافرس المفتوح في الأعمال المساحية التي تتطلب دقة عالية.



شكل (٤-١١) شبكة الترافرس

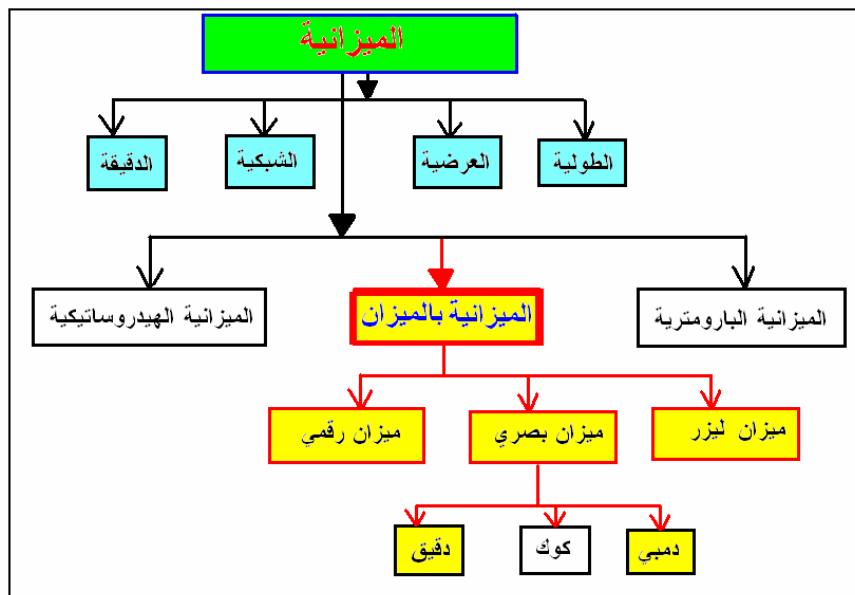
تشابه أعمال الرصد و الرفع المساحي لشبكة ترافرس من تلك الخطوات المعتادة في إنشاء الترافرس المغلق أو الموصل ، إلا أنها قد تختلف في الأعمال المكتبية و الحسابات للوصول إلى الإحداثيات المضبوطة لجميع نقاط الشبكة. توجد عدة طرق حسابية لشبكة الترافرس (مثل طريقة بوبوف) إلا أن المستخدم حالياً ومع توافر أجهزة الحاسوب الآلية وبرامجه المتخصصة أن يتم استخدام طرق ضبط الشبكات Network Adjustment للوصول لدقة عالية في حساب إحداثيات نقاط الشبكة (أنظر الفصول القادمة).

## الفصل الخامس

### الميزانية

#### ١-٥ مقدمة

الميزانية (أو التسوية) من أهم تطبيقات علم المساحة في كافة المشروعات المدنية والعسكرية على الأرض، فهي أساس العمل المساحي في تنفيذ مشروعات البناء و الجسور و الكباري و الطرق و السكك الحديدية والترع و المصادر و السدود وتسوية الأراضي ... الخ. والميزانية هي العملية المساحية التي من خلالها يتم تحديد ارتفاع أي نقطة عن متوسط منسوب سطح البحر. تقسم الميزانية إلى نوعين رئيسين: (١) ميزانية مباشرة أو ميزانية هندسية Direct or Spirit Levelling ، (٢) ميزانية غير مباشرة مثل الميزانية البارومترية و الميزانية الهيدروستاتيكية و الميزانية المثلثية. كما تقسم الميزانية المباشرة من حيث أسلوب تنفيذها في الطبيعة إلى ميزانية طولية ( في اتجاه طولي مثل محور طريق) و عرضية (تغطي منطقة من الأرض) ، وفي حالة الوصول لدقة عالية في تحديد فرق المناسيب (باستخدام أجهزة خاصة عالية الدقة) فتسمى الميزانية بالميزانية الدقيقة.



شكل (١-٥) الميزانية

#### ٢-٥ حسابات الميزانية المباشرة

توجد طريقتين لحساب فرق المنسوب بين نقطتين تم إجراء ميزانية (طولية) بينهما باستخدام الميزان البصري العادي: طريقة سطح الميزان و طريقة الارتفاع و الانخفاض. أما الميزان الإلكتروني أو الرقمي فلديه إمكانيات لإتمام الحسابات داخل برنامج الحاسوب الآلي الخاص به. فإذا علمنا منسوب النقطة الأولى  $BM$  فيتم حساب منسوب النقطة (أو النقاط) المطلوبة. إن لم منسوب نقطة البداية معلوماً فيمكن فرض قيمة له لتم الحسابات بها (ما يطلق عليه اسم الصفر الخاص لهذا المشروع).

**٤-٢-٥ طريقة سطح الميزان**

في هذه الطريقة يتم حساب منسوب نقطة القامة الأمامية كالتالي:

$$(1-5) \quad \text{منسوب سطح الميزان} = \text{منسوب النقطة الخلفية (المعلومة)} + \text{قراءتها الخلفية}$$

$$(2-5) \quad \text{منسوب النقطة الأمامية} = \text{منسوب سطح الميزان} - \text{قراءتها الأمامية}$$

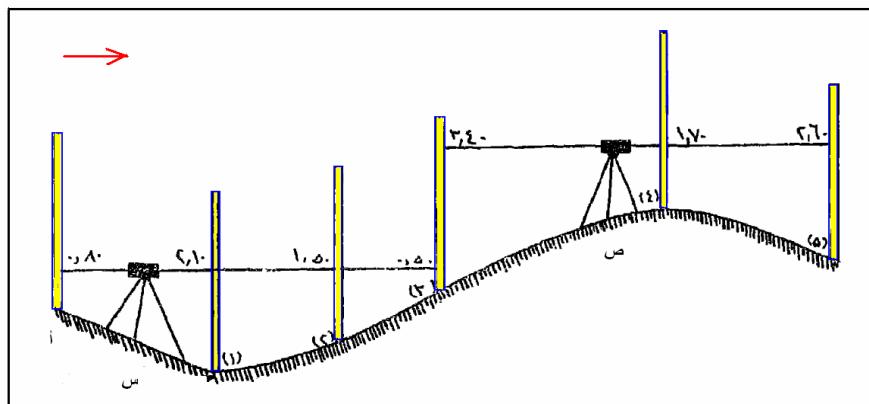
وبعد حساب منسوب النقطة الأمامية فتكون قد تحولت إلى نقطة معلومة المنسوب ويتم استخدامها كنقطة خلفية معلومة للنقطة التالية ، وهكذا.

التحقيق الحسابي في نهاية الميزانية:

$$(3-5) \quad \text{منسوب آخر نقطة} - \text{منسوب أول نقطة} = \text{مجموع المؤخرات} - \text{مجموع المقدمات}$$

مثال ١:

بدأت ميزانية طولية من نقطة أ المعلوم منسوبها (١٠.٥٠ متر) ووضع الميزان عند نقطة س وأخذت القراءات ١ ، ٢ ، ٣ ثم أنتقل الميزان للنقطة ص ، أخذت القراءات عند ٣ ، ٤ ، ٥ . أحسب مناسب جميع النقاط.



شكل (٤-٥) مثال ١ للميزانية طولية

$$\text{منسوب سطح الميزان عند س} = \text{منسوب النقطة الخلفية (المعلومة)} + \text{القراءة الخلفية} \\ = 10.50 + 0.80 = 11.30 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة الأمامية عند ١} = \text{منسوب سطح الميزان} - \text{قراءتها الأمامية} \\ = 11.30 - 2.10 = 9.20 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة الأمامية عند ٢} = \text{منسوب سطح الميزان} - \text{قراءتها الأمامية} \\ = 11.30 - 1.50 = 9.80 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة الأمامية عند } 3 = \text{منسوب سطح الميزان} - \text{قراءتها الأمامية} \\ = 11.30 - 0.50 = 10.80 \text{ متر}$$

الآن أصبحت النقطة ٣ معلومة المنسوب وأنقل الميزان إلى النقطة ص:

$$\text{متوسط سطح الميزان عند ص} = \frac{\text{متوسط النقطة الخلفية (٣)} + \text{القراءة الخلفية}}{٢} \\ = \frac{١٠.٨٠ + ٣.٤٠}{٢} = ١٤.٢٠ \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة الأمامية عند } 4 = \frac{\text{مسافة سطح الميزان - قراءتها الأمامية}}{1250} = \frac{170 - 1420}{1250}$$

$$\text{منسوب النقطة الأمامية عند } 5 = \frac{\text{مسافة سطح الميزان - قراءتها الأمامية}}{11 \text{ متر}} =$$

غالباً يتم حسابات الميزانية في الطبيعة وفي نفس دفتر تسجيل الأرصاد كالتالي:

النقطة	قراءات القامة	متوسطة	خلفية	أمامية	منسوب سطح الميزان	المنسوب	ملاحظات
١	٠.٨٠				١١.٣٠	١٠.٥٠	نقطة روبيز
	٢.١٠					٩.٢٠	
	١.٥٠					٩.٨٠	
٢	٣.٤٠				١٤.٢٠	١٠.٨٠	نقطة دوران
	١.٧٠					١٢.٥٠	
	٢.٦٠					١١.٦٠	
		٣.١٠				٤.٢٠	المجموع

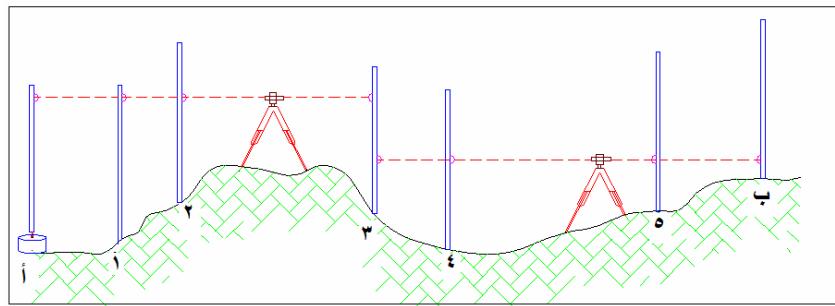
## التحقيق الحسابي في نهاية الميزانية:

**النسبة المئوية = مجموع المؤشرات / مجموع المقدمات**

$$\text{منسوب آخر نقطة} - \text{منسوب أول نقطة} = 11.60 - 10.50 = 1.10 \text{ متر}$$

$$\text{مجموع المؤخرات} - \text{مجموع المقدمات} = ٤٢٠ - ٣١٠ = ١١٠ \text{ متر}$$

إذن العمل سليم

مثال ٢:

شكل (٣-٥) مثال ٢ للميزانية طولية

النقطة	قراءات القامة			المنسوب المنسوب سطح الميزان	المنسوب	ملاحظات
	خلفية	متوسطة	أمامية			
أ	٣.٢٥			٥٥٣.٤٢	٥٥٠.١٧	نقطة روبير
	٣.٠٠				٥٥٠.٤٢	
	٢.٨٥				٥٥٠.٥٧	
٣	١.٨٢			٥٥٢.٤٩	٥٥٠.٦٧	نقطة دوران
	٢.١٣				٥٥٠.٣٦	
	٠.٧٨				٥٥١.٧١	
ب	٥.٠٧				٥٥١.٨١	نقطة روبير
	٣.٤٣					
				المجموع		

التحقيق الحسابي في نهاية الميزانية:

$$\text{منسوب آخر نقطة} - \text{منسوب أول نقطة} = \text{مجموع المؤخرات} - \text{مجموع المقدمات}$$

$$\text{منسوب آخر نقطة} - \text{منسوب أول نقطة} = 501.81 - 500.17 = 1.64 \text{ متر}$$

$$\text{مجموع المؤخرات} - \text{مجموع المقدمات} = 3.43 - 5.07 = 1.64 \text{ متر}$$

إذن العمل سليم.

**٤-٢-٥ طريقة الارتفاع و الانخفاض**

تعتمد هذه الطريقة على مقارنة كل نقطة بالنقطة السابقة لها (في الميزانية الطولية) ومعرفة قيمة الارتفاع أو الانخفاض عنها. كلما زادت قراءة القامة كان ذلك دليلاً على انخفاض النقطة عن النقطة السابقة لها وكلما قلت قراءة القامة دل ذلك على ارتفاع النقطة المقارنة.

$$(4-5) \quad \text{فرق الارتفاع بين نقطتين} = \text{قراءة القامة الخلفية} - \text{قراءة القامة الأمامية}$$

$$(5-5) \quad \text{منسوب النقطة الأمامية} = \text{منسوب النقطة الخلفية} + \text{فرق الارتفاع}$$

التحقيق الحسابي في نهاية الميزانية:

$$(6-5) \quad \begin{aligned} \text{مجموع الارتفاعات} &= \text{مجموع الانخفاضات} \\ &= \text{منسوب آخر نقطة} - \text{منسوب أول نقطة} \\ &= \text{مجموع المؤخرات} - \text{مجموع المقدمات} \end{aligned}$$

في المثال السابق (شكل ٤-٥):

$$\text{فرق الارتفاع بين النقطتين } A - 1 = 2.10 - 0.80 = 1.30 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة } 1 = \text{منسوب النقطة } A + \text{فرق الارتفاع بينهما} \\ 10.50 + 1.30 = 10.80 \text{ متر}$$

$$\text{فرق الارتفاع بين النقطتين } 1 - 2 = 1.50 - 2.10 = -0.60 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة } 2 = \text{منسوب النقطة } 1 + \text{فرق الارتفاع بينهما} \\ 9.20 + 0.60 = 9.80 \text{ متر}$$

$$\text{فرق الارتفاع بين النقطتين } 2 - 3 = 0.50 - 1.50 = -1.00 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة } 3 = \text{منسوب النقطة } 2 + \text{فرق الارتفاع بينهما} \\ 10.80 + 9.80 = 10.00 \text{ متر}$$

$$\text{فرق الارتفاع بين النقطتين } 3 - 4 = 1.70 - 3.40 = -1.70 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة } 4 = \text{منسوب النقطة } 3 + \text{فرق الارتفاع بينهما} \\ 10.00 + 10.80 = 12.50 \text{ متر}$$

$$\text{فرق الارتفاع بين النقطتين } 4 - 5 = 0.90 - 1.70 = -0.80 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب النقطة } 5 = \text{منسوب النقطة } 4 + \text{فرق الارتفاع بينهما} \\ 12.50 + 0.90 = 12.50 - 0.90 = 11.60 \text{ متر}$$

ويكون جدول الأرصاد و الحسابات كالتالي:

النقطة	فرقاءات القامة	أمامية	متوسطة	خلفية	المنسوب	فرق الارتفاع	ملاحظات
أ	٠.٨٠				١٠.٥٠	نقطة روبير	
١	٢.١٠				٩.٢٠	١.٣٠ -	
٢	١.٥٠				٩.٨٠	٠.٦٠ +	
٣	٣.٤٠				١٠.٨٠	١.٠٠ +	نقطة دوران
٤	١.٧٠				١٢.٥٠	١.٧٠ +	
٥					١١.٦٠	٠.٩٠ -	
المجموع		٣.١٠					

التحقيق الحسابي:

$$\text{مجموع الارتفاعات} - \text{مجموع الانخفاضات} =$$

$$= \text{منسوب آخر نقطة} - \text{منسوب أول نقطة}$$

$$= \text{مجموع المؤخرات} - \text{مجموع المقدمات}$$

$$\text{مجموع الارتفاعات} = ٣.٣٠ + ١.٧٠ + ١.٠٠ + ٠.٦٠ = ٦.٣٠ \text{ متر}$$

$$\text{مجموع الانخفاضات} = ٠.٩٠ + ١.٣٠ = ٢.٢٠ \text{ متر}$$

$$\text{مجموع الارتفاعات} - \text{مجموع الانخفاضات} = ٦.٣٠ - ٢.٢٠ = ٤.١٠ \text{ متر}$$

$$\text{منسوب آخر نقطة} - \text{منسوب أول نقطة} = ١١.٦٠ - ١٠.٥٠ = ١.١٠ \text{ متر}$$

$$\text{مجموع المؤخرات} - \text{مجموع المقدمات} = ٤.٢٠ - ٣.١٠ = ١.١٠ \text{ متر}$$

إذن العمل سليم.

مثال : ٢

حسابات الميزانية في الشكل (٣-٥) :

النقطة	خلفية متوسطة	أمامية	فرق الارتفاع	قراءات القامة		المنسوب	ملاحظات
				أ	ب		
١	٣.٠٠		٠.٢٥ +			٥٥٠.٤٢	
٢	٢.٨٥		٠.١٥ +			٥٥٠.٥٧	
٣	١.٨٢		٠.١٠ +	٢.٧٥		٥٥٠.٦٧	
٤	٢.١٣		٠.٣١ -			٥٥٠.٣٦	
٥	٠.٧٨		١.٣٥ +			٥٥١.٧١	
ب			٠.١٠ +	٠.٦٨		٥٥١.٨١	

التحقيق الحسابي:

$$\text{مجموع الارتفاعات} - \text{مجموع الانخفاضات} = ١.٦٤ \text{ متر}$$

$$\text{منسوب آخر نقطة} - \text{منسوب أول نقطة} = ١.٦٤ \text{ متر}$$

$$\text{مجموع المؤخرات} - \text{مجموع المقدمات} = ١.٦٤ \text{ متر}$$

إذن العمل سليم.

٣-٢-٥ حساب خطأ الميزانية

توجد عدة طرق لتقدير قيمة الخطأ في أرصاد الميزانية الطولية ومقارنته بالحدود المسموح بها لقبول أو رفض (إعادة رصد) الميزانية. تشمل هذه الطرق: (١) قفل أو إنتهاء الميزانية على نقطة معلومة المنسوب BM إن كان متواصلاً بمنطقة العمل ، (٢) تنفيذ الميزانية مرتبين أحدهما ذهاباً والأخر إياباً في حالة عدم توافر روبيير في نهاية الميزانية.

في حالة توافر روبيير في نهاية الميزانية:

$$\text{خطأ الميزانية} = \frac{\text{المنسوب المعلوم للروبيير الأخير} - \text{منسوبه المحسوب من أرصاد الميزانية}}{(٥-٥)}$$

في حالة عدم توافر روبيير في نهاية الميزانية:

$$\text{خطأ الميزانية} = \frac{\text{المنسوب المعلوم للروبيير الأول} - \text{منسوبه المحسوب من أرصاد الميزانية في خط الإياب}}{(٦-٥)}$$

أو يمكن حسابه بصورة أخرى:

$$\text{خط الميزانية} = \text{فرق الارتفاع بين طرف خط الذهاب} - \text{فرق الارتفاع بين طرف خط الإياب}$$

(٧-٥)

أما الحدود المسموح بها في الميزانية العادلة فتعتمد على طول خط الميزانية. من أسهل طرق الحصول طول خط الميزانية إما باستخدام الشريط في قياس المسافة بين كلخلفية وأمامية ثم جمع هذه المسافات لحساب الطول الإجمالي للميزانية. أيضا يمكن حساب المسافة بين الميزان وأي قامة (سواء الخلفية أو الأمامية) في حالة تسجيل قراءة الشعريتين العليا والسفلى (شعارات الاستاديا) في كل قراءة قامة ثم حساب المسافة:

$$\text{المسافة بين الميزان و القامة} = (\text{قراءة الشعارة العليا} - \text{قراءة الشعارة السفلية}) \times \text{ثابت الميزان}$$

(٨-٥)

حيث ثابت الميزان غالبا = ١٠٠ وإن كان يجب التأكد من ذلك لكل ميزان مستخدم وذلك من الكatalog الخاص به.

يتم حساب المسافة بين الميزان والقامة الخلفية و المسافة بين الميزان والقامة الأمامية عند كل وقفة ميزان ، ثم يتم جمع جميع المسافات للحصول على الطول الكلي لخط الميزانية والذي يستخدم لحساب قيمة الخط المسموح به:

$$\text{الخط المسموح به بالمليمتر} = n / k$$

(٩-٥)

$$\begin{aligned} k &= \text{طول خط الميزانية بالكيلومتر} \\ n &= \text{ثابت يعتمد على نوع و دقة الميزانية المطلوبة} \end{aligned}$$

تعتمد قيمة الثابت (n) على الموصفات الفنية التي تحددها الجهة المسئولة عن المساحة في بلد ما أو على موصفات المشروع المساحي ذاته. فعلى سبيل المثال فإن الهيئة العامة للمساحة المصرية تعتمد قيم الثابت (n) كالتالي:

$$\begin{aligned} n &= 4 && \text{لميزانية الدرجة الأولى (الحلقات الميزانية)} \\ n &= 5 && \text{لميزانية الدرجة الأولى (خط الميزانية)} \\ n &= 8 && \text{لميزانية الدرجة الثانية} \\ n &= 12 && \text{لميزانية الدرجة الثالثة} \end{aligned}$$

في المثال السابق تم قياس المسافات بالشريط وتسجيلها في دفتر الأرصاد كالتالي:

النقطة	قراءات القامة	أمامية	متوسطة	خلفية	المنسوب	المسافة بالметр
١	٠.٨٠				١٠.٥٠	صفر
٢	١.٥٠				١.٣٠ -	٣٥
٣	٣.٤٠	٠.٥٠			١.٦٠ +	٣١
٤	١.٧٠				١.٠٠ +	١٩
٥					١.٧٠ +	٣٧
					٢.٦٠	٤٢
	٤.٢٠					١٦٤ متر
						١٦٤ كيلومتر
	٣.١٠					

فإن كانت الميزانية في هذا المثال من الدرجة الأولى فأن:

$$\text{الخط المسماوح به بالملليمتر} = \sqrt{5} = 2.24 \text{ ملليمتر}$$

وان كانت الميزانية في هذا المثال من الدرجة الثانية فأن:

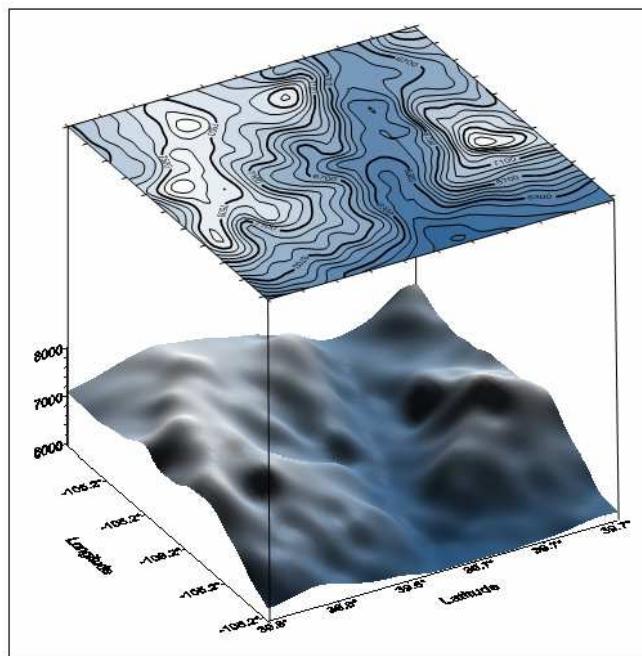
$$\text{الخط المسماوح به بالملليمتر} = \sqrt{8} = 2.82 \text{ ملليمتر}$$

وان كانت الميزانية في هذا المثال من الدرجة الثالثة فأن:

$$\text{الخط المسماوح به بالملليمتر} = \sqrt{12} = 3.46 \text{ ملليمتر}$$

### ٣- الميزانية الشبكية

الهدف من الميزانية الشبكية هو تحديد مناسبات مجموعة من النقاط في منطقة جغرافية معينة ، أي أنها يمكن تخيلها أنها مجموعة من خطوط الميزانيات الطولية و العرضية التي تكون شبكة فيما بينها ومن هنا جاء اسم الميزانية الشبكية. من خلال قياس فروق المناسبات بين هذه النقاط يمكن رسم خريطة (أو خرائط) لتضاريس الأرض في هذه المنطقة لاستخدامها في حساب كميات الحفر أو الردم اللازم لمشروع هندسي معين. أهم تلك الخرائط المساحية - الناتجة عن الميزانية الشبكية - هي المعروفة باسم الخريطة الكنتورية حيث خط الكنتور هو الخط الوهمي الذي يصل بين مجموعة من النقاط التي لها نفس المنسوب.



شكل (٣-٥) خطوط الکنطور

توجد عدة برامج حاسوب إلى software لعمل الخريطة الکنطورية مثل برنامج Surfer وبرنامج Global Mapper وأيضا إمكانيات الکنتور في برامج نظم المعلومات الجغرافية مثل برنامج Arc GIS (انظر المراجع للحصول على ملفات تدريبية لاستخدام هذه البرامج في تطوير الخرائط الکنطورية).

يمكن تنفيذ الميزانية الشبكية باستخدام عدة أنواع من الأجهزة المساحية لكن سيتم في هذا الجزء فقط تناول كيفية استخدام الميزان. طريقة الرصد و الحساب في الميزانية الشبكية لا تختلف عن تلك في الميزانية العرضية لكن توجد عدة طرق حقيقة لتنفيذ الجانب العملي للميزانية الشبكية ومنها:

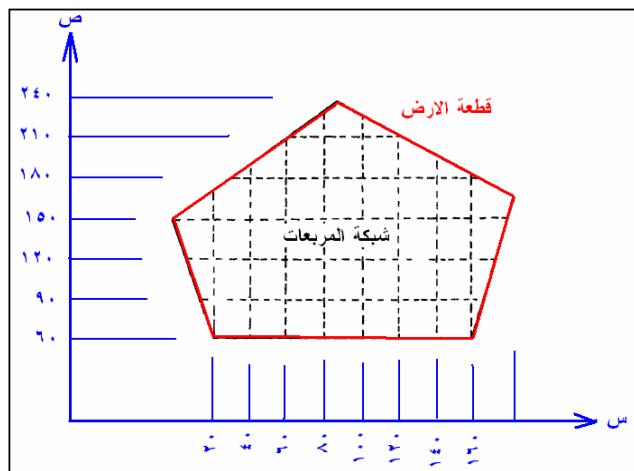
#### (أ) طريقة القطاعات الطولية و العرضية:

يتم تنفيذ عدة خطوط ميزانية طولية و عرضية تغطي منطقة العمل المطلوبة بنفس خطوات الميزانية الطولية العادية. يتم تحديد الإحداثيات الأفقية لبداية و نهاية كل خط ميزانية باستخدام الثيودوليت كما في حالة إنشاء مطلع رئيسي السابق شرحها ، أما إحداثيات نقاط الميزانية على مسار كل خط ميزانية طولية فيمكن توقعها باستخدام المسافات المقاسة على الميزانية الطولية من نقطة بدايتها إلى النقطة المرصودة. بهذه الطريقة يمكن الحصول – في نهاية العمل الحقيقي – على الإحداثيات الأفقية و أيضاً المنسوب لكل نقطة مما يمكننا من رسم الخريطة الکنطورية لاحقا.

#### (ب) طريقة المربعات أو المستويات:

المربعات هي أسهل طرق تنفيذ الميزانية الشبكية لقطعة أرض صغيرة المساحة ولا يوجد بها اختلافات كبيرة في مناسبيها أو تضاريسها. يتم تغطية الأرض بشبكة من المربعات (أو

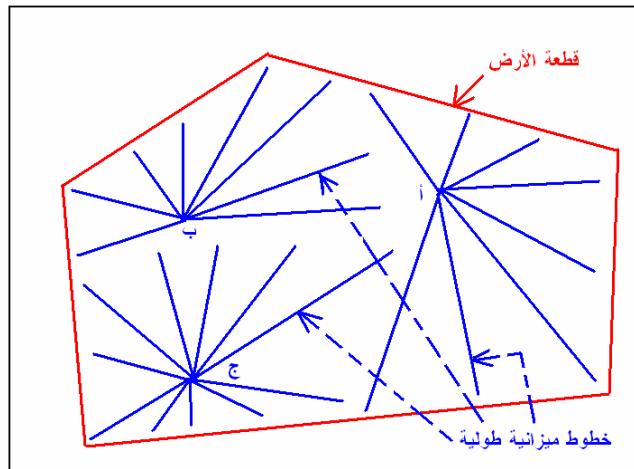
المستطيلات) في الحقل باستخدام مادة الجير الأبيض (تسمى هذه الخطوة في مصر باسم تجير الأرض). لتحديد الإحداثيات الأفقية لرؤوس الشبكة يتم استخدام الثيودوليت لإنشاء مضلع رئيسي – ترافرس – بدءاً من نقطة معلومة الإحداثيات. في حالة عدم توفر نقطة ثابتة أرضية بالقرب من منطقة العمل فيمكن استخدام إحداثيات وهمية لرؤوس المربعات من خلال فرض قيم إحداثيات معينة (صفر ، صفر مثلاً) لأحد أركان الشبكة ، ومن خلال معرفة طول ضلع المربع يتم استنتاج إحداثيات باقي نقاط الشبكة. يقوم جهاز الميزان بالوقوف في نقطة متوسطة من قطعة الأرض ثم يبدأ في رصد القامة المثبتة على النقطة المعلومة منسوبها (في حالة توافر BM في منطقة العمل) ثم تتحرك القامة (أو مجموعة القامات) لرصد فرق ارتفاع جميع رؤوس مربعات الشبكة تباعاً. في حالة أن حدود قطعة الأرض لا تتطابق تماماً على حدود شبكة المربعات فيتم رصد فرق المنسوب عند نقاط أركان الأرض أيضاً. بهذا الأسلوب سينتاج الإحداثيات الثلاثية (س ، ص ، المنسوب) لجميع نقاط شبكة المربعات والتي ستستخدم في إنشاء الخريطة الكنتورية. يعتمد تحديد طول ضلع المربع (أو أبعاد المستطيل) عند إنشاء الشبكة على طبيعة تضاريس الأرض وأيضاً على قيمة الفترة الكنتورية الازمة لإنشاء الخريطة الكنتورية.



شكل (٤-٥) الميزانية الشبكية بطريقة المربعات

#### (ج) طريقة الإشعاع:

تستخدم طريقة الإشعاع في المناطق المرتفعة أو التلال حيث يتم تنفيذ عدة ميزانيات طولية على عدد من الخطوط الإشعاعية التي تبدأ من أعلى نقطة في منطقة العمل (قمة التل). لتحديد اتجاهات هذه الخطوط الإشعاعية يتم استخدام البوصلة لقياس الانحراف المغناطيسي لكل شعاع (حتى يمكن توقعه لاحقاً على الخريطة). أيضاً يمكن استخدام الثيودوليت لتحديد الإحداثيات الأفقية لنقطة قمة التل و نقاط نهاية كل اتجاه شعاعي. بعد ذلك تبدأ خطوات الميزانية الطولية على مسار كل اتجاه شعاعي من هذه الأشعة. في حالة أن نقطة قمة التل لا تغطي حدود كل منطقة العمل فيمكن نقل الميزان إلى أكثر من نقطة مع ربط هذه النقاط بمضلعي حتى يمكن توقعها على الخريطة ، ونكون مجموعة من الأشعة عند كل نقطة حتى يتم تغطية كامل منطقة المشروع. يعتمد اختيار المسافات بين الخطوط الإشعاعية و كذلك المسافات بين النقاط في كل خط على طبيعة تضاريس الأرض ، فكلما زاد انحدار الأرض نقل من المسافة بين كل خط إشعاعي و آخر وكذلك نقل المسافة بين النقاط المرصودة (نقاط القامة) على مسار الخط حتى نحصل على تمثيل جيد لطبيعة تضاريس الأرض بمنطقة العمل.



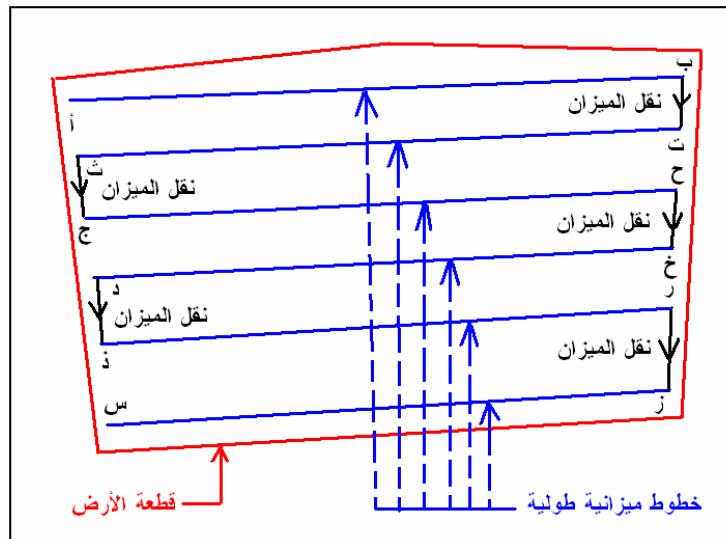
شكل (٥-٥) الميزانية الشبكية بطريقة الإشعاع

#### (د) طريقة النقاط المتفرقة:

تشبه طريقة النقاط المتفرقة (أو النقاط المبعثرة) طريقة الإشعاع حيث يتم رصد فروق المنسوب عند مجموعة من النقاط التي تغطي منطقة العمل دون الالتزام بمسار خط إشعاعي معين. طبقاً لطبيعة تضاريس الأرض في منطقة المشروع يقوم الراسد بتحديد عدد و أماكن هذه النقاط المرصودة (نقاط القامة) بحيث يتم الحصول على تمثيل جيد و دقيق لطبوغرافية سطح الأرض بالمنطقة ، أي أن طريقة النقاط المتفرقة تعتمد على خبرة الراسد. تستخدم البوصلة (أو الثيودوليت) في تحديد الإحداثيات الأفقية (س ، ص) لكل نقطة مرصودة (نقاط القامة). غالباً تستخدم طريقة النقاط المتفرقة عند استخدام أسلوب الرفع التلکيومتری سواء بجهاز الثيودوليت أو بجهاز المحطة الشاملة (أنظر لاحقاً).

#### (ذ) طريقة خط السير:

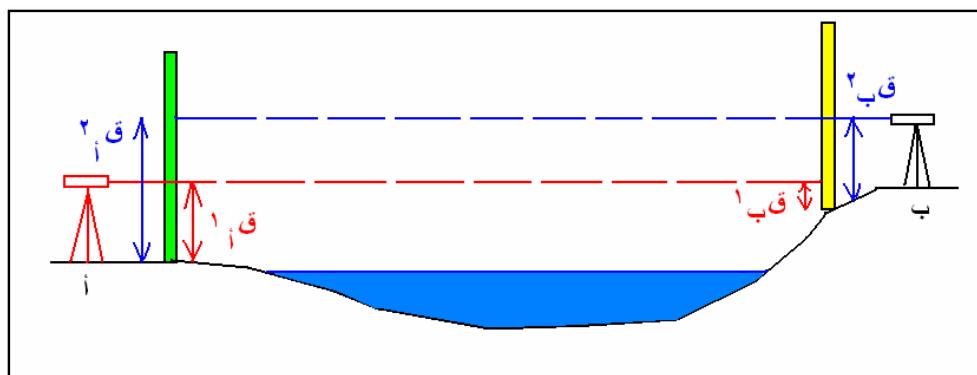
تعتمد هذه الطريقة على تنفيذ عدد من خطوط الميزانية الطولية المتوازية بامتداد أحد أضلاع منطقة العمل ، خاصة إن كانت الأرض تأخذ شكل المستطيل تقريباً. يتم استخدام البوصلة أو الثيودوليت لتوقيع خطوط السير (الإحداثيات الأفقية لبداية و نهاية كل خط) ، ويعتمد اختيار عدد الخطوط والمسافة بين نقاط القامة في كل خط على طبيعة تضاريس و طبوغرافية منطقة المشروع ذاتها. في الشكل التالي يبدأ خط الميزانية الطولية الأول من نقطة أ إلى نقطة ب ثم ينتقل الميزان ليبدأ خط الميزانية الطولية الثانية الذي يبدأ من نقطة ت و يستمر حتى نقطة ث ثم ينتقل ليبدأ خط الميزانية الطولية الثالث الذي يبدأ من نقطة ج يصل إلى نقطة ح ... وهكذا حتى يتم الانتهاء من رصد جميع خطوط السير (خطوط الميزانية الطولية). إن كانت طبيعة الأرض لا تسمح بتنفيذ خطوط السير بحيث تكون متوازية فيمكن العمل في آية خطوط مع استخدام البوصلة أو الثيودوليت لتحديد الإحداثيات الأفقية لبداية و نهاية كل خط سير.



شكل (٦-٥) الميزانية الشبكية بطريقة خطوط السير

**٤- الميزانية العكسية**

من مواصفات إجراء الميزانية الطولية أن يكون الميزان - بقر الإمكان - في منتصف المسافة بين القامة الأمامية و القامة الخلفية. فان لم يتحقق هذا الشرط فأن الميزانية ستتعرض لتأثير أن خط النظر سيكون مائلا وأيضا ستتعرض لتأثير تكور سطح الأرض. في هذه الحالة ننفذ الميزانية العكسية والتي تتمثل في إجراء ميزانيتين مختلفتين في الاتجاه (ومن هنا جاء أسم الميزانية العكسية). من أمثلة هذا الوضع أننا نريد قياس فرق المنسوب بين نقطتين علي جانبي نهر أو مجري مائي حيث لا يمكن وضع الميزان في منتصف المسافة. نضع الميزان في أحد جانبي النهر (أو أي مكان المشروع) ونأخذ القراءتي قامة أحدهما نفس جانب النهر والأخرى على الجهة المقابلة من النهر. ثم ننقل الميزان للضفة الأخرى من النهر ونكرر نفس العمل ونأخذ القراءات علي نفس القامتين (دون أن يتحركا من مكانهما). نحسب فرق المنسوب من كلا وضع الميزان ثم نحسب متوسطهما ليكون هو فرق المنسوب بين النقطتين.



شكل (٧-٥) الميزانية العكسية

مثال:

أجريت الميزانية العكسية بين نقطتين أ ، ب. وضع الميزان قريبا من نقطة أ وكانت قراءة القامة عند أ تساوي  $1.483$  مت وعند ب تساوي  $0.764$  مت. ثم وضع الميزان قريبا من نقطة ب فكانت قراءة القامة عند أ  $1.824$  مت وعند ب  $1.112$ . أوجد منسوب نقطة ب إذا علمت أن منسوب أ يبلغ  $12.436$  مترا.

$$\text{فرق المنسوب من الوضع الأول} = 1.483 - 0.764 = 0.719 \text{ مت}$$

$$\text{فرق المنسوب من الوضع الثاني} = 1.824 - 1.112 = 0.712 \text{ مت}$$

$$\text{فرق المنسوب المتوسط} = (0.712 + 0.719) / 2 = 0.7155 \text{ مت}$$

$$\text{منسوب نقطة ب} = \text{منسوب أ} + \text{فرق المنسوب المتوسط} \\ 13.1010 = 0.7100 + 12.436 \text{ مت}$$

٥- الميزانية الدقيقة و المثلثية

الميزانية الدقيقة - و كما يبدو من اسمها - هي ميزانية طولية تهدف للحصول على قيم دقيقة لفرق الارتفاع بين نقطتين، ومن ثم يتم استخدام أجهزة خاصة (ميزان دقيق precise level) وقامت من نوع خاص في هذه الميزانية. أما حسابات الميزانية الدقيقة فتتم بنفس أسلوب حسابات الميزانية العادية، إلا أن قيمة خطأ القفل (بين الذهب و الإياب) تخضع لحدود معينة أقل بكثير من الحدود المسموح بها في الميزانية العادية.

الميزانية المثلثية تهدف لحساب (وليس قياس) فرق الارتفاع بين نقطتين من خلال قياس الزاوية الرأسية والمسافة بينهما. ومن ثم فسنخدم أجهزة قياس الزوايا (الثيودوليت و المحطة الشاملة) في هذا النوع من الميزانية وليس أجهزة الميزان. وستعرض لهذا النوع بالتفصيل في الفصل القادم.

## الفصل السادس

### المساحة التاكيومنترية

#### ١-٦ مقدمة

كلمة "التاكيومنتي" معناها القياس السريع ، والمساحة التاكيومنترية هي المساحة التي لا تعتمد على القياس المباشر للكميات المطلوبة ، أو بمعنى آخر فهي حساب - وليس قياس - المسافات و فروق الارتفاع ، أي بصورة غير مباشرة. تتميز المساحة التاكيومنترية بسهولة وسرعة تنفيذ العمل الحقلى مقارنة بالطرق المساحية الأخرى (مثل قياس المسافات بالشريط أو قياس فروق المناسيب بالميزانية) ، إلا أن دقة المساحة التاكيومنترية ليست عالية جدا ولذلك فهي لا تستخدم في الأعمال المساحية والهندسية التي تتطلب دقة عالية.

تعتمد المساحة التاكيومنترية على حساب المسافات الأفقية و الرأسية بين النقاط من خلال قياس الزاوية الرأسية عند موقع الجهاز و المسافة المقطوعة على الهدف (غالباً قامة) وذلك من خلال ثلاثة شعرات أفقية مركبين داخل حامل شعرات جهاز الثيودوليت. الأساس الرياضي للمساحة التاكيومنترية هو تكوين مثلثات في المستوي الرأسي يمكن منها حساب المسافة الأفقية وفرق الارتفاع بين نقطتين. تجدر الإشارة إلى أن قياس (أو رصد) الزوايا الرأسية لمسافات طويلة يجعل خط النظر يتأثر بالانكسار الجوى الناتج عن التأثيرات المناخية وبالتالي فإن استخدام هذه الزوايا الرأسية في حسابات المثلث الرأسي لن يكون بدقة عالية ، وهذا أهم عيوب المساحة التاكيومنترية. وحيث أن كل أجهزة الثيودوليت البصري الحديثة مجهزة بهذه الشعرات فإن أي جهاز ثيودوليت يصلح لاستخدامه في الرفع المساحي التاكيومنتي.

تستخدم المساحة التاكيومنترية في عدد من المشروعات الهندسية مثل:

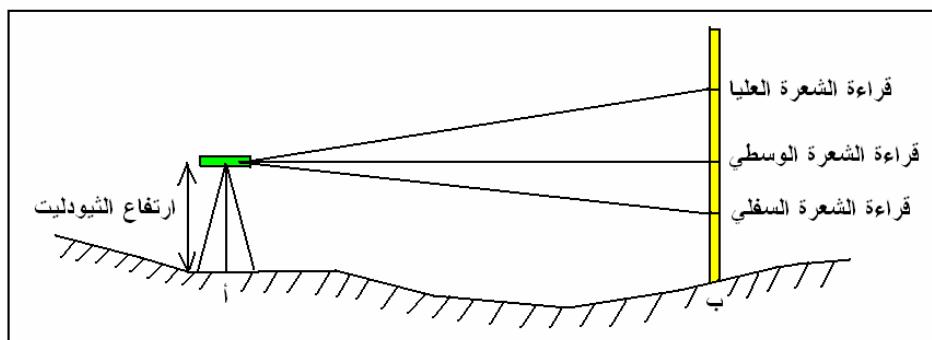
- عمل خرائط كنترورية في الأراضي شديدة الوعورة حيث سيكون استخدام الميزانية صعب جدا و مكلف جدا.
- الرفع المساحي للمناطق المتسعة والتي لا تتطلب دقة عالية.
- التوقيع المبدئي للأعمال الهندسية (مثل الطرق والسكك الحديدية) في الطبيعة.
- حساب أطوال المضلعات (الترافرات) كبديل عن استخدام الشريط في قياسها.
- تعين معدلات انحدار المشروعات الطولية (مثل الطرق والمغارى المائية) الممتدة لمسافات طويلة.

#### ٢-٦ طريقة شعرات الاستاديا

هي أسهل و أسرع الطرق التاكيومنترية للحصول على المسافة الأفقية وفرق المنسوب بين نقطتين. يوضع جهاز الثيودوليت عند أحد طرفي الخط بينما توضع قامة عند النقطة الأخرى ويقوم جهاز الثيودوليت بقراءة و تسجيل الشعرات الثلاثة على القامة. ولحساب المسافة الأفقية وفرق المنسوب بين طرفي الخط توجد حالتين:

حالة النظرة الأفقية:

فيها يكون المحور الأفقي للثيودليت في وضعه الأفقي تماماً ، أي لا توجد زاوية ارتفاع أو انخفاض.



شكل (١-٦) شعرات الاستاديا في الوضع الأفقي

$$\text{المسافة الأفقية} = \text{الفرق بين قراءتي شعرتي الاستاديا (العليا و السفلی)} \times \text{الثابت التاكيومترى} \\ + \text{الثابت الإضافي للجهاز}$$
(١-٦)

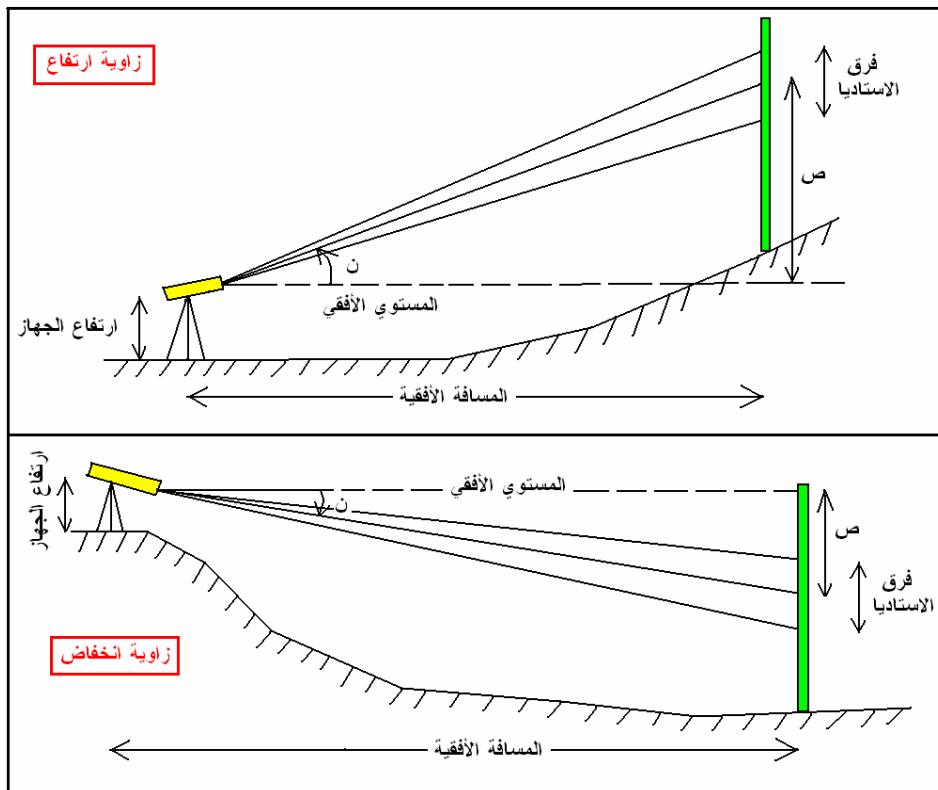
$$\text{منسوب نقطة القامة} = \frac{\text{منسوب نقطة الثيودليت} + \text{ارتفاع الثيودليت}}{\text{قراءة الشعرة الوسطي}}$$
(٢-٦)

حيث:  
الثابت التاكيومترى والثابت الإضافي للثيودليت هما قيمتين محددتان في كتالوج الجهاز ذاتها  
وان كانت أغلب أجهزة الثيودليت لها ثابت تاكيومترى = ١٠٠ و ثابت إضافي = صفر (لكن  
يجب التأكد من هذه القيم لكل ثيودليت قبل استخدامه).

إذا تم استخدام جهاز ميزان (مجهز بشعرات الاستاديا) في هذا القياس التاكيومترى فهذا ما  
يطلق عليه اسم "الميزانية المثلثة".

حالة النظرة المائلة:

فيها لا يكون المحور الأفقي للثيودليت في وضعه الأفقي ، أي توجد زاوية ارتفاع أو انخفاض.



شكل (٢-٦) شعرات الاستاديا في الوضع المائل

$$\text{المسافة الأفقية} = \text{فرق بين قراءتي شعرتي الاستاديا (العليا و السفلي)} \times \text{الثابت التاكيومترى} \\ \times جـاـن + (\text{الثابت الإضافي للجهاز} \times \text{جـان}) \quad (3-6)$$

$$\text{منسوب نقطة القامة في حالة زاوية الارتفاع} = \frac{\text{منسوب نقطة الثيودليت} + \text{ارتفاع الثيودليت}}{\text{قراءة الشارة الوسطى} + ص} \quad (4-6)$$

$$\text{منسوب نقطة القامة في حالة زاوية الانخفاض} = \frac{\text{منسوب نقطة الثيودليت} + \text{ارتفاع الثيودليت}}{\text{قراءة الشارة الوسطى} - ص} \quad (4-6)$$

حيث:

$$ص = ٥٠ . فرق استاديا + جـان + \text{الثابت التاكيومترى} \times جـان \quad (5-6)$$

حيث:

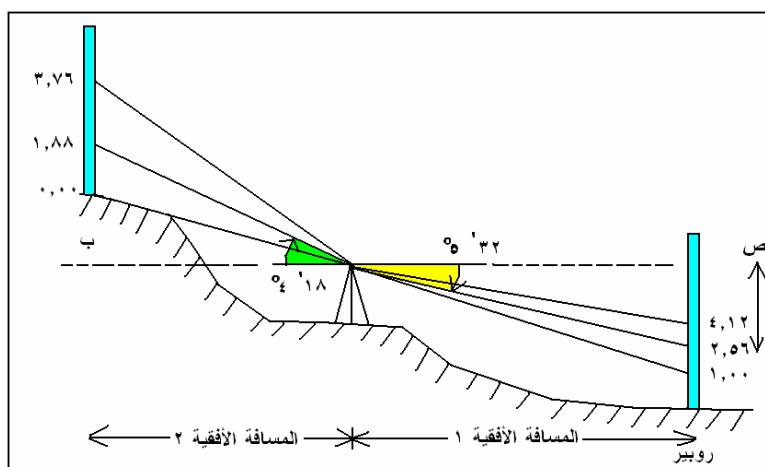
$$\text{فرق استاديا} = \text{قراءة الشارة العلـى} - \text{قراءة الشارة السـفلى} \\ ن = \text{الزاوية الرئيسية (ارتفاع أو انخفاض).}$$

كما يمكن حساب فرق المنسوب - بعد حساب المسافة الأفقية - كالتالي:

$$(6-6) \quad \text{فرق المنسوب بين النقطتين} = \text{المسافة الأفقية} \times \text{ظا الزاوية الرئيسية}$$

مثال:

رصدت قامة موضوعة فوق روبير  $BM$  يبلغ منسوبه  $80.00$  متر فكانت قراءات الشعرات على التوالي:  $1.00$ ,  $2.56$ ,  $4.12$ ,  $0.00$ ,  $1.88$ ,  $3.76$  متر وبلغت زاوية الانخفاض  $32^{\circ} 05'$  ، ثم نقلت القامة إلى نقطة  $B$  فكانت قراءات الشعرات صفر ،  $1.88$ ,  $3.76$  متر وبلغت زاوية الارتفاع  $18^{\circ} 4'$ . أحسب المسافة الأفقية بين الجهاز ونقطة  $B$  وكذلك منسوب  $B$  إذا علمت أن الثابت التاكيومترى للجهاز يساوى  $100$  والثابت الإضافي له يساوى  $30$  سنتيمتر.



شكل (٣-٦) مثال لطريقة شعرات الاستاديا في الوضع المائل

عند الرصد على نقطة الروبيير:

$$\begin{aligned} ص &= ٠.٥ \cdot (\text{فرق استاديا} + جان ٢ + جان ١ + (\text{الثابت التاكيومترى} \times \text{جان})) \\ &= ٠.٥ \cdot (٤.١٢ - ١.٠٠ + ٣٢٠٥ \times ٣٢٠٥) \\ &= ٠.٥ \cdot (٣.١٢ \times ١١٠٤ + ٣٢٠٥ \times ٣٢٠٥) \\ &= ٠.٢٩ + ٢٩.٩٧ = ٢٩.٩٤ \text{ متر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{منسوب سطح الجهاز} &= \text{منسوب الروبيير} + \text{قراءة الشارة الوسطى} + ص \\ &= ٢٩.٩٧ + ٢.٥٦ + ٨٠.٠٠ \\ &= ١١٢.٥٣ \text{ متر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{المسافة الأفقية} &= (\text{الفرق بين قراءتي شعرتي الاستاديا} \times \text{الثابت التاكيومترى} \times \text{جان}) \\ &\quad + (\text{الثابت الإضافي للجهاز} \times \text{جان}) \\ &= (٣.٧٦ - صفر) \times ١٠٠ \times ٣٢٠٥ + (٠.٣ \times ٣٢٠٥ \times \text{جان}) \\ &= ٣٧٤.١٩ + ٠.٢٩٩ + ٣٧٣.٨٩ = ٧٣٧.٠٩ \text{ متر} \end{aligned}$$

عند الرصد على نقطة ب:

$$\begin{aligned} \text{فرق المنسوب بين النقطتين} &= \text{المسافة الأفقية} \times \text{ظا الزاوية الرئيسية} \\ &= 374.19 \times \text{ظا } 18^{\circ} = \\ &= 28.135 \text{ متر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{منسوب ب} &= \text{منسوب سطح الجهاز} + \text{فرق المنسوب} - \text{قراءة الشيرة الوسطي} \\ &= 112.53 + 28.135 - 1.88 = \\ &= 138.785 \text{ متر} \end{aligned}$$

### ٣-٦ طريقة الظلل

طريقة مساحة تاكيومترية للحصول على المسافة الأفقية وفرق المنسوب بين نقطتين باستخدام ثيودوليت عادي (لا يوجد به شعرات الاستاديا). يوضع جهاز الثيودوليت عند أحد طرفي الخط بينما توضع قامة عند النقطة الأخرى ويقوم جهاز الثيودوليت بقراءة و تسجيل الشيرة الوسطي على القامة مرتين مختلفتين (أي زاويتين رأسيتين مختلفتين). تعد طريقة الظلل أقل دقة من طريقة شعرات الاستاديا لكنها تناسب حالة عدم معرفتنا قيم الثابت التاكيومترى و الإضافى للجهاز المستخدم. ولحساب المسافة الأفقية وفرق المنسوب بين طرفي الخط توجد حالتين:

حالة إمكانيةأخذ نظرة أفقية:

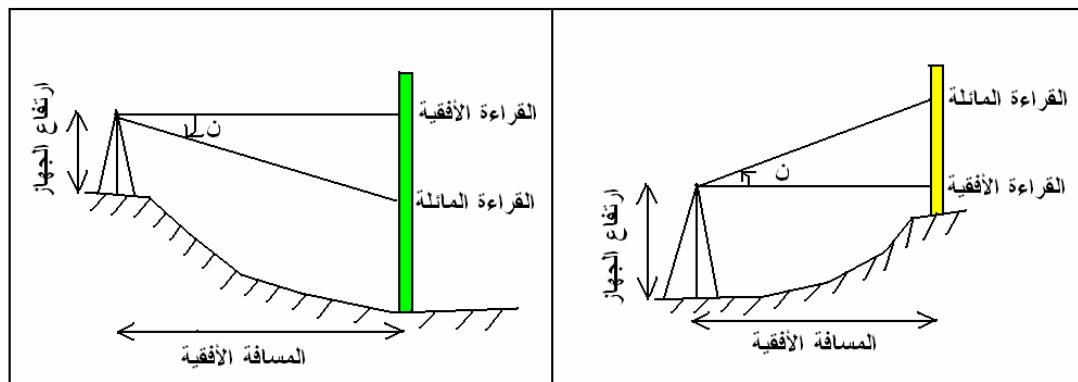
إذا سمحت طبيعة الأرض أن نأخذ قراءة الشيرة الوسطي في وضع الثيودوليت أفقيا تماما بينما النظرة الثانية عندما يكون الثيودوليت مائل (سواء لأعلى أو لأسفل):

$$(7-6) \quad \text{المسافة الأفقية} = (\text{القراءة الأفقية} - \text{القراءة المائلة}) / \text{ظان}$$

$$(8-6) \quad \text{منسوب نقطة القامة} = \text{منسوب نقطة الجهاز} + \text{ارتفاع الجهاز} - \text{القراءة المائلة}$$

حيث:

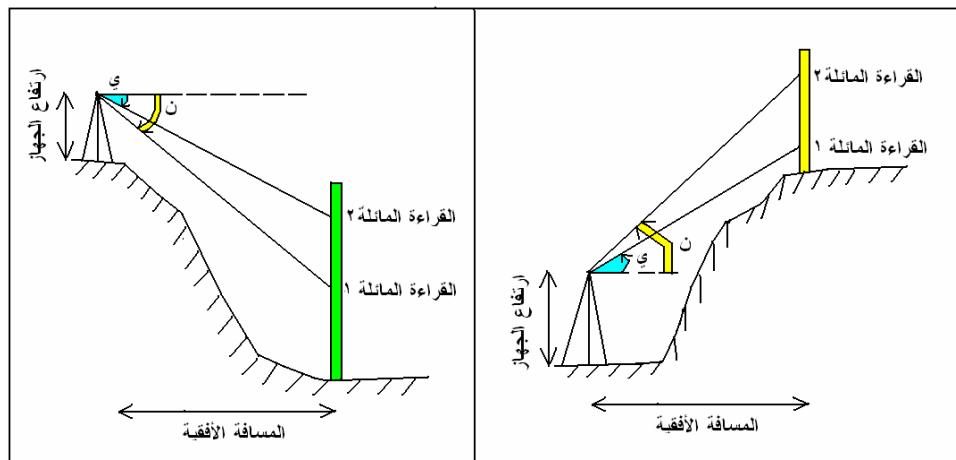
ن = الزاوية الرئيسية في الحالة المائلة.



شكل (٤-٦) طريقة الظلل في حالة أحد الوضعين يكون أفقيا

حالة عدم إمكانيةأخذ نظرة أفقية:

إذا لم تسمح طبيعة الأرض بأخذ قراءة الشارة الوسطى في وضع الثيودوليت أفقيا تماما ، أي أن كلا النظرتين سيتمان و الثيودوليت مائل (أي زاويتين رأسين):



شكل (٥-٦) طريقة الظلل في حالة كلا الوضعين مائلين

$$\text{المسافة الأفقية} = (\text{القراءة المائلة ٢} - \text{القراءة المائلة ١}) / (\text{ظان} - \text{ظا ي}) \quad (٩-٦)$$

في حالة زاويتين ارتفاع:

$$\begin{aligned} \text{منسوب نقطة القامة} &= \text{منسوب نقطة الجهاز} + \text{ارتفاع الجهاز} + \\ &(\text{المسافة الأفقية} \times \text{ظان}) - \text{القراءة المائلة الأولى} \end{aligned} \quad (١٠-٦)$$

وللتحقيق فإن:

$$\begin{aligned} \text{منسوب نقطة القامة} &= \text{منسوب نقطة الجهاز} + \text{ارتفاع الجهاز} + \\ &(\text{المسافة الأفقية} \times \text{ظا ي}) - \text{القراءة المائلة الثانية} \end{aligned} \quad (١١-٦)$$

في حالة زاويتين انخفاض:

$$\begin{aligned} \text{منسوب نقطة القامة} &= \text{منسوب نقطة الجهاز} + \text{ارتفاع الجهاز} - \\ &(\text{المسافة الأفقية} \times \text{ظان}) - \text{القراءة المائلة الأولى} \end{aligned} \quad (١٢-٦)$$

وللتحقيق فإن:

$$\begin{aligned} \text{منسوب نقطة القامة} &= \text{منسوب نقطة الجهاز} + \text{ارتفاع الجهاز} - \\ &(\text{المسافة الأفقية} \times \text{ظا ي}) - \text{القراءة المائلة الثانية} \end{aligned} \quad (١٣-٦)$$

حيث:

$\alpha$  = الزاوية الرئيسية الأولى (الأكبر)  
 $\beta$  = الزاوية الرئيسية الثانية (الأصغر).

مثال:

وضعت قامة على نقطة ب وتم رصدها بثيودوليت موجود عند ج فكانت زاويتي الارتفاع هما  $14^{\circ}36'$  و  $12^{\circ}05'$  عندما كانت قراءتي القامة  $20.00$  على الترتيب. ما هي المسافة الأفقية ب ج و ما منسوب نقطة ب إذا كان منسوب ج يساوي  $137.14$  متراً وكان ارتفاع الجهاز يساوي  $1.50$  متراً؟

$$\begin{aligned} \text{المسافة الأفقية} &= (\text{القراءة المائلة 2} - \text{القراءة المائلة 1}) / (\text{ atan } - \text{ atan}) \\ &= (12^{\circ}05' - 14^{\circ}36') / (1.50 - 20.00) \\ &= 16.93 \text{ متر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{منسوب نقطة القامة} &= \text{منسوب نقطة الجهاز} + \text{ارتفاع الجهاز} + \\ &(\text{المسافة الأفقية} \times \text{atan}) - \text{القراءة المائلة الأولى} \\ &= 1.50 + 137.14 + (16.93 \times 1.50) - 20.00 \\ &= 139.10 \text{ متر}. \end{aligned}$$

ولتتحقق فأن:

$$\begin{aligned} \text{منسوب نقطة القامة} &= \text{منسوب نقطة الجهاز} + \text{ارتفاع الجهاز} + \\ &(\text{المسافة الأفقية} \times \text{atan}) - \text{القراءة المائلة الثانية} \\ &= 1.50 + 137.14 + 16.93 - (1.50 \times 14^{\circ}36') \\ &= 139.10 \text{ متر}. \end{aligned}$$

#### ٦-٤ تعين قيم لا يمكن رصدها

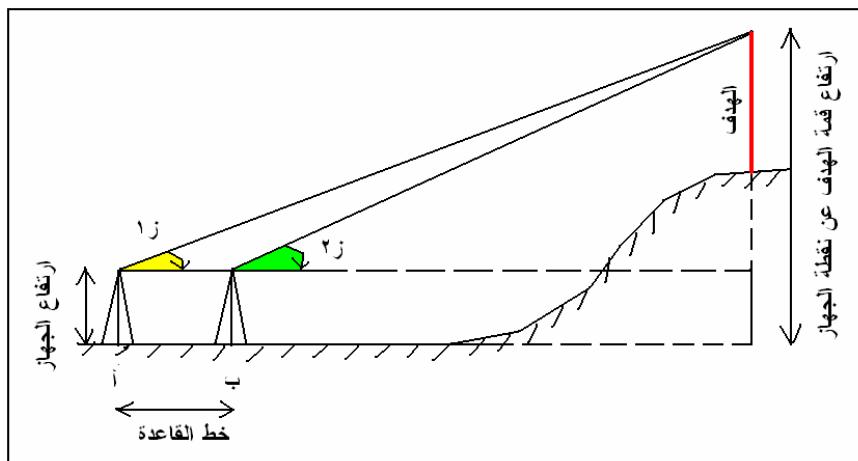
في بعض التطبيقات المساحية بجهاز الثيودوليت يواجه الراسد حالات المطلوب فيها تعين بعض القيم التي لا يمكن رصدها أو قياسها مباشرة في الطبيعة ، وهنا يمكن حسابها من أرصاد أخرى.

#### ٦-٤-١ تعين ارتفاع هدف لا يمكن الوصول إليه

نختار خط قاعدة ونقيس طوله بدقة عالية ونرصد أيضاً الزاويتين من كلتا نقطتي هذا الخط إلى قمة الهدف المطلوب:

حالة (١) خط القاعدة أفقى والهدف يقع على امتداده:

$$\begin{aligned} \text{ارتفاع قمة الهدف عن نقطة الجهاز} &= [\text{طول خط القاعدة} / (\text{ atan 1} - \text{ atan 2})] \\ &+ \text{ارتفاع الجهاز} \end{aligned} \quad (14-6)$$



شكل (٦-٦) حساب ارتفاع هدف لا يمكن رصده (أرض أفقية)

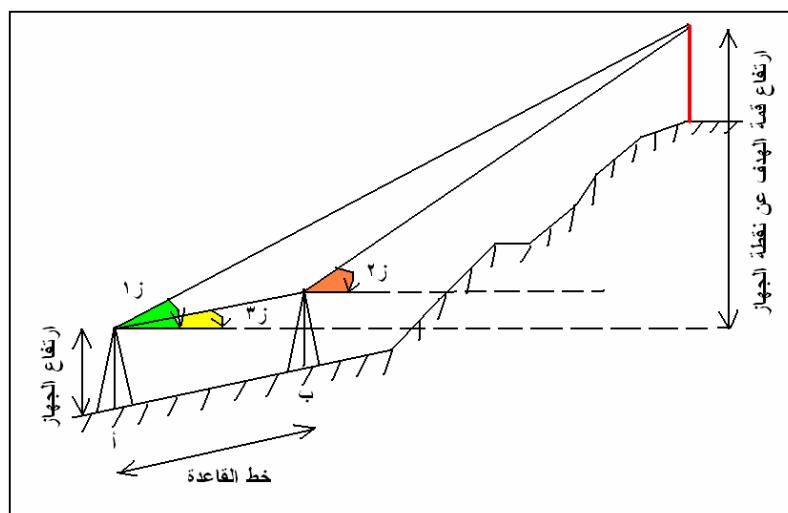
ويمكن استخدام نفس المعادلة مع رصد نقطة قاع الهدف (وليس قمته) لحساب ارتفاع قاع الهدف عن نقطة الجهاز ، ثم نستطيع حساب ارتفاع الهدف ذاته بطرح ناتج كلتا المحاولين.

#### حالة (٢) خط القاعدة مائل والهدف يقع على امتداده:

نختار خط قاعدة ونقيس طوله المائل بدقة عالية ونرصد:

عند نقطة أ: زاوية الهدف =  $z_1$  ، زاوية النقطة الثانية لخط القاعدة =  $z_3$

عند نقطة ب: زاوية الهدف =  $z_2$

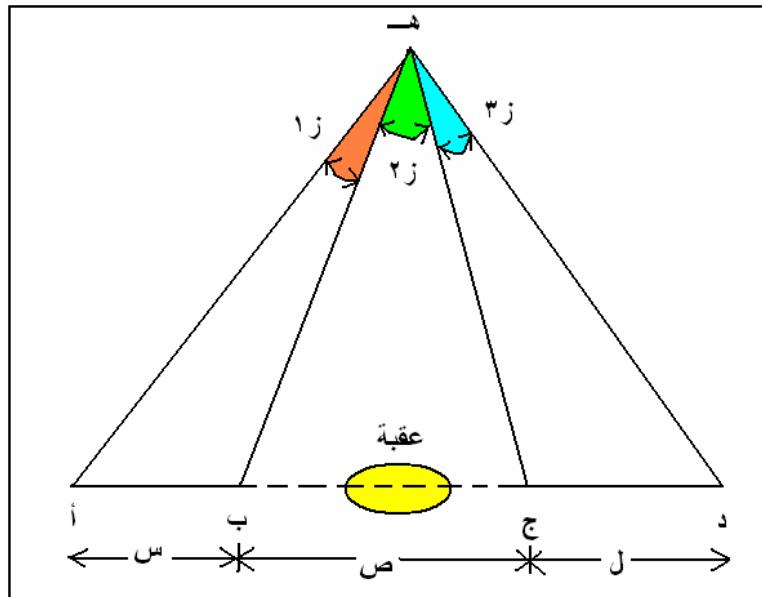


شكل (٧-٦) حساب ارتفاع هدف لا يمكن رصده (أرض مائلة)

$$\begin{aligned}
 \text{ارتفاع قمة الهدف عن نقطة الجهاز} &= \\
 \text{طول خط القاعدة} \times \text{جا} (z_2 - z_3) \times \text{قتا} (z_2 - z_1) \times \text{جا} (z_1) & \\
 + \text{ارتفاع الجهاز}
 \end{aligned} \tag{١٥-٦}$$

٦-٤-٦ تعين مسافة لا يمكن الوصول إليها

في حالة وجود خط يمكن قياس بعض أجزاءه مباشرة لكن يوجد جزء منه لا يمكن قياسه (الوجود عائق به) ، نضع الثيودوليت عن نقطة و يتم قياس الزوايا الأفقية الثلاثة ثم يتم حساب طول الجزء الناقص كالتالي:



شكل (٦-٦) حساب جزء من خط لا يمكن قياسه مباشرة

$$(16-6) \quad ص = -\frac{s+L}{2} + \sqrt{\left(\frac{s+L}{2}\right)^2 + س ل \left( 1 - \frac{جا(z_1+z_2) جا(z_3+z)}{جا z_1 جا z^3} \right)}$$

وأيضاً:

$$(17-6) \quad ص = -\frac{s+L}{2} + \sqrt{\left(\frac{s+L}{2}\right)^2 + س ل \left( 1 - \frac{جا(z_1+z_2) جا(z_3+z)}{جا z_1 جا z^3} \right)}$$

مثال:

عند قياس خط قاعدة AB أعرض القیاس عقبة . وللتغلب عليها اختيرت نقطتان B ، ج على الخط A-D ثم أخذت أرصاد إليهما من نقطة H كما يلي:

- الزاوية A-H-B = "٢٠ ١٨ ٥٢
- الزاوية B-H-J = "٤٠ ١٩ ٥٤
- الزاوية J-H-D = "٢٠ ٣٣ ٢٤
- طول AB = ٥٢٧.٤٣ متر ، طول ج-D = ٦٨٥.٢٩ متر

أحسب طول الخط A-D.

$$z_1 = "٢٠ ١٨ ٥٢$$

$$\begin{aligned} ز_2 &= ٤٠^\circ ١٩'' \\ ز_3 &= ٢٠^\circ ٣٣'٢٤'' \\ س &= ٥٢٧.٤٣ \text{ متر} \\ ص &= ٦٨٥.٢٩ \text{ متر} \end{aligned}$$

إذن:

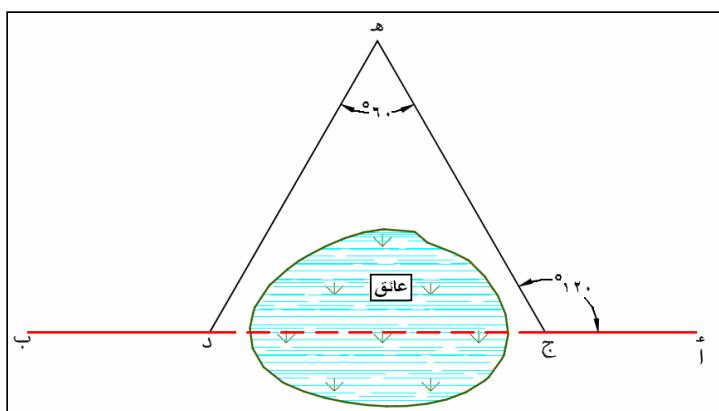
$$\begin{aligned} ز_1 + ز_2 &= ٠٠^\circ ٣٨'٥٦'' \\ ز_3 + ز_2 &= ٠٠^\circ ٤٤'٥٧'' \\ (س+ل)/٢ &= ٦٠٦.٣٦ \text{ متر} \\ (س-ل)/٢ &= ٧٨.٩٣ \text{ متر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ص &= - ٦٠٦.٣٦ + جذر [ (٧٨.٩٣)^٢ + (٦٨٥.٢٩ \times ٥٢٧.٤٣) ] \\ &\quad \times جا ٠٠^\circ ٤٤'٥٧'' / (جا ٢٠^\circ ١٨'٢٠ \times جا ٢٠^\circ ٣٣'٢٤' ) \\ &= ٦٠٦.٣٦ - جذر ( ٦٢٣ + ١٧٩٠٥٧ ) = ٦٠٦.٣٦ - ١٣٠٢.٤١٥ = ٦٠٦.٣٦ - ٦٩٦.٠٥٥ = ١٩٠٨.٧٧٥ \text{ متر} \end{aligned}$$

$$\text{طول } AD = ٥٢٧.٤٣ + ٦٨٥.٢٩ + ١٩٠٨.٧٧٥ = ٦٩٦.٠٥٥ \text{ متر}$$

### حل عملي بالثيوهوليت و الشريطي:

يمكن الحصول على طول جزء الخط الذي يعترض القياس عمليا في الطبيعة (دون الحاجة للحسابات) باستخدام الثيوهوليت و الشريطي بالاعتماد على فكرة إنشاء مثلث متساوي الأضلاع بواسطة الخطوات العملية التالية:



شكل (٩-٦) قياس غير مباشر لجزء من خط لا يمكن قياسه مباشرة

- نقف بالثيوهوليت عند النقطة A ونوجه إلى النقطة B ثم نحدد النقطة C على الخط A بـ
- ننقل الثيوهوليت إلى النقطة C ونوجه إلى النقطة A ونجعل قراءة الدائرة الأفقية = صفر بالضبط
- ندير المنظار حتى تكون قراءة الدائرة الأفقية تساوي ١٢٠ درجة ، وعلى هذا الامتداد نحدد موقع مناسب للنقطة D (على أن تتجاوز هذه النقطة العقبة التي تمنع القياس).

- نقيس بالشريط طول الخط ج ه
- ننقل الثيودليت إلى النقطة ه ونوجه إلى النقطة ج ونجعل قراءة الدائرة الأفقية تساوي صفر بالضبط ، ثم ندير المنظار حتى تكون الزاوية الأفقية تساوي ٦٠ درجة بالضبط وعلى هذا الاتجاه نقيس مسافة = طول الجزء ج ه حتى نحدد موقع النقطة د ، ثم نقيس المسافة من د إلى ب.

الآن لدينا مثلث ج ه د وهو مثلث متساوي الأضلاع ، أي أن طول الجزء ج د (المطلوب تحديده) = طول ج ه = طول ه د.

$$\text{إذن الطول الكلي للخط أ ب} = \text{طول أ ج} + \text{طول ج د} + \text{طول د ب}$$

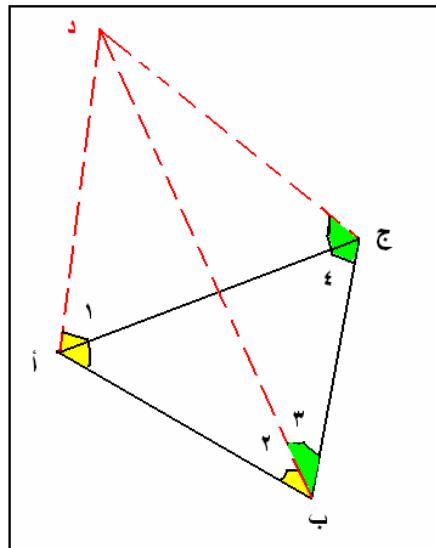
#### ٦-٥ التقاطع الأمامي و العكسي

عملية التقاطع – كتطبيق مساحي – يتم استخدامها للحصول على إحداثيات نقطة جديدة بدقة عن طريق رصدها من ثلاثة نقاط معلومة الإحداثيات. في حالة التقاطع الأمامي Intersection تكون النقطة الجديدة في موقع يصعب احتلاله بالجهاز (مثل مئذنة مسجد مثلاً)، بينما إن كانت طبيعة منطقة العمل تسمح باحتلال هذه النقطة الجديدة بجهاز الثيودليت فهذه الحالة تسمى التقاطع العكسي Resection. تستخدم عملية التقاطع في تكيف شبكات الثوابت الأرضية المساحية كما أنها تستخدم في المساحة البحرية.

#### ٦-٥-١ التقاطع الأمامي

توجد عدة طرق تعتمد على نوعية القياسات الحقلية ، إلا أن طريقة متوسط الإحداثيات تعد هي الأسهل. تستخدم هذه الطريقة في حالة أن النقطة الجديدة ترى نقاط الثوابت المعلومة وأيضاً النقاط المعلومة ترى بعضها البعض ، وتكون الروايا هي الأرصاد المساحية المطلوبة لحساب إحداثيات النقطة الجديدة.

- لتحديد إحداثيات نقطة د التي لا يمكن احتلالها فيتم رصد الزوايا إليها من ٣ نقاط معلومة هي أ ، ب ، ج (الزوايا ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤).
- يتم حساب انحراف أي خط من الخطوط بين النقاط المعلومة (أ ب) من خلال الإحداثيات المعلومة لطرفيه.
- يتم حساب انحراف خطين من نقطتين معلومتين إلى النقطة الجديدة (انحراف أ د و انحراف ب د) باستخدام الزاويتين المقاستين ١ ، ٢.
- باستخدام قانون جيب الزاوية للمثلث أ ب د يتم حساب طول الضلعين أ د ، ب د (المعروف له الزاويتين ١ ، ٢ والضلعين أ ب).
- نحسب إحداثيات نقطة د بمعلومية طول و انحراف الضلع أ د والإحداثيات المعلومة للنقطة أ.
- للتحقيق نحسب – مرة أخرى - إحداثيات نقطة د بمعلومية طول و انحراف الضلع بد والإحداثيات المعلومة للنقطة ب.



شكل (١٠-٦) التقاطع الأمامي بطريقة متوسط الإحداثيات

الإحداثي السيني (الشمالي) للنقطة المطلوبة:

$$س_d = س_a + أ_d \times جا (انحراف أ_d)$$

للتحقيق:

$$س_d = س_b + ب_d \times جا (انحراف ب_d)$$

الإحداثي الصادي (الشمالي) للنقطة المطلوبة:

$$ص_d = ص_a + أ_d \times جتا (انحراف أ_d)$$

للتحقيق:

$$ص_d = ص_b + ب_d \times جتا (انحراف ب_d)$$

إما إن كانت الزوايا المقاسة هي تلك الزوايا المحصورة بين خطوط الربط والنقطة الجديدة فإن إحداثيات هذه النقطة يمكن حسابها (بطريقة الزوايا) كالتالي:

$$س_d = [س_a \times ظتا ٢ + س_b \times ظتا ١ + (ص_a - ص_b)] \div (ظتا ١ + ظتا ٢)$$
(٢٠-٦)

$$ص_d = [ص_a \times ظتا ٢ + ص_b \times ظتا ١ + (س_a - س_b)] \div (ظتا ١ + ظتا ٢)$$
(٢١-٦)

مثال:

كانت قياسات عملية التقاطع الأمامي كالتالي:

$$\begin{aligned} \text{زاوية } 4 &= 43^\circ 21' 22'' \\ \text{زاوية } 1 &= 36^\circ 20' 05'' \\ \text{زاوية } 3 &= 50^\circ 34' 29'' \\ \text{زاوية } 2 &= 16^\circ 01' 39'' \end{aligned}$$

وكان إحداثيات نقاط الربط كالتالي:

النقطة	س	ص
ب	١٣٩٥.٤٥٤	١٠٧٨.٨٠٦
أ	١٢٦٨.٨٥٥	١٠٢٨.٤١٩
ج	١٣٠٩.٦٥٢	١١٧٠.٥٠٣

أحسب إحداثيات النقطة د بطريقة الزوايا؟

من المثلث ج ب د:

$$\begin{aligned} س_د &= [ 1309.652 \times \text{ظتا } 16^\circ 01' 39'' + 1395.454 \times \text{ظتا } 50^\circ 34' 29'' ] \\ &\quad + ( 1170.503 - 1078.806 ) \div ( \text{ظتا } 43^\circ 21' 22'' + \text{ظتا } 50^\circ 34' 29'' ) \\ &= 1180.101 \text{ متر} \end{aligned}$$

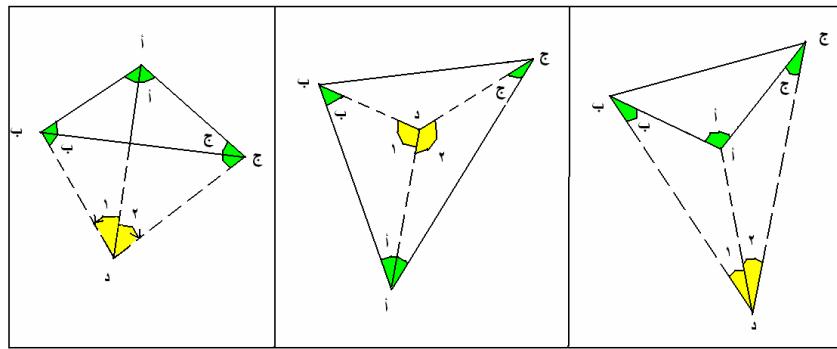
$$\begin{aligned} ص_د &= [ 1170.503 \times \text{ظتا } 50^\circ 34' 29'' + 1078.806 \times \text{ظتا } 43^\circ 21' 22'' ] \\ &\quad + ( 1309.652 - 1395.454 ) \div ( \text{ظتا } 43^\circ 21' 22'' + \text{ظتا } 50^\circ 34' 29'' ) \\ &= 1145.901 \text{ متر} \end{aligned}$$

## ٢-٥-٦ التقاطع العكسي

في عملية التقاطع العكسي يتم حساب إحداثيات نقطة جديدة من خلال احتلالها بجهاز الثيودوليت وإجراء قياسات إلى ٣ نقاط ثوابت أرضية معلومة الإحداثيات. يحتاج الراسد لهذه الطريقة عندما لا يمكن احتلال نقاط الثوابت الأرضية المعلومة ذاتها.

توجد عدة طرق لحل التقاطع العكسي لكن الطريقة التالية هي طريقة هيئة المساحة الأمريكية:

يتم احتلال النقطة الجديدة د وقياس الزاويتين ١ ، ٢ (في اتجاه دوران عقرب الساعة) إلى نقاط الربط المعلومة أ ، ب ، ج.



شكل (١١-٦) التقاطع العكسي

خطوات الحل:

(١) حساب الزاوية ر:

$$(22-6) \quad r = b + c = (a + b - 360)$$

(٢) حساب الزاوية ج:

$$(23-6) \quad \text{ظنا ج} = \text{ظنا ر} + (\text{أ ج جا ١ / أ ب جا ر})$$

(٣) حساب الزاوية ب:

$$(24-6) \quad b = r - c$$

(٤) حساب المسافة أ د:

$$(25-6) \quad ad = \frac{ac}{\sin C}$$

أو:

$$(26-6) \quad ad = \frac{ab}{\sin A}$$

$$(27-6) \quad (5) \quad \text{حسب الزاوية ج } ad = 180 - (a + b)$$

(٦) ومنها حساب انحراف الخط أ د

(٧) باستخدام قاعدة الجيب حساب المسافة ج د أو ب د (أو كلاهما).

(٨) حساب إحداثيات النقطة د باستخدام انحراف وطول ضلع الخط أ د

(٩) للتحقيق:

نحسب إحداثيات النقطة د باستخدام انحراف وطول ضلع الخط ب د أو الخط ج د.

مثال:

إحداثيات النقاط المعلومة كالتالي:

النقطة	س	ص
ب	١٠٠٠٠.٠٠	٢٠٠٠٠.٠٠
أ	١٦٦٧٢.٥٠	٢٠٠٠٠.٠٠
ج	٢٧٧٣٢.٧٦	١٤٢١٥.٢٤

$$\text{زاوية } 1 = ٥٣^\circ ٠٥'$$

$$\text{زاوية } 2 = ٠٨^\circ ٠٦'$$

$$\text{الضلوع } \text{أب} = ٦٦٧٢.٥$$

$$\text{الضلوع } \text{أج} = ١٢٤٨١.٧$$

من إحداثيات نقاط الربط (أ ، ب ، ج) يمكن حساب انحراف خطي المثلث أ ب ، أ ج ثم حساب الزوايا الداخلية أ:

$$\text{زاوية } \text{أ} = ٢٣^\circ ٢٣' ٥٢$$

(١) نحسب الزاوية ر:

$$ر = ب + ج = (أ + ٣٦٠) - (٢ + ١)$$

$$= (٢٣^\circ ٢٣' ٥٢ - ٣٦٠) = ٢٣^\circ ٢٣' ٥٢$$

$$= ٣٧^\circ ٥٢$$

(٢) نحسب الزاوية ج:

$$\text{ظنا ج} = \text{ظنا ج} + (\text{أ ج جا} / \text{أب جا})$$

$$= \text{ظنا ج} + ٣٧^\circ ٤٢' ٢٤$$

$$= ٣٧^\circ ٤٢' ٢٤ / (١٢٤٨١.٧ + ٥٢٠^\circ ٥٣)$$

$$= ٤٩٩٩٥٦٣٨$$

$$\text{إذن الزاوية ج} = ١٣^\circ ٢٦' ٦٣$$

(٣) نحسب الزاوية ب:

$$ب = ر - ج$$

$$= ٣٧^\circ ٤٢' ٢٤ - (١٣^\circ ٢٦' ٦٣)$$

$$= ٥٨٨ - ٥٦٣ = ٢٤$$

(٤) نحسب المسافة أ د:

$$أ د = أ ج جا ج / جا$$

$$= ١٢٤٨١.٧ جا ١٣^\circ ٢٦' ٦٣ / جا ٠٨^\circ ٠٦$$

$$= ١٩٤١٤.٦٩٣$$

للتتحقق:

$$\text{أد} = \text{أب جاب / جا ١} \\ = ١٩٤١٤.٦٩٣ = ^٠٢٠ جا ٥٣ " ٠٥ " ٥٨ " ٢٤ جا ٦٦٧٢.٥$$

$$(٥) \text{ نحسب الزاوية ج أد} = ١٨٠ - (٢ + ١) \\ = ١٨٠ - (٠٣٥ + ٠٢٠ + ٠٠٨) = ١٨٠ - ٠٣٩ = ١٧٢.٧$$

$$(٦) \text{ نحسب طول الخط أد:} \\ \text{أد} = \text{أج جاج أد / جا ٢} \\ = ٢١٤٦٥.٢٨٩ = ١٢٤٨١.٧ جا ٣٩ " ٢٧ " ٠٨١ / جا ٠٨ " ٠٦$$

(٧) نحسب انحرافات الخطوط:

الخط	الزاوية	الانحراف	ملاحظات
أج	٠١١٧ " ٣٦ " ٣٨	٠١١٧ " ٣٦ " ٣٨	الانحراف الأمامي أ ج
أد	٠١٩٩ " ٠٤ " ١٧	٠٨١ " ٢٧ " ٣٩	الانحراف الأمامي أ د
دا	٠١٩ " ٠٤ " ١٧	٠٣٥ " ٠٦ " ٠٨	الانحراف الخلفي د أ
دج	٠٥٤ " ١٠ " ٢٥	٠٢٣٤ " ١٠ " ٢٥	الانحراف الأمامي د ج
جأ	٠٦٣ " ١٣ " ١٢٦ " ٣٦ " ٣٨	٠٢٩٧ " ٣٦ " ٣٨	الانحراف الخلفي ج د تحقيق = الانحراف الخلفي للخط أ ج

(٨) نحسب إحداثيات النقطة د باستخدام انحراف وطول ضلع الخط أد وإحداثيات النقطة المعلومة أ:

$$س_د = ١٠٣٢٨.٨ ، ص_د = ١٦٥٠.٩$$

## الفصل السابع

### المنحنىات

#### ١-٧ مقدمة

تحتاج المشروعات الهندسية الطولية (مثل الطرق و السكاك الحديدية و أنابيب المياه) لوجود المنحنىات لكي تقادى بعض العقبات الطبيعية التي تعيق تنفيذ الخط المستقيم أفقيا أو لعبور العائق رأسيا (الكباري و الجسور). أحيانا تكون التكلفة الاقتصادية هي الداعي لتنفيذ المنحنىات بدلا من إزالة الحاجز الطبيعي الموجود والذي سيكون إزالته ذو تكلفة عالية.



شكل (١-٧) المنحنىات في الطرق

تنقسم المنحنىات إلى منحنىات أفقية و منحنىات رأسية و منحنىات مركبة (منحنىات أفقية و رأسية معا).

#### ٢-٧ أنواع المنحنىات الأفقية

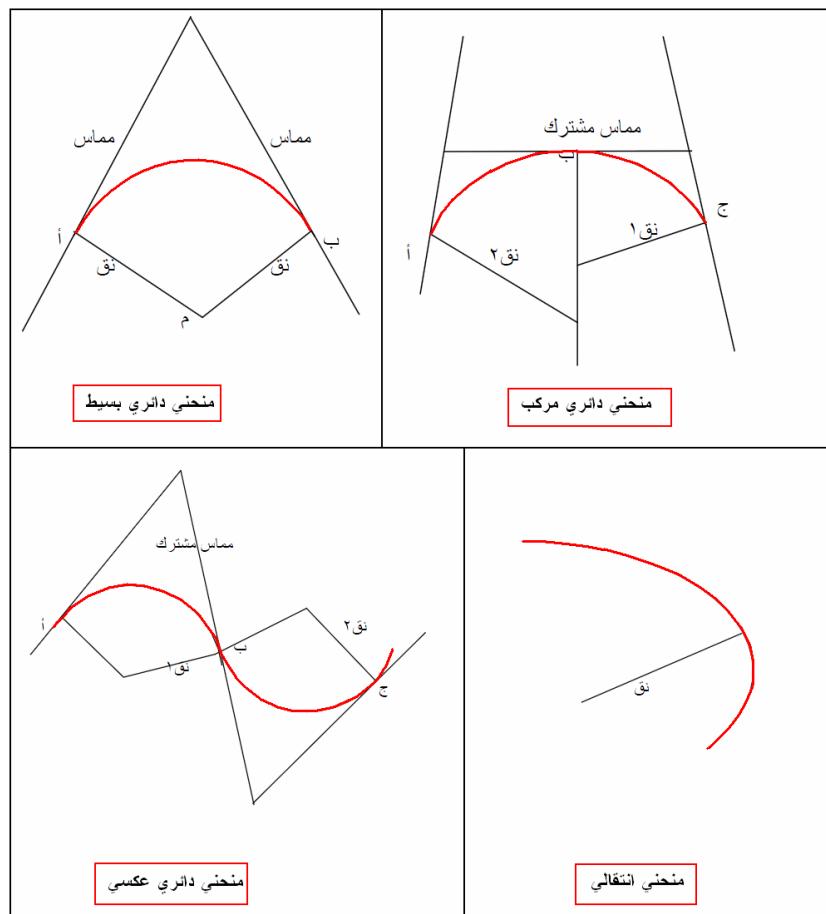
يستخدم المنحني الأفقي للتغيير من اتجاه خط مستقيم لخط مستقيم آخر ويكون المنحني مماسا لكلا منهما. وتنقسم المنحنىات الأفقية إلى أربعة أنواع:

(أ) المنحني الدائري البسيط Simple Curve: يتكون من قوس من دائرة نصف قطرها ثابت ويكون مماسا لها.

(ب) المنحني الدائري المركب Compound Curve: يتكون من قوسين من دائرتين مختلفتان في أنصاف قطرهما ويعق مرکزي الدائرتين في جهة واحدة من المنحني.

(ج) المنحني الدائري العكسي Reverse Curve: يتكون من قوسين من دائرتين يقع مرکزيهما في جهتين مختلفتين من المنحني.

(د) المنحني الانتقالـي Spiral Curve: يتكون من قوس ذي أنصاف قطر متعددة تتراوح بين ما لا نهاية إلى نصف قطر معين.



شكل (٢-٧) أنواع المنحنىات

١-٢-١ تعريف المنحنى

يتم تعريف أي منحني إما بنصف القطر أو درجة المنحني ، والعلاقة الرياضية بينهما كالتالي:

$$(1-7) \quad \text{جا} / ٢ = ١٠ \div \text{نق}$$

يمكن تبسيط المعادلة (1-7) بدرجة تقريبية لأنصاف الأقطار الكبيرة لتصبح:

$$(2-7) \quad \text{نق (متر)} = ١١٣٦ \div \text{د}$$

حيث:

نق نصف قطر المنحني

د الزاوية المركزية (بالدرجات) المقابلة لوتر معلوم يسمى وتر القياس وغالباً يساوي ٢٠ متراً.

مثال:

أحسب نصف قطر المنحني الذي درجته تساوي  $6^{\circ}$  بالطريقة الدقيقة و الطريقة التقريبية؟

الطريقة الدقيقة:

$$\begin{aligned} جا/د &= 10 \div نق \\ جا/6 &= 10 \div نق \\ نق &= 6.0191 \text{ متر} \end{aligned}$$

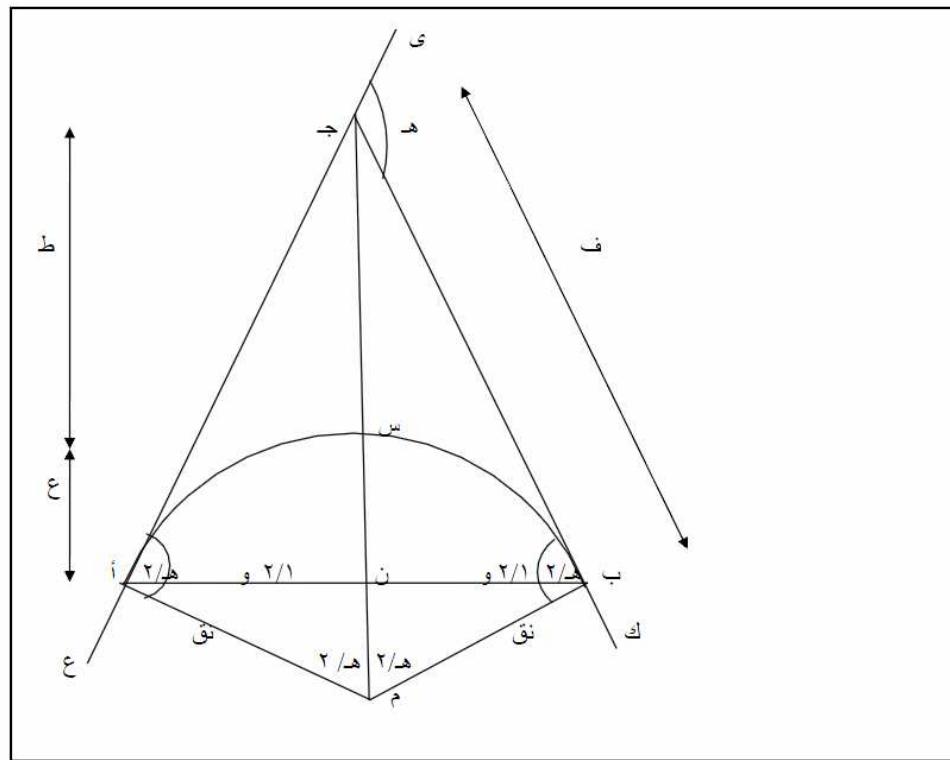
الطريقة التقريبية:

$$\begin{aligned} نق &= 1136 \div د \\ نق &= 6 \div 1136 = 0.00191 \text{ متر} \end{aligned}$$

### ٢-٢-٧ أجزاء المنحني البسيط

ت تكون أجزاء المنحني البسيط من (أنظر الشكل):

زاوية تقاطع المماسين	$ه^{\circ}$
الزاوية المركزية للمنحني	$ه^{\circ} = \text{الزاوية ب م أ}$
نصف قطر المنحني	$\text{نق} = أ م = ب م = س م$
طول المنحني	$ق = \text{القوس أ س ب}$
الوتر الكلي	$و = \text{الخط الواصل بين نقطتي المماس}$
طول المماس الجزئي	$ف = أ ج = ب ج$
السهم الداخلي	$ع = \text{البعد العمودي بين قمة المنحني والوتر الكلي}$
السهم الخارجي	$ط = \text{البعد العمودي بين قمة المنحني ونقطة التقاطع}$
نقطة بداية المنحني	$\text{نقطة التماس الأولى}$
نقطة نهاية المنحني	$\text{نقطة التماس الثانية}$



شكل (٣-٧) أجزاء المنحني البسيط

٣-٢-٧ حساب أجزاء المنحني البسيط

لحساب أجزاء المنحني البسيط يلزم معرفة قيم : (١) نصف القطر نـق ، (٢) درجة المنحني د ، (٣) زاوية تقاطع المماسين هـ :

طول المماس الجزئي:

$$(٣-٧) \quad ف = نـق ظا (٢/هـ)$$

طول الوتر الكلي:

$$(٤-٧) \quad و = ٢ نـق جا (٢/هـ)$$

طول المنحني:

$$(٥-٧) \quad ق = ١٧٤٥ . . . هـ نق$$

حيث هـ بالدرجات.

طول السهم الداخلي:

$$(٦-٧) \quad ع = نق (١ - جتا (٢/هـ))$$

وأيضاً:

$$(7-7) \quad ع = نق - جذر [ نق^2 - و^2 \div 4 ]$$

طول السهم الخارجي:

$$(8-7) \quad ط = نق [ قا (هـ / ٢) - ١ ]$$

الفرق بين طول القوس و الوتر المقابل له:

$$(9-7) \quad و - ق = ق^3 \div ٢٤ نق^٢ = و^3 \div ٢٤ نق^٢$$

#### ٤-٢-٤ تعين زاوية تقاطع ونصف قطر المنحنى في الطبيعة:

لتعيين زاوية تقاطع المنحنى في الطبيعة نمد المماسين  $ن$   $ق$  ، ص  $س$  على استقامتهما (باستخدام الشواخص و الشوك) ونضع شخاصين  $ج_1$  ،  $ج_2$  على امتداد  $ن$   $ق$  ونشد بينهما شريط. نتحرك على هذا الشريط حتى نعين نقطة  $ج$  على امتداد  $ص$   $س$  فتكون نقطة تقاطع المماسين ، ويؤخذ على المماسين  $ج$   $ل$  =  $ج$   $ك$  بحيث يكون  $ك$   $ل$  طولاً مناسباً ثم يقاس طوله.

نحسب الزاوية  $س$  كالتالي:

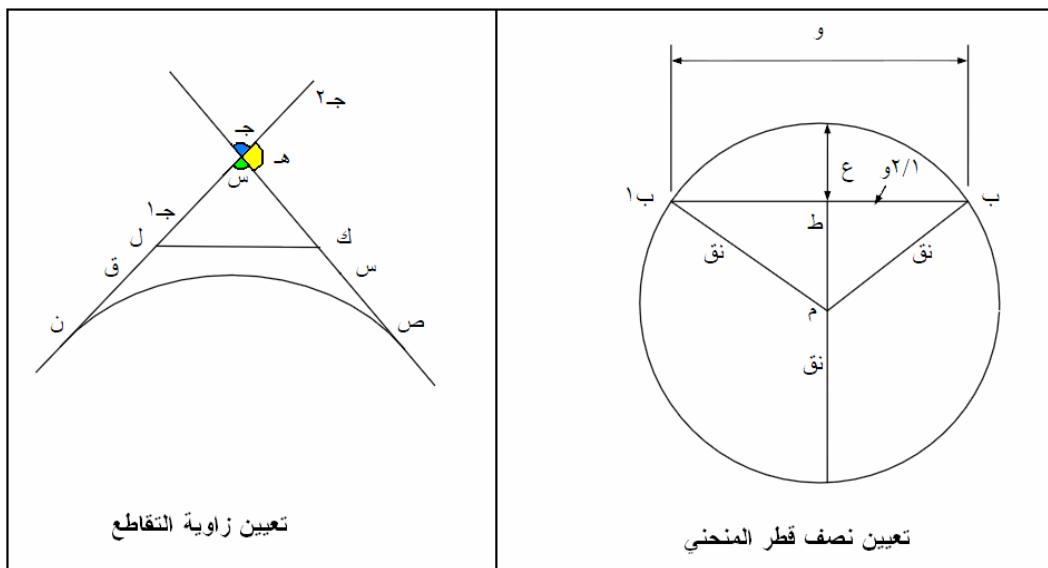
$$(10-7) \quad جا (س / ٢) = ( . . المساقة  $ك$   $ل$  \times المساقة  $ك$   $ج$  )$$

ومنها نحسب الزاوية  $هـ$ :

$$(11-7) \quad زاوية التقاطع  $هـ = ١٨٠ ^\circ - س$$$

و لحساب نصف قطر المنحنى ( $نق$ ) - أنظر الشكل التالي - نقيس طول الوتر الكلي و (المسافة من  $ب$  إلى  $ب_1$ ) ، وطول السهم الداخلي  $ع$  (المسافة من  $ط$  إلى قمة المنحنى):

$$(12-7) \quad نق = و^2 + ع^2$$



شكل (٤-٧) تعين أجزاء المنحني البسيط في الطبيعة

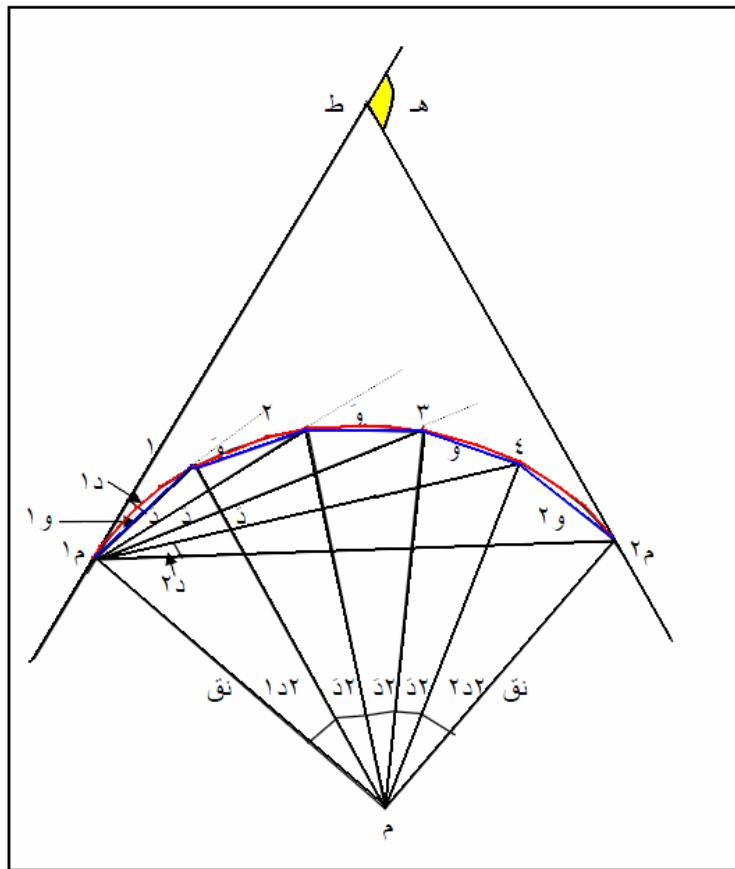
### ٣-٧ توقع المنحنىات الأفقية في الطبيعة

عملية توقع (تحديد) مواضع عدة نقاط على المنحني بغرض توقعه في الطبيعة تسمى بعملية "تخطيط المنحني". يتم توقع النقاط بحيث تتناسب المسافات بينها على الدقة المطلوبة بحيث أننا عند توصيل هذه النقاط بخطوط مستقيمة (أوتار المنحني) نحصل على محور المنحني في الطبيعة. توجد عدة طرق لتقدير المنحنىات الأفقية في الطبيعة ويعتمد اختيار الطريقة على الأجهزة المساحية المتوفرة وأيضاً على الدقة المطلوبة.

### ٣-٣-١ توقع المنحنىات الأفقية بجهاز الثيودوليت

يستخدم الثيودوليت والشريط (أو جهاز قياس المسافات الكترونية EDM في حالة توافره) لتقدير نقاط المنحني بطريقة تسمى طريقة زوايا الانحراف. في هذه الطريقة نحدد عدة أوتار جزئية للمنحني (١ ، ٢ ، ٣ ..... الخ) من خلال حساب قيم زوايا الانحراف المقابلة لهذه الأوتوار (١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ..... الخ) من خلال المعادلة:

$$\text{د بالدرجات} = \left( \frac{0^{\circ} ٩٠}{\text{ط} \times \text{نق}} \right)$$



شكل (٥-٧) توقع المنحني الدائري بالثيودوليت و الشريط بطريقه زوايا الانحراف

مثال:

منحني دائري بسيط نصف قطره ٣٠٠ مترًا يصل بين محوري طريقين مستقيمين متقطعين بزاوية انحراف قدرها  $30^\circ$  وحطة نقطة التقاطع (ط) هي ٢٢٥٦.٥٩ متر. أحسب كل المعلومات اللازمة لتوقع هذا المنحني مع عمل التحقيق الحسابي.

(١) طول المماس:

$$f = \text{نق طا} (h) = 2 / 30 = 200 \text{ متر}$$

(٢) طول المنحني:

$$L = \text{ط نق هـ} \div 30 = 180 / 30 \times 200 = 104.72 \text{ متر}$$

$$(3) \text{ محطة } M_1 = \text{محطة نقطة التقاطع ط} - \text{طول المماس } f \\ = 2256.09 - 2203.00 = 53.09 \text{ متر}$$

$$(4) \text{ محطة } M_2 = \text{محطة } M_1 + \text{طول المنحني } L \\ = 53.09 + 2203.00 = 2256.09 \text{ متر}$$

(٥) نختار طول واحد مناسب للأوتار الجزئية الوسطي (و) بحيث يكون:

(١٤-٧) و : أقل من أو يساوي (نق / ٢٠)

$$\text{حيث أن نق} / 20 = 20 / 200 = 10 \text{ أمتار}$$

$$\text{إذن نختار و} = 10 \text{ أمتار}$$

(٦) حساب محطات المنحني:

محطة النقطة الأولى على المنحني (نقطة ١) = أول رقم لمضاعفات العشرة (التي هي قيمة و) بعد محطة م ١

$$\text{حيث أن م} 1 = 2203.00 \text{ متر}$$

$$\text{إذن نقطة ١} = 2210 \text{ متر}$$

$$\text{وبذلك فإن نقطة ٢} = 2220 \text{ متر}$$

$$\text{نقطة ٣} = 2230 \text{ متر .... وهكذا.}$$

محطة النقطة الأخيرة على المنحني = آخر رقم لمضاعفات العشرة (التي هي قيمة و) قبل محطة م ٢

$$\text{حيث أن م} 2 = 2307.72 \text{ متر}$$

$$\text{إذن النقطة الأخيرة} = 2300 \text{ متر}$$

بذلك فإن محطات نقاط المنحني بداية من نقطة م ١ إلى نقطة م ٢ ستكون:

$$، 2280 ، 2203.00 ، 2210 ، 2220 ، 2230.9 ، 2240 ، 2250 ، 2260 ، 2270 ، 2290 ، 2300 ، 2307.72 \text{ متر}$$

(٧) حساب أطوال الأوتار الجزئية:

طول الوترالجزئي الأول:  
و ١ = محطة النقطة الأولى على المنحني - محطة م ١  
 $= 2210.00 - 2203.00 = 7.00 \text{ متر}$

طول الوترالجزئي الأوسط = و = 10 متر

$$\text{طول الوترالجزئي الأخير} = \text{محطة م} ٢ - \text{محطة الوصول الأخيرة على المنحني} \\ = ٢٣٠٧.٧٢ - ٢٣٠٠.٠٠ = ٧.٧٢ \text{ متر}$$

عدد الأوتار الجزئية:

$$(15-7) \quad \text{ن} = (\text{محطة النقطة الأخيرة} - \text{محطة النقطة الأولى}) \div \text{و} \\ = ٢٢٠ - ٢٢٠٠ = ١٠ \div ٩ = ١ \text{ أوتار}$$

$$\text{عدد النقاط على المنحني} = \text{عدد الأوتار الجزئية} + ١ \\ = ١ + ٩ = ١٠ \text{ نقاط}$$

(٨) حساب زوايا الانحراف الجزئية:  
باستخدام المعادلة:  $١٣-٨$   
 $\text{د بالدرجات} = (٩٠ \times \text{و}) \div (\text{ط} \times \text{نق})$

$$\text{زاوية الانحراف الأولى: } \text{د} = (٩٠ \times ١) \div (\text{ط} \times \text{نق}) \\ = ٩٠ \times ١ \div (٢٠٠ \times ٧) = ١٠٠ " ١٠$$

$$\text{زاوية الانحراف الوسطي: } \text{د} = (٩٠ \times \text{و}) \div (\text{ط} \times \text{نق}) \\ = ٩٠ \times ١٠ \div (٢٠٠ \times ٥٧) = ١٢٥ " ٥٧$$

$$\text{زاوية الانحراف الأخيرة: } \text{د} = (٩٠ \times ٢) \div (\text{ط} \times \text{نق}) \\ = ٩٠ \times ٢١ \div (٢٠٠ \times ٧.٧٢) = ١٠٦ " ٢١$$

التحقيق الحسابي:

$$(16-7) \quad \text{مجموع د} + (\text{ن} \times \text{د}) + ٢\text{د} = \text{هـ} / ٢$$

$$\text{مجموع د} + (\text{ن} \times \text{د}) + ٢\text{د} = ٢١ + (١٥ \times ١٠) + (١٢٥ \times ٩) + (١٠٦ \times ٢) \\ = ٥١٥ " ٠٤$$

$$\text{هـ} / ٢ = ٢ / ٥٣٠$$

$$\text{الفرق} = ٤ " ٠٤ - ٠١٥ " ٠٠ = ٠١٥ " ٠٠ \quad \text{وهو فرق بسيط نتيجة التقريب ، وبذلك فإن التحقيق الحسابي سليمـاـ .}$$

نكون الجدول التالي لسهولة تقييم نقاط المنحني في الطبيعة حيث سيكون العمود الأخير في الجدول عبارة عن المجموع التراكمي لزوايا الانحراف الجزئية ، وهذا لتسهيل العمل بجهاز الثيودوليت بحيث يتم تصفيـر الدائرة الأفقـية (جعلها صفر بالضبط) عند التوجـيه على النقطـة طـنـمـنـدـأـفـيـ أـخـذـ قـرـاءـاتـ الدـائـرـةـ عـنـ هـذـهـ الـقـيـمـ لـتـوـقـيـعـ نقاطـ المنـحـنـيـ.

نقطة المنحني	محطة النقطة	طول الوتر الجزئي (متر)	زاوية الانحراف الجزئية	زاوية الانحراف الكلية (قراءة الدائرة الأفقية)
١	٢٢١٠	٧٠	٥١٠٠ "١٠	٥١٠٠ "١٠
٢	٢٢٢٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥٢١٢٦ "٠٧
٣	٢٢٣٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥٣١٤٢ "٠٤
٤	٢٢٤٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥٥١١٨ "٠١
٥	٢٢٥٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥٦١٤٣ "٥٨
٦	٢٢٦٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥٨١٠٩ "٥٥
٧	٢٢٧٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥٩١٢٥ "٥٢
٨	٢٢٨٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥١١٠١ "٤٩
٩	٢٢٩٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥١٢١٢٧ "٤٦
١٠	٢٣٠٠	١٠	٥١٢٥ "٥٧	٥١٣١٥٣ "٤٣
٢م	٢٣٠٧.٧٢	٧.٧٢	٥١٠٦ "٢١	٥١٥١٠٠ "٠٤

### ٢-٣-٢ توقع المنحيات الأفقية بجهاز المحطة الشاملة

يمكن توقع المنحني بجهاز المحطة الشاملة بعدة طرق إلا أن أسهل الطرق هي طريقة زوايا الانحراف والأطوال. يتم حساب قيم زوايا الانحراف كما في طريقة الثيودليت ، ثم يتم حساب أطوال الإضلاع من نقطة المحطة الشاملة حتى آخر نقطة تماس:

$$\text{هـ ١ بالدقائق} = \frac{١٧١٨.٩}{١٧١٠} \times \text{لـ} \div \text{نقـ}$$

$$\text{طـلـوـلـ الضـلـعـ رـقـمـ ١} = \text{لـ جـاـ} (١٨٠ - \text{هـ ١}) \div \text{جاـ هـ ١}$$

$$\text{طـلـوـلـ الضـلـعـ رـقـمـ ٢} = \text{لـ جـاـ} (١٨٠ - \text{هـ ٢}) \div \text{جاـ هـ ١}$$

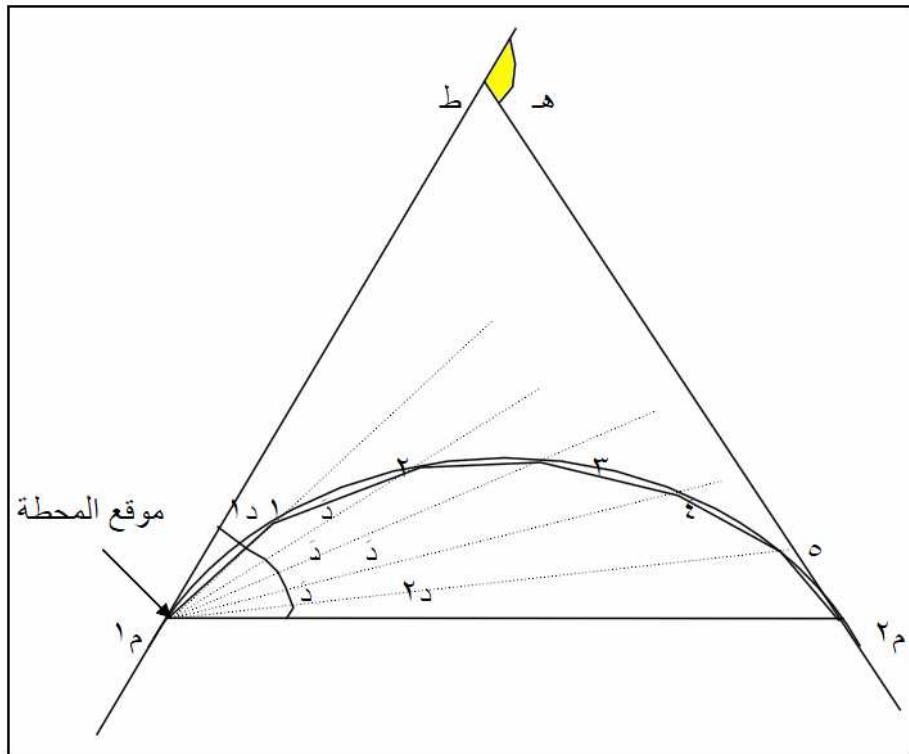
وهكذا.

ثم تكون الجدول اللازم للبيانات المطلوب توقعها في الطبيعة.

يتكون العمل الحقلـي من الخطوات التالية:

- نختار موقع جهاز المحطة الشاملة وغالبا يكون هو نقطة التماس الأولى أ.
- يتم توجيه خط النظر مع خط التماس الواصل من النقطة المحتلة (أ) ونقطة تقاطع المماسين ويتم تصفيـرـ الجهازـ عـنـهـ.
- يتم التوجيه إلى النقطة المطلوب توقعها بزاوية  $= \text{هـ ١}$

- يتحرك المساح بالعاكس على اتجاه خط النظر ونرصد المسافة بالمحطة الشاملة (من الجهاز إلى العاكس) فنحدد إن كان العاكس سيتحرك للأمام أم للخلف حتى يكون على بعد المطلوب المسجل في الجدول.
- نكرر الخطوات السابقة لباقي نقاط المنحني المطلوب توثيقها.



شكل (٦-٧) توقيع المنحني الدائري بجهاز المحطة الشاملة

مثال:

عين المقادير اللازمة لخطيط منحني نصف قطره ٦٠٠ متر بأوتاد متساوية كلا منها ٢٠ متراً علماً بأن زاوية تقاطع المماسين تبلغ  $٣٦^{\circ}٢٤'$  و تدرج نقطة تقاطع المماسين تساوي ٧٣.٧٧ طرحة شريط.

$$ف = نق \times \text{ظا}(هـ) = ٦٠٠ \times \text{ظا}(٣٦^{\circ}٢٤') = ١٣٠.٨ \text{ متر}$$

$$= ٢٠ / ١٣٠.٨ = ٠.١٥٤ \text{ طرحة شريط.}$$

$$\text{تدرج نقطة التماس الأولي} = ٧٣.٨٨ - ٦٧.٣٤ = ٦.٥٤ \text{ طرحة شريط}$$

$$\text{طول الوترالجزئي الأول} = ٦٨ - ٦٧.٣٤ = ٠.٦٦ \text{ طرحة} = ١٣.٢ \text{ متر}$$

$$هـ ج = ١٧١٨.٩ \times ١٣.٢ \div ٦٠٠ = ٣٧.٨١$$

$$هـ ، = ١٧١٨.٩ \times ٢٠ \div ٦٠٠ = ٥٧.٣٠$$

$$\text{طول المنحي ق} = ١٧٤٥ \times ٠٠٠ \times \frac{٢٥٧.٥٦}{٦٠٠ \times ٣٦.٣٦} = ١٧٤٥ \text{ متر}$$

$$\text{طول الصلع رقم ١} = ٢٠ \times \frac{(١٨٠ - ٣٧.٨١)}{\text{جا}} = ٥٧.٣٠ \text{ متر}$$

$$\text{طول الصلع رقم ٢} = ٢٠ \times \frac{(١٨٠ - ٣٧.٨١)}{\text{جا}} + ٣٧.٣٠ \times ٢ = ٥٧.٣٠ \text{ متر}$$

$$\text{طول الصلع رقم ٣} = ٢٠ \times \frac{(١٨٠ - ٣٧.٨١)}{\text{جا}} + ٣٧.٣٠ \times ٣ = ٥٧.٣٠ \text{ متر}$$

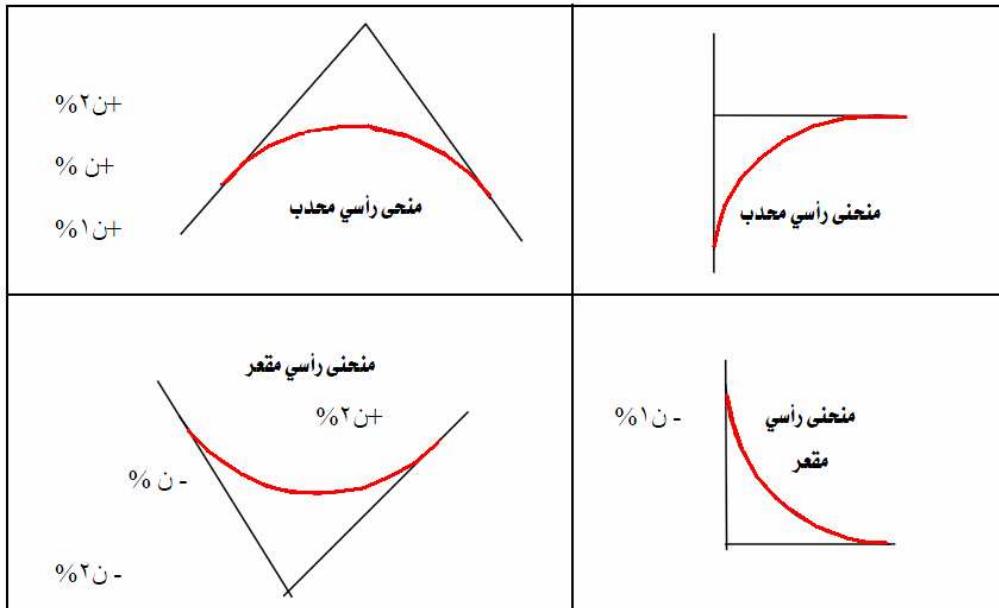
وهكذا حتى الصلع رقم ١٣.

$$\text{طول الصلع الأخير} = ٢٠ \times \frac{(١٨٠ - ٢/٥)}{\text{جا}} = ٢٥٥.٦٣ \text{ متر}$$

النقطة	طول الوتر	زاوية الانحراف	طول الصلع من المحطة الشاملة للنقطة المطلوبة
١	٢٠	٠٠٠ ٣٧ "٤٨.٦	١٣.٢
٢	٢٠	٠٠١ ٣٥ "٦.٦	٢٣.٢
٣	٢٠	٠٠٢ ٣٢ "٢٤.٦	٥٣.١٨
٤	٢٠	٠٠٣ ٢٩ "٤٢.٦	٧٣.١٥
٥	٢٠	٠٠٤ ٢٧ "٠٦	٩٣.١٠
٦	٢٠	٠٠٥ ٢٤ "١٨.٦	١١٣.٠٣
٧	٢٠	٠٠٦ ٢١ "٣٦.٦	١٣٢.٩٣
٨	٢٠	٠٠٧ ١٨ "٥٤.٦	١٥٢.٧٩
٩	٢٠	٠٠٨ ١٦ "١٢.٦	١٧٢.٦٠
١٠	٢٠	٠٠٩ ١٣ "٣٠.٦	١٩٢.٣٧
١١	٢٠	٠١٠ ١٠ "٤٨.٠	٢١٢.٠٩
١٢	٢٠	٠١١ ٠٨ "٦.٦	٢٣١.٧٤
١٣	٢٠	٠١٢ ٠٥ "٢٤.٦	٢٥١.٣٣
١٤	٢٠	٠١٢ ١٨ "٠٠	٢٥٥.٦٣
	٢ / هـ =		

٤- المحننات الرأسية

تنقسم المحننات الرأسية إلى نوعين: محدبة و مقررة. بصفة عامة يعتمد طول المحنن على عدة عوامل مثل: معدل التغير في الانحدار بيم جزئي الطريق ، معدل السرعة على الطريق ، طبوغرافيا الأرض ، درجة الطريق و نوعه ، مسافة الرؤية.



شكل (٧-٧) أنواع المحننات الرأسية

الأجزاء الرئيسية للمنحنى الرأسى:

- طول المحنن ( $L$ ) وهو الطول الأفقي بين نهايتي المحنن الرأسى.
- معدلا الانحدار ( $n_1$  ،  $n_2$ ) كل ١٠٠ متر و تكتبا في صورة نسبة مؤوية أو في صورة قيم معلومة لكل مسافة أفقية وبإشارة محددة ، وأحياناً يعبر عن معدلا الانحدار بزاوية فرق الانحدار بين الخطين المستقيمين.
- معدل التغير في الانحدار ( $m$ )
- بداية و نهاية المحنن الرأسى هـ ، و
- قمة المحنن بـ

طول المحنن:

$$L = (n_1 - n_2) \div \text{معدل التغير } (m) \times 100 \quad (٢٠-٧)$$

مع مراعاة إشارات الانحدار: موجبة لـأعلى و سالبة لـأسفل.

مثال:

يراد توصيل انحدار إلى أعلى قدره ٢٠٪ وانحدار إلى أسفل قيمته -٤٪ بمنحنى رأسي بمعدل تغير في الانحدار قيمته ١٠٪. فما طول هذا المنحنى الرأسي؟

$$L = [ (N_1 - N_2) \div \text{معدل التغير } (m) ] \times 100 = [ 100 \div 10\% ] \times 2500 = 2500 \text{ متر}$$

معادلة القطع المكافئ لأي محورين متعمدين (س،ص) هي:

$$(21-7) \quad \text{ص} = A s^2 + B s + C$$

حيث:

$A$  = تقطيع المنحنى فان كانت موجبه فأن المنحنى مقعر وان كانت سالبة فأن المنحنى محدب.

معدل تغير الانحدار:

$$(22-7) \quad m = \frac{d^2 s}{d^2 x} = \frac{A}{(N_1 - N_2)}$$

الفرق بين منسوب نقطة على المنحنى الرأسي و منسوب النقطة المقابلة لها على المماس = المقدار الثابت ( $A$ )  $\times$  مربع المسافة الأفقيّة للنقطة من نقطة التماس:

$$(23-7) \quad \begin{aligned} \text{ص}_y &= A s_y^2 \\ &= \text{ص}_x (s_y)^2 \div (0.5 L)^2 \\ &= (s_y^2 (N_1 - N_2)) \div 2 L \end{aligned}$$

ينصف المنحنى الخط الرأسي الواصل بين نقطتي تقاطع المماسين و منتصف الوتر الواصل بين نقطتي التماس:

$$(24-7) \quad \text{و ك} = \frac{2}{D} \text{ ج}$$

إذا كانت هـ نقطة الابتداء تعتبر نقطة الأصل فأن المعامل ج في معادلة القطع (المعادلة ٧-٢١) سيساوي صفر:

معادلة القطع بالنسبة لنقطة التماس:

$$(25-7) \quad \text{ص} = A s^2 + B s$$

العلاقة بين  $N_1$  ،  $N_2$  ،  $L$  ،  $\text{ص}_x$  هي:

$$(26-7) \quad \text{ص}_x = (N_1 - N_2) \times (L \div 8)$$

مثال:

منحنى رأسى يصل بين انحدارين  $n_1 = -1\%$  ،  $n_2 = +1\%$  متر لكل ٣٠٠ متر. فإذا كان منسوب المنحنى عند منتصف طوله يبلغ ١١٩.٣٥٠ متر و منسوب نقطة تقاطع الانحدارين يساوى ١١٨.٩٥ متر. أحسب طول المنحنى؟

$$ص_ه = 118.950 + 119.350 = 119.400 \text{ متر.}$$

من المعادلة (٢٦-٧):

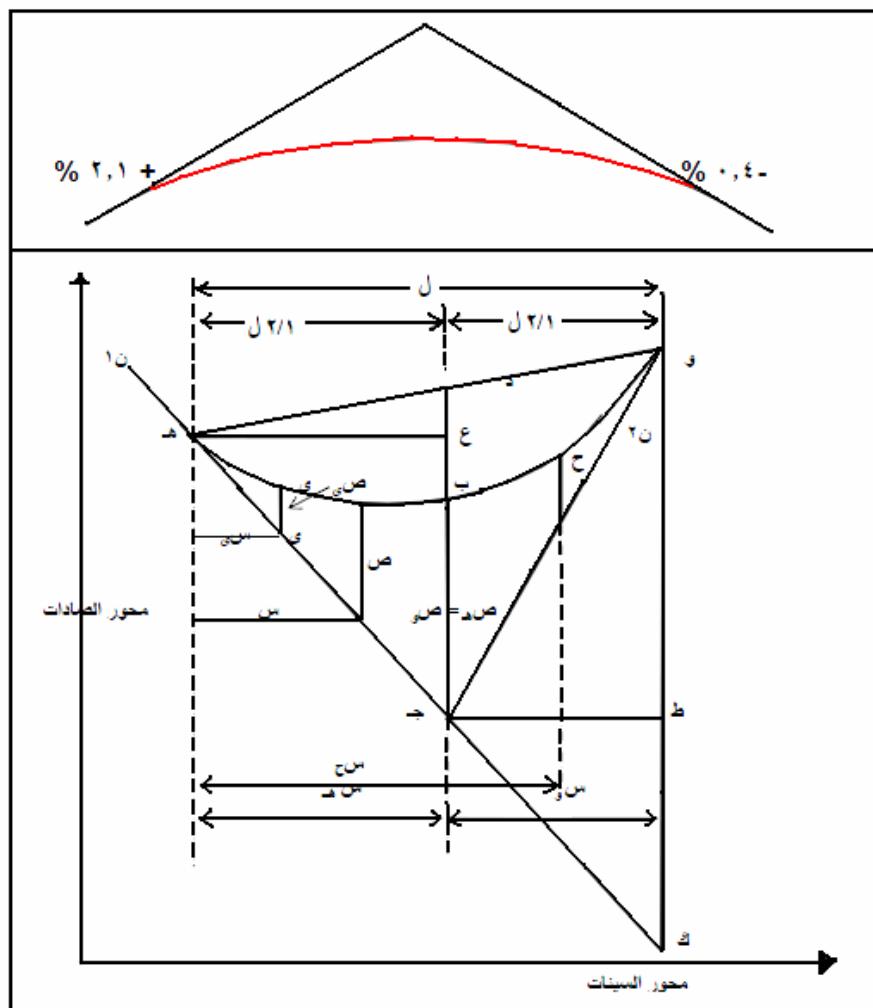
$$ص_ه = (n_1 - n_2) \times (L \div 8)$$

أي أن:

$$\begin{aligned} L &= 8 \cdot ص_ه \div (n_1 - n_2) \\ &= 8 \times (-0.4 - (-1 - \frac{3}{1})) \div (1.333333 - (-0.2)) \\ &= 2.4 \text{ بمئات الأمتار} \\ &= 240 \text{ متر} \end{aligned}$$

لحساب مناسب نفاط المنحنى (أنظر الشكل التالي):

١. يوجد منسوب أول وآخر نقطة ( $h$  ،  $w$ ) على المنحنى بمعلومية معدل الانحدارين ( $n_1, n_2$ ) و منسوب  $w$  نأى بمنسوب  $d$ :
٢. منسوب  $d = 0.5 \cdot (منسوب_h + منسوب_w)$
٣. منسوب  $b$  (على المنحنى) =  $0.5 \cdot (منسوب_d + منسوب نقطه التقاطع_j)$
٤. المسافة  $ص_ه = منسوب_j - منسوب_b$
٥. لحساب منسوب أي نقطة على المنحنى:  $ص_ه = أ_s \cdot h = أ \left( \frac{L}{4} \right)$
٦. يقسم المنحنى إلى أقسام متساوية بحيث تكون نقطة  $j$  نهاية أحد الأقسام وفي منتصف المنحنى ، فإذا أعتبرنا هذه الأقسام هي وحدات الاحادي السيني فيمكن الحصول على المقدار الثابت  $A$ .
٧. بالتعويض بالقيم المختلفة للمقدار ( $s$ ) في المعادلة  $ص_ه = أ \cdot s^2$  نحصل على قيم ص المقابلة ، وبطرح هذه القيم من مناسب خط الانحدار نحصل على مناسب النقط المختلفة على المنحنى الرأسى ، كما يمكن تحقيق هذه القيم بإيجاد منسوب نقطة  $h$ .



شكل (٨-٧) أجزاء المنحني الرأسى

لتعيين أعلى نقطة أو أدنى نقطة على المنحني:

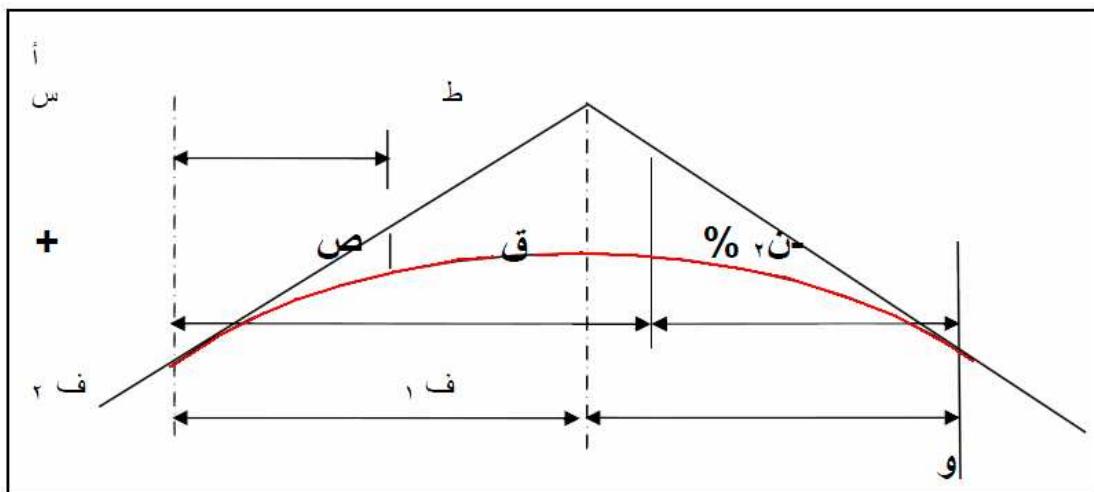
المسافة من أول المنحني حتى أعلى أو أدنى نقطة:

$$(٢٧-٧) \quad ف = (ل ن_1) \div (ن_1 - ن_2)$$

المسافة من نهاية المنحني حتى أعلى أو أدنى نقطة:

$$(٢٨-٧) \quad ف = (ل ن_2) \div (ن_1 - ن_2)$$

$$(٢٩-٧) \quad \text{منسوب قمة المنحني} = \text{منسوب ط (على المماس)} - ص ف$$



شكل (٩-٧) إيجاد أعلى نقطة على المنحني الرأسى

مثال:

لو كان انحدار المماسين لمنحني رأسى هما  $+3.00\%$  ،  $-2.00\%$  وطول المنحني ٤٠٠ متر ، أوجد أعلى نقطة على هذا المنحني.

$$F = (4 \times 2) - (3 \div 2) = 2.4 \text{ بمئات الأمتار}$$

$$F_1 = (4 \times 2) - (3 \div 2) = 1.6 \text{ بمئات الأمتار.}$$

مثال لخطيط المنحني الرأسى:

أوجد مناسبات النقط المختلفة كل ٥٠ متر والواقعة على المنحني الرأسى الذي يصل بين انحدارين  $+3.2\%$  ،  $-2.5\%$  علما بأن منسوب نقطة تقاطع الانحدارين هو ١٧١.٤٠ متر و طول المنحني ٤٠٠ متر.

$$\text{منسوب نقطة التماس A} = 171.40 - (200 \times 100/3.2) = 165.00 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب نقطة التماس ج} = 171.40 - (200 \times 100/2.5) = 166.40 \text{ متر}$$

نحسب مناسبات النقاط (من ١ إلى ٨) التي تقع على المماس A ب أو امتداده وعلى مسافات ملا منها يبلغ ٥٠ مترا ، أي النقاط التي تقع مباشرة فوق نقاط المنحني المراد إيجاد مناسباتها.

$$\begin{aligned} \text{منسوب أول نقطة على المماس} &= 165.00 + (100/3.2) \times \text{بعد النقطة عن A} \\ &= 165.00 + 100 \times 3.2 \times 50 = \text{عدد المحطات للنقطة} \\ &= 165.00 + 1.6 \times \text{عدد المحطات للنقطة} \end{aligned}$$

و هذا هو العمود ٢ في الجدول التالي.

$$\text{منسوب نقطة } D \text{ (منتصف الوتر } A \text{)} = 0.5 (166.40 + 165.00) = 165.70 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب نقطة } E \text{ (منتصف المنحني)} = 0.5 (171.40 + 170.70) = 168.55 \text{ متر}$$

كما يمكن (للتتحقق) إيجاد منسوب  $E$  كالتالي:

$$S_E = (3.2 - 2.85) / 4 = 0.25 \text{ متر}$$

$$\text{منسوب } E = 171.40 - 0.25 = 171.15 \text{ متر}$$

نحسب قيمة الثابت  $A$ :

$$171.40 - 168.55 = A \times 4^2$$

وذلك باعتبار  $A = 2 / 4 = 0.5$  فترات كل منها تساوي ٥٠ متر.

$$\text{إذ: } A = 0.1781$$

نحسب  $S = As^2$  للنقاط (العمود ٣ من الجدول التالي) وقد تم إعطاء كل إحداثي إشارة سالبة حيث أنها سوف تطرح من منسوب النقطة المقابلة على الماس لكي تنتج مناسبات النقاط على المنحني (العمود ٤).

التحقيق الحسابي:

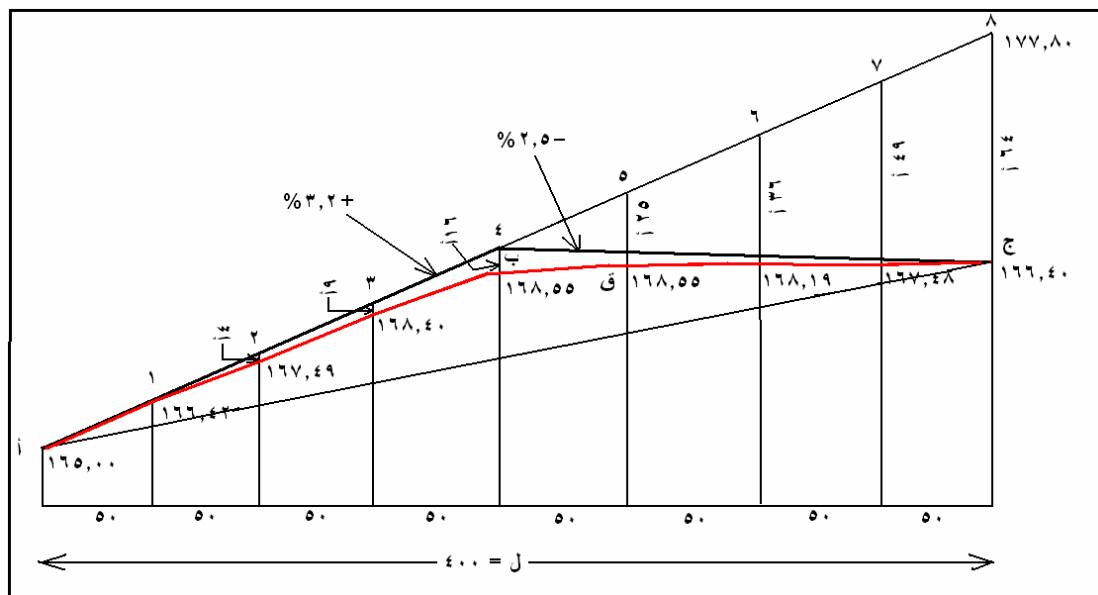
تحت الفروق الثانية (العمود ٥) يجب أن تكون متساوية ويجب مراعاة الإشارات عند إيجاد هذه الفروق.

المسافة الأفقية:

$$F = 400 \times 3.2 / 2.5 + 3.2 = 224.6 \text{ متر}$$

منسوب قمة المنحني:

$$Q = 165.00 + (100/3.2) \times (234.6 - 224.6) - (0.1781) \times 3.59 + 165.00 = 168.60 \text{ متر}$$



شكل (١٠-٧) مثال للمنحنى الرأسى

فروق المنسوب		المنسوب على المنحني	الاحداثي $s = As^2$	المنسوب على المماس	المسافة	نقطة
الثانية	الأولي					
		١٦٥.٠٠		١٦٥.٠٠	صفر	صفر
	١.٤٣		$^*(1) \times 0.178$	١.٦٠		
٠.٣٥		١٦٦.٤٢	٠.١٧٨	- ١٦٦.٦٠	٥٠	١
	١.٠٧		$^*(2) \times 0.178$	١.٦٠		
٠.٣٦		١٦٧.٤٩	٠.١٧٢	- ١٦٨.٢٠	١٠٠	٢
	٠.٧١		$^*(3) \times 0.178$	١.٦٠		
٠.٣٦		١٦٨.٢٠	١.٦٠٢	- ١٦٩.٨٠	١٥٠	٣
	٠.٣٥		$^*(4) \times 0.178$	١.٦٠		
٠.٣٥		١٦٨.٥٥	٢.٨٤٨	- ١٧١.٤٠	٢٠٠	٤
	٠.٠٠		$^*(5) \times 0.178$	١.٦٠		
٠.٣٦		١٦٨.٥٥	٤.٤٥١	- ١٧٣.٠٠	٢٥٠	٥
	٠.٣٦		$^*(6) \times 0.178$	١.٦٠		
٠.٣٥		١٦٨.١٩	٦.٤٠٨	- ١٧٤.٦٠	٣٠٠	٦
	٠.٧١		$^*(7) \times 0.178$	١.٦٠		
٠.٣٦		١٦٧.٤٨	٨.٧٢٢	- ١٧٦.٢٠	٣٥٠	٧
	٠.٠٧		$^*(8) \times 0.178$	١.٦٠		
		١٦٦.٤١	١١.٣٩٢	= ١٧٧.٨٠	٤٠٠	٨

## الباب الثالث: رياضيات المساحة الجيوديسية

الفصل الثامن: نظم الإحداثيات والتحويل بينها

الفصل التاسع: إسقاط الأرصاد

الفصل العاشر: سريان الأخطاء

الفصل الحادي عشر: نظرية مجموع أقل المربعات

الفصل الثاني عشر: ضبط أرصاد الميزانية

الفصل الثالث عشر: ضبط أرصاد الترافرس

الفصل الرابع عشر: ضبط أرصاد شبكات الجي بي أس

الفصل الخامس عشر: ضبط أرصاد الشبكات المتكاملة

الفصل السادس عشر: تحليل نتائج ضبط الشبكات

## الفصل الثامن

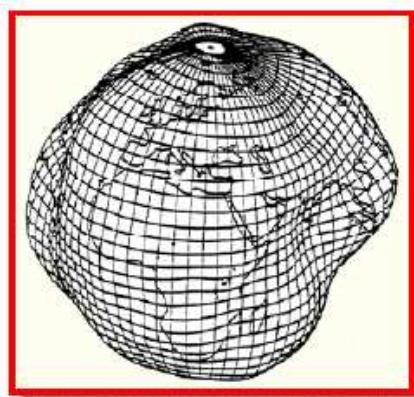
### نظم الإحداثيات و التحويل بينها

#### ١-٨ شكل الأرض

إن تحديد الموضع على سطح الأرض يعني بداية أن نعرف ما هو الشكل الدقيق لهذا الكوكب الذي نعيش فوقه ، و ما هو المرجع الذي يمكننا أن نفترض أنه الأنسب لتمثيل الأرض رياضيا و خرائطيا. كما أن تحديد الموضع يكون من خلال قيم رياضية تعبر عنه وهي القيم التي نطلق عليها مصطلح "الإحداثيات Coordinates" على اختلاف أنواعها و نظمها. لذلك يجب على دارس الجيوديسيا أن يلم بأساسيات هذه الموضوعات الثلاثة ، وهو ما سنقوم بعرضه في هذا الفصل.

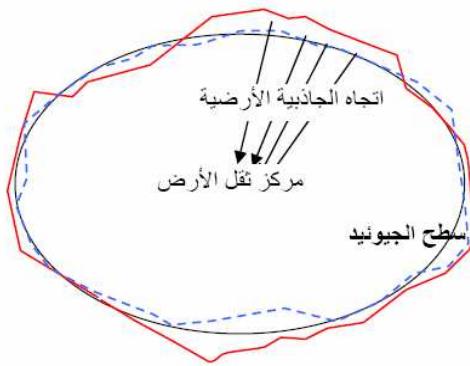
في بدايات المعرفة البشرية ظن الإنسان أن الأرض هي قرص صلب يطفو فوق سطح الماء ، إلى أن تطور التفكير العلمي للبشر قليلا وجاء العالم اليوناني فيثاغورث Pythagoras في القرن السادس قبل الميلاد وافتراض أن الأرض كروية الشكل. وكانت أولى محاولات العلماء لتقدير حجم أو محيط هذه الكرة هي تجربة العالم الإغريقي أراتوستين التي سبق الإشارة إليها في الفصل الأول. وفي القرنين الخامس عشر و السادس عشر أيد كل من الرحالة كولومبوس Columbus و ماجلان Magellan فكرة كروية الأرض من خلال رحلاتهما الشهيرة بالدوران حول الأرض. في عام ٦٨٧ طور العالم الشهير نيوتن Newtown عدة مبادئ نظرية علمية وكان أهمها: أن الشكل المتوازن لكتلة مائعة متGANSAة خاضعة لقوانين الجذب و تدور حول محورها ليس هو شكل الكرة كاملة الاستدارة لكنه شكل مفلطح قليلا باتجاه القطبين. وفي عام ١٧٣٥ قامت أكاديمية العلوم الفرنسية بتنظيم بعثتين لإجراء القياسات اللازمة للتأكد من هذه الفرضية وأنبنت النتائج فعلا أن الأرض مفلطحة وليس كروية الشكل تماما.

إننا نعيش على سطح كوكب الأرض وعندما نريد أن نحدد أي موقع على الأرض فنحن بحاجة إلى أن نقوم بتعریف هذا السطح - شكله و حجمه - لكي يمكننا من معرفة في أي مكان نحن نقع بالضبط. إن شكل السطح الطبيعي للأرض كما خلقه الله تعالى بما يضممه من قارات و محيطات و جبال و أودية و بحار ليس شكلًا سهلا وليس منتظمًا لكي يمكن التعبير عنه بسهولة.



**شكل (١-٨) الأرض غير منتظمة الشكل**

بحث العلماء عن شكل افتراضي آخر للأرض يكون أقل تعقيداً واهتدوا إلى فكرة أنه طالما أن مساحة الماء في المحيطات والبحار تشكل حوالي 70% من مساحة الأرض فإن شكل الأرض يكاد يكون هو الشكل المتوسط لسطح الماء (إذا أهملنا حرارة سطح الماء بسبب التيارات البحرية والمد والجزر) والمعروف اختصاراً بأحرف MSL، وإذا قمنا بمد هذا السطح تحت اليابسة لنجعل على شكل متكامل فإن هذا الشكل سيكون أقرب ما يكون للشكل الحقيقي للأرض. وتم إطلاق اسم الجيويد أو الجيoid على هذا الشكل الافتراضي [يجب ملاحظة أن هناك فرق في حدود متر واحد فقط بين كلاً من MSL والجيويد إلا أنه في معظم التطبيقات الهندسية تتغاضى عن هذا الفرق و تعتبر أن كلاً الشكلين أو المصطلحين يشيران نفس الجسم]. ولكن طبقاً لمبدأ نيوتن السابق فإن شكل هذا الجيoid لن يكون منتظاماً لأن سطح الجيoid يتعدى مع اتجاه قوة الجاذبية الأرضية وأيضاً يخضع لقوة الطرد المركزية الناتجة عن دوران الأرض حول محورها ، وكلاً القوتين تختلفان من مكان لآخر على سطح الأرض بسبب عدم توزيع الكثافة بشكل منتظم (يختلف سمك القشرة الأرضية من 6 إلى 6 - كيلومتر) . وبذلك نخلص إلى أن الجيoid (شكل ٢-٨) هو الشكل الحقيقي للأرض إلا أنه شكل معقد أيضاً وصعب تمثيله بمعادلات رياضية تمكننا من رسم الخرائط و تحديد المواقع عليه.



شكل (٢-٨) الجيoid: الشكل الحقيقي للأرض

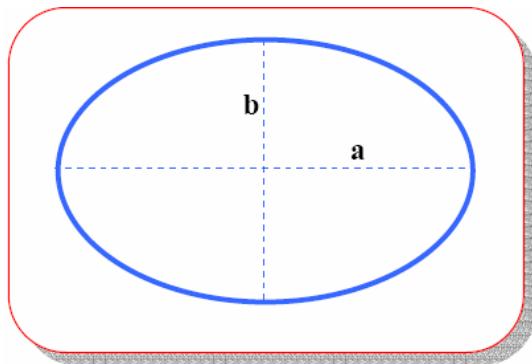
لتفهم الجيoid وصعوبته تمثيله بمعادلات رياضية أتجه العلماء إلى البحث عن أقرب الأشكال الهندسية المعروفة ووجدوا أن القطع الناقص أو الالبيس Ellipse هو الأقرب ، فإذا دار هذا الالبيس حول محوره فسيتخرج لنا مجسم القطع الناقص أو الالبيسويد أو الشكل البيضاوي Spheroid or Ellipsoid of Revolution (لكن اسم الالبيسويد هو الأكثر انتشاراً وهو الذي سنستخدمه في هذا الكتاب). ربما يتادر إلى الأذهان الآن سؤال: ما هو الفرق بين الالبيس والدائرة أو بمعنى آخر ما هو الفرق بين الالبيسويد والكرة؟ بالنظر لشكل ٣-٨ نجد أن الالبيسويد مفلطح قليلاً عند كلاً القطبين بعكس الكرة التي تكون كاملة الاستدارة تماماً ، أيضاً الكرة لها قطر واحد له نفس القيمة في جميع الاتجاهات بينما نجد الالبيسويد له محورين مختلفين. للتعبير عن الالبيسويد يلزمنا معرفة عنصرين (لاحظ أن الكرة يعبر عنها بعنصر واحد فقط هو نصف قطرها):

- نصف المحور الأكبر (المحور في مستوى خط الاستواء) ويرمز له بالرمز  $a$
- نصف المحور الأصغر (المحور بين كلاً القطبين) ويرمز له بالرمز  $b$

ويقوم البعض بالتعبير عن الالبيسويد بطريقة أخرى من خلال العنصرين:

- نصف المحور الأكبر (المحور في مستوى خط الاستواء) ويرمز له بالرمز  $a$
- معامل التقطيع flattening ويرمز له بالرمز  $f$  ويتم حسابه من المعادلة:

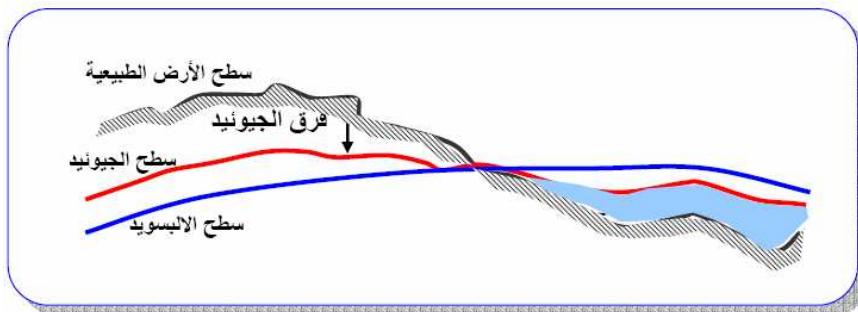
$$f = (a - b) / a \quad \text{or} \quad f = 1 - (b / a) \quad (8-1)$$



شكل (٣-٨) الاليبيسويدي

ويتميز شكل الاليبيسويدي بعده خصائص مثل (شكل ٤-٨):

- سهولة إجراء الحسابات على سطحه (حيث أنه شكل هندسي معروف).
- لا يختلف سطح الاليبيسويدي الرياضي عن سطح الجيoid الفيزيقي كثيراً (أكبر فرق بين كلاهما لا يتعدى ١٠٠ متر فقط). لاحظ أن الفرق بين الجيoid و الكرة يصل إلى ٢١ كيلومتر تقريباً.



شكل (٤-٨) العلاقة بين الجيoid و الاليبيسويدي

لكي يمكن تحديد الموضع على سطح الأرض يلزمنا اختيار شكل رياضي يعبر عن شكل و حجم الأرض ذاتها وهو ما نطلق عليه اسم الشكل المرجعي Reference Surface. أحد هذه الأشكال المرجعية من الممكن أن يكون الكرة والتي كانت مستخدمة لفترة طويلة لتحديد الموضع التي لا تتطلب دقة كبيرة ولرسم الخرائط التي لا يزيد مقياسها عن ١ : مليون. أيضاً للمساحات الصغيرة جداً (أقل من ٥٠ كيلومتر مربع) من الممكن اعتبار المستوى Plane شكلًا مرجعياً وخاصة في تطبيقات المساحة المستوية Plane Surveying. أما لتحديد الموضع بدقة عالية أو لرسم الخرائط الدقيقة فإن الاليبيسويدي هو الشكل المرجعي المستخدم.

طوال القرنين الأخيرين تعددت محاولات علماء الجيوديسيا لتحديد أنساب الاليسيود يعبر عن شكل الأرض بأقرب صورة ممكنه. وكلما تجمعت قياسات جيوديسية جديدة لدى أحد العلماء أو الجهات الدولية تم حساب قيم جديدة لعناصر تعريف الاليسيود (سواء  $a$  ،  $b$  أو  $f$ ) مما أدى لوجود العديد من نماذج الاليسيود ، ويعرض الجدول ١-٨ بعضاً من هذه النماذج.

كانت كل دولة عند بدء إقامة الهيكل الجيوديسي أو المساحي لها بغرض البدء في إنتاج الخرائط غالباً ما تختار أحدث الاليسيود - في ذلك الوقت - لتخذله السطح المرجعي لنظام خرائطها. فإذا ظهر بعد عدة سنوات الاليسيود آخر لم يكن ممكناً - لأسباب تقنية و مادية - أن تقوم هذه الدولة بتغيير السطح المرجعي لها وإعادة إنتاج و طباعة كل خرائطها من جديد. لكن ما هو المرجع؟ من المعروف أن أي الاليسيود يكون أقرب ما يمكن لتمثيل سطح الأرض على المستوى العالمي، أي أن الفروق بينه وبين الجيوديد تختلف من مكان لمكان على سطح الأرض لكنها أقل ما يمكن على المستوى العالمي. لكن كل دولة عندما تعتمد الاليسيود معين تزيد أن يكون الفرق بينه وبين الجيوديد أقل ما يمكن في حدودها ولا تهتم إن كانت هذه الفروق كبيرة في مناطق أخرى من العالم. لذلك كانت كل دولة تتجه لتعديل وضع الاليسيود المرجعي قليلاً Re-Position لكي يتحقق هذا الهدف. وفي هذه الحالة - أي بعد إجراء هذا التعديل البسيط - فلم يعد هذا الاليسيود كما كان في الأصل لكنه صار في وضع مختلف ، وهذا نطلق عليه اسم مرجع أو مرجع جيوديسي أو مرجع وطني أو بيان A geodetic Datum, a local datum, or simply a datum أي أن المرجع الوطني لأي دولة ما هو إلا الاليسيود العالمي قد تم تعديل وضعه بصورة أو بأخرى ليناسب هذه الدولة ويكون أقرب تمثيلاً لشكل الجيوديد (الشكل الحقيقي للأرض) عند هذه الدولة. كما يجب الإشارة إلى أنه كلما قلت الفروق بين المرجع الوطني لدولة ما والجيوديد كلما زادت دقة الخرائط المرسمة اعتماداً على هذا المرجع.

#### جدول (١-٨) بعض نماذج الاليسيود المستخدمة عالمياً

الدولة التي تستخدمه	نصف المحور الأصغر $b$ بالметр	نصف المحور الأكبر $a$ بالметр	اسم الاليسيود
مصر	٦٢٥٦٨١٨	٦٣٧٨٢٠٠	Helmert 1906
أمريكا الشمالية	٦٣٥٦٦٥١	٦٣٧٨٢٧٤	Clarke 1866
وسط أوروبا	٦٣٥٦٠٧٩	٦٣٧٧٣٩٧	Bassel 1841
بريطانيا	٦٣٥٦٢٥٧	٦٣٧٧٥٦٣	Airy 1830
عالمي	٦٣٥٦٧٥٠	٦٣٧٨١٣٥	WGS72
عالمي	٦٣٥٦٧٥٢	٦٣٧٨١٣٧	WGS84

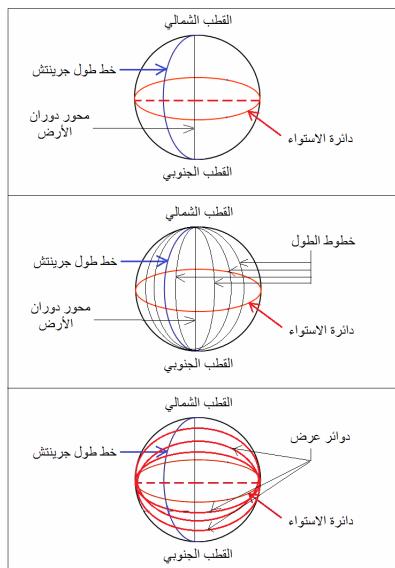
## ٢-٨ نظم الإحداثيات

**الإحداثيات Coordinates** هي القيم التي بواسطتها نعبر عن موقع معين على سطح الأرض أو على الخريطة. وتتعدد أنظمة الإحداثيات تبعاً لاختلاف السطح المرجعي الذي يتم تمثيل الموضع عليه. فعند اختيار المستوي كسطح مرجعي (مثل الخريطة) فإن الإحداثيات تكون إحداثيات مستوية أو مسقطة أو ثنائية الأبعاد Two-Dimensional (or 2D Coordinates). ويرجع اسم ثنائية الأبعاد إلى أن كل نقطة - على الخريطة مثلاً - يلزمها قيمتين لتحديد موقعها ولتكن مثلاً  $S$  ،  $C$ . بينما عند اعتماد الكرة أو الإلبيسويدي كسطح مرجعي فإننا نتعامل مع نوع الإحداثيات الفراغية أو الإحداثيات ثلاثية الأبعاد Three-Dimensional (or 3D Coordinates) حيث يجب إضافة ارتفاع النقطة عن سطح المرجع بعد ثالث لتحديد موقعها الدقيق ، أي نحتاج لمعرفة القيم الثلاثة  $S$  ،  $C$  ،  $U$  لكل موقع. وفي حالة الكرة تسمى الإحداثيات باسم الإحداثيات الكروية Spherical Coordinates بينما في حالة الإلبيسويدي تسمى بالإحداثيات الجيوديسية Geodetic Coordinates أو الإحداثيات الجغرافية Geographic Coordinates أو الإحداثيات الإلبيسويدية Ellipsoidal Coordinates. كما توجد إحداثيات أحادية البعد One-Dimensional (or 1D Coordinates) وهي غالباً التي تعبّر فقط عن ارتفاع النقطة من سطح الشكل المرجعي المستخدم. وفي التطبيقات الجيوديسية والجيوفيزيكية عالية الدقة توجد إحداثيات رباعية الأبعاد Four-Dimensional (or 4D Coordinates) حيث يتم تحديد موقع النقطة في زمن محدد بحيث تكون إحداثياتها هي  $S$  ،  $C$  ،  $U$  ،  $N$  حيث البعد الرابع " $N$ " يعبر عن زمن قياس هذه الإحداثيات لهذا الموقع. وسنستعرض بعض أنظمة الإحداثيات بالتفصيل في الأجزاء التالية.

منذ قرون مضت أبتكر العلماء طريقة لتمثيل موقع أي نقطة على سطح الأرض (باعتبار أن الأرض كره) وذلك عن طريق:

- تم اتخاذ الخط الأساسي الأفقي هو تلك الدائرة العظمي (أي التي تمر بمركز الأرض) والتي تقع في منتصف المسافة بين القطبين وسميت بدائرة الاستواء.
- أخذ الخط الأساسي الرأسى ليكون هو نصف الدائرة التي تصل بين القطبين الشمالي والجنوبي وتمر بلدة جرينتش بإنجلترا (شكل ٥-٨ أ).
- قسمت دائرة الاستواء إلى ٣٦٠ قسماً متساوياً ورسم على سطح الأرض ٣٦٠ نصف دائرة (وهي أصل طاحية) تصل بين القطبين وتمر بأحدى نقاط التقسيم على دائرة الاستواء ، وكل نصف دائرة تسمى خط طول Longitude. ويوضح من ذلك أن الزاوية عند مركز الأرض بين نقطتي تقسيم متجاورتين تساوي ١ درجة (يرمز للدرجة بالرمز  $^{\circ}$ ) لأن  $360$  درجة تقابل  $360$  قسماً. وتم ترقيم خط طول جرينتش بالرقم صفر وخط الطول المجاور له من جهة الشرق  $^{\circ}1$  شرق ، ثم  $^{\circ}2$  شرق ، .... إلى  $^{\circ}180$  شرق وبنفس الطريقة للخطوط الواقعة غرب جرينتش من  $^{\circ}1$  غرب ، إلى  $^{\circ}180$  غرب. وتكون زاوية خط الطول (شكل ٨-٤ ب) هي الزاوية الواقعه في مستوى دائرة الاستواء والمحسورة بين ضلعين يمر أحدهما بخط طول جرينتش بينما يمر الآخر بخط طول النقطة ذاتها.
- تم تقسيم خط الطول الأساسي (جرينتش) إلى  $180$  قسماً متساوياً ورسم على الأرض دوائر صغرى وهمية (الدائرة الصغرى هي التي لا تمر بمركز الأرض) توازي دائرة الاستواء وتمر كل دائرة منها بأحدى نقاط تقسيم خط طول جرينتش. وبذلك تكون الزاوية عند مركز الأرض بين نقطتين متجاورتين من نقاط التقسيم تساوي  $^{\circ}1$  لأن

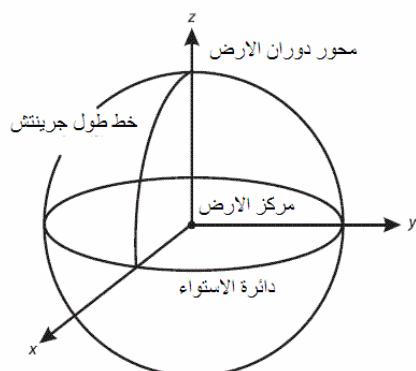
١٨٠ درجة تقابل ١٨٠ قسماً ، وأطلق على هذه الدوائر اسم دوائر العرض ومنهم ٩٠ دائرة شمال دائرة الاستواء و ٩٠ دائرة جنوبه . وبنفس الأسلوب تم ترقيم دائرة الاستواء بالرقم صفر ودائرة العرض المجاور لها من جهة الشمال ١° شمال ، ثم ٢° شمال ، ... إلخ ٩٠° شمال وبنفس الطريقة للدوائر الواقعه جنوب دائرة الاستواء من ١° جنوب ، إلى ٩٠° جنوب . زاوية العرض **Latitude** هي الزاوية الواقعه في مستوى دائرة من دوائر الطول و رأسها عند مركز الدائرة و ضلعها الأساسي يمر في مستوى الاستواء و الضلع الآخر يمر في دائرة من دوائر العرض (شكل ٥-٨ ج).



شكل (٥-٨) تحديد الموضع على الكرة

### ١-٢-٨ نظم الإحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية

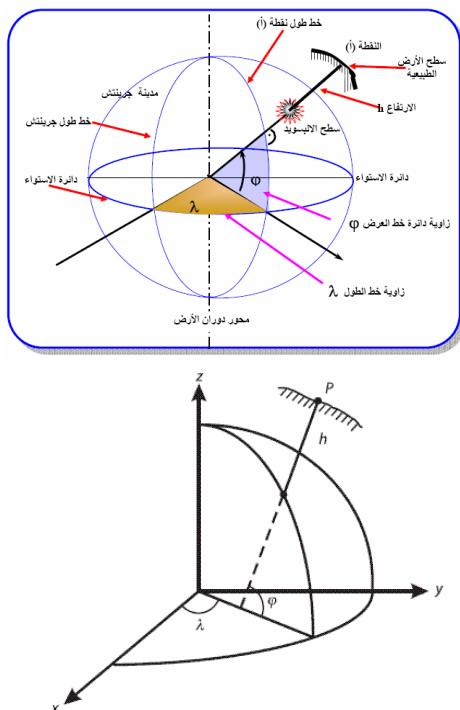
نظام الإحداثيات الجيوديسية هو أحد نظم الإحداثيات الذي مركزه هو مركز الأرض ومحاوره مثبتة مع الأرض أثناء دورانها ولذلك يطلق عليه نظام مركزي أرضي ثابت-Earth-Centered Earth-Fixed ECEF. مركز النظام يقع في مركز جاذبية الأرض، وينطبق محوره الرأسي Z مع محور دوران الأرض ، يتوجه محوره الأفقي الأول X ناحية خط طول جرينش بينما محوره الأفقي الثاني Y يكون عمودياً على محور X.



شكل (٦-٨) نظام الإحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية

يتم تمثيل موقع أي نقطة في هذا النظام بثلاثة قيم أو ثلاثة إحداثيات ، أي أن هذا النظام ثلاثي الأبعاد 3D:

- خط الطول **Longitude** ويرمز له بالرمز اللاتيني  $\lambda$  (ينطق لاما) ، وهو الزاوية المقاسة في مستوى دائرة الاستواء بين خط طول جرينش (وهو خط الطول الذي أصلح دولياً أن يكون رقم صفر) و خط طول النقطة المطلوبة.
- دائرة العرض **Latitude** ويرمز له بالرمز اللاتيني  $\phi$  (ينطق فاي) ، وهي الزاوية في المستوى الرأسي والتي يصنعا الاتجاه العمودي المار بالنقطة المطلوبة مع مستوى دائرة الاستواء (يلاحظ في الشكل أن الاتجاه العمودي على سطح الالبيسويدي لا يمر بمركز الالبيسويدي عكس حالة الكره حيث يمر العمودي على سطح الكره بمركزها).
- الارتفاع عن سطح الالبيسويدي ويرمز له بالرمز  $h$  ويسمى الارتفاع الجيوديسي أو الارتفاع الالبيسويدي **Geodetic or Ellipsoidal Height**



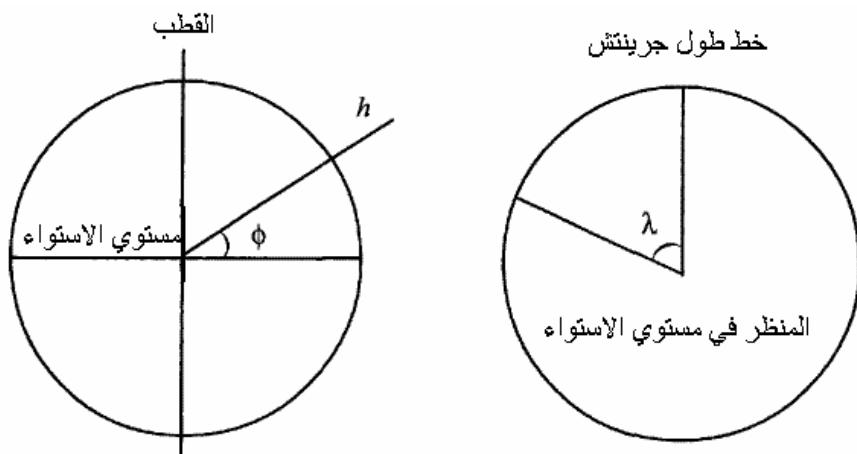
شكل (٧-٨) الإحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية

وتوجد عدة نظم للوحدات المستخدمة في التعبير عن خطوط الطول و دوائر العرض أشهرها نظام الوحدات الستيني ، وفيه يتم تقسيم الدائرة الكاملة إلى ٣٦٠ درجة (رمز الدرجة هو  $^{\circ}$ ) ثم تقسم الدرجة إلى ٦٠ جزء كلاً منهم يسمى الدقيقة (رمز الدقيقة هو  $'$ ) ثم لاحقاً تقسم الدقيقة الواحدة إلى ٦٠ جزء يسمى الواحد منهم بالثانية (رمز الثانية هو  $''$ ). كمثال: خط الطول  $30^{\circ} 52.3' 45''$  يعني أن موقع هذه النقطة عند  $30^{\circ}$  درجة و  $52.3'$  دقيقة و  $45''$  ثانية.

تكون خطوط الطول أما شرق خط طول جرينش (يرمز لها بإضافة حرف ق أو E) أو غرب جرينش (يرمز لها بإضافة حرف غ أو W). أما بالنسبة لدوائر العرض ف تكون أما شمال دائرة الاستواء (يرمز لها بإضافة حرف ش أو N) أو جنوب خط الاستواء (يرمز لها بإضافة حرف ج أو S).

٢-٢-٨ الإحداثيات الكروية

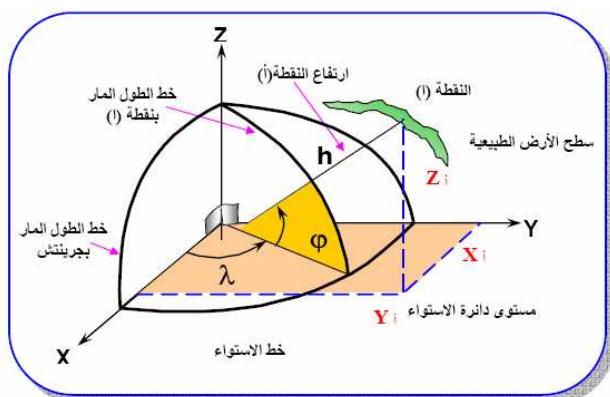
يشبه نظام الإحداثيات الكروية Spherical Coordinates نظام الإحداثيات الجيوديسية أو الجغرافية إلا في اختلاف واحد فقط ألا وهو أن السطح المرجعي هنا هو الكرة وليس الاليسيوسيد (شكل ٨-٨). يلاحظ في الشكل (خاصة لقياس دائرة العرض  $\phi$ ) أن الاتجاه العمودي على سطح الكرة يمر بمركزها عكس حالة الاليسيوسيد حيث لا يمر العمودي على سطح الاليسيوسيد بمركزه.



شكل (٨-٨) الإحداثيات الكروية

٣-٢-٨ الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية أو الفراغية أو الديكارتية

هو نظام إحداثيات مشابه تماماً في تعريفه لنظام الإحداثيات الجيوديسية إلا أنه يتميز أن إحداثياته الثلاثة تكون طولية (أي بالمتر أو الكيلومتر) وليس منحنية (بالدرجات) مما يجعله أسهل في التعامل وخاصة في الحسابات ، وقد ابتكره العالم الفرنسي ديكارت في القرن السابع عشر. نقطة الأصل لنظام الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية Cartesian Geodetic Coordinates هي مركز الأرض ومحوره الأول  $X$  ينشأ من تقاطع مستوى خط الطول المار بجرينتش مع مستوى دائرة الاستواء ومحوره الثاني  $Y$  هو العمودي على محور  $X$  بينما المحور الثالث (الرأسي)  $Z$  هو محور دوران الأرض و الذي يمر بمركز الأرض وكلا القطبين. ويعبر عن موقع كل نقطة بثلاثة إحداثيات:  $Z, Y, X$  (شكل ٩-٨).



شكل (٩-٨) الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية

#### ٤-٢-٨ الإطار المرجعي الأرضي العالمي

نلاحظ أن المحور الرأسي في نظم الإحداثيات التي تحدثنا عنها حتى الآن كان يعرف على أنه ينطبق مع محور دوران الأرض ، وهذا بافتراض أن محور دوران الأرض ثابت. هذا الأساس الفرضي ربما يكون مناسباً لمعظم تطبيقات تحديد الموضع – بما فيها التطبيقات الجيودينيسية - التي تتطلب دقة سنتيمتر أو أكبر. لكن علماء الجيودينيسيا أثبتوا منذ سنوات بعيدة أن محور دوران الأرض ليس ثابتاً بصورة تامة ، لكنه يتحرك من عام لآخر في حركة أشبه بحركة النحلة (لعبة الأطفال الشهيرة!). وبالتالي فإن تعريف أو تحديد محور دوران الأرض يتغير من فترة زمنية لأخرى ، ومع أن هذا التغير بسيط جداً جداً (سنتيمترات فقط) إلا أنه يجب أخذه في الاعتبار في حالة تحديد نظام إحداثيات عالي الدقة وخاصة للتطبيقات الجيودينيسية التي تتطلب دقة ملليمترات (مثل متابعة ورصد حركة القشرة الأرضية). وبناءً عليه فقد تم تطوير فكرة الإطار المرجعي الأرضي العالمي International Terrestrial Reference Frame أو المعروف اختصاراً باسم ITRF ، حيث تقوم احدى المنظمات الجيودينيسية الدولية بتحديد محور دوران الأرض كل ٣ سنوات وذلك من خلال تجميع وتحليل القياسات الجيودينيسية الدقيقة الموزعة على جميع أنحاء الأرض. وبالتالي فإن هذا النظام من نظم الإحداثيات من الممكن اعتباره من الإحداثيات رباعية الأبعاد 4D حيث يتم تحديد epoch ITRF طبقاً لسنة معينة. كمثال نجد: ITRF1990 , ITRF1995, ITRF2000, and ITRF2005.

#### ٣-٨ التحويل بين الإحداثيات الجغرافية

يمكن باستخدام مجموعة المعادلات التالية تحويل الإحداثيات الجيودينيسية أو الجغرافية  $(\phi, \lambda, h)$  إلى الإحداثيات الجيودينيسية الكارتيزية  $(X, Y, Z)$ :

$$\begin{aligned} X &= (c + h) \cos \phi \cos \lambda \\ Y &= (c + h) \cos \phi \sin \lambda \\ Z &= [h + c (1 - e^2)] \sin \phi \end{aligned} \quad (8-2)$$

حيث  $c$  يسمى نصف قطر التكور first radius of curvature ،  $e$  تسمى المركبة الأولى eccentricity ويتم حسابهما كالتالي:

$$c = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \phi)}} \quad (8-3)$$

$$e = \sqrt{(a^2 - b^2)} / a \quad (8-4)$$

وأيضاً:

$$e = \sqrt{(2f - f^2)}$$

أما للتحويل من الإحداثيات الجيودينيسية الكارتيزية  $(X, Y, Z)$  إلى الإحداثيات الجيودينيسية أو الجغرافية  $(\phi, \lambda, h)$  فأحد الحلول يتمثل في المعادلات التالية:

$$\tan \lambda = Y / X$$

$$\tan \phi = \frac{Z / \sqrt{(X^2 + Y^2)}}{1 - e^2 (c / (c + h))} \quad (8-5)$$

$$h = \frac{\sqrt{(X^2 + Y^2)}}{\cos \phi} - c$$

وأيضا يمكن استخدام:

$$\tan \phi = \frac{Z}{D(1 - e^2)}$$

حيث:  
 $D = (X^2 + Y^2)^{0.5}$

نلاحظ في هذه المعادلات أننا نحتاج لمعرفة قيمة  $c$  لكي نستطيع حساب قيمة  $\phi$  و  $h$  ، لكن لنحسب قيمة  $c$  من المعادلة 8-3 فأننا نحتاج لمعرفة قيمة  $\phi$  ! ولذلك يتم حساب هذا النوع من التحويل بطريقة تكرارية Iterative ، حيث نبدأ باستخدام قيمة تقريرية لدائرة العرض  $\phi$  ونحسب قيمة تقريرية لنصف قطر التكور  $c$  ثم نأخذ قيمة  $c$  هذه لنحسب منها قيمة جديدة  $\phi$  وهكذا لعدد من المرات إلى أن نجد عدم وجود أي فرق جوهري Significant بين قيمتين متتاليتين لدائرة العرض  $\phi$ .

مثال 1:

أحسب الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية للنقطة A التي لها إحداثيات جيوديسية على المرجع الوطني الأمريكي NAD38 كالتالي:

$$\phi = 43^\circ 15' 46.289'', \lambda = -89^\circ 59' 42.164'', h = 1382.618 \text{ m}$$

النفطاخ flattening للمرجع الوطني الأمريكي NAD83:  $f = 1/235632572298298$

ومن ثم فإن المركزية الأولى لهذا المرجع الجيوديسي يمكن حسابها كالتالي:

$$e = \sqrt{(2f - f^2)} = 0.006694379990$$

إذن:  $c$  يسمى نصف قطر التكور سيكون كالتالي:

$$c = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \phi)}} = 6388188.252 \text{ m}$$

وتكون الإحداثيات الكارتيزية للنقطة كالتالي:

$$\begin{aligned} X &= (c + h) \cos \phi \cos \lambda = 402.3509 \text{ m} \\ Y &= (c + h) \cos \phi \sin \lambda = -4652995.3011 \text{ m} \\ Z &= [h + c(1 - e^2)] \sin \phi = 4349760.7775 \text{ m} \end{aligned}$$

مثال ٢:

أحسب الإحداثيات الجيوديسية للنقطة B التي لها إحداثيات جيوديسية كارتيزية على المرجع الوطني الأمريكي NAD38 كالتالي:

$$\begin{aligned} X &= 12046.5808 \text{ m} \\ Y &= -4649394.0826 \text{ m} \\ Z &= 4353160.0634 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\lambda = \tan^{-1}(Y/X) = -89^\circ 51' 05.5691''$$

$$D = (X^2 + Y^2)^{0.5} = 4649409.6889 \text{ m}$$

القيمة التقريبية لدائرة العرض في التكرار الأول:

$$\phi_0 = \tan^{-1} \frac{Z}{D(1 - e^2)} = 43^\circ 18' 26.2228''$$

ثم نستخدمها لحساب القيمة التقريبية لنصف قطر التكور:

$$\begin{aligned} a &(\text{of NAD83}) = 6378137.0 \text{ m} \\ e &(\text{of NAD83}) = \sqrt{(2f - f^2)} = 0.006694379990 \end{aligned}$$

$$c_0 = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \phi)}} = 6388204.8545 \text{ m}$$

ثم نستخدم هذه القيمة لحساب قيمة جديدة لدائرة العرض في التكرار الثاني:

$$\phi_1 = \tan^{-1} \frac{Z}{D(1 - e^2)} = 43^\circ 18' 26.1030''$$

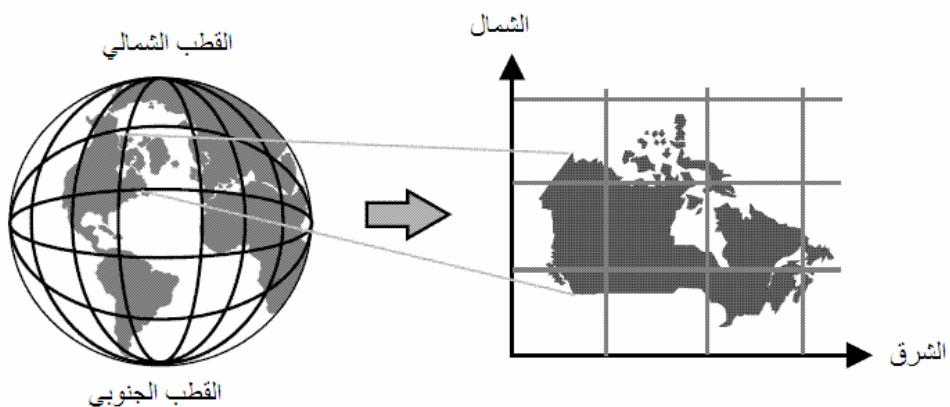
$$c_1 = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \phi)}} = 6388204.8421 \text{ m}$$

$$h = \frac{\sqrt{(X^2 + Y^2)}}{\cos \phi} - c = 1103.101 \text{ m}$$

وأخيرا نحسب قيمة الارتفاع الجيوديسي:

#### ٤-٨ إسقاط الخرائط

إسقاط الخرائط Map Projection هو العملية الرياضية التي تمكننا من تحويل الإحداثيات على مجسم الأرض - سواء كان الشكل المرجعي الذي يمثل الأرض هو الكرة أو الاليسيود- (أي إحداثيات ثلاثة الأبعاد) إلى إحداثيات ممثلة على سطح مستوي وهو الخريطة (أي إحداثيات ثنائية الأبعاد أو إحداثيات شبكة Grid Coordinates). أو بمعنى آخر: هو العملية التي تمكننا من تحويل قيم خط الطول و دائرة العرض لموقع إلى الاحادي الشمالي والجنوبي الشمالي المطلوبين لتوقيع هذا الموقع على الخريطة (شكل ١٠-٨). ويسمى الشكل الناتج عن عملية الإسقاط بالمسقط.



شكل (١٠-٨) عملية إسقاط الخرائط

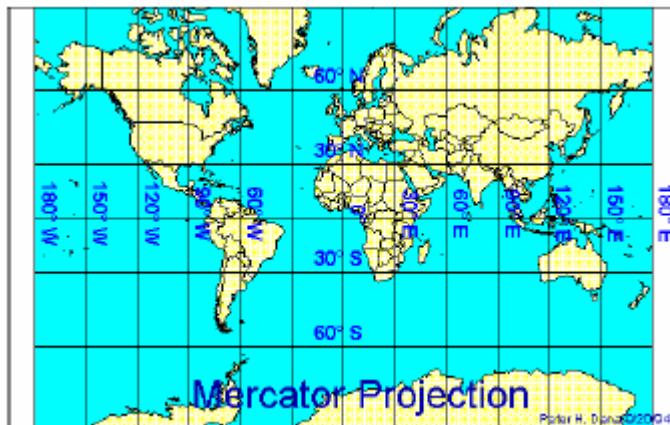
تنقسم مساقط الخرائط إلى ٤ مجموعات رئيسية:

- أ- المساقط الاسطوانية Cylindrical Projections: تنشأ من إسقاط سطح الأرض على اسطوانة والتي أما تمس الأرض رأسياً أو تقطعها أو تمس الأرض عرضياً أو بصورة مائلة.
- ب- المساقط المخروطية Conical; Projection: تنشأ من إسقاط سطح الأرض على مخروط والذي أما يمس الأرض رأسياً أو يقطعها.
- ت- المساقط السمتية أو المستوية أو الاتجاهية Azimuthal Projection: تنشأ من إسقاط سطح الأرض على مستوى والذي أما يمس الأرض رأسياً عند نقطة محددة أو يقطعها في دائرة.
- ث- مساقط أخرى خاصة.

وفي الجزء التالي سنستعرض بعض نماذج مساقط الخرائط الشهيرة:

### مسقط ميريكاتور :Mercator Projection

مسقط أسطواني يحقق شرط أن خطوط الطول و دوائر العرض تقاطع في زوايا قائمة تماماً. يكون المقياس **scale** صحيحاً عند دائرة الاستواء أو عند دائري عرض قياسيتين **Standard Parallels** على مسافات متساوية من الاستواء. غالباً يستخدم هذا المسقط في الخرائط البحريّة.



شكل (١١-٨) مسقط ميريكاتور

### مسقط ميريكاتور المستعرض Transverse Mercator Projection

ينتج هذا المسقط من إسقاط الأرض على اسطوانة تمسها عند خط طول مركزي **Central Meridian**. غالباً يستخدم هذا المسقط للمناطق التي تمتد في اتجاه شمال-جنوب أكبر من امتدادها في اتجاه شرق-غرب. يزداد التشوه (في المقياس و المسافة و المساحة) كلما ابتعدنا عن خط الطول المركزي ، ولذلك نلجم إلى فكرة الشرائح عند استخدام هذا المسقط حيث يكون عرض الشريحة الواحدة - في اتجاه الشرق - ثلاثة أو أربعة درجات من خطوط الطول بحيث لا يكون مقدار التشوه كبيراً عند أطراف الشريحة التي يقع خط طولها المركزي في منتصفها. مسقط ميريكاتور المستعرض مستخدم في خرائط الكثير من دول العالم مثل مصر و بريطانيا.

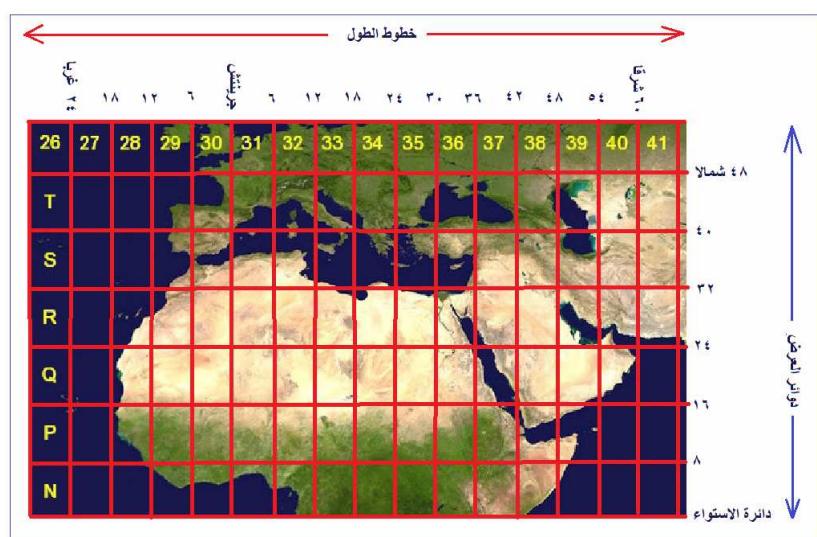
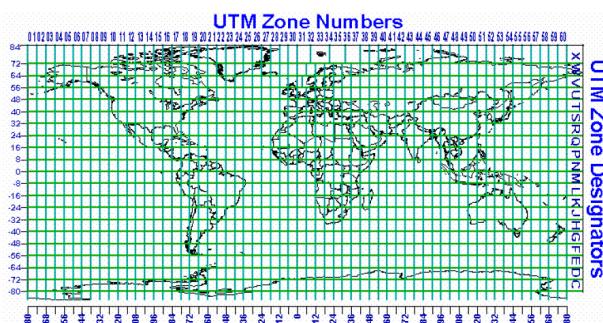
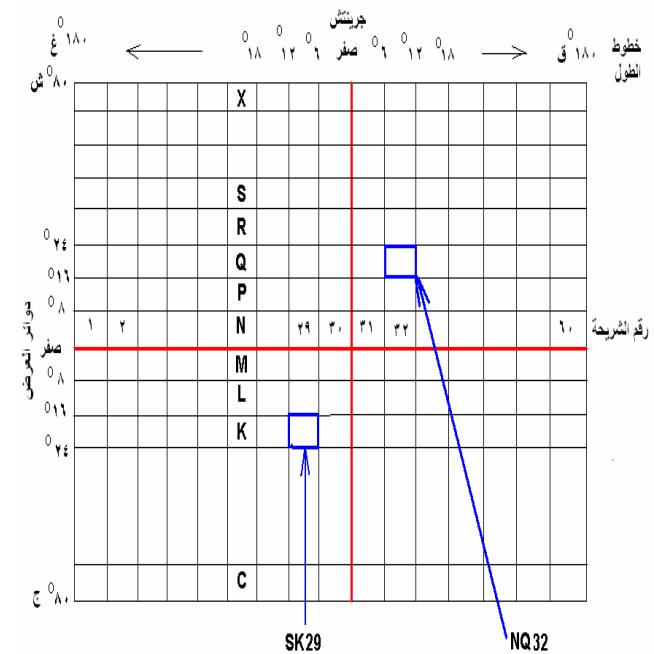
### مسقط ميريكاتور المستعرض العالمي Universal Transverse Mercator Projection

يعد أشهر أنواع مساقط الخرائط على المستوى العالمي و يرمز له اختصاراً بأحرف **UTM**. كما زادت أهميته في السنوات الأخيرة بسبب أنه أحد المساقط المستخدمة في أجهزة تقنية النظام العالمي لتحديد الموقع **GPS**.

يعتمد مسقط **UTM** على إيجاد طريقة لرسم خرائط العالم كله وذلك عن طريق تقسيم الأرض إلى 60 شريحة **zones** كلا منها يغطي 6 درجات من خطوط الطول بحيث يكون لكل شريحة مسقط **UTM** له خط طول مركزي **Central Meridian** يقع في مركز هذه الشريحة.

- تمتد شرائح مسقط UTM من دائرة العرض ٨٠ جنوبا إلى دائرة العرض ٨٤ شمالا.
- ترقم الشرائح من رقم ١ إلى رقم ٦٠ بدءا من خط الطول  $180^{\circ}$  غرب ، بحيث تمتد الشريحة الأولى من  $180^{\circ}$  غرب إلى  $174^{\circ}$  غرب ويكون خط طولها المركزي meridian central عند  $177^{\circ}$  غرب.
- تقسم كل شريحة طولية إلى مربعات كل ٨ درجات من دوائر العرض.
- يكون هناك حرف خاص - كاسم - لكل مربع من هذه المربعات ، وتبعد الحروف من حرف C جنوبا إلى حرف X شمالا مع استبعاد حرف A و O (القرب الشبه بينهما وبين الأرقام الانجليزية!).
- يكون معامل المقاييس scale factor مساويا ٩٩٩٦ . عند خط الطول المركزي ، بحيث مع ازدياد التشوه كلما بعمنا عن خط الطول المركزي فإن أقصى قيمة لمعامل القياس عند أطراف الشريحة ستكون ١٠٠٠٩٧ عند خط الاستواء أو ١٠٠٠٢٩ عند دائرة عرض  $45^{\circ}$  ش.

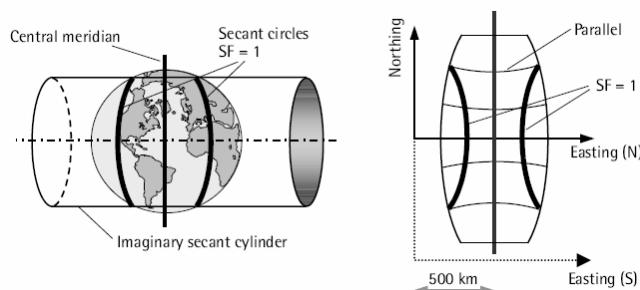
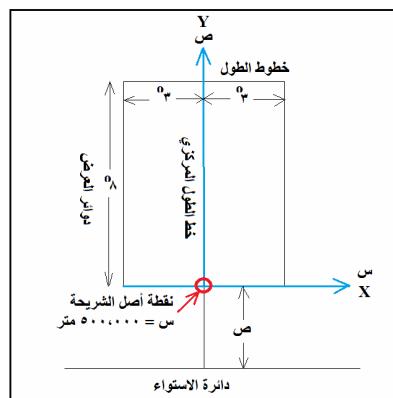
مسقط ميريكاتور المستعرض مستخدم في خرائط الكثير من دول العالم مثل مصر و بريطانيا (شكل ١٢-٨).



شكل (١٢-٨) مسقّط ميريكاتور المستعرض

يتكون نظام الإحداثيات المسطحة في UTM من:

- نقطة الأصل (صفر ، صفر) للشريحة تقع في تقاطع خط الطول المركزي للشريحة مع دائرة الاستواء.
- الإحداثي السيني  $X$  في اتجاه الشرق.
- الإحداثي الصادي  $Y$  في اتجاه الشمال.
- تعطي قيمة إحداثيات شرقية زائفة **False Easting** لنقطة الأصل بقيمة ٥٠٠،٠٠٠ متر (لذلك فإن الإحداثي السيني لا يزيد عن ٦ خانات).
- لا تعطي أي قيمة إحداثيات شمالية زائفة **False Northing** لنقطة الأصل، أي أن قيمة الصفر في اتجاه الشمال تكون بالفعل عند دائرة الاستواء (وبذلك فإن الإحداثي الصادي قد يصل إلى ٧ خانات).



شكل (١٣-٨) شرائح مسقّط ميريكاتور المستعرض العالمي

لا يمكن ضم شريحتين من شرائح UTM في خريطة واحدة (أو في ملف رقمي واحد) والسبب في ذلك أن نقطة أصل كل شريحة تأخذ الإحداثي السيني المفروض وهو ٥٠٠،٠٠٠ متر، مما سيجعل الإحداثيات الشرقية  $X$  للمعلم (المختلفة) على كلا الخريطتين تتكرر في كلا الشريحتين.

ت تكون معادلات التحويل من الإحداثيات الجغرافية (خط الطول و دائرة العرض) إلى الإحداثيات المترية بنظام UTM من عدة معادلات ليست بسيطة ولا يمكن حسابها بآلة حاسبة بل تحتاج لبرنامـج كمبيوـتر لإتمامـها. الشـكل التـالـي يـقـدم هـذـه المعـادـلات بصـورـة شاملـة دون الدخـول في تفاصـيلـها الكاملـة.

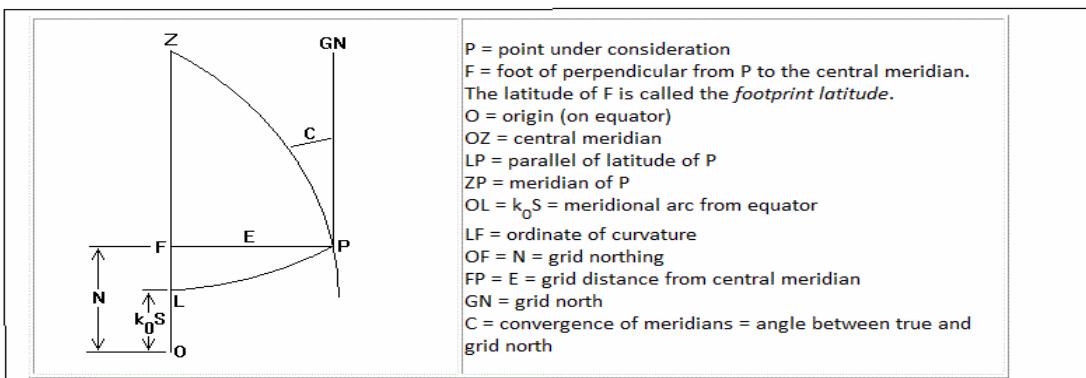
تحدر الإشارة لوجود بعض المواقع على شبكة الانترنت التي تقدم خدمات آنية on-line لإجراء هذه الحسابات و تحويل الإحداثيات، ومنهم على سبيل المثال:

<http://www.rcn.montana.edu/resources/tools/coordinates.aspx>

[http://gis.dep.wv.gov/convert/llutm\\_conus.php](http://gis.dep.wv.gov/convert/llutm_conus.php)

[http://www.geod.nrcan.gc.ca/tools-  
ouils/tools\\_info\\_e.php?apps=gsrsg](http://www.geod.nrcan.gc.ca/tools-ouils/tools_info_e.php?apps=gsrsg)

<http://home.hiwaay.net/~taylorc/toolbox/geography/geoutm.html>

**Symbols**

- lat = latitude of point
- long = longitude of point
- long<sub>0</sub> = central meridian of zone  
 $k_0$  = scale along long<sub>0</sub> = 0.9996. Even though it's a constant, we retain it as a separate symbol to keep the numerical coefficients simpler, also to allow for systems that might use a different Mercator projection.
- e =  $\sqrt{1-b^2/a^2} = .08$  approximately. This is the eccentricity of the earth's elliptical cross-section.  
 $e'^2 = (ea/b)^2 = e^2/(1-e^2) = .007$  approximately. The quantity e' only occurs in even powers so it need only be calculated as e'<sup>2</sup>.
- n = (a-b)/(a+b)
- rho =  $a(1-e^2)/(1-e^2 \sin^2(\text{lat}))^{3/2}$ . This is the radius of curvature of the earth in the meridian plane.  
nu =  $a/(1-e^2 \sin^2(\text{lat}))^{1/2}$ . This is the radius of curvature of the earth perpendicular to the meridian plane. It is also the distance from the point in question to the polar axis, measured perpendicular to the earth's surface.
- p = (long-long<sub>0</sub>) in radians (This differs from the treatment in the Army reference)

**Calculate the Meridional Arc**

S is the meridional arc through the point in question (the distance along the earth's surface from the equator). All angles are in radians.

- $S = A'\text{lat} - B'\sin(2\text{lat}) + C'\sin(4\text{lat}) - D'\sin(6\text{lat}) + E'\sin(8\text{lat})$ , where lat is in radians and
- $A' = a[1 - n + (5/4)(n^2 - n^3) + (81/64)(n^4 - n^5) ...]$
- $B' = (3 \tan S/2)[1 - n + (7/8)(n^2 - n^3) + (55/64)(n^4 - n^5) ...]$
- $C' = (15 \tan^2 S/16)[1 - n + (3/4)(n^2 - n^3) ...]$
- $D' = (35 \tan^3 S/48)[1 - n + (11/16)(n^2 - n^3) ...]$
- $E' = (315 \tan^4 S/512)[1 - n ...]$

The USGS gives this form, which may be more appealing to some. (They use M where the Army uses S)

- $M = a[(1 - e^2/4 - 3e^4/64 - 5e^6/256 ...) \text{lat}$   
 $- (3e^2/8 + 3e^4/32 + 45e^6/1024...) \sin(2\text{lat})$   
 $+ (15e^4/256 + 45e^6/1024 + ...) \sin(4\text{lat})$   
 $- (35e^6/3072 + ...) \sin(6\text{lat}) + ....)]$  where lat is in radians

This is the hard part. Calculating the arc length of an ellipse involves functions called *elliptic integrals*, which don't reduce to neat closed formulas. So they have to be represented as series.

**Converting Latitude and Longitude to UTM**

All angles are in radians.

$$y = \text{northing} = K_1 + K_2 p^2 + K_3 p^4, \text{ where}$$

- $K_1 = Sk_0$ ,
- $K_2 = k_0 \text{nu} \sin(\text{lat}) \cos(\text{lat})/2 = k_0 \text{nu} \sin(2\text{lat})/4$
- $K_3 = [k_0 \text{nu} \sin(\text{lat}) \cos^3(\text{lat})/24][(5 - \tan^2(\text{lat}) + 9e'^2 \cos^2(\text{lat}) + 4e'^4 \cos^4(\text{lat})]$

$$x = \text{eastng} = K_4 p + K_5 p^3, \text{ where}$$

- $K_4 = k_0 \text{nu} \cos(\text{lat})$

### شكل (١٤-٨) معادلات تحويل الإحداثيات من نظام UTM إلى النظام الجغرافي

( المرجع: <http://www.uwgb.edu/dutchs/usefuldata/utmformulas.htm> )

## Converting UTM to Latitude and Longitude

In response to innumerable e-mails, you **cannot** use UTM grid coordinates without knowing your zone. There are sixty points on the earth's surface that have the same numerical UTM coordinates, 120 if you consider that northing is duplicated in both hemispheres.

y = northing, x = easting (relative to central meridian; subtract 500,000 from conventional UTM coordinate).

### Calculate the Meridional Arc

This is easy:  $M = y/k_0$ .

### Calculate Footprint Latitude

- $\mu = M/[a(1 - e^2/4 - 3e^4/64 - 5e^6/256...)]$
- $e_1 = [1 - (1 - e^2)^{1/2}]/[1 + (1 - e^2)^{1/2}]$

footprint latitude  $fp = \mu + J_1 \sin(2\mu) + J_2 \sin(4\mu) + J_3 \sin(6\mu) + J_4 \sin(8\mu)$ , where:

- $J_1 = (3e_1/2 - 27e_1^3/32 ..)$
- $J_2 = (21e_1^2/16 - 55e_1^4/32 ..)$
- $J_3 = (151e_1^3/96 ..)$
- $J_4 = (1097e_1^4/512 ..)$

### Calculate Latitude and Longitude

- $e'^2 = (ea/b)^2 = e^2/(1-e^2)$
- $C_1 = e'^2 \cos^2(fp)$
- $T_1 = \tan^2(fp)$
- $R_1 = a(1-e^2)/(1-e^2 \sin^2(fp))^{3/2}$ . This is the same as rho in the forward conversion formulas above, but calculated for fp instead of lat.
- $N_1 = a/(1-e^2 \sin^2(fp))^{1/2}$ . This is the same as nu in the forward conversion formulas above, but calculated for fp instead of lat.
- $D = x/(N_1 k_0)$

lat = fp - Q1(Q2 - Q3 + Q4), where:

- $Q_1 = N_1 \tan(fp)/R_1$
- $Q_2 = (D^2/2)$
- $Q_3 = (5 + 3T_1 + 10C_1 - 4C_1^2 - 9e'^2)D^4/24$
- $Q_4 = (61 + 90T_1 + 298C_1 + 45T_1^2 - 3C_1^2 - 252e'^2)D^6/720$

long = long0 + (Q5 - Q6 + Q7)/cos(fp), where:

- $Q_5 = D$
- $Q_6 = (1 + 2T_1 + C_1)D^3/6$
- $Q_7 = (5 - 2C_1 + 28T_1 - 3C_1^2 + 8e'^2 + 24T_1^2)D^5/120$

## شكل (١٥-٨) معادلات تحويل الإحداثيات من النظام الجغرافي إلى نظام UTM

( المرجع: <http://www.uwgb.edu/dutchs/usefuldata/utmformulas.htm> )

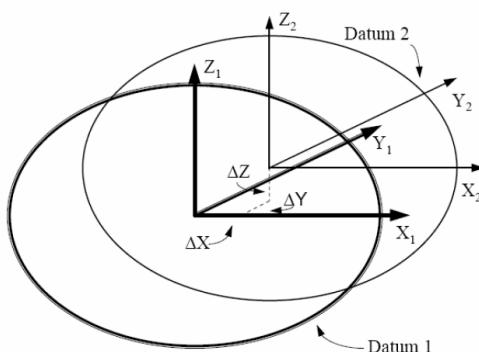
## ٤-٨ التحويل بين المراجع

إن تحويل الإحداثيات بين المراجع الجيوديسية المختلفة أصبح حلقة مهمة من حلقات العمل الجيوديسي في الآونة الأخيرة. فمع ازدياد التعاون التنموي والمشروعات المشتركة بين الدول المجاورة ومع اختلاف المرجع الجيوديسي المستخدم في خرائط وقاعدة البيانات الجيوديسية لكل دولة ، أصبح لزاماً توحيد الإحداثيات و الخرائط في مناطق الحدود ليتمكن تنفيذ هذه المشروعات المدنية (مثل مد خطوط الكهرباء أو أنابيب نقل البترول أو إقامة الطرق). أيضاً ومع انتشار تطبيقات التقنيات المساحية الحديثة (مثل الجي بي آس) ازدادت أهمية عملية التحويل بين المراجع. فكمثال: تعطي تقنية الجي بي آس إحداثيات النقاط المرصودة على المجسم العالمي أو الييسويد WGS84 فإذا أردنا توقيع هذه المواقع المعرفة على خرائط أحدى الدول (التي تعتمد على الييسويد آخر أو مرجع جيوديسي محلي) فلا بد من تحويل هذه الإحداثيات من الييسويد WGS84 إلى هذا الييسويد المحلي ، وإنما سنرتكب أخطاء قد تصل إلى مئات الأمتار عند توقيع هذه الإحداثيات دون تحويلها.

إن عملية التحويل (أي تحويل الإحداثيات) بين المراجع Datum Shift ليست جديدة في العمل الجيوديسي لكنها قد تمت دراستها منذ قرنين أو أكثر ، وقد تم ابتكار العديد من الحلول الرياضية لتنفيذها. وفي العقود الأخيرين ظهرت طرق رياضية جديدة ربما تكون أكثر دقة من الطرق التقليدية القديمة.

## ٤-٥-٨ الطرق التقليدية للتحويل بين المراجع

لنبدأ بمثال توضيحي بسيط في حالة التحويل بين نظامي إحداثيات مختلفين لكنهما متوازيين (شكل ١٦-٨). لاحظ أننا سنتعامل هنا مع نوع الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية ( $X, Y, Z$ ) حيث أنها كإحداثيات طولية متعمدة ستكون أسهل من الإحداثيات الجغرافية ( $\phi, \lambda, h$ ).



شكل (١٦-٨) التحويل بين مرجعين متوازيين

حيث أن محاور كل نظامي الإحداثيات في كلا المرجعين متوازية فإن العلاقة بين المرجعين تتحدد بمعرفة موقع مركز المرجع الأول بالنسبة لموقع مركز المرجع الثاني ، أي تحديد فرق الإحداثيات بين موقع (أو إحداثيات) النقطة على المرجع الأول وموقعها أو إحداثياتها على المرجع الثاني. وهذا الفرق يتحدد من خلال ثلاثة مركبات  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  (ينطق الحرف اللاتيني  $\Delta$  دلتا) والتي تسمى عناصر النقل Translation Parameters

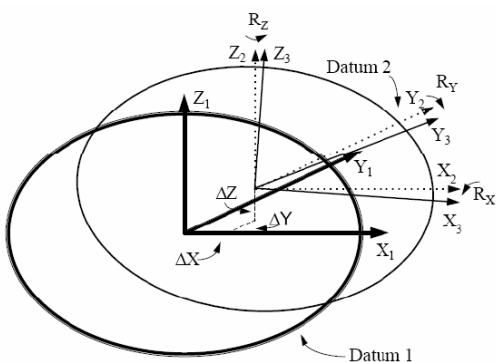
$$\begin{aligned}\Delta X &= X_2 - X_1 \\ \Delta Y &= Y_2 - Y_1 \\ \Delta Z &= Z_2 - Z_1\end{aligned}\tag{8-7}$$

فإذا علمنا إحداثيات نقطة واحدة على المرجع الأول ( $X_1, Y_1, Z_1$ ) وإحداثياتها على المرجع الثاني ( $X_2, Y_2, Z_2$ ) فيمكننا حساب فرق الإحداثيات باستخدام المعادلة السابقة. فإذا كان لدينا نقطة جديدة معلومة إحداثياتها على المرجع الأول ( $X, Y, Z$ ) فيمكن تحويلها إلى المرجع الثاني ( $X', Y', Z'$ ) بكل سهولة:

$$\begin{aligned}X' &= X + \Delta X \\ Y' &= Y + \Delta Y \\ Z' &= Z + \Delta Z\end{aligned}\tag{8-8}$$

أي أن كل ما نحتاج إليه في هذه الحالة (الفرض بأن المرجعين متوازي المحاور) هو معرفة إحداثيات نقطة واحدة على الأقل في كلا النظائر.

لكن الحال العامة للعلاقة بين أي مرجعين أو البسويدين أن وضعهما لن يكون متوازي المحاور، بل أن محاور أحدهما ستكون مائلة على محاور الآخر. كما أن حجم الالبيسويد الأول ليس بالضرورة أن يكون مساويا لحجم الالبيسويد الثاني. وبالتالي فبدلا من وجود ثلاثة عناصر فقط مطلوب تحديدهم ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ) كما في الحال البسيطة السابقة فسينتج لدينا ٤ عناصر أخرى: ثلاثة لتحديد فروق الميل بين المحاور الثلاثة في كل مرجع وتسمى عناصر الدوران ، بالإضافة لعنصر يحدد فرق الحجم بين كلا المرجعين ويسمى معامل القياس **scale factor** (شكل ١٧-٨).



شكل (١٧-٨) التحويل بين أي مرجعين

وكما نري في هذا الشكل سنجد أن العناصر الجديدة المطلوبة هي:

- زاوية الدوران (أو الفرق) بين محوري  $X$  في كلا المرجعين ، ونرمز لها  $R_x$
- زاوية الدوران (أو الفرق) بين محوري  $Y$  في كلا المرجعين ، ونرمز لها  $R_y$
- زاوية الدوران (أو الفرق) بين محوري  $Z$  في كلا المرجعين ، ونرمز لها  $R_z$
- بالإضافة للعنصر الرابع **scale factor** الذي يحدد فرق معامل القياس بين كلا المرجعين ونرمز له عادة بالرمز  $S$ .

أي أننا لتحديد العلاقة الفراغية (المكانية) بين أي مرجعين في الحالة العامة يلزم منا تحديد ٧ عناصر ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, R_x, R_y, R_z, s$ ) وهي ما نطلق عليها اسم عناصر التحويل Transformation Parameters بين المراجع الجيوديسية. وفي هذه الحالة لا يمكننا الاعتماد على توافر نقطة واحدة فقط معلومة (كما في الحالية البسيطة السابقة) لكن يلزم منا وجود ٣ نقاط - على الأقل - معلوم إحداثياتهم في كلا المرجعين. فإذا كان لدينا معلومات لأكثر من ٣ نقاط زادت دقة الحل المطلوب لتحديد عناصر التحويل السبعة ، كما أن دقة تحديد العناصر تعتمد على دقة إحداثيات النقاط المعلومة في كلا المرجعين. وهذين السببين وراء وجود أكثر من مجموعة منشورة و معلنة من عناصر التحويل بين مرجعين محددين ، فمعادلات التحويل ثابتة لكن عدد و جودة البيانات المستخدمة في الحساب ستؤدي لقيم متقاربة لعناصر التحويل بين نفس المرجعين.

توجد عدة نماذج من المعادلات التي تسمح بالتحويل بين المراجع المختلفة و من أشهر هذه النماذج نموذج بورسا-وولف Bursa-Wolf ونموذج مولودينسكس-بادكس Molodenskii-Badekas. وتمثل معادلات نموذج بورسا-وولف في:

$$\begin{vmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{vmatrix} + s \begin{vmatrix} 1 & R_z & -R_y \\ -R_z & 1 & R_x \\ R_y & -R_x & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{vmatrix} \quad (8-9)$$

حيث  $X_1, Y_1, Z_1$  تمثل إحداثيات النقطة في المرجع الأول ،  $X_2, Y_2, Z_2$  تمثل إحداثيات النقطة في المرجع الثاني ،  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  تمثل عناصر الانتقال بين المرجعين ،  $R_x, R_y, R_z$  تمثل زوايا الدوران أو عناصر الدوران بين المرجعين ، ويمثل  $s$  معامل القياس بينهما. أما نموذج مولودينسكس-بادكس فيضيف ٣ عناصر أخرى ( $X_0, Y_0, Z_0$ ) تتمثل في إحداثيات نقطة افتراضية يتم عندها دوران المحاور.

كما يمكن أن تتم عملية تحويل المراجع باستخدام الإحداثيات الجغرافية ، والمعادلات التالية تقدم طريقة التحويل من أي مرجع محلي إلى مرجع WGS84 العالمي المستخدم في أرصاد تقنية الجي بي أس:

$$\begin{aligned} \phi_{84} &= \phi_L + \Delta\phi \\ \lambda_{84} &= \lambda_L + \Delta\lambda \\ h_{84} &= h_L + \Delta h \end{aligned} \quad (8-10)$$

حيث  $\phi_{84}, \lambda_{84}, h_{84}$  تمثل الإحداثيات على مجسم WGS84 ،  $\phi_L, \lambda_L, h_L$  تمثل الإحداثيات على المجسم المحلي.

$$\begin{aligned} \Delta\phi'' &= \{ -\Delta X \sin \phi \cos \lambda - \Delta Y \sin \phi \sin \lambda + \Delta Z \cos \phi + \\ &\quad \Delta a ( R_N e^2 \sin \phi \cos \lambda ) / a + \Delta f [ R_M (a/b) + \\ &\quad R_N (b/a) ] \sin \phi \cos \lambda \} / ( [ R_M + h ] \sin 1'' ) \end{aligned} \quad (8-11)$$

$$\Delta\lambda'' = [ -\Delta X \sin \lambda + \Delta Y \cos \lambda ] / [ ( R_N + h ) \cos \phi \sin 1'' ] \quad (8-12)$$

$$\Delta h = \Delta X \cos \phi \cos \lambda + \Delta Y \cos \phi \sin \lambda + \Delta Z \sin \phi - \Delta a \left( a/R_N \right) + \Delta f \left( b/a \right) R_N \sin^2 \phi \quad (8-13)$$

حيث:

$a, b$  هما قيم نصف المحور الأكبر و نصف المحور الأصغر للمرجع المحلي ،  $f$  تقطيع المرجع المحلي ،

$\Delta a, \Delta f$  هما الفرق بين نصف المحور الأكبر و التقطيع لمرجع WGS84 ناقص القيم المماثلة للمرجع المحلي ،

$$f - 1 = a/b \quad (8-14)$$

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (8-15)$$

$$R_N = a / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (8-16)$$

$$R_M = a(1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2} \quad (8-17)$$

توجد العديد من قيم عناصر التحويل المعلنة أو المنشورة وخاصة مع انتشار تطبيقات تقنية الجي بي أس التي تعتمد إحداثياتها على المنسوب العالمي WGS84. يقدم جدول (٢-٨) قيم عناصر التحويل من بعض المراجع الوطنية في الدول العربية إلى مرجع WGS84.

**جدول (٢-٨) عناصر التحويل بين المرجع الجيوديسي العالمي WGS84 والمراجع  
الجيوديسية المحلية**

عناصر التحويل (بالمتر)			عدد النقاط المستخدمة	الإليبسoid	المرجع الوطني	الدولة
D Z	D Y	D X				
٢٠٤ (٣)	١٥٠- (٥)	١٦٦- (٥)	٢٢	Clark 1880	Adindan	السودان
٤٣١ (٨)	(٩) ٦	٢٦٣- (٦)	٥	Clark 1880	Carthage	تونس
١٤٥- (٢٥)	٧٧- (٢٥)	١١٢- (٢٥)	٤	International 1924	European 1950	
(٣) ٤٧	١٤٦ (٣)	(٥) ٣١	٩	Clark 1880	Merchich	المغرب
٣١٠ (٢٥)	٩٣- (٢٥)	١٨٦- (٢٥)	٣	Clark 1880	North Sahara 1959	الجزائر
٢١٩ (٢٥)	٢٠٦- (٢٥)	١٢٣- (٢٥)	٢	Clark 1880	Voirol 1960	
١٣- (٨)	١١٠ (٦)	١٣٠- (٣)	١٤	Helmert 1906	Old Egyptian 1906	مصر
١- (٢٥)	٢٥٠- (٢٥)	١٥٠- (٢٥)	٢	International 1924	Ain El Abd 1970	البحرين
(١٠) ٧	٢٣٦- (١٠)	١٤٣- (١٠)	٩	International 1924	Ain El Abd 1970	السعودية
٣٨١ (٢٥)	١٥٦- (٢٥)	٢٤٩- (٢٥)	٢	Clark 1880	Nahrwan	الإمارات
٣٦٩ (٢٥)	١٤٨- (٢٥)	٢٤٧- (٢٥)	٢	Clark 1880	Nahrwan	عمان
٢٢٤ (٩)	(٣) ١-	٣٤٦- (٣)	٧	Clark 1880	Oman	
٢٢ (٢٠)	٢٨٣- (٢٠)	١٢٨- (٢٠)	٣	International 1924	Qatar National	قطر
١٤١-	١٠٦-	١٠٣-	?	International 1924	European 1950	العراق والكويت والأردن ولبنان و سوريا
٢٢٧	٢٤٧-	٧٣-	?	Clark 1880	Voirol 1874	تونس و الجزائر

لكن يجب مراعاة الملاحظات التالية على قيم هذا الجدول:

١. قيم العناصر المذكورة هي للتحويل من المرجع المحلي إلى مرجع WGS84 وللتحويل من WGS84 إلى المرجع المحلي يجب عكس جميع الإشارات الجبرية (موجب بدلاً من سالب والعكس).
٢. القيم المذكورة لثلاثة عناصر فقط (وليس سبعة) وبالتالي فهي أقل دقة.
٣. الجدول يوضح أيضاً عدد نقاط الثوابت المساحية التي تم استخدامها في حساب هذه العناصر لكل مرجع محلي.
٤. العدد المذكور بين القوسين هو مؤشر للدقة المتوقعة لقيمة كل عنصر من عناصر التحويل.
٥. القيم في آخر سطرين من الجدول تم حسابها بطرق أخرى بخلاف رصد نقاط ثوابت مساحية وبالتالي فإن قيم الدقة المتوقعة غير متاحة.

٢-٥-٨ الطرق غير التقليدية للتحويل بين المراجع

عابت الطرق التقليدية للتحويل بين المراجع الجيوديسية عدة نقاط تقلل من دقة عناصر التحويل التي يتم حسابها باستخدام هذه الطرق. أهم هذه العيوب أن نظريات تطوير هذه النماذج الرياضية تعتمد على فرضية أن إحداثيات النقاط المعلومة في كلا المرجعين – المطلوب التحويل بينهما – هي إحداثيات دقيقة تماماً و حالياً من أي مصدر من مصادر الأخطاء Error-Free. لكن هذا الوضع غير صحيح تماماً ، فمن المعروف أن معظم الشبكات الجيوديسية المحلية بها عيوب عديدة من وجهة النظر التقنية نظراً لأن معظم هذه الشبكات قد تم إقامتها في النصف الأول من القرن العشرين أو قبل ذلك حيث لم تكن الأجهزة المساحية بلغت مرحلة عالية من الدقة قبل بدء ثورة الملاحة بالأقمار الصناعية. كما أن عدم وجود حاسبات آلية متطرفة في ذلك الوقت أدي لإتمام العمليات الحسابية و ضبط الشبكات بطريقة غير دقيقة بنسبة كبيرة. ذلك بالإضافة إلى أن دقة الشبكات الجيوديسية في أي مرجع وطني تختلف من منطقة جغرافية لأخرى (حيث لم يمكن تغطية دولة كاملة بشبكات جيوديسية إلا مع مرور بضعة سنوات) وهذا أيضاً يعد العامل الثالث الذي لا تأخذ الطرق التقليدية في الاعتبار. وإذا أخذنا مصر كمثال فسنجد أن دقة الإحداثيات الجيوديسية لشبكات المثلثات الوطنية ذات الدرجة الأولى كانت أكبر من ٥٠ متر ، وهذه دقة متواضعة عند مقارنتها بدقة الإحداثيات الناتجة الآن من استخدام تقنية الجي بي أس والتي قد تصل إلى سنتيمترات وأحياناً ملليمترات. وبالتالي فإن استخدام الطرق التقليدية لحساب عناصر التحويل بين مرجع WGS84 – على سبيل المثال - وأي مرجع محلي سيؤدي للحصول على دقة ديسيمترات عند حساب عناصر التحويل بين هذين المرجعين. ومن هنا بدأ منذ سنوات البحث عن طرق جديدة غير تقليدية لتحويل الإحداثيات بين المراجع الجيوديسية ، أو البحث عن وسائل جديدة تتيح زيادة دقة النماذج الرياضية التقليدية. وهناك العشرات من الطرق والوسائل التي تم تطويرها في هذا المجال و سنستعرض هنا البعض منهم.

أولي هذه الطرق غير التقليدية هو تمثيل الفروق بين الإحداثيات على المرجعين فراغياً spatial representation في صورة نموذج رياضي يغطي منطقة جغرافية معينة. وأهم ما يميز هذا الأسلوب أنه يستخدم الإحداثيات على كلا المرجعين (للنقاط المشتركة) كما هي وبالتالي فإن قيمة الفروق ستتغير من مكان جغرافي لآخر داخل المنطقة المطلوبة ولن تكون العلاقة الرياضية بين كلا المرجعين علاقة ثابتة على امتداد هذه المنطقة كما كان الحال في الطرق التقليدية. وطبقت وزارة الدفاع الأمريكية هذا المبدأ في استنطاط ما يسمى سطوح التحويل conversion surfaces بين مرجع WGS84 والمراجع الجيوديسية الوطنية

لبعض دول العالم. وتختلف طرق تمثيل الفروق باختلاف النماذج الرياضية المستخدمة ، وتعد طريقة ذات الحدود polynomial أكثر النماذج تطبيقا ، مع اختلاف عدد المعاملات في المتواالية الرياضية والتي تعتمد على كم النقاط المشتركة المتاحة وذلك بتطبيق مبدأ الانحدار المتعدد Multiple Regression. تم تطبيق هذا الأسلوب في مصر لاستبطان معادلات رياضية وسطح تحويل بين مرجع WGS84 و هلمرت ١٩٠٦ وكانت النتائج كالتالي:

$$\begin{aligned}\Delta\phi'' = & -320.474 + 30.6751 \phi_{84} + 3.0402 \lambda_{84} - 1.7380 \phi_{84}^2 \\ & + 0.0436 \phi_{84}^3 - 0.0004 \phi_{84}^4 - 0.1056 \lambda_{84}^2 + 0.0012 \lambda_{84}^3\end{aligned}\quad (8-18)$$

$$\begin{aligned}\Delta\lambda'' = & 4357.7294 - 734.6377 \lambda_{84} + 49.4639 \lambda_{84}^2 - 0.1705 \phi_{84} \\ & - 1.6600 \lambda_{84}^3 + 0.0278 \lambda_{84}^4 + 0.0037 \phi_{84}^2 - 0.0002 \lambda_{84}^5\end{aligned}\quad (8-19)$$

حيث  $\Delta\phi$  و  $\Delta\lambda$  هما الفرق بالثواني في دوائر العرض و خطوط الطول – بالترتيب – بين المرجعين ، و  $\lambda_{84}$  ،  $\phi_{84}$  هما الإحداثيات الجغرافية على مجسم WGS84.

ومن ثم يمكن تحويل الإحداثيات الجغرافية إلى المرجع المحلي المصري هلمرت ١٩٠٦ من خلال:

$$\phi_{OED} = \phi_{84} + \Delta\phi \quad (8-20)$$

$$\lambda_{OED} = \lambda_{84} + \Delta\lambda \quad (8-21)$$

حيث  $\lambda_{OED}$  ،  $\phi_{OED}$  هما الإحداثيات الجغرافية على مجسم هلمرت ١٩٠٦. هذا وقد أثبتت نتائج اختبار هذا الأسلوب على نقاط تحكم check points جيوديسية في مصر أن دقة الأسلوب الجديد (عند حساب الإحداثيات الوطنية المحلية) تقدر بحوالي ٥.٥ متر مقارنة بدقة حوالي ٣٠ متر للطريقة التقليدية. كما تم تقديم مقترن باستخدام هذا الأسلوب غير التقليدي وتطبيقه في سوريا.

طريقة أخرى من الطرق غير التقليدية في التحويل بين المراجع تعتمد على استخدام أوزان مختلفة Different Weights لإحداثيات النقاط المشتركة المستخدمة في تقدير عناصر التحويل بين المرجعين. المبدأ الأساسي وراء هذا الأسلوب هو أن دقة إحداثيات النقاط المشتركة ستختلف من نقطة لأخرى وبالتالي يجب تحديد وزن محدد يتناسب مع دقة كل نقطة وذلك أثناء تطبيق أي نموذج من النماذج التقليدية (مثل نموذج بورسا - وولف) ، أي أن هذا الأسلوب هو تعديل للطريقة التقليدية بهدف زيادة جودتها في وصف العلاقة الرياضية بين مرجعين جيوديسيين. كما تم أيضا تطبيق طريقة العنصر المحدد Finite Element كأحد الطرق غير التقليدية في التحويل بين المراجع الجيوديسية.

٣-٥-٨ التحويل بين المراجع ثلاثية و رباعية الأبعاد

في معظم التطبيقات المساحية و الخرائطية باستخدام تقنية الجي بي أس فأننا نحصل على إحداثيات ثلاثة الأبعاد 3D على الاليسيود العالمي WGS84 الذي يمثل شكل و حجم الأرض. لكن في التطبيقات الجيوديسية عالية الدقة (مثل مراقبة تحركات القشرة الأرضية ومراقبة هبوط المنشآت الضخمة) لا نكتفي بالتعامل مع الإحداثيات ثلاثة الأبعاد كقيم ثابتة لكن نحتاج لإطار مرجعي رباعي الأبعاد (متغير مع الزمن) لتناسب له هذه الإحداثيات. وأفضل مرجع رباعي الأبعاد هو الإطار المرجعي الأرضي العالمي ITRF كما تناولنا سابقاً. وتتجدر الإشارة لوجود عدة تعاريفات لاليسيود WGS84 إلا أن آخر تعديل له هو المسمى G730 هو المستخدم في استبطان إحداثيات الجي بي أس ، وهذا التعديل متواافق مع إطار ITRF92 في حدود ١٠ سم. أما لتحويل الإحداثيات من الاليسيود (G730) إلى WGS84(IGRF) بتعريفاته الأحدث نستخدم المعادلات التالية:

$$\begin{vmatrix} XS \\ YS \\ ZS \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} T1 \\ T2 \\ T3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} D & -R3 & R2 \\ R3 & D & -R1 \\ -R2 & R1 & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} \quad (8-22)$$

حيث  $X, Y, Z$  تمثل الإحداثيات على إطار ITRF2000 و  $XS, YS, ZS$  تمثل الإحداثيات على WGS84.

ولحساب قيمة أي عنصر  $P$  عند الزمن  $t$  فأننا نستخدم المعادلة:

$$P(t) = P(EPOCH) + P' (t - EPOCH) \quad (8-23)$$

حيث EPOCH هي سنة تعريف إطار ITRF المطلوب ،  $P'$  تمثل معدل تغير هذا العنصر.

أولاً: التحويل من ITRF92 إلى ITRF2000:

$$T1 = 1.47 \text{ cm, rate} = 0.00 \text{ cm/year}$$

$$T2 = 1.35 \text{ cm, rate} = -0.06 \text{ cm/year}$$

$$T3 = -1.39 \text{ cm, rate} = -0.14 \text{ cm/year}$$

$$D = 0.75 \text{ ppb, rate} = 0.01 \text{ ppb/year (ppb = part per billion)}$$

$$R1 = 0.00 ", \text{rate} = 0.00 "/\text{year}$$

$$R2 = 0.00 ", \text{rate} = 0.00 "/\text{year}$$

$$R3 = -0.0018 ", \text{rate} = 0.0002 "/\text{year}$$

$$EPOCH = 1988.0$$

ثانياً: التحويل من ITRF2000 إلى ITRF2005:

$$T1 = 0.1 \text{ mm, rate} = -0.2 \text{ mm/year}$$

$$T2 = -0.8 \text{ mm, rate} = 0.1 \text{ mm/year}$$

$$T3 = -5.8 \text{ mm, rate} = -1.8 \text{ mm/year}$$

$$D = 0.4 \text{ ppb, rate} = 0.08 \text{ ppb/year (ppb = part per billion)}$$

```
R1 = 0.000 " , rate = 0.000 "/year  
R2 = 0.000 " , rate = 0.000 "/year  
R3 = 0.000 " , rate = 0.000 "/year  
EPOCH = 2000.0
```

كما توجد قيم منشورة لعناصر التحويل بين كل تعريفات ITRF في السنوات الأخيرة.

## **٦-٨ العلاقة بين تحويل المراجع و إسقاط الخرائط**

قد يساور البعض لبساً كبيراً في خطوات تحويل الإحداثيات التي تقيسها على الطبيعة إلى تلك الموقعة على الخريطة ، وعلى الجانب الآخر فقد يظن البعض أن أجهزة تقييمات تحديد المواقع (مثل الجي بي آس) ليس بها أي خطأ وأن ما تنتجه من إحداثيات دقيق تماماً ! ومن هنا سنحاول أن نلخص - في خطوات مختصرة - ما قمنا بعرضه من أفكار في هذا الفصل (شكل ١٨-٨).

- تتيح لنا تقنيات جيوديسيا الأقمار الصناعية تحديد الموقع على سطح الأرض ، لكن بالاعتماد على نموذج رياضي معين يمثل الأرض شكلًا و حجمًا وهو الذي نطلق عليه اسم الإلبيسويدي.

كل نوع من الإحداثيات المرصودة يكون منسوبة لالمجسم العالمي أو اليبيسويدي WGS84 .

الجي بي إس تكون منسوبة للمجسم العالمي أو اليبيسويدي .

سواء كانت الإحداثيات من النوع الجغرافي أو الجيوديسي (خط الطول  $\phi$  ودائرة العرض  $\lambda$  و الارتفاع الجيوديسي  $h$  ) أو الإحداثيات الكارتيزية (  $X, Y, Z$  ) فيمكن تحويل أي نوع للأخر (المعادلات ٢-٨ و ٥-٨ ) لكننا مازلنا على نفس الإلبيسويدي .

لكل دولة اليبيسويدي معتمد قد تم تعديله ليناسبها (أصبح اسمه مرجع وليس اليبيسويدي) يختلف من دولة لأخرى ، وهو المرجع الذي تستخدمه الدولة في إنتاج خرائطها.

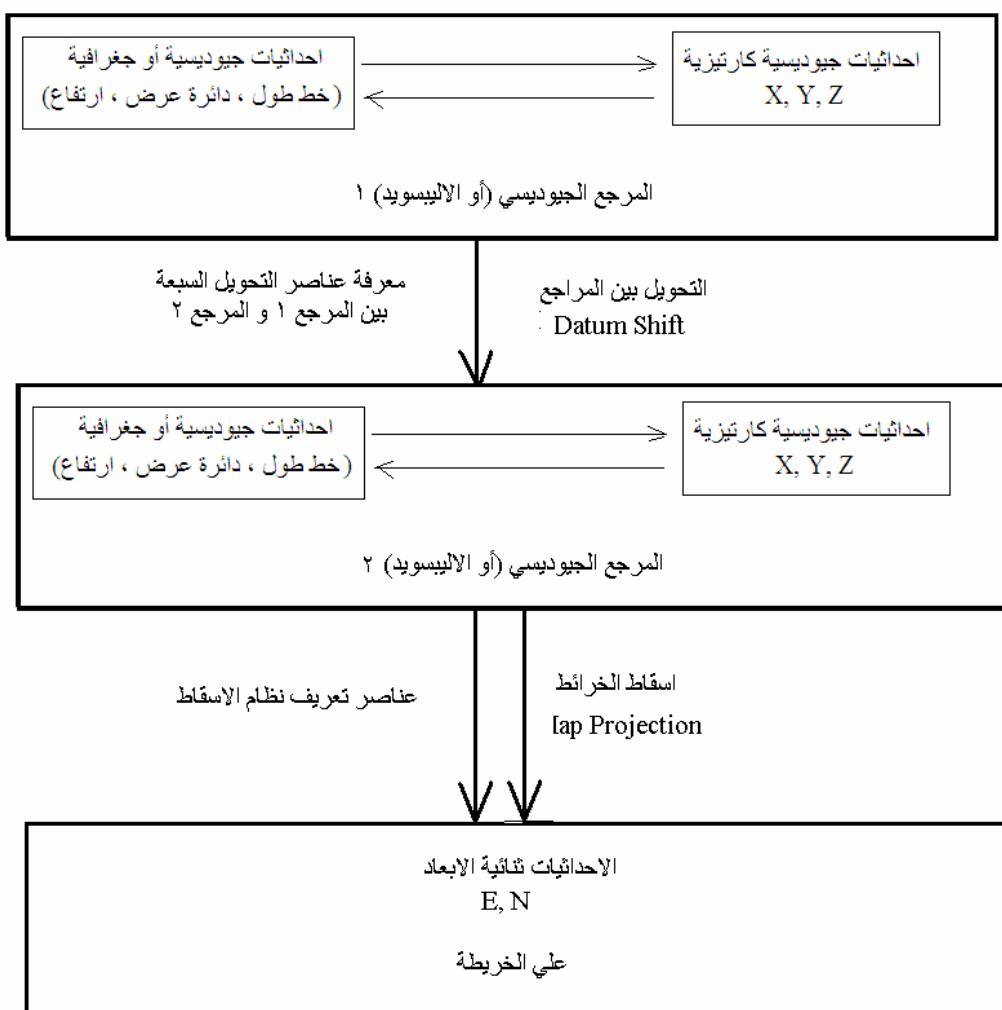
لا يمكن توقيع الإحداثيات المنسوبة لاليبيسويدي عالمي (مثل إحداثيات الجي بي إس المنسوبة إلى WGS84 ) مباشرة على خرائط أي دولة وإلا فأننا نتوقع خطأ في التوقيع قد يصل إلى مئات الأمتار.

يتم تحويل الإحداثيات من اليبيسويدي عالمي (مثل WGS84 ) إلى أي مرجع وطني أو محلي لدولة معينة من خلال معرفة عناصر التحويل السبعة (  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, Rx, Ry, Rz, s$  ) التي تصف العلاقة الرياضية بين كلا المرجعين ، باستخدام المعادلة ٨-٨ مثلا.

تختلف دقة حساب الإحداثيات على المرجع المحلي باختلاف دقة عناصر التحويل المستخدمة ، وللأعمال المساحية البسيطة يمكن استخدام قيم عناصر التحويل الموجودة في جدول ٢-٢ ، إلا أنه يجب ملاحظة أنها قيم غير دقيقة تماماً و لا تتناسب المنشروعات الجيوديسية التي تتطلب دقة عالية حيث يجب البحث عن عناصر تحويل أكثر دقة.

أما لتوقيع الإحداثيات الجيوديسية ثلاثية الأبعاد إلى إحداثيات ثنائية الأبعاد (الإحداثيات على الخريطة) فستستخدم أحدي طرق إسقاط الخرائط ، حيث يجب معرفة معاملات الإسقاط (مثلا ٥ معاملات لإسقاط ميريكاتور المستعرض: الإحداثي الشرقي الزائف ، الإحداثي الشمالي الزائف ، خط الطول المركزي ، دائرة العرض القياسية ، معامل القياس) لكل طريقة. وحيث أن المرجع الجيوديسي و نظام إسقاط الخرائط يختلف من دولة لأخرى فإن معاملات الإسقاط أيضاً ستختلف من خرائط دولة لأخرى.

- أي أنتا في النهاية وللوصول إلى الإحداثيات على الخريطة تحتاج لمعرفة ١٢ عنصر (وأحياناً أكثر أو أقل): ٧ عناصر تحويل الإحداثيات بين المراجع ، ٥ عناصر (أو أكثر) لتعريف نظام الإسقاط.
- أخيراً يجب ملاحظة أن الارتفاع المقاس بتقنية الجي بي آس يكون منسوباً لسطح الالبيسويدي العالمي WGS84 بينما الارتفاع المستخدم في الخرائط المساحية يكون منسوباً لمستوي متوسط سطح البحر MSL والفرق بينهما يسمى حيد الجيوديود ، أي أنه يجب وجود نموذج جيوديود Geoid Model لكي نحوال ارتفاعات الجي بي آس إلى مناسب تستخدم في الخرائط الطبوغرافية و التفصيلية وكافة المشروعات الهندسية المدنية (سنتحدث عن الجيوديود لاحقاً).



شكل (١٨-٨) خطوات تحويل و إسقاط الإحداثيات

## الفصل التاسع

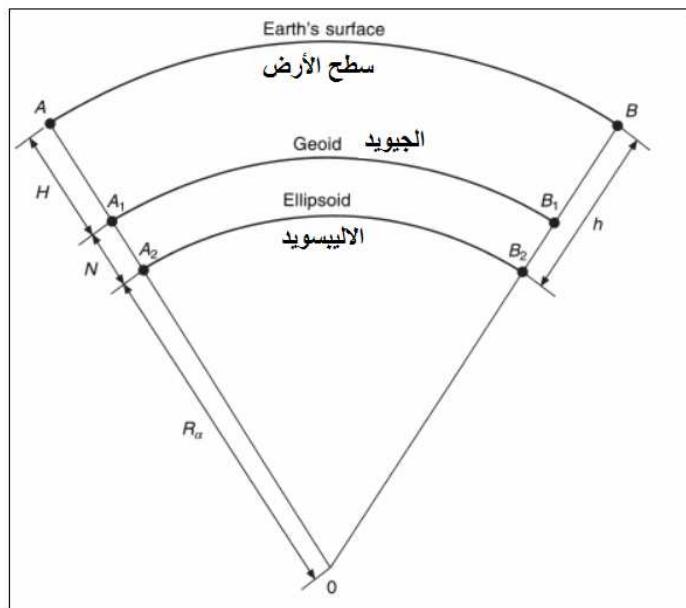
### إسقاط الأرصاد

#### ١-٩ مقدمة

تطلب الشبكات الجيوديسية (شبكات الثوابت الأرضية) عمل قياسات جيوديسية لخطوط طويلة ويتم قياس المسافات المائلة slope distance على سطح الأرض وذلك باستخدام أجهزة قياس المسافات الكترونيا مثل EDM أو المحطة الشاملة. لكن - وكما سبق القول - فإن الخرائط تعتمد على سطح الإلبيسويدي كأقرب الأشكال الهندسية للشكل الحقيقي للأرض. ومن ثم فإن القياسات الجيوديسية تتطلب نوعا من التصحيح لكي يتم إسقاطها من سطح الأرض حيث تمت القياسات إلى سطح الإلبيسويدي، وهذا ما يعرف بالإسقاط الهندسي geometric reduction. وهذا النوع من الحسابات غير مؤثر للقياسات المساحية التي تتم في منطقة صغيرة (مثلا المسافات الأقل من ١٠ كيلومترات) حيث أن قيمته ستكون صغيرة (١ مليمتر) ويمكن إهمالها.

#### ٢-٩ إسقاط المسافات

يتم إسقاط المسافة المقاسة على سطح الأرض  $A_1 B_1$  إلى المسافة  $A B$  على سطح الجيoid ثم إلى المسافة  $A_2 B_2$  على سطح الإلبيسويدي كالتالي:



شكل (١-٩) إسقاط المسافات

المسافة  $R_a$  تمثل نصف قطر الإلبيسويدي في الاتجاه من  $A$  إلى  $B$  ويتم حسابها كالتالي:

$$R_a = p v / (p \sin^2 \alpha + v \cos^2 \alpha) \quad (9-1)$$

$$p = a(1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2} \quad (9-2)$$

$$v = a / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (9-3)$$

حيث:

$p$	نصف قطر التكور في اتجاه دوائر العرض
$v$	نصف قطر التكور في الاتجاه العمودي على خطوط الطول
$\text{radius of curvature}$	
$\alpha$	انحراف الخط
$\phi$	دائرة عرض النقطة
$e$	المركزية الأولى للاليسويد first eccentricity

ويتم حسابها بالمعادلة:

$$e = (\sqrt{a^2 - b^2}) / a \quad (9-4)$$

حيث:

$a, b$  نصف المحور الأكبر و نصف المحور الأصغر للاليسويد على الترتيب.

أما المسافة المنسوبة على سطح الاليسويد في يتم حسابها بالمعادلة:

$$A_2 B_2 = L - LH / (R_a + H + N) \quad (9-5)$$

حيث:

$L$	المسافة الأفقية (وليس المسافة المائلة المقاسة) AB على سطح الأرض (أرجع للمعادلة ٤٤-١).
$H$	المنسوب المتوسط mean height فوق مستوى سطح البحر MSL
$N$	حيود الجيoid أو ارتفاع الجيoid عن سطح الاليسويد

### ٣-٩ إسقاط الاتجاهات و الزوايا الأفقية

حيث أن الاتجاهات المقاسة (بأجهزة الثيودوليت أو المحطة الشاملة) تعتمد على الاتجاه العمودي على سطح الجيoid عند نقطة القياس، وهو اتجاه يختلف عن الاتجاه العمودي على سطح الاليسويد ، فإن هذه الاتجاهات تتطلب تصحيحاً بالنسبة للاتجاه العمودي correction for the deflection of the vertical ويتم حسابه كالتالي:

$$C''_{def} = Az - \alpha = -\eta \tan \phi - (\xi \sin Az - \eta \cos Az) \cot z \quad (9-6)$$

حيث:

تصحيح الاتجاه بالثوابي  $C''_{def}$

$Az$	الانحراف الفلكي للخط
$\alpha$	الانحراف الجيوديسي للخط
$\eta \text{ و } \gamma$	مركبتي زاوية الانحراف بين العمودي على الجيoid و العمودي على الاليبيسود

ومن ثم يمكن حساب الانحراف الجيوديسي للخط بالإضافة قيمة التصحيح إلى الانحراف الفلكي المقاس للخط:

$$\alpha = C_{def}'' + Az \quad (9-7)$$

وبتصحيح الاتجاهين اللذين يحصاران الزاوية الأفقية بينهما فإن الزاوية المصححة يمكن الحصول عليها.

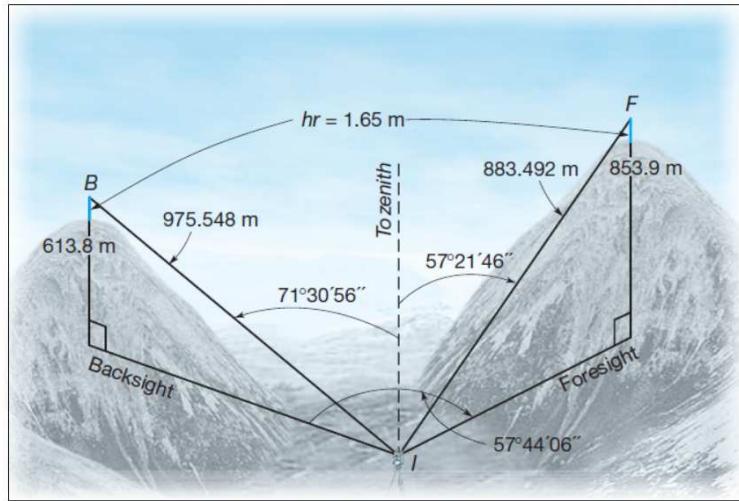
وللدلالة على أهمية هذا التصحيح في الشبكات الجيوديسية فلنأخذ مثلاً بافتراض أن قيم كلاً من مركبتي زاوية الانحراف بين العمودي على الجيoid و العمودي على الاليبيسود  $\eta \text{ و } \gamma$  تبلغ  $21^{\circ}$ . فإذا قمنا بحساب فرق الزاوية الأفقية من المعادلة السابقة (مع تغير الانحراف و تغير الزاوية الرأسية) فسنجد النتائج كما في الجدول التالي:

الزاوية الرأسية					الانحراف
$05^{\circ}$	$03^{\circ}$	$02^{\circ}$	$01^{\circ}$	$0^{\circ}$	
"1.84	"1.10	"0.73	"0.37	"0.00	$0^{\circ}$
"0.67	"0.40	"0.27	"0.13	"0.00	$030^{\circ}$
"0.00	"0.00	"0.00	"0.00	"0.00	$045^{\circ}$
"0.67 -	"0.40 -	"0.27 -	"0.13 -	"0.00	$060^{\circ}$
"1.84 -	"1.10 -	"0.73 -	"0.37 -	"0.00	$090^{\circ}$
"2.51 -	"1.50 -	"1.00 -	"0.50 -	"0.00	$120^{\circ}$
"2.60 -	"1.56 -	"1.04 -	"0.50 -	"0.00	$135^{\circ}$

وهذا يدل على أن التصحيح قد يصل إلى أكثر من ثانيةين لزوايا المرصودة خاصة في المناطق الجبلية، ومن ثم فهذا يعني أنه تصحيحاً مؤثراً و يجب تطبيقه للشبكات الجيوديسية الدقيقة.

### مثال:

في الشكل التالي تم قياس الزاوية الأفقية  $BIF$  و وجدت تساوي  $44^{\circ}44'06''$  عند النقطة  $I$  التي دائرة عرضها تبلغ  $24.67^{\circ}$  وبلغ منسوب نقطة  $B$   $613.8$  متر و منسوب نقطة  $F$   $853.9$  متر. و وجد أن مركبتي زاوية الانحراف بين الجيoid و الاليبيسود  $\eta \text{ و } \gamma$  تساوي  $4.82^{\circ}$  و  $\gamma$  تساوي  $29.29^{\circ}$ . بينما بلغ حيود الجيoid  $-45.40^{\circ}$  متر عند نقطة  $B$  و  $-29.84^{\circ}$  متر عند نقطة  $F$ ، وبلغ ارتفاع العاكس عند كل نقطتي الرصد  $1.65$  متر، وكان الانحراف المقاس إلى  $B$  يساوي  $24^{\circ}16'02.23''$  وبلغت المسافة الجيوديسية  $IB$   $975.548$  متر والمسافة  $IF$  إلى  $F$  يساوي  $883.49$  متر وزاوية السمت zenith  $B$  عند  $56^{\circ}30'07.11''$  و عند  $F$   $57^{\circ}21'46''$ ، أحسب زاوية الجيوديسية المصححة  $BIF$ ؟



شكل (٢-٩) مثال لإسقاط الزوايا الأفقية

نحسب الارتفاع الجيوديسي عند كل محطة الرصد:

$$h = H - N + h_r$$

حيث:

الارتفاع الجيوديسي للعاكس	$h$
منسوب العاكس	$H$
ارتفاع العاكس	$h_r$

$$h_B = 613.8 - 29.45 + 1.65 = 586.00 \text{ m}$$

$$h_F = 853.9 - 29.84 + 1.65 = 825.71 \text{ m}$$

نحسب تصحيح الاتجاه الأول بالمعادلة ٦-٩:

$$C_{def}'' = -\eta \tan \phi - (\xi \sin Az - \eta \cos Az) \cot z$$

$$C_{def}'' = -4.82'' \tan 41^{\circ}13'24.67'' - (0.29'' \sin 23^{\circ}16'24'' - 4.82'' \cos 23^{\circ}16'24'') \cot 71^{\circ}30'56''$$

$$= -2.78''$$

نحسب الانحراف عند نقطة F :

$$Az_F = 23^{\circ} 16' 24'' + 57^{\circ} 44' 06'' = 81^{\circ} 00' 30''$$

الآن نحسب تصحيح الاتجاه الثاني بنفس الطريقة:

$$C_{def}'' = -\eta \tan \phi - (\xi \sin Az - \eta \cos Az) \cot z$$

$$C_{def}'' = -4.82'' \tan 41^\circ 13' 24.67'' - (0.29'' \sin 81^\circ 00' 30'' - 4.82'' \cos 81^\circ 00' 30'') \cot 57^\circ 21' 46'' \\ = -3.92''$$

ومن ثم نحسب الانحرافات المصححة (المعادلة ٧-٩) كالتالي:

$$\text{الانحراف الأول} = 24^\circ 23' 16'' - 21^\circ 22'' = 2.78''$$

$$\text{الانحراف الثاني} = 30^\circ 81' 00'' - 26^\circ 08'' = 3.92''$$

ومن هنا يتم حساب الزاوية الأفقية المصححة كفرق بين الانحرافين المصححين:

$$\text{الزاوية الأفقية المصححة} = 26^\circ 08'' - 21^\circ 22'' = 4.86''$$

#### ٤-٤ إسقاط الزوايا الرأسية

للشبكات الجيوديسية الدقيقة فإن الزوايا الرأسية المقاسة (بأجهزة الثيودليت أو المحطة الشاملة) تتطلب أيضا تصحيحا بالنسبة لاتجاه العمودي correction for the deflection of the vertical ويتم حسابه كالتالي:

$$Z_C = Z_{obs} + \xi \cos Az - \eta \sin Az \quad (9-8)$$

حيث:

زاوية السمت المصححة	$Z_C$
زاوية السمت المرصودة	$Z_{obs}$

وللدلالة على أهمية هذا التصحيح في الشبكات الجيوديسية فلنأخذ مثلا بافتراض أن قيم كلا من مركبتي زاوية الانحراف بين العمودي على الجيود و العمودي على الإلبيسoid  $\eta$  و  $\xi$  تبلغ  $10^\circ$ . فإذا قمنا بحساب فرق الزاوية الرأسية من المعادلة السابقة فسنجد أنها تساوي  $10^\circ$  عند انحراف  $0^\circ$  وأيضا عند انحراف  $90^\circ$ ، وتساوي  $13.66^\circ$  عند انحراف  $30^\circ$  وأيضا عند انحراف  $60^\circ$ ، وتساوي ( $14.14^\circ$ ) أكبر قيمها عند انحراف  $45^\circ$ .

## الفصل العاشر

### سريان الأخطاء

#### ١-١ مقدمة

كما سبق القول (أنظر الجزء ٤-٤) فإن الأرصاد المساحية إما أن تكون أرصاد مباشرة (كميات مستقلة) أو أرصاد غير مباشرة (كميات تابعة). وفي حالة الأرصاد غير المباشرة فيتم حساب (وليس قياس) القيم المطلوبة بواسطة معادلات رياضية تعتمد على القيم المقاسة. وحيث أن القيم المقاسة سيكون بها قدر من الخطأ فإنه سينتقل بصورة أو بأخرى إلى القيم المحسوبة ومن ثم يؤثر على دقتها، وهذا ما يسمى بـ **سريان الأخطاء error propagation**.

#### ٢- المعادلة العامة لسريان الأخطاء

إذا كان لدينا عدد من الكميات المقاسة المستقلة (independent observations) مثل  $a, b, c, \dots, n$  وتم قياس كل منها بأخطاء تبلغ  $E_a, E_b, E_c, \dots, E_n$  وكانت القيمة  $Z$  قيمة محسوبة من هذه الأرصاد بدالة رياضية عامة:

$$Z = f(a, b, c, \dots, n) \quad (10-1)$$

فإن الخطأ في القيمة المحسوبة يساوي:

$$E_Z = \pm \sqrt{(\partial f / \partial a) E_a^2 + (\partial f / \partial b) E_b^2 + (\partial f / \partial c) E_c^2 + \dots + (\partial f / \partial n) E_n^2} \quad (10-2)$$

حيث:

$\delta f / \delta a$  هو تفاضل الدالة  $f$  بالنسبة للمتغير  $a$   
 $\delta f / \delta b$  هو تفاضل الدالة  $f$  بالنسبة للمتغير  $b$  ، ..... وهكذا.

#### ٣- سريان الأخطاء للمعادلات الخطية

##### ٣-١ سريان الأخطاء في حساب المجموع

في حالة حساب القيمة  $Z$  كمجموع لعدة قياسات  $a, b, c, \dots$

$$Z = a + b + c + \dots$$

فإن التفاضل  $\delta Z / \delta a$  سيساوي ١ ، وبالمثل سيكون تفاضل الدالة  $Z$  لجميع العناصر الأخرى، ومن ثم فإن المعادلة ٢-١٠ ستصبح:

$$E_{sum} = \pm \sqrt{E_a^2 + E_b^2 + E_c^2 + \dots} \quad (10-3)$$

مثال:

تم قياس خط على ثلاثة أجزاء وكانت القيم كالتالي:  $1238.40 \pm 753.81$  و  $1238.40 \pm 753.81$  و  $1062.95 \pm 1020$  متر، أحسب طول الخط الإجمالي والانحراف المعياري المتوقع له؟

$$\text{طول الخط} = 1062.95 + 1238.40 + 1238.40 = 3055.16 \text{ متر}$$

وبتطبيق المعادلة ٣-١٠ فإن الانحراف المعياري لطول الخط:

$$E_{sum} = \pm \sqrt{0.012^2 + 0.028^2 + 0.020^2} = \pm 0.036$$

٢-٣-١ سريان الأخطاء في مجموعة قياسات

في حالة قياس مجموعة من الأرصاد (زوايا أو مسافات مثلا) بعدد  $n$  و كانت قيمة الخطأ المتوقع في كل قياس من المجموعة متساوية، ولتكن  $E$  ، فإن الخطأ المتوقع في مجموع هذه الأرصاد يساوي:

$$E_{seies} = \pm \sqrt{E^2 + E^2 + E^2 + \dots} = \pm \sqrt{nE^2} = \pm E\sqrt{n} \quad (10-4)$$

مثال ١:

إذا تم استخدام شريط لقياس مسافة بطول ١٠٠ متر فإن الخطأ المتوقع سيكون  $\pm 0.2$  متر، أحسب كم سيكون الخطأ المتوقع عند استخدام هذا الشريط لقياس مسافة تبلغ ٥٠٠٠ متر؟

$$\text{عدد مرات القياس } n = 5000 / 100 = 50$$

$$E_{seies} = \pm E\sqrt{n} = \pm 0.02\sqrt{50} = \pm 0.14m$$

مثال ٢:

إذا كان المطلوب قياس مسافة تبلغ ١٠٠٠ متر بخطأ لا يزيد عن  $\pm 0.10$  متر، فكم سيكون الخطأ في قياس كل ١٠٠ متر للحصول على هذه الدقة المطلوبة؟

سنغير قليلا في المعادلة ١٠-٤ لتنتج لنا المعادلة:

$$E = E_{seies} / \sqrt{n} \quad (10-5)$$

وحيث أن عدد مرات القياس  $n = 1000 / 100 = 10$  وأن دقة القياس للمسافة ١٠٠ متر تساوي:

$$E = E_{seies} / \sqrt{n} = 0.10 / \sqrt{10} = \pm 0.03m$$

٣-٣-٣ سريان الأخطاء في معادلة ضرب

في حالة أن الكمية المحسوبة تساوي حاصل ضرب قيمتين مقاستين فإن الخطأ المتوقع سيكون:

$$C = A B$$

$$E_C = \pm \sqrt{A^2 E_b^2 + B^2 E_a^2} \quad (10-6)$$

مثال ١:

تم قياس طول و عرض قطعة أرض مستطيلة الشكل فكانت الأرصاد كالتالي:  $\pm 252.46 \pm 0.053$  متر و  $605.08 \pm 0.072$  متر، أحسب مساحة قطعة الأرض و الخطأ المتوقع بها؟

$$\text{المساحة} = 605.08 \times 252.46 = 152760 \text{ متر مربع}$$

$$E_C = \pm \sqrt{A^2 E_b^2 + B^2 E_a^2} = \pm \sqrt{(252.46)^2 (0.072)^2 + (605.08)^2 (0.053)^2} = \pm 36.9 m^2$$

٤-٣-٤ سريان الأخطاء في المتوسط

عند قياس قيمة عدد  $n$  من المرات وكان خطأ القياس في كل رصده هو  $E$  فإن الخطأ المتوقع في متوسط هذه القياسات يبلغ:

$$E_{mean} = \pm E / \sqrt{n} \quad (10-7)$$

مثال:

قيست مسافة عدد من المرات فكانت الأرصاد كالتالي:  $538.37, 538.39, 538.57, 538.33, 538.49, 538.48, 538.47, 538.46, 538.55, 538.39$  متر.

$$\text{عدد الأرصاد} n = 10$$

$$\text{المتوسط} = \text{مجموع الأرصاد} / n = 10 / 5384.50 = 538.45 \text{ متر}$$

وبإتباع المعادلة (٧-٢) لحساب الانحراف المعياري للرصة الواحدة:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n - 1}} = \pm 0.078 m$$

وهو ما سنستخدمه في المعادلة (٧-١٠) على أنه الخطأ المتوقع للرصة الواحدة، ومن ثم فإن الخطأ المتوقع للمتوسط سيكون:

$$E_{mean} = \pm E / \sqrt{n} = \pm 0.078 / \sqrt{10} = \pm 0.025m$$

٤-٤ سريان الأخطاء للمعادلات غير الخطية

في حالة كون المعادلة الأساسية (الحساب قيمة بطريقة غير مباشرة من قيم مقاسة مباشرة) معادلة غير خطية non-linear فيتم استخدام ما يعرف باسم مجموعة مشتقات تايلور Taylor series expansion لتحويل المعادلة غير الخطية إلى معادلة خطية.

بافتراض أن لدينا القيمة المرصودة  $L$  التي لها معادلة أو دالة function غير خطية تجمعها مع القيم المجهولة  $y, x$  كالتالي:

$$L = f(x, y) \quad (10-8)$$

فإن نظرية تايلور تجعل المعادلة في الصورة:

$$\begin{aligned} L = f(x_0, y_0) + & \left( \frac{\partial L / \partial x}{1!} \right)_o dx + \left( \frac{\partial^2 L / \partial x^2}{2!} \right)_o dx^2 + \dots + \left( \frac{\partial^n L / \partial x^n}{n!} \right)_o dx^n + \\ & \left( \frac{\partial L / \partial y}{1!} \right)_o dy + \left( \frac{\partial^2 L / \partial y^2}{2!} \right)_o dy^2 + \dots + \left( \frac{\partial^n L / \partial y^n}{n!} \right)_o dy^n + R \end{aligned} \quad (10-9)$$

حيث:

قيم تقريريه لكلا من $y, x$ المجهولين	$x_0, y_0$
قيمة الدالة (المعادلة) $f$ باستخدام القيم التقريرية $x_0, y_0$	$f(x_0, y_0)$
المتبقيات remainder	$R$
التصحيحات المطلوبة للقيم التقريرية بحيث أن:	$dx, dy$

$$\begin{aligned} x &= x_0 + dx \\ y &= y_0 + dy \end{aligned} \quad (10-10)$$

لكن القيم التي في المعادلة (٩-١٠) للحدود العليا لن تكون ذات تأثير كبير، مما يسمح لنا بتبسيط معادلة تايلور (بالتعامل مع التفاضل الأول للدالة الأصلية فقط) كما في الصورة التالية:

$$L = f(x_0, y_0) + \left( \frac{\partial L}{\partial x} \right)_o dx + \left( \frac{\partial L}{\partial y} \right)_o dy \quad (10-11)$$

وهذه صورة مبسطة لمعادلة تايلور ويسهل حسابها بمجرد اختيار القيم التقريرية  $y_0, x_0$ ، إلا أن الناتج لن يكون دقيقاً (بسبب إهمال الحدود العليا في المعادلة الأصلية) ومن ثم فتتم عملية تكرارية iterative بحيث أن الناتج من التكرار الأول يتم اعتباره قيم تقريرية مرة أخرى لعمل التكرار الثاني ، وهكذا. أي أن خطوات الحساب ستكون من:

١. نحدد قيم تقريبية  $y_0$ ,  $x_0$  للقيم المجهولة، والتي يمكن الحصول عليها من الأرصاد الأساسية مع ملاحظة أنه كلما كانت القيم التقريبية قريبة من القيم الحقيقة (المجهولة) كلما أدى ذلك إلى عدد أقل من الخطوات التكرارية.
٢. نعرض بالقيم التقريبية في المعادلة (١١-١٠) فينتظر لنا حل المعادلة أي قيم  $dx$ ,  $dy$
٣. نحسب قيم جديدة للمجاهيل من المعادلة (١٠-١٠) أي بإضافة التصحيحات السابقة إلى القيم التقريبية
٤. نستخدم القيم من الخطوة السابقة على أنها قيم تقريبية جديدة، ونكرر الخطوتين السابقتين.
٥. تستمر هذه الخطوات التكرارية حتى تكون قيم التصحيحات  $dx$ ,  $dy$  صغيرة جداً أو غير مؤثرة، وهذا ما يطلق عليه مصطلح أن حل المعادلة صار متقارباً converged.

مثال:

حول المعادلتين غير الخطيتين التاليتين إلى الصورة الخطية بهدف حلهما معاً:

$$\begin{aligned} F(x,y): \quad & x + y - 2y^2 = -4 \\ G(x,y): \quad & x^2 + y^2 = 8 \end{aligned}$$

نحسب التقاضل الأول لكل معادلة بالنسبة لكلا المجهولين  $y$ ,  $x$  كالتالي:

$$\delta F / \delta x = 1 \quad \text{and} \quad \delta F / \delta y = 1 - 4y$$

$$\delta G / \delta x = 2x \quad \text{and} \quad \delta G / \delta y = 2y$$

وبتطبيق المعادلة (١١-١٠) نحصل على :

$$L = f(x_o, y_o) + (\partial L / \partial x)_o dx + (\partial L / \partial y)_o dy$$

$$F = (x + y - 2y^2) + 1 dx + (1 - 4y) dy = -4$$

$$G = (x^2 + y^2) + 2x dx + 2y dy = 8$$

الآن سنختار قيم تقريبية للمجهول  $x = 1$  وللمجهول  $y = 1$  ، أي أن:

$$x = 1 + dx$$

$$y = 1 + dy$$

نعرض بهذه القيم التقريبية في المعادلتين السابقتين:

$$F(x,y): \quad (x + y - 2y^2) + 1 dx + (1 - 4y) dy = -4$$

$$\begin{aligned} F(x,y): \quad & 1 + 1 - 2(1)^2 + dx + (1 - 4(1)) dy = -4 \\ & dx + dy - 4 dy = -4 \\ & dx - 3 dy = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x,y): \quad & (x^2 + y^2) + 2x dx + 2y dy = 8 \\ G(x,y): \quad & ((1)^2 + (1)^2) + 2(1) dx + 2(1) dy = 8 \\ & 2 + 2 dx + 2 dy = 8 \\ & 2 dx + 2 dy = 6 \\ & dx + dy = 3 \end{aligned}$$

الآن أصبح لدينا معادلتين خطيتين (بدلاً من المعادلتين الأصليتين غير الخطيتين) مما يجعل حلهما معاً أسهل وأسرع وأبسط. فنقوم بحلهما آنها simultaneously لحساب قيمة كل من  $dx, dy$  كالتالي:

من المعادلة الأولى:

$$\begin{aligned} dx - 3 dy &= -4 \\ dx &= -4 + 3 dy \end{aligned}$$

نعرض في المعادلة الثانية:

$$\begin{aligned} dx + dy &= 3 \\ (-4 + 3 dy) + dy &= 3 \\ 4 dy &= 7 \\ dy &= 7/4 = 1.75 \end{aligned}$$

ونعرض فنعرض بهذه القيمة في المعادلة الأولى:

$$\begin{aligned} dx - 3 dy &= -4 \\ dx - 3(1.75) &= -4 \\ dx &= -4 + 5.25 = 1.25 \end{aligned}$$

إذن القيمة المحسنة للمجهولين  $y, x$  تصبح الآن (من المعادلة ١٠-١٠):

$$\begin{aligned} x &= x_0 + dx = 1 + 1.25 = 2.25 \\ y &= y_0 + dy = 1 + 1.75 = 2.75 \end{aligned}$$

كانت هذه هي خطوات التكرار الأول first iteration، والآن سنبدأ في إعادة نفس الخطوات للتكرار الثاني:

$$\begin{aligned} F(x,y): \quad & (x + y - 2y^2) + 1 dx + (1-4y) dy = -4 \\ F(x,y): \quad & 2.25 + 2.75 - 2(2.75)^2 + dx + (1 - 4(2.75)) dy = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x,y): & \quad (x^2 + y^2) + 2x \, dx + 2y \, dy = 8 \\ G(x,y): & \quad ((2.25)^2 + (2.75)^2) + 2(2.25) \, dx + 2(2.75) \, dy = 8 \end{aligned}$$

وبنفس الطريقة نحل هاتين المعادلتين الخطيتين معا، فنحصل على النتائج التالية:

$$\begin{aligned} dx &= -0.25 \\ dy &= -0.64 \end{aligned}$$

ومن ثم فإن القيم المحسنة للمجهولين  $y, x$  تصبح:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + dx = 2.25 - 0.25 = 2.00 \\ y &= y_0 + dy = 2.75 - 0.64 = 2.11 \end{aligned}$$

ثم نستمر بنفس الأسلوب في التكرار الثالث:

$$\begin{aligned} F(x,y): & \quad (x + y - 2y^2) + 1 \, dx + (1-4y) \, dy = -4 \\ F(x,y): & \quad 2.00 + 2.11 - 2(2.11)^2 + dx + (1 - 4(2.11)) \, dy = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x,y): & \quad (x^2 + y^2) + 2x \, dx + 2y \, dy = 8 \\ G(x,y): & \quad ((2.00)^2 + (2.11)^2) + 2(2.00) \, dx + 2(2.11) \, dy = 8 \end{aligned}$$

وبنفس الطريقة نحل هاتين المعادلتين الخطيتين معا، فنحصل على النتائج التالية:

$$\begin{aligned} dx &= 0.00 \\ dy &= -0.11 \end{aligned}$$

ومن ثم فإن القيم المحسنة للمجهولين  $y, x$  تصبح:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + dx = 2.00 + 0.00 = 2.00 \\ y &= y_0 + dy = 2.11 - 0.11 = 2.00 \end{aligned}$$

ثم نستمر بنفس الأسلوب في التكرار الرابع:

$$\begin{aligned} F(x,y): & \quad (x + y - 2y^2) + 1 \, dx + (1-4y) \, dy = -4 \\ F(x,y): & \quad 2.00 + 2.00 - 2(2.00)^2 + dx + (1 - 4(2.00)) \, dy = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(x,y): & \quad (x^2 + y^2) + 2x \, dx + 2y \, dy = 8 \\ G(x,y): & \quad ((2.00)^2 + (2.00)^2) + 2(2.00) \, dx + 2(2.00) \, dy = 8 \end{aligned}$$

وبنفس الطريقة نحل هاتين المعادلتين الخطيتين معا، فنحصل على النتائج التالية:

$$dx = 0.00$$

$$dy = 0.00$$

وهنا سنجد أن قيم التصحيحات ( $dx, dy$ ) أصبحت صفراء، أي أن حل المعادلتين أصبح متقاربًا converged ومن ثم فإن آخر قيم حصلنا عليها للمجهولين  $x, y$  (من التكرار الثالث) هي القيمة المطلوبة:

$$x = 2.00, y = 2.00$$

#### ٦-٥ أمثلة لسريان الأخطاء للمعادلات غير الخطية في التطبيقات المساحية

مثال ١:

لقياس ارتفاع برج تم استخدام ثيوديليت لقياس زاوية ارتفاع قمة البرج فكان متوسط عدة قياسات  $143.5 \pm 0.5$  متر. وتم قياس المسافة الأفقية وكانت النتيجة  $143.5 \pm 1$ . أحسب القيمة الأكثر احتمالاً لارتفاع هذا البرج.

المعادلة غير الخطية لارتفاع البرج (الميزانية المثلثية) :

$$\begin{aligned} h &= D \tan \theta \\ &= 143.5 \tan 2^\circ 30' = 6.268 \text{ m} \end{aligned}$$

حيث:

$h$	ارتفاع البرج
$D$	المسافة الأفقية
$\theta$	الزاوية الرأسية

وتكون المشقة التفاضلية لهذه المعادلة بالنسبة لكلا من  $D, h$  كالتالي:

$$\begin{aligned} \frac{\delta h}{\delta D} &= \tan \theta \\ \frac{\delta h}{\delta \theta} &= D / \cos^2 \theta \end{aligned}$$

ومن ثم فإن تطبيق المعادلة (٦-١٠) :

$$E_C = \pm \sqrt{A^2 E_b^2 + B^2 E_a^2}$$

يعطي في المثال الحالي المعادلة التالية:

$$\sigma_h^2 = \sqrt{\sigma_D^2 (\delta h / \delta \theta)^2 + \sigma_\theta^2 (\delta h / \delta D)^2}$$

$$\sigma_h^2 = \sqrt{\sigma_D^2 (\tan^2 \theta)^2 + \sigma_\theta^2 (D / \cos^2 \theta)^2}$$

$$\sigma_h^2 = \sqrt{0.5^2 (\tan^2 \theta)^2 + 1^2 (143.5 / \cos^2 \theta)^2}$$

ولتوحيد وحدات أية معادلة بها وحدات طولية و وحدات زاوية: فيتم تحويل وحدات الزاوية بالثواني إلى وحدات طولية بقسمتها على الثابت  $20.6265$  ، أو تحويل وحدات الزاوية بالدقائق إلى وحدات طولية بقسمتها على الثابت  $3438 = 60 / 20.6265$ .

$$\sigma_h^2 = \sqrt{0.5^2(\tan^2 \theta)^2 + (1'/3438)(143.5/\cos^2 \theta)^2} = \pm 0.047m$$

أي أن ارتفاع البرج يبلغ  $6.268 \pm 0.047$  متر

### مثال:

عند استخدام التاكيمترية كانت متوسط زاوية الارتفاع  $3^{\circ} 22'$  بخطأ محتمل  $\pm 1'$ ، ومتوسط المسافة المقطوعة على القامة بشعرات الاستاديا هي  $2.84$  متر بخطأ محتمل  $\pm 3$  سنتيمتر وكان الثابت التاكيمترى للجهاز يساوى  $100$ . ما هي القيم الأكثر احتمالا لكلا من المسافة الأفقية و فرق المنسوب؟

أولا المسافة الأفقية (المعادلة ١-٦):

$$D = c H \cos^2 \theta \\ = 100 \times 2.84 \times \cos^2 3^{\circ} 22' = 283.021 m$$

حيث:

D	المسافة الأفقية
c	الثابت التاكيمترى للجهاز
H	المسافة المقطوعة بشعرات الاستاديا
$\theta$	الزاوية الرأسية

وتكون المشتقات التقاضيلية لهذه المعادلة كالتالي:

$$\delta D / \delta H = c \cos^2 \theta = 100 \cos^2 \theta = 99.655$$

$$\delta D / \delta \theta = 2cH \cos \theta \sin \theta = -33.298$$

ومن ثم فإن تطبيق المعادلة (١-١٠) يعطي في المثال الحالى المعادلة التالية:

$$\sigma_D^2 = \sqrt{\sigma_H^2 (\delta D / \delta H)^2 + \sigma_\theta^2 (\delta D / \delta \theta)^2} = \sqrt{(99.655 \times 0.03)^2 + (-33.298 \times 1/3438)^2} = \pm 2.989$$

ومن ثم فإن المسافة الأفقية تكون  $283.021 \pm 2.989$  متر

ثانيا فرق المنسوب (المعادلة ٢-٦):

$$Y = 0.5 c H \sin 2\theta$$

$$= 0.5 \times 100 \times 2.84 \times \sin 6^\circ 44' = 16.649 \text{ m}$$

حيث:

٧ فرق المنسوب

وتكون المشتقات التفاضلية لهذه المعادلة كالتالي:

$$\delta Y / \delta H = 0.5c \sin 2\theta = 5.862$$

$$\delta Y / \delta \theta = cH \cos 2\theta = 282.041$$

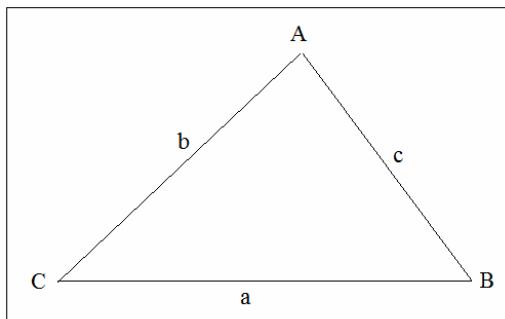
ومن ثم فإن تطبيق المعادلة (٦-١٠) يعطي في المثال الحالي المعادلة التالية:

$$\sigma_Y^2 = \sqrt{\sigma_H^2 (\delta Y / \delta H)^2 + \sigma_\theta^2 (\delta Y / \delta \theta)^2} = \sqrt{(5.862 \times 0.03)^2 + (282.041 \times 1/3438)^2} = \pm 0.194$$

ومن ثم فإن فرق المنسوب يكون  $16.649 \pm 0.194$  متر

مثال ٣:

احسب المساحة وانحرافها المعياري لقطعة أرض على شكل مثلث معلوم له القياسات التالية:



$$a = 472.58 \pm 0.09 \text{ m}, b = 214.55 \pm 0.06 \text{ m}, C = 37^\circ 15' 00'' \pm 30''$$

معادلة (دالة) حساب مساحة مثلث بمعلمة ضلعين و الزاوية المحصورة بينهما كالتالي:

$$\text{Area} = F(a, b, C) = 0.5 a b \sin C$$

$$= 0.5 \times 472.58 \times 214.55 \sin 37^\circ 15' 00'' = 30685.996 \text{ m}^2$$

وبتطبيق مبدأ المعادلة (٦-١٠) على الدالة  $F(a, b, C)$  التي تحتوي على ثلاثة متغيرات فإنها تصبح:

$$\sigma_F^2 = \sqrt{\sigma_a^2 (\delta f / \delta a)^2 + \sigma_b^2 (\delta F / \delta b)^2 + \sigma_C^2 (\delta F / \delta C)^2}$$

ويكون التفاضل الأول للمعادلة في كلا من  $a, b, C$  كالتالي:

$$\delta F / \delta a = 0.5b \sin C = 0.5 \times 472.58 \sin 37^\circ 15' = 64.955$$

$$\delta F / \delta b = 0.5a \sin C = 0.5 \times 214.55 \sin 37^\circ 15' = 143.074$$

$$\delta F / \delta C = 0.5ab \cos C = 0.5 \times 472.58 \times 214.55 \cos 37^\circ 15' = 40346.102$$

ومن ثم فأن:

$$\sigma_F^2 = \sqrt{(64.955^2 \times 0.09^2) + (143.074^2 \times 0.06^2) + (40346.102^2 \times (30''/206265)^2)} = 142.303$$

$$\sigma_F = 11.9m^2$$

مرة أخرى لاحظ في الجزء الثالث من المعادلة الأخيرة أننا قمنا بقسمة الانحراف المعياري للزاوية  $C$  على الثابت  $206265$  لتوحيد الوحدات الطولية للمعادلة.

إذن: مساحة قطعة الأرض تبلغ  $30686 \pm 12$  متر مربع.

#### مثال ٤:

في المثال السابق إذا أردنا حساب مساحة قطعة الأرض بدقة  $\pm 8$  متر مربع، فما هي الدقة المطلوبة لقياس أطوال أضلاع المثلث بفرض أن دقة قياس الزاوية ستظل كما هي؟

بفرض أن دقة قياس كلا الצלعين  $a, b$  متساوية:

$$\sigma_a = \sigma_b$$

$$\sigma_F^2 = 8$$

فأن:

$$8^2 = \sqrt{(64.955^2 \times \sigma_a^2) + (143.074^2 \times \sigma_b^2) + (40346.102^2 \times (30''/206265)^2)}$$

$$\sigma_a = \sigma_b = \pm 0.03m$$

أي أنه يجب قياس كلا طولي الصلعين بدقة  $\pm 3$  سنتيمترات.

## ٦-١٠ سريان الأخطاء للمعادلات غير الخطية باستخدام المصفوفات

يمكن حل مجموعة المعادلات غير الخطية (بتحويلهم إلى معادلات خطية باستخدام معادلة مجموعة مشتقات تايلور) باستخدام جبر المصفوفات بدلاً من حلهم بالطريقة العادية السابقة، مما يجعل خطوات الحل أسهل وقابلة للبرمجة. ولتسهيل خطوات الحل بجبر المصفوفات يتم تكوين مصفوفة تسمى مصفوفة جاكوب Jacobian Matrix تكون عناصرها من التفاضل الأول لكل معادلة بالنسبة لـ كل عنصر من العناصر المجهولة. ففي المثال السابق فإن مصفوفة جاكوب ستكون على النحو التالي:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix}$$

أي أن الصف الأول في المصفوفة هو تفاضل المعادلة الأولى بالنسبة للمجهول  $x$  والصف الثاني هو تفاضل المعادلة الثانية بالنسبة للمجهول  $y$ .

ومن ثم فإن المعادلتين الأساسية يمكن وضعهما في صورة مصفوفات كالتالي:

$$J X = K \quad (10-12)$$

حيث  $X$  مصفوفة تصحيحات القيم المجهولة أي matrix of unknown corrections و  $K$  مصفوفة القيم الثابتة matrix of constants كالآتي:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 - 4y_0 \\ 2x_0 & 2y_0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} -4 - F(x_0, y_0) \\ 8 - G(x_0, y_0) \end{bmatrix}$$

وتبدأ خطوات الحل بحساب قيم عناصر المصفوفتين  $K$ ، لـ باستخدام القيم التقريرية  $y_0$ ,  $x_0$  ثم حل المعادلة (١٠-١٢) :

$$X = K J^{-1} \quad (10-13)$$

للحصول على قيم عناصر المصفوفة  $X$  (أي التصحيحات  $dx$ ,  $dy$ )، ثم بدء عملية التكرار iteration كما في الطريقة العاديـة لـ حل المعادلات.

مثال ١:

أوجد حل المعادلتين غير الخطيتين التاليتين:

$$F(x,y) = x^2 + 3xy - 4y^2 = 6$$

$$G(x,y) = x + xy - y^2 = 3$$

نحسب التفاضل الأول لكل معادلة بالنسبة لكلا المجهولين  $x, y$  كالتالي:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 3y \quad \text{and} \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 3x - 8y$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 1 + y \quad \text{and} \quad \frac{\partial G}{\partial y} = x - 2y$$

أي أن مصفوفة جاكوب ستكون كالتالي:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_0 + 3y_0 & 3x_0 - 8y_0 \\ 1 + y_0 & x_0 - 2y_0 \end{bmatrix}$$

ومن ثم فإن المعادلات بطريقة المصفوفات ستصبح:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_0 + 3y_0 & 3x_0 - 8y_0 \\ 1 + y_0 & x_0 - 2y_0 \end{bmatrix}$$

التكرار الأول:

نختار القيم التقريرية كالتالي:  $x_0 = 3, y_0 = 0$  ونعرض بهذه القيم في كلا من  $J, K$ :

$$\begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 - 9 \\ 3 - 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ثم نستخدم طريقة المحددات determinant لحساب مقلوب المصفوفة  $J$  (أنظر الفصل الثالث) كالتالي:

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.0 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

ومن ثم فإن قيم المجهولين  $y, x$  يمكن حسابهما كالتالي:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.0 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.0 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

التكرار الثاني:

نستخدم قيم  $x, y$  الناتجة من التكرار الأول على أنهما قيم تقريرية جديدة للتكرار الثاني ونعيد الخطوات السابقة لنحصل على نظام المعادلات التالي:

$$\begin{bmatrix} 4.9 & 3.6 \\ 1.3 & 1.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 - 5.44 \\ 3 - 2.51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.56 \\ 0.49 \end{bmatrix}$$

وبحل هذا النظام نحصل على قيم التصحيحات  $dx, dy$  الجديدة كالتالي:

$$\begin{aligned} dx &= -0.45 \\ dy &= 0.77 \end{aligned}$$

ومن ثم فإن القيم الجديدة للمجهولين تصبح:

$$\begin{aligned} x &= 2.0 - 0.45 = 1.55 \\ y &= 0.3 + 0.77 = 1.07 \end{aligned}$$

ثم نبدأ التكرار الثالث باستخدام هذه القيم تقريبية من جديد ، وهكذا تستمرة عملية التكرار حتى نصل للحالة التي تكون فيها قيم التصحيحات  $dx, dy$  تساوي صفر. وفي نهاية عملية التكرار نحصل على قيم المجهولين النهائيين  $x = 2.00$  و  $y = 1.00$ .

## مثال ٢:

تم رصد الإحداثيات  $x, y$  لثلاثة نقاط على دائرة فكانت القيم كالتالي:  $(7.6, 7.2)$  و  $(9.4, 5.6)$  و  $(4.8, 4.8)$ . أحسب إحداثيات مركز هذه الدائرة  $(h, k)$  إذا علمت أن معادلة الدائرة هي:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

حيث  $r$  يمثل نصف قطر الدائرة.

لدينا ٣ قيم مجهولة  $h, k, r$  وثلاثة معادلات من النقاط الثلاثة المرصودة.

نعيد صياغة معادلة الدائرة لتصبح:

$$C(h, k, r) = (x-h)^2 + (y-k)^2 - r^2 = 0$$

ويكون التقاضي الأول لهذه المعادلة بالنسبة للمجاھيل الثلاثة كالتالي:

$$\delta C / \delta h = -2(x - h)$$

$$\delta C / \delta k = -2(y - k)$$

$$\delta C / \delta r = -2r$$

كل نقطة مرصودة ستعطي معادلة، ومن ثم يصبح نظام المعادلات كالتالي:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial h} & \frac{\partial C_1}{\partial k} & \frac{\partial C_1}{\partial r} \\ \frac{\partial C_2}{\partial h} & \frac{\partial C_2}{\partial k} & \frac{\partial C_2}{\partial r} \\ \frac{\partial C_3}{\partial h} & \frac{\partial C_2}{\partial k} & \frac{\partial C_3}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh \\ dk \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - [(x_1 - h_0)^2 + (y_1 - k_0)^2 - r_0^2] \\ 0 - [(x_2 - h_0)^2 + (y_2 - k_0)^2 - r_0^2] \\ 0 - [(x_3 - h_0)^2 + (y_3 - k_0)^2 - r_0^2] \end{bmatrix}$$

وبالتعويض بالتفاضل الأول ينتج لدينا نظام المعادلات التالي:

$$\begin{bmatrix} -2(x_1 - h_0) & -2(y_1 - k_0) & -2r_0 \\ -2(x_2 - h_0) & -2(y_2 - k_0) & -2r_0 \\ -2(x_3 - h_0) & -2(y_3 - k_0) & -2r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh \\ dk \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - [(x_1 - h_0)^2 + (y_1 - k_0)^2 - r_0^2] \\ 0 - [(x_2 - h_0)^2 + (y_2 - k_0)^2 - r_0^2] \\ 0 - [(x_3 - h_0)^2 + (y_3 - k_0)^2 - r_0^2] \end{bmatrix}$$

ويمكن تبسيط المعادلة السابقة بقسمة كلا طرفيها على ٢ لتصبح:

$$\begin{bmatrix} (x_1 - h_0) & (y_1 - k_0) & r_0 \\ (x_2 - h_0) & (y_2 - k_0) & r_0 \\ (x_3 - h_0) & (y_3 - k_0) & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh \\ dk \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5[(x_1 - h_0)^2 + (y_1 - k_0)^2 - r_0^2] \\ 0.5[(x_2 - h_0)^2 + (y_2 - k_0)^2 - r_0^2] \\ 0.5[(x_3 - h_0)^2 + (y_3 - k_0)^2 - r_0^2] \end{bmatrix}$$

نفترض قيم تقريرية للمجاهيل كالتالي:  $h_0=7$ ,  $k_0=4.5$ ,  $r_0=3$  ونعرض بهم في المعادلة السابقة لتصبح:

$$\begin{bmatrix} 9.4 - 7 & 5.6 - 4.5 & 3 \\ 7.6 - 7 & 7.2 - 4.5 & 3 \\ 3.8 - 7 & 4.8 - 4.5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh \\ dk \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5[(9.4 - 7)^2 + (5.6 - 4.5)^2 - 3^2] \\ 0.5[(7.6 - 7)^2 + (7.2 - 4.5)^2 - 3^2] \\ 0.5[(3.8 - 7)^2 + (4.8 - 4.5)^2 - 3^2] \end{bmatrix}$$

وتكون (بعد الحسابات) في صورتها التالية:

$$\begin{bmatrix} 2.4 & 1.1 & 3 \\ 0.6 & 2.7 & 3 \\ -3.2 & 0.3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh \\ dk \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.015 \\ -0.675 \\ 0.665 \end{bmatrix}$$

وبحل هذه المعادلة المصفوفية نحصل على قيم التصحيحات:

$$\begin{bmatrix} dh \\ dk \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.28462 \\ -0.10769 \\ -0.07115 \end{bmatrix}$$

وبإضافة هذه التصحيحات إلى القيم التقريرية للمجاهيل الثلاثة نحصل على الحل:

$$h = 6.7154, k = 4.3923, r = 2.9288$$

وبعد ثلاثة تكرارات (بنفس الخطوات السابقة) نحصل على الحل النهائي:

$$h = 6.72, k = 4.39, r = 2.94$$

### ٧-١٠ معادلات سريان الأخطاء في الأرصاد المساحية ثنائية الأبعاد

يشتمل عدد كبير من الأرصاد المساحية على معادلات غير خطية مثل حساب المسافة بين نقطتين بمعلمة إحداثيات كلاً منها، وعند استخدام نظرية مجموع أقل المربعات لضبط هذه الأرصاد (كما سنري في الفصل القادم) يلزمنا تحويل هذه المعادلات إلى معادلات خطية بطريقة مجموعة مشتقات تايلور. والمعادلات القادمة تقدم أمثلة لهذه التطبيقات.

#### ١-٧-١٠ معادلة المسافة الأفقية

المعادلة الأصلية غير الخطية لحساب المسافة الأفقية بين نقطتين معلمتي الإحداثيات هي:

$$AB + v_{AB} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2} \quad (10-14)$$

حيث:

المسافة بين النقطتين $j$ , $i$	$AB$
الخطأ المتبقى residual للمسافة	$v_{AB}$
إحداثيات النقطة الأولى $A$	$X_A, Y_A$
إحداثيات النقطة الثانية $B$	$X_B, Y_B$

وبتطبيق طريقة مجموعة مشتقات تايلور فإن المعادلة الخطية لهذه المسافة ستكون كالتالي:

$$(X_A - X_B) / AB_o dX_A + (Y_A - Y_B) / AB_o dY_A + (X_B - X_A) / AB_o dX_B + (Y_B - Y_A) / AB_o dY_B = k_{AB} + v_{AB} \quad ..... (10-15)$$

حيث:

التصحيحات المجهولة أو المطلوب حسابها	$dx, dy$
الفرق بين كلاً من $(AB)$ و $L_{AB}$ حيث:	$k_{AB}$
المسافة المحسوبة بالمعادلة (١٤-١٠)	$(AB)_o$
المسافة المرصودة	$L_{AB}$

مثال:

أكتب المعادلة الخطية للمسافة AB التي تم قياسها فكانت ١٣٢.٨٢٣ متر علمًا بأن إحداثيات نقطة A هي ١٠٢٣.١٥١ ، ٨٧٣.٠١٨ متر و إحداثيات نقطة B هي ١٠٩٤.٣١٠ ، ٩٨٥.١٦٣ متر.

نحسب فروق الإحداثيات التقريرية:

$$(X_B - X_A)_o = 1094.310 - 1023.151 = 71.159 \text{ m}$$

$$(Y_B - Y_A)_o = 985.163 - 873.018 = 112.145 \text{ m}$$

نحسب المسافة التقريرية:

$$(AB)_o = (71.159^2 + 112.145^2)^{0.5} = 132.816 \text{ m}$$

نعرض بهذه القيم في المعادلة (١٠-١٥) للحصول على المعادلة الخطية التالية:

$$\left( \frac{-71.159}{132.816} \right)_o dX_A + \left( \frac{-112.145}{132.816} \right)_o dY_A + \left( \frac{71.159}{132.816} \right)_o dX_B + \left( \frac{112.145}{132.816} \right)_o dY_B = \\ (132.823 - 132.816) + v_{AB}$$

$$-0.53577dX_A - 0.84436dY_A + 0.53577dX_B + 0.84436dY_B = 0.007 + v_{AB}$$

#### ٢-٧-١٠ معادلة الانحراف

المعادلة الأصلية غير الخطية لحساب الانحراف  $AZ_{i,j}$  بين نقطتين معلومتي الإحداثيات  $i, j$  هي:

$$AZ_{i,j} + v_{i,j} = \tan^{-1} \left( \frac{X_j - X_i}{Y_j - Y_i} \right) + C \quad (10-16)$$

حيث:

C ثابت يعتمد على اتجاه الخط، فان كان الانحراف يتراوح بين  $0^0$  و  $90^0$  فإن قيمة C = صفر، وان كان الانحراف يتراوح بين  $90^0$  و  $270^0$  فإن قيمة C =  $180^0$  ، وان كان الانحراف يتراوح بين  $270^0$  و  $360^0$  فإن قيمة C =  $360^0$ .

وبتطبيق طريقة مجموعة مشتقات تايلور فإن المعادلة الخطية لهذا الانحراف ستكون كالتالي:

$$\rho \left( \frac{Y_j - Y_i}{ij^2} \right)_o dX_i + \rho \left( \frac{X_j - X_i}{ij^2} \right)_o dY_i + \rho \left( \frac{Y_j - Y_i}{ij^2} \right)_o dX_j + \rho \left( \frac{X_j - X_i}{ij^2} \right)_o dY_j + = k_{ij} + v_{ij} \dots \dots \dots \quad (10-17)$$

حيث:

$\rho$  (الحرف اللاتيني رو) = ٢٠٦٦٥ ويتم استخدامه لتحويل وحدات units الطرف الأيسر للمعادلة من وحدات طولية إلى وحدات زاوية بالثواني حيث أن وحدات الطرف الأيمن للمعادلة (القيمة الثابتة  $K$  والخطأ المتبقى للانحراف  $v$ ) ستكون بالثواني.

أما العنصر  $k_{ij}$  فيتم حسابه كالتالي:

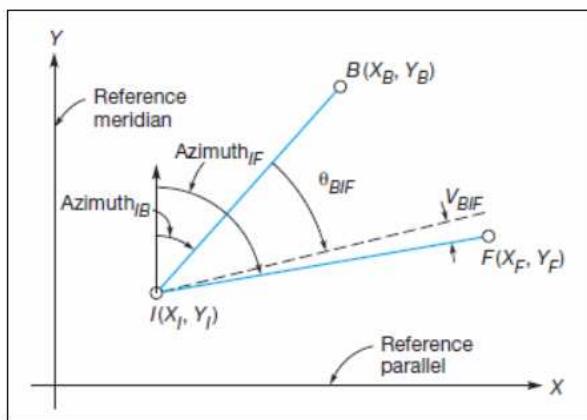
$$k_{ij} = AZ_{ij} - \tan^{-1}\left(\frac{X_j - X_i}{Y_j - Y_i}\right)_o + C \quad (10-18)$$

حيث:

- $AZ_{ij}$  الانحراف المرصود
- $(X_i, Y_i)_o$  القيم التقريرية لإحداثيات النقطة  $i$
- $(X_j, Y_j)_o$  القيم التقريرية لإحداثيات النقطة  $j$

### ٣-٧-١٠ معادلة الزاوية الأفقية

يمكن كتابة المعادلة الأصلية غير الخطية لحساب الزاوية الأفقية  $BIF$  (و نرمز لها بالرمز  $\theta_{BIF}$ ) باعتبار أنها تساوي الفرق بين انحرافي خطين  $IF$  و  $IB$  يصلان بين ثلاثة نقاط معلومة الإحداثيات  $B$ ,  $I$ ,  $F$ . وحيث أن كل انحراف يمكن التعبير عنه بدلالة إحداثيات نقطتي طرفي الخط (كما سبق) فإن معادلة الزاوية الأفقية يمكن كتابتها كالتالي:



$$\theta_{BIF} + v_{BIF} = \tan^{-1}\left(\frac{X_F - X_I}{Y_F - Y_I}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{X_B - X_I}{Y_B - Y_I}\right) + D \quad (10-19)$$

حيث:

- $D$  ثابت =  $C_{IF} - C_{IB}$  أي الفرق بين الثابت  $C$  (كما سبق تعريفه) للخطين  $IF$ ,  $IB$
- $\theta_{BIF}$  الزاوية المرصودة

وبتطبيق طريقة مجموعة مشتقات تايلور فإن المعادلة الخطية لهذه الزاوية الأفقية ستكون كالتالي:

$$\begin{aligned} & \rho(Y_I - Y_B / IB^2)_o dX_B + \rho(X_B - X_I / IB^2)_o dY_B + \rho(Y_B - Y_I / IB^2 - Y_F - Y_I / IF^2)_o dX_I + \\ & \rho(X_I - X_B / IB^2 - X_I - X_F / IF^2)_o dY_I + \rho(Y_F - Y_I / IF^2)_o dX_F + \rho(X_I - X_F / IF^2)_o dY_F = \\ & K_{BIF} + v_{BIF} \end{aligned} \quad \dots \quad (10-20)$$

حيث:

$$k_{BIF} = \theta_{BIF} - \tan^{-1}(Y_F - Y_I / X_F - X_I) - \tan^{-1}(X_B - X_I / Y_B - Y_I) + D \quad (10-21)$$

مثال:

قيسَت الزاوية الأفقية GAB فوجدت تساوي  $40^\circ 29' 10''$  وكانت إحداثيات النقطة G كالتالي  $578.741, 1103.826$  ،  $415.273, 929.868$  متر وإحداثيات النقطة A تساوي  $407.934, 507.652$  ،  $764.652$  متر. أكتب المعادلة الخطية لهذه الزاوية؟

حساب فروق الإحداثيات التقريرية:

$$\begin{aligned} (X_G - X_A)_o &= 578.741 - 415.273 = -163.468 \text{ m} \\ (Y_G - Y_A)_o &= 1103.826 - 929.868 = 173.958 \text{ m} \\ (X_B - X_A)_o &= 507.934 - 415.273 = 92.661 \text{ m} \\ (Y_B - Y_A)_o &= 764.652 - 929.868 = -165.216 \text{ m} \end{aligned}$$

حساب المسافات التقريرية:

$$\begin{aligned} AG_O &= \sqrt{(163.468)^2 + (173.958)^2} = 238.711 \text{ m} \\ AB_O &= \sqrt{(92.661)^2 + (-165.216)^2} = 189.726 \text{ m} \end{aligned}$$

حساب الزاوية الأفقية التقريرية:

$$GAB_O = \tan^{-1}(92.661 / -165.216) - \tan^{-1}(163.468 / 173.958) + 180^\circ = 107^\circ 29' 42''$$

ومن ثم فإن المعادلة الخطية  $(20-10)$  لهذه الزاوية الأفقية تصبح:

$$\rho(-173.958 / 238.711^2)_o dX_G + \rho(163.468 / 238.711^2)_o dY_G +$$

$$\begin{aligned} & \rho(173.958/238.711^2 - 165.216/189.726^2) dX_A + \\ & \rho(-16.468/238.711^2 - 92.661/189.726^2) dY_A + \\ & \rho(-165.216/189.726^2) dX_B + \rho(-92.661/189.726^2) dY_B = (107^\circ 29' 40'' - 107^\circ 29' 42'') + v_{GAB} \end{aligned}$$

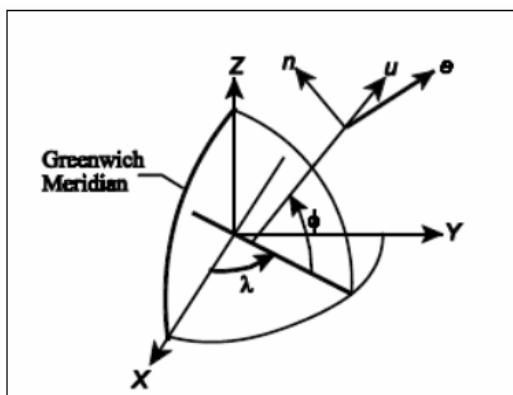
أي أن:

$$-629.684'' dX_G + 591.713'' dY_G + 1579.405'' dX_A - 59.065'' dY_A - 949.721'' dX_B - 532.649'' dY_B = -2'' + v_{GAB}$$

#### ٨-١٠ معادلات سريان الأخطاء في الأرصاد المساحية ثلاثية الأبعاد

في التطبيقات الجيوديسية فإن الأرصاد تشمل أيضاً معادلات غير خطية لكنها تعتمد على استخدام الإحداثيات ثلاثية الأبعاد  $(X, Y, Z)$  ، أو خط الطول  $\lambda$  ودائرة العرض  $\phi$  والارتفاع  $\rho$  لل نقاط وليس مجرد الإحداثيات الأفقية  $(X, Y)$  كما في الجزء السابق. وعند استخدام نظرية مجموع أقل المرربعات لضبط هذه الأرصاد يلزمها أيضاً تحويل هذه المعادلات إلى معادلات خطية بطريقة مجموعة مشتقات تاييلور. والمعادلات القادمة تقدم أمثلة لهذه التطبيقات.

حيث أن قياسات المحطة الشاملة Total station تنتج إحداثيات ثلاثية (وليس ثنائية) الأبعاد فأنتا ستنستخدم في معادلات هذا الجزء الإحداثيات في النظام الجيوديسي المحلي local coordinate system (الرموز  $e, n, u$ ) والذى يمكن الحصول عليه من الإحداثيات في النظام الجيوديسي المركزي geocentric coordinate system  $(X, Y, Z)$  من المعادلة التالية:



$$\begin{bmatrix} \Delta n \\ -\Delta e \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (10-22)$$

حيث:  
 $\lambda$  خط الطول لنقطة الرصد  
 $\phi$  دائرة العرض لنقطة الرصد

$$\begin{array}{ll} X_j - X_i & \Delta X \\ Y_j - Y_i & \Delta Y \\ Z_j - Z_i & \Delta Z \end{array}$$

أي أنه يمكن الحصول على إحداثيات النظام الجيوديسي المحلي كالتالي:

$$\begin{aligned} \Delta n &= s \cos v \cos Az \\ \Delta e &= s \cos v \sin Az \\ \Delta u &= s \sin v \end{aligned} \quad (10-23)$$

حيث:

$$\begin{array}{ll} s & \text{المسافة المائلة} \\ v & \text{الزاوية الرأسية} \\ Az & \text{الانحراف} \end{array}$$

وبالعكس فيمكن حساب المسافة المائلة و الزاوية الرأسية و الانحراف كالتالي:

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\Delta n^2 + \Delta e^2 + \Delta u^2} \\ Az &= \tan^{-1} \frac{\Delta e}{\Delta n} \\ v &= \sin^{-1} \frac{\Delta u}{s} \end{aligned} \quad (10-24)$$

أما باستخدام إحداثيات النظام الجيوديسي المركزي فإن المعادلات غير الخطية حساب المسافة المائلة  $|IJ|$  والانحراف  $\Delta Z_{ij}$  والزاوية الرأسية  $v_{ij}$  وزاوية السمت  $\lambda_{ij}$  بين النقطتين  $j$ ,  $i$  فيتم كالتالي:

$$IJ = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} \quad (10-25)$$

$$\Delta Z_{ij} = \tan^{-1} \frac{-\Delta X \sin \lambda_i + \Delta Y \cos \lambda_i}{-\Delta X \sin \phi_i \cos \lambda_i - \Delta Y \sin \phi_i \sin \lambda_i - \Delta Z \cos \phi_i} \quad (10-26)$$

$$v_{ij} = \sin^{-1} \frac{\Delta X \cos \phi_i \cos \lambda_i + \Delta Y \cos \phi_i \sin \lambda_i + \Delta Z \sin \phi_i}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}} \quad (10-27)$$

$$\lambda_{ij} = \cos^{-1} \frac{\Delta X \cos \phi_i \cos \lambda_i + \Delta Y \cos \phi_i \sin \lambda_i + \Delta Z \sin \phi_i}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}} \quad (10-28)$$

وهذه هي المعادلات المطلوب تحويلها إلى معادلات خطية بتطبيق مجموعة مشتقات تايلور كما في الأجزاء القادمة.

١-٨-١٠ معادلة المسافة المائلة

المعادلة الخطية لحساب المسافة المائلة بين نقطتين  $L$ , | ت تكون من:

$$a_1 dn_i + a_2 de_i + a_3 du_i + a_4 dn_j + a_5 de_j + a_6 du_j = s_{ij} - IJ_o \quad (10-29)$$

حيث:

$$\begin{array}{l} \text{المسافة المحسوبة من المعادلة (٢٥-١٠)} \\ \text{المسافة المائلة المقاسة} \end{array}$$

$$a_1 = -(\cos v_{ij} \cos AZ_{ij})_o$$

$$a_2 = -(\cos v_{ij} \sin AZ_{ij})_o$$

$$a_3 = -(\sin v_{ij})_o$$

$$a_4 = -(\cos v_{ij} \cos AZ_{ij})_o$$

$$a_5 = -(\cos v_{ij} \sin AZ_{ij})_o$$

$$a_6 = -(\sin v_{ij})_o$$

٢-٨-١٠ معادلة الانحراف

المعادلة الخطية لحساب الانحراف بين نقطتين  $L$ , | ت تكون من:

$$b_1 dn_i + b_2 de_i + b_3 du_i + b_4 dn_j + b_5 de_j + b_6 du_j = \alpha - AZ_o \quad (10-30)$$

حيث:

$$\begin{array}{l} \text{انحراف المحسوب من المعادلة (٢٦-١٠)} \\ \text{انحراف المقاس} \end{array}$$

$$b_1 = \left( \frac{\sin \text{Az}_{ij}}{IJ \cos v_{ij}} \right)_0$$

$$b_2 = -\left( \frac{\cos \text{Az}_{ij}}{IJ \cos v_{ij}} \right)_0$$

$$b_3 = 0$$

$$b_4 = -\left\{ \frac{\sin \text{Az}_{ij}}{IJ \cos v_{ij}} \left[ \cos(\phi_j - \phi_i) + \frac{\sin \phi_j \sin(\lambda_j - \lambda_i)}{\tan \text{Az}_{ij}} \right] \right\}_0$$

$$b_5 = \left\{ \frac{\cos \text{Az}_{ij}}{IJ \cos v_{ij}} [\cos(\lambda_j - \lambda_i) - \sin \phi_i \sin(\lambda_j - \lambda_i) \tan \text{Az}_{ij}] \right\}_0$$

$$b_6 = \left\{ \frac{\cos \text{Az}_{ij} \cos \phi_j}{IJ \cos v_{ij}} [\sin(\lambda_j - \lambda_i) + (\sin \phi_i \cos(\lambda_j - \lambda_i) - \cos \phi_i \tan \phi_j) \tan \text{Az}_{ij}] \right\}_0$$

### ٣-٨-١٠ معادلة الزاوية الرئيسية

المعادلة الخطية لحساب الزاوية الرئيسية بين نقطتين  $L$  ، تتكون من:

$$c_1 dn_i + c_2 de_i + c_3 du_i + c_4 dn_j + c_5 de_j + c_6 du_j = v_{ij} - v_o \quad (10-31)$$

حيث:

زاوية الرئيسية المحسوبة من المعادلة (٢٧-١٠)  $v_o$

زاوية الرئيسية المقاسة  $v_{ij}$

$$c_1 = \left( \frac{\sin v_{ij} \cos \text{Az}_{ij}}{IJ} \right)_0$$

$$c_2 = \left( \frac{\sin v_{ij} \sin \text{Az}_{ij}}{IJ} \right)_0$$

$$c_3 = -\left( \frac{\cos v_{ij}}{IJ} \right)_0$$

$$c_4 = \left[ \frac{-\cos \phi_i \sin \phi_j \cos(\lambda_j - \lambda_i) + \sin \phi_i \cos \phi_j + \sin v_{ij} \cos v_{ji} \cos \text{Az}_{ji}}{IJ \cos v_{ij}} \right]_0$$

$$c_5 = \left[ \frac{-\cos \phi_i \sin(\lambda_j - \lambda_i) + \sin v_{ij} \cos v_{ji} \sin \text{Az}_{ji}}{IJ \cos v_{ij}} \right]_0$$

$$c_6 = \left[ \frac{\sin v_{ij} \sin v_{ji} + \sin \phi_i \sin \phi_j + \cos \phi_i \cos \phi_j \cos(\lambda_j - \lambda_i)}{IJ \cos v_{ij}} \right]_0$$

٤-٨-٤ معادلة الزاوية الأفقية

المعادلة الخطية لحساب الزاوية الأفقية بين النقاط  $i, b, f$  تتكون من:

$$d_1 dn_b + d_2 de_b + d_3 du_b + d_4 dn_i + d_5 de_i + d_6 du_i + \\ d_7 dn_f + d_8 de_f + d_9 du_f = \theta_{bif} - \theta_o \quad (10-32)$$

حيث:

الزاوية الأفقية المحسوبة من فرق انحرافين كلاً منها محسوب بالمعادلة (١٠-٦-٢)       $\theta_o$   
الزاوية الأفقية المقاسة       $\theta_{bif}$

$$d_1 = \left\{ \frac{\sin Az_{ib}}{IB \cos v_{ib}} \left[ \cos(\phi_b - \phi_i) + \frac{\sin \phi_b \sin(\lambda_b - \lambda_i)}{\tan Az_{ib}} \right] \right\}_0 \\ d_2 = - \left\{ \frac{\cos Az_{ib}}{IB \cos v_{ib}} [\cos(\lambda_b - \lambda_i) + \sin \phi_i \sin(\lambda_b - \lambda_i) \tan Az_{ib}] \right\}_0 \\ d_3 = - \left\{ \frac{\cos Az_{ib} \cos \phi_b}{IB \cos v_{ib}} [\sin(\lambda_b - \lambda_i) + (\sin \phi_i \cos(\lambda_b - \lambda_i) - \cos \phi_i \tan \phi_b) \tan Az_{ib}] \right\}_0 \\ d_4 = \left( \frac{\sin Az_{if}}{IF \cos v_{if}} - \frac{\sin Az_{ib}}{IB \cos v_{ib}} \right)_0 \\ d_5 = \left( \frac{\cos Az_{if}}{IF \cos v_{if}} - \frac{\cos Az_{ib}}{IB \cos v_{ib}} \right)_0 \\ d_6 = 0 \\ d_7 = - \left\{ \frac{\sin Az_{if}}{IF \cos v_{if}} \left[ \cos(\phi_f - \phi_i) + \frac{\sin \phi_f \sin(\lambda_f - \lambda_i)}{\tan Az_{if}} \right] \right\}_0 \\ d_8 = \left\{ \frac{\cos Az_{if}}{IF \cos v_{if}} [\cos(\lambda_f - \lambda_i) + \sin \phi_i \sin(\lambda_f - \lambda_i) \tan Az_{if}] \right\}_0 \\ d_9 = \left\{ \frac{\cos Az_{if} \cos \phi_f}{IF \cos v_{if}} [\sin(\lambda_f - \lambda_i) + (\sin \phi_i \cos(\lambda_f - \lambda_i) - \cos \phi_i \tan \phi_f) \tan Az_{if}] \right\}_0$$

٤-٨-٥ معادلة فرق المنسوب

المعادلة الأصلية غير الخطية لحساب  $H$  منسوب (الارتفاع الأرثومترى أو الارتفاع من geodetic or من سطح البحر MSL) من  $h$  ارتفاعها الجيوديسى  $N$  قيمة حيود الجيoid  $ellipsoidal height$  هي:

$$H = h - N$$

ومن ثم فلنقطتين يمكن كتابة معادلة فرق المنسوب كالتالي:

$$\Delta H = \Delta h - \Delta N$$

ومن ثم فإن المعادلة الخطية لفرق المنسوب بين نقطتين  $j$ ,  $i$  تكون من:

$$1du_j + 1du_i = \Delta H_{ij} - \Delta N_{ij} - \Delta h_{ij} \quad (10-33)$$

حيث:

$\Delta H$	فرق المنسوب المقاس
$\Delta h$	فرق الارتفاع الجيوديسي
$\Delta N$	فرق حيود الجيoid

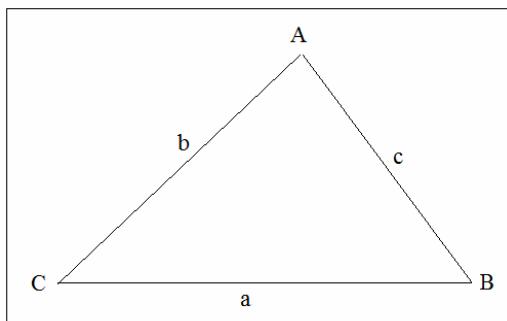
## الفصل الحادي عشر

### نظريّة مجموع أقل المربّعات

#### ١-١١ مقدمة

تحتمل جميع الأرصاد و القياسات المساحية أخطاء (مهما كانت صغيرة) سواء أخطاء الراصد أو أخطاء الجهاز أو أخطاء عشوائية. أيضاً فإن من المبادئ المساحية المستقرة أن يوجد ما نسميه الأرصاد الزائدة redundant observations، فعلى سبيل المثال نحن نجري خط الميزانية ذهاباً و عودة مع أن أحدهما يكفي لحساب منسوب النقطة الجديدة من منسوب النقطة المعلومة. وهذه الأرصاد الزائدة تحقق لنا شروطاً هندسية تسمح لنا بالتحقيق و اكتشاف الأخطاء، فالفرق بين خطى الميزانية (الذهاب و العودة) يجب أن يساوي صفرًا ومجموع زوايا المثلث الداخلية يجب أن يساوي  $180^\circ$ . أي أن وجود أرصاد زائدة هام للغاية في جميع تطبيقات العمل المساحي. إلا أن وجود الأرصاد الزائدة يجعل عدد معادلات الرصد أكبر من عدد القيم المجهولة (المطلوب حسابها)، ومن الناحية الرياضية فإن هناك عدد من الحلول لهذه المعادلات وليس حلاً واحداً متفرداً unique solution. ومن ثم فلا بد من استخدام طريقة معينة لضبط الأرصاد والوصول إلى القيمة الأكثر احتمالاً most probable values للكميات المجهولة.

ولشرح هذه النقطة أكثر فنأخذ المثلث التالي حيث يراد حساب طول الضلع  $c$  في المثلث التالي المتوافر له عدة قياسات تشمل:



$$A = 68^\circ 15' 17.1''$$

$$B = 65^\circ 41' 33.7''$$

$$C = 46^\circ 03' 13.4''$$

$$a = 936.161 \text{ m}$$

$$b = 918.557 \text{ m}$$

وحيث أن حساب الضلع  $c$  يتطلب معرفة طول ضلعين و زاوية واحدة أو طول ضلع واحد و زاويتين (أرجع للفصل الأول) فسيكون هناك عدد من الحلول كما في الجدول التالي:

الحل	القياسات المستخدمة	طول الضلع $c$
١	A B a	٧٢٥.٦٥١
٢	A C a	٧٢٥.٦٦٥
٣	A B b	٧٢٥.٦٧٠
٤	A C b	٧٢٥.٦٩١
٥	B C b	٧٢٥.٦٨٤
٦	A a b	٧٢٥.٦١٢
٧	B a b	٧٢٥.٧١٤
٨	C a b	٧٢٥.٦٧٧

وبالطبع فإن هذه الاختلافات في النتائج يعود لوجود أخطاء في القياسات، فبكل سهولة يمكن معرفة أن مجموع زوايا المثلث الثلاثة يبلغ  $180^{\circ}$ ، وليس  $180.004.2^{\circ}$  تماماً. وهنا نتساءل: أي قيمة لطول الضلع  $c$  هي الأدق؟ ومن ثم تبرز أهمية ضبط الأرصاد بهدف الوصول للقيمة الأكثر احتمالاً (القيمة الأدق) للكميات المطلوب حسابها.

توجد عدة طرق رياضية و إحصائية لضبط الأرصاد observation adjustment، إلا أن طريقة مجموع أقل المربعات Least Squares Adjustment (أو اختصاراً LSA) تعد هي الأشهر والأكثر تطبيقاً في الهندسة المساحية. وتعتمد هذه الطريقة الرياضية على تقليل مجموع مربعات الأخطاء إلى أقل حد ممكن (ومن هنا جاء اسمها):

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_n^2 = \min \text{mum} \quad (11-1)$$

حيث  $v$  تمثل المتبقيات residuals أي الفروق بين القيم المرصودة و القيم الحقيقية (أو القيم الأكثر احتمالاً)، و  $n$  يمثل عدد الأرصاد.

وفي حالة استخدام أوزان متعددة  $w_i$  لمجموعة الأرصاد فإن مبدأ نظرية مجموع أقل المربعات يصبح:

$$\sum_{i=1}^n w_i v_i^2 = w_1 v_1^2 + w_2 v_2^2 + w_3 v_3^2 + \dots + w_n v_n^2 = \min \text{mum} \quad (11-2)$$

وهذا يعني أن قيم الأخطاء المحسوبة تكون هي الأكثر احتمالاً أو الأقرب لقيم الأخطاء الحقيقة وبالتالي فإن استخدام هذه القيم في تصحيح القياسات و حساب قيم العناصر المجهولة يكون أقرب للحقيقة. كما أن من مميزات طريقة LSA أنها تقبل استخدام كافة الأرصاد دون النظر لأنواعها أو عددها (أي يمكن استخدام أرصاد طولية و زاوية.... الخ) في عملية ضبط واحدة. كما أن LSA مبنية على أسس رياضية و إحصائية مما يجعلها طريقة صارمة و دقيقة سواء في عملية الضبط ذاتها أو في تحليل نتائج الضبط أيضاً.

وتوجد طريقتين لتنفيذ ضبط لأرصاد باستخدام نظرية مجموع أقل المربعات وهما: (١) الضبط باستخدام معادلات الأرصاد observation equations ، (٢) الضبط باستخدام معادلات الاشتراطات condition equations.

## ٢-١١ طريقة الضبط بنظرية مجموع أقل المربعات باستخدام معادلات الأرصاد

كل رصده مساحية (مباشرة) تعطي معادلة تربطها مع القيمة المجهولة المطلوب حسابها (رصده غير مباشرة). وفي حالة كون المعادلة غير خطية، فيمكن باستخدام نظرية مجموع مربعات تايلور تحويلها إلى معادلة خطية كما سبق أن رأينا في الفصل السابق. أي أن أية معادلات مساحية يمكن وضعها في الصورة التالية باستخدام جبر المصفوفات:

$$Ax = b + v \quad (11-3)$$

حيث:

$x$	متجه للقيم المجهولة المطلوب حسابها
$b$	متجه الأرصاد
$A$	مصفوفة المعاملات
$v$	متجه المتباينات (الفرق بين القيم المرصودة و القيم الحقيقة).

ودون الدخول في التفاصيل الرياضية فإن حل نظام المعادلات (٣-١١) يكون كالتالي:

$$x = (A^T W A)^{-1} (A^T W b) \quad (11-4)$$

حيث:

مصفوفة الوزن weight matrix (مصفوفة قطرية تتكون عناصر قطرها من الوزن المقابل لكل رصده من الأرصاد). غالباً ما يتم اعتبار الوزن لكل رصده مساوياً لمقلوب الانحراف المعياري لها. وعندما تكون هذه المصفوفة قطرية diagonal matrix فإن هذا ينطوي على أننا اعتبرنا أن الأرصاد غير معتمدة على بعضها البعض un-correlated وهذا افتراض مقبول و غير مؤثر عادة:

$$W = \begin{bmatrix} \sigma_1^{-2} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sigma_2^{-2} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sigma_3^{-2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^{-2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \text{etc.} \end{bmatrix}$$

حيث:

$\sigma_i$  يمثل الانحراف المعياري للرصدة  $i$ .

أما في حالة الأوزان المتساوية (أي أن كل الأرصاد لها نفس الوزن ومن ثم فأن مصفوفة الوزن  $W$  ستتساوي مصفوفة الوحدة  $I$ ) فأن المعادلة ٤-١١ تصبح في صورتها البسطة:

$$x = A^{-1} b$$

وهذا الحل المباشر (المعادلة ٤-١١ أو صورتها المبسطة) يكون للأرصاد ذات المعادلات الخطية مباشرة (مثل أرصاد خطوط الميزانية و أرصاد الجاذبية الأرضية و أرصاد مركبات الخطوط مثل مركبات GPS). أما لأرصاد المعادلات غير الخطية فإن طريقة الحل تتطلب تصحيحات لقيم تقريرية وإعادة خطوط الحسابات بعدد من التكرارات بنفس الطريقة التي تناولناها في الفصل السابق. أي أن حل المعادلات غير الخطية سيكون:

$$\hat{x} = x_p + \delta x \quad (11-5)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \hat{x} & \text{ متوجه القيم المضبوطة} \\ x_p & \text{ متوجه القيم التقريرية} \\ \delta x & \text{ متوجه التصحيحات} \end{aligned}$$

يتم حساب المتبقيات residuals (بعد انتهاء عملية الضبط) كالتالي:

$$v = Ax - b \quad (11-6)$$

ومن المفترض أن تكون قيمة حاصل قسمة مجموع مربعات المتبقيات sum of residuals على الخطأ المعياري قبل الضبط apriori standard error مساوياً للواحد الصحيح. وهذا سيكون صحيحاً فقط في حالة أن الأوزان المستخدمة لكل رصد تم تحديدها بدقة وعناية (تناسب مع الدقة الحقيقية للأرصاد) وأيضاً عدم وجود أية أغلاط أو أخطاء كبيرة gross errors في مجموعة الأرصاد ذاتها. لذلك فمن الاختبارات الإحصائية التي تقدمها طريقة مجموع أقل المربعات حساب قيمة "الخطأ المعياري لرصد لها وحدة وزن واحدة" standard error of an observation of unit weight كالتالي:

$$\sigma_o^2 = \frac{\sum w_i v_i^2}{m-n} \quad (11-7)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \sigma_o^2 & \text{ الخطأ المعياري لرصد لها وحدة وزن واحدة (ويسمى أيضاً المعامل المحسوب للتباين .( estimated variance factor)} \\ w_i, v_i & \text{ الوزن والخطأ المتبقى لكل رصد} \\ m & \text{ عدد القيم المجهولة} \\ n & \text{ عدد الأرصاد} \\ m-n & \text{ درجة الحرية أو عدد الأرصاد الزائدة degree of freedom} \end{aligned}$$

إذا كانت قيمة  $\sigma_o^2$  الناتجة أكبر من ١، فإن هذا يدل على احتمال وجود أغلاط أو أخطاء كبيرة أو احتمال أن الأوزان المستخدمة غير متناسبة مع جودة الأرصاد ذاتها. وعادة ما يتم اختبار قيمة  $\sum w_i v_i^2$  باستخدام جداول الاختبار الإحصائي "مربع كاي"  $\chi^2$  عند درجة الحرية

المطلوبة (أي قيمة  $m-n$ ) عادة عند مستوى خطأ يساوي %٥ (أو ٠.٠٥) كما في الجدول التالي. فان كانت قيمة  $\sum w_i v_i^2$  أقل من قيمة الجدول (عند الصف  $m-n$  والعمود ٠.٠٥) فهذا يدل على عدم وجود أغلاط في الأرصاد.

Degrees of freedom ( $m-n$ ) درجة الحرية	الاحتمال			
	0.10	0.05	0.02	0.01
1	1.64	1.96	2.33	2.58
2	1.52	1.73	1.98	2.15
3	1.44	1.61	1.81	1.94
4	1.39	1.54	1.71	1.82
5	1.36	1.49	1.64	1.74
6	1.33	1.45	1.58	1.67
8	1.29	1.39	1.51	1.58
10	1.26	1.35	1.45	1.52
12	1.24	1.32	1.42	1.48
15	1.22	1.29	1.37	1.43
20	1.19	1.25	1.32	1.37
40	1.14	1.18	1.23	1.26
100	1.09	1.12	1.15	1.17

ولحساب مصفوفة التباين-الترابط للقيم المجهولة variance-covariance matrix of unknowns يتم استخدام المعادلة التالية:

$$\sigma_{(x)} = (A^T W A)^{-1} \quad (11-8)$$

ونكون هذه المصفوفة متماثلة symmetrical matrix (أي أن عناصر ما فوق قطر تتماثل مع عناصر ما تحت القطر)، وتكون عناصر القطر ذاته هي تباين variance للقيم المضبوطة ومن ثم يمكن حساب الانحراف المعياري لأي عنصر منهم بأخذ الجذر التربيعي لعنصر القطر المناظر له.

$$\sigma_{(x)} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & \dots \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \dots \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \sigma_{34} & \dots \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_4^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

أيضا يمكن اختبار مصداقية الأرصاد observations reliability من خلال حساب مصفوفة التباين-الترابط للأرصاد المضبوطة variance-covariance matrix of observations باستخدامة المعادلة التالية: adjusted observations

$$\sigma_{(l)} = A(A^T W A)^{-1} A^T \quad (11-9)$$

ومن هذه المصفوفة يمكن حساب الانحراف المعياري لأي رصده مضبوطة بأخذ الجذر التربيعي لعنصر القطر المناظر للرصدة المطلوبة. ثم يتم حساب قيمة حاصل قسمة الانحراف

المعياري للرصة بعد الضبط على الانحراف المعياري للرصة الأصلية (أي قيمة  $\sigma_{(b)}$ )، ونقارنه بقيمة الاختبار الإحصائي  $F$ . أو يمكن تبسيط هذه الخطوة الإحصائية كالتالي:  
إذا تحققت المعادلة:

$$\sigma_{(b)} / \sigma_{(l)} < 0.8$$

فأن هذا يدل على مصداقية هذه الرصة.

علمًا بأن الأرصاد المضبوطة يمكن حسابها بإضافة قيم المتبقيات إلى قيم الأرصاد الأصلية:

$$l = b + v \quad (11-10)$$

والفصول القادمة تقدم بصورة تفصيلية تطبيقات عملية في مجالات الهندسة المساحية لتنفيذ طريقة مجموع أقل المربعات في ضبط الأرصاد و الشبكات المساحية و الجيوديسية.

### ٣-١١ طريقة الضبط بنظرية مجموع أقل المربعات باستخدام معادلات الاشتراطات

لم تعد طريقة للاشتراطات أو الشروط conditional or parametric least-squares adjustment مطبقة كثيرا في الضبط بمجموع أقل المربعات في الوقت الحالي في المساحة لأنها تتطلب جهدا أكبر في تكوين معادلات الشروط بينما يمكن تكوين معادلات الأرصاد (الطريقة السابقة) بصورة أسهل وأسرع.

في طريقة معادلات الأرصاد كان يمكن التعبير عن كل رصده بمعادلة رياضية تربطها مع القيم المجهولة المطلوب حسابها، وكان الحل يبدأ بحساب قيمة المجاهيل (المعادلة ١١-٤) ثم التعويض لاحقا لحساب قيم الأرصاد المضبوطة (المعادلة ١١-١٠). أما في طريقة الاشتراطات فإن المعادلات تشمل الأرصاد فقط، ويكون الحل من الحصول على قيم الأرصاد المضبوطة أولا والتي منها يمكن حساب قيم العناصر المجهولة.

باستخدام المصفوفات سنرمز للأرصاد الأصلية بالرمز  $A$  وللأرصاد المضبوطة بالرمز  $L$ ، وتكون لدينا دالة أو معادلة الشرط التالية:

$$F(L) = 0 \quad (11-11)$$

فعلي سبيل المثال فإن مجموع الزوايا الداخلية (المضبوطة) لمثلث يجب أن تساوي  $180^{\circ}$ . فتكون هذه معادلة الشرط المطلوبة.

فإذا كان لدينا عدد  $n$  من الأرصاد وعدد  $m$  من القيم المجهولة فإن عدد معادلات الاشتراطات في المعادلة السابقة سيساوي  $n-m = n_e$  أي عدد الأرصاد الزائدة أو درجات الحرية. لكن يجب أن تكون هذه المعادلات مستقلة independent ولا تعتمد إدراهم على الأخرى، وهذا من أهم شروط هذه الطريقة من طرق الضبط.

ومن ثم فإن مصفوفة التقاضل الأول للمعادلات (١١-١١) بالنسبة للأرصاد ستكون على الشكل التالي:

$$\mathbf{B}_{\mathbf{n}_e, \mathbf{n}} = \frac{\partial F}{\partial l} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial l_1} & \frac{\partial F_1}{\partial l_2} & \frac{\partial F_1}{\partial l_3} & \dots \\ \frac{\partial F_2}{\partial l_1} & \frac{\partial F_2}{\partial l_2} & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_3}{\partial l_1} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

ومن ثم فإن معادلة نموذج الاشتراطات ستكون في الصورة التالية:

$$Bv - b = 0$$

حيث:

$v$  متوجه المتبقيات residuals

$b$  متوجه خطأ القلب misclose vector أي ناتج تطبيق معادلات الاشتراطات باستخدام الأرصاد الأصلية (عكس الإشارة):

$$b = -F(l)$$

وتكون معادلات الحل كالتالي:

: residuals المتبقيات

$$v = QB^T(BQB^T)^{-1}b$$

: estimated variance factor المعامل المحسوب للتباين

$$VF = v^T Pv / n_c$$

حيث:

$n_c$  عدد الشروط number of conditions

: adjusted observations الأرصاد المضبوطة

$$L = l + v$$

مصفوفة التباين-الترابط للأرصاد المضبوطة variance-covariance matrix of : adjusted observations

$$Q_L = Q - QB^T(BQB^T)^{-1}BQ$$

حيث:

$Q_{n,n}$  مصفوفة التباين-الترابط للأرصاد الأصلية variance-covariance matrix of .observations

: variance-covariance matrix of residuals مصفوفة التباين-الترابط للمتبقيات

$$Q_v = QB^T (BQB^T)^{-1} BQ$$

#### ١١-٤ طرق أخرى لضبط الأرصاد المساحية و الجيوديسية

توجد طرق أخرى لتطبيق مبدأ مجموع أقل المربعات لضبط الأرصاد بخلاف الطرقتين السابقتين، إلا أن لكل طريقة مميزات تجعلها مناسبة لنوع أو أنواع معينة من الأرصاد خاصة القياسات الجيوديسية مثل أرصاد الجيوديسيا الطبيعية أو الفيزيقية physical geodesy.

تعتمد طريقة انتظام أقل المربعات least-squares collocation (أو اختصارا LSC) على مبدأ أن الأرصاد تتكون من جزء منتظم systematic part وجزء عشوائي (أخطاء الرصد العشوائية random errors). وتجدر الإشارة إلى أن مبدأ الضبط بمجموع أقل المربعات LSA يعتمد على عدم وجود آية أخطاء منتظمة في الأرصاد. فبدلا من المعادلة الأصلية (٣-١١) فإن معادلة نموذج LSC ستكون على النحو التالي:

$$Ax = b + v + s \quad (11-12)$$

حيث:

s متوجه الإشارات vector of signals الذي يعبر عن العناصر المنتظمة systematic parameters.

ومن أهم مميزات طريقة انتظام أقل المربعات LSC أنها تمكننا من حساب قيم العناصر المجهولة  $x$  وأيضا استخدام قيم  $s$  في الاستباط interpolation وكذلك التنبؤ prediction، أي أن هذه الطريقة ليست فقط لضبط الأرصاد بل أيضا للتنبؤ والاستباط وهذا أهم مميزاتها مقارنة بطريقة مجموع أقل المربعات العادية LSA. ومن ثم فإن استخدامات طريقة LSC عادة ما يكون في التطبيقات الجيوديسية مثل أرصاد الجاذبية الأرضية (حيث الأرصاد الأصلية هي قراءة الجهاز بينما الإشارات  $s$  هي فرق الجاذبية  $\Delta g$ ) ، أي أننا نضبط أرصاد قراءة الجهاز ذاته وفي نفس الوقت نحو القراءات إلى فروق جاذبية) وأرصاد الأقمار الصناعية وتحويل المراجع (المزيد من التفاصيل عن طريقة LSC يمكن الرجوع إلى Moritz 1972).

وفي الفصول القادمة سنقتصر فقط على تطبيق طريقة مجموع أقل المربعات LSA في عدد من مجالات الهندسة المساحية.

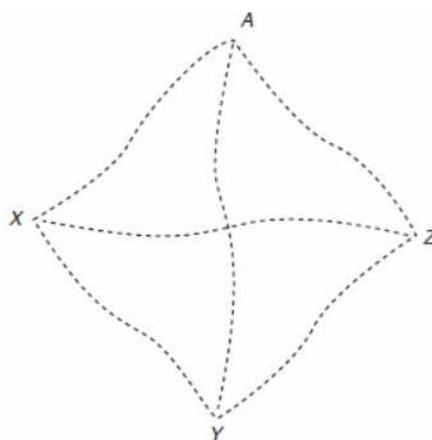
## الفصل الثاني عشر

### ضبط أرصاد الميزانية

يقدم هذا الفصل أمثلة تفصيلية لتطبيق طريقة مجموع أقل المربعات Least-Squares لضبط شبكة (مجموعه خطوط) ميزانية Adjustment.

#### ١-١٢ المثال الأول (طريقة معادلات الأرصاد)

في الشكل التالي تعد نقطة A روبير (نقطة معلومة المنسوب) تم منها عمل ٦ خطوط ميزانية لحساب منسوب النقاط الثلاثة X, Y, Z . ونرمز لمنسوب الروبير بالرمز  $h_A$  بينما الخطوط الستة المرصودة ستكون:  $\Delta h_{AX}$ ,  $\Delta h_{AY}$ ,  $\Delta h_{AZ}$ ,  $\Delta h_{YX}$ ,  $\Delta h_{ZX}$ ,  $\Delta h_{ZY}$  كالتالي:



إذن لدينا:

$$\begin{aligned} n &= \text{عدد الأرصاد} = \text{عدد خطوط الميزانية} = 6 \\ m &= \text{عدد القيم المجهولة} = \text{عدد النقاط المطلوب حساب منسوبها} = 3 \\ m-n &= \text{عدد الأرصاد الزائدة} = \text{عدد درجات الحرية} = 3 - 6 = -3 \end{aligned}$$

الآن سنكون معادلات الرصد (أي كل رصده تعطي معادلة تشمل القيم المجهولة المطلوب حسابها وهي في هذا المثال مناسبات النقاط الثلاثة X, Y, Z ) كالتالي: لأخذ كمثال خط الميزانية من نقطة A إلى نقطة X حيث فرق الارتفاع المرصود  $\Delta h_{AX}$  هو الفرق بين منسوب X ومنسوب A ، لكن هذه الرصدة ليست دقيقة تماما بل تحتمل قيمة متبقية residual لنرمز لها بالرمز  $v_1$  ، أي أن:

$$h_X - h_A = \Delta h_{AX} + v_1$$

وبالمثل يمكن تكوين ٥ معادلات رصد للأرصاد (فروق المناسبات) الأخرى كالتالي:

$$h_Y - h_A = \Delta h_{AY} + v_2$$

$$h_Z - h_A = \Delta h_{AZ} + v_3$$

$$h_X - h_Y = \Delta h_{YX} + v_4$$

$$h_X - h_Z = \Delta h_{ZX} + v_5$$

$$h_Y - h_Z = \Delta h_{ZY} + v_6$$

وحيث أن قيمة منسوب النقطة A معلوماً فيمكنا إعادة صياغة المعادلات السابقة بحيث تشمل فقط القيم المجهولة الثلاثة (مناسيب النقاط الثلاثة المجهولة) كالتالي:

$$h_X = h_A + \Delta h_{AX} + v_1$$

$$h_Y = h_A + \Delta h_{AY} + v_2$$

$$h_Z = h_A + \Delta h_{AZ} + v_3$$

$$h_X - h_Y = \Delta h_{YX} + v_4$$

$$h_X - h_Z = \Delta h_{ZX} + v_5$$

$$h_Y - h_Z = \Delta h_{ZY} + v_6$$

ثم نضع هذه المعادلات الستة في صورة مصفوفات كالتالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_X \\ h_Y \\ h_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_A + \Delta h_{AX} \\ h_A + \Delta h_{AY} \\ h_A + \Delta h_{AZ} \\ \Delta h_{YX} \\ \Delta h_{ZX} \\ \Delta h_{ZY} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}$$

أي أنها الآن أصبحت في صورة:

$$Ax = b + v$$

حيث:  $A_{6,3}$  مصفوفة المعاملات،  $x_{3,1}$  متجه المجاهيل،  $b_{6,1}$  متجه الأرصاد،  $v_{6,1}$  متجه المتبقيات.

الجدول التالي يقدم قيم الأرصاد (فروق المنسوب لكل خط ميزانية) بالإضافة لطول الخط بالكيلومتر، علماً بأن منسوب الروبيير المعلوم A يساوي ١٠٠٠ متر:

خط	فرق الارتفاع المرصود	طول الخط
AX	12.483 m	5 km
AY	48.351 m	10 km
AZ	5.492 m	7 km
XY	35.883 m	7 km
XZ	-7.093 m	12 km
YZ	-42.956 m	9 km

عادة في الميزانيات فأنتا تعتبر أن الخطأ المعياري standard error لأي خط ميزانية يساوي (يختلف هذه المعادلة من دولة لأخرى طبقاً لمواصفات كل دولة):

$$\sigma_{\Delta'} = 0.017\sqrt{K}$$

حيث:  $K$  هو طول الخط الميزانية بالكيلومتر.

الآن سنبدأ بالتعويض بالأرقام في المثال الحالي:

$$Ax = b + v$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_X \\ h_Y \\ h_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_A + \Delta h_{AX} \\ h_A + \Delta h_{AY} \\ h_A + \Delta h_{AZ} \\ \Delta h_{YX} \\ \Delta h_{ZX} \\ \Delta h_{ZY} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112.483 \text{ m} \\ 148.351 \text{ m} \\ 105.492 \text{ m} \\ 35.833 \text{ m} \\ -7.093 \text{ m} \\ -42.956 \text{ m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix}$$

ثم سنحسب قيمة الخطأ المعياري لكل خط، ومن ثم حساب الوزن لكل خط (أي كل رصده) حيث الوزن يساوي مقلوب مربع الخطأ المعياري كالتالي:

الخط	الطول (كم)	الخطأ المعياري للرصدة (متر)	الوزن (1/متر مربع)
AX	5	0.038	692
AY	10	0.054	348
AZ	7	0.045	496
XY	7	0.045	496
XZ	12	0.059	288
YZ	9	0.051	384

وبالتالي فأن مصفوفة الوزن  $W_{6,6}$  ستكون على الشكل التالي:

$$W = \begin{bmatrix} 692 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 348 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 496 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 496 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 288 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 384 \end{bmatrix}$$

وحيث أن معادلات الرصد معادلات خطية (لا تحتاج قيم تقريرية للمجاهيل ولا تحتاج عملية تكرار) فأنتا الآن سترون مباشرة بحساب القيم المجهولة باستخدام المعادلة (٤-١١) كالتالي:

$$x = (A^T W A)^{-1} (A^T W b)$$

$$\begin{aligned} A^T W &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 692 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 348 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 496 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 496 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 288 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 384 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 692 & 0 & 0 & -496 & -288 & 0 \\ 0 & 348 & 0 & 496 & 0 & -384 \\ 0 & 0 & 496 & 0 & 288 & 384 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^T W A &= \begin{bmatrix} 692 & 0 & 0 & -496 & -288 & 0 \\ 0 & 348 & 0 & 496 & 0 & -384 \\ 0 & 0 & 496 & 0 & 288 & 384 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1476 & -496 & -288 \\ -496 & 1228 & -384 \\ -288 & -384 & 1168 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$(A^T W A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.000918866 & 0.000492633 & 0.000388531 \\ 0.000492633 & 0.001171764 & 0.000506708 \\ 0.000388531 & 0.000506708 & 0.001118559 \end{bmatrix}$$

$$A^T W b = \begin{bmatrix} 692 & 0 & 0 & -496 & -288 & 0 \\ 0 & 348 & 0 & 496 & 0 & -384 \\ 0 & 0 & 496 & 0 & 288 & 384 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 112.483 \\ 148.351 \\ 105.492 \\ 35.883 \\ -7.093 \\ -42.956 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 62083.1 \\ 85919.2 \\ 33786.1 \end{bmatrix}$$

وبالتالي فإن الحل النهائي يكون كالتالي:

$$\begin{aligned} x &= (A^T W A)^{-1} A^T W b \\ &= \begin{bmatrix} 0.000918866 & 0.000492633 & 0.000388531 \\ 0.000492633 & 0.001171764 & 0.000506708 \\ 0.000388531 & 0.000506708 & 0.001118559 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 62083.1 \\ 85919.2 \\ 33786.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112.500 \text{ m} \\ 148.381 \text{ m} \\ 105.449 \text{ m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_X \\ h_Y \\ h_Z \end{bmatrix} \end{aligned}$$

أي أن منسوب نقطة X يساوي 112.500 متر ومنسوب نقطة Y يساوي 148.381 متر ومنسوب نقطة Z يساوي 105.449 متر.

هذا عن مناسبات النقاط المرصودة، لمت ماذا عن دقة هذه المناسبات الناتجة من عملية الضبط؟ سنبدأ التحليل بحساب قيم المتبقيات residuals كالتالي (المعادلة ٦-١١):

$$v = Ax - b$$

$$v_1 = + 0.016 \text{ m}$$

$$v_2 = + 0.030 \text{ m}$$

$$v_3 = - 0.044 \text{ m}$$

$$v_4 = - 0.001 \text{ m}$$

$$v_5 = + 0.042 \text{ m}$$

$$v_6 = + 0.023 \text{ m}$$

وعندما نقارن هذه القيم بقيمة الخطأ المعياري للأرصاد الأصلية قبل الضبط *apriori standard errors* لا يمكننا تأكيد أو نفي وجود أغلاط أو أخطاء كبيرة في الأرصاد، لكن هذا بمجرد النظر فقط ولا بد من التأكد من هذه النتيجة علمياً من خلال الاختبار الإحصائي البسيط بمقارنة قيمة  $\sigma^2$  (مربع الخطأ المعياري لرصده لها وحدة وزن واحدة) وهل هي أقل من ٠.٨ أم لا:

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum w_i v_i^2}{m-n} = 0.72$$

وحيث أن القيمة المحسوبة أقل من ٠.٨ فهذا يدل على عدم وجود أغلاط وأن الأوزان المستخدمة كانت مناسبة لجودة الأرصاد.

أما مصفوفة التباين-الترابط لقيم المضبوطة فيمكن حسابها كالتالي (المعادلة ٨-١١):

$$\sigma_{(x)} = (A^T W A)^{-1}$$

$$(A^T W A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.000918866 & 0.000492633 & 0.000388531 \\ 0.000492633 & 0.001171764 & 0.000506708 \\ 0.000388531 & 0.000506708 & 0.001118559 \end{bmatrix}$$

ومن ثم يمكننا حساب الخطأ المعياري لكل منسوب من المنسوبات الثلاثة (لنقطات Z, Y, X) من خلال أخذ الجذر التربيعي لعناصر قطر هذه المصفوفة فينتج لنا:

$$\sigma_{hX} = 0.0303 \text{ m}$$

$$\sigma_{hY} = 0.0342 \text{ m}$$

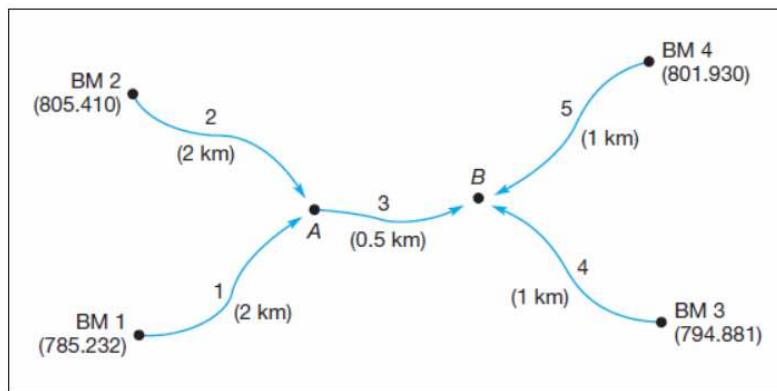
$$\sigma_{hZ} = 0.0334 \text{ m}$$

أي أن النتائج النهائية لعملية ضبط مجموع أقل المربعات تتكون من:

- منسوب نقطة X يساوي  $112.500 \pm 0.030$  متر
- منسوب نقطة Y يساوي  $148.381 \pm 0.034$  متر
- منسوب نقطة Z يساوي  $105.449 \pm 0.033$  متر

٢-١٢ المثال الثاني (طريقة معادلات الأرصاد)

يمثل الشكل التالي شبكة من خمسة خطوط ميزانية تمت بدءاً من أربعة روبيرات (معلومة المنسوب) لتحديد منسوب نقطتين الجديدين A, B، ونري في الشكل قيم منسوب كل روبير BM وطول كل خط ميزانية بالكيلومتر. فإذا كانت أرصاد فروق المنساب للخطوط الخمسة بالترتيب هي:  $+10.997$ ,  $-9.169$ ,  $3.532$ ,  $4.858$ ,  $-2.202$  متر فقم بضبط هذه الأرصاد وحساب منسوب A, B.



معادلات الرصد يتكون:

$$A = BM1 + 10.997 + v_1$$

$$A = BM2 - 9.169 + v_2$$

$$B = A + 3.532 + v_3$$

$$B = BM3 + 4.858 + v_4$$

$$B = BM4 - 2.202 + v_5$$

وبالتعويض بقيم مناسبات الروبيرات المعلومة تصبح المعادلات:

$$A = 795.232 + v_1$$

$$A = 796.241 + v_2$$

$$-A + B = 3.532 + v_3$$

$$B = 799.739 + v_4$$

$$B = 799.728 + v_5$$

وبذلك فإن مصفوفات معادلات الأرصاد ستكون كالتالي:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 796.229 \\ 796.241 \\ 3.532 \\ 799.739 \\ 799.728 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix}$$

من الطرق الشائعة في ضبط شبكات الميزانية أن نعتبر وزن كل رصده (كل خط ميزانية) مساوياً لمقلوب طول الخط بالكيلومتر حيث أنه كلما زاد طول الخط كلما كان متوقعاً زيادة أخطاء الرصد وبالتالي كلما كان الخط أقل وزناً. ومن ثم فإن مصفوفة الوزن ستكون:

$$W = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ومن ثم فإن خطوات الحل ستكون كالتالي:

$$A^T W = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -2.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 2.0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

$$A^T W A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -2.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 2.0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A^T W A)^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^T W b = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -2.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 2.0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 796.229 \\ 796.241 \\ 3.532 \\ 799.739 \\ 799.728 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 789.171 \\ 1606.531 \end{bmatrix}$$

$$X = (A^T W A)^{-1} A^T W b = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 789.171 \\ 1606.531 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 796.218 \\ 799.742 \end{bmatrix}$$

أي أن المنسوب المضبوط للنقطة A يساوي 796.218 متر والمنسوب المضبوط للنقطة B يساوي 799.742 متر.

وإذن يمكننا حساب المتبقيات residuals ثم الخطأ المعياري للقيم المضبوطة كالتالي:

$$V = AX - b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 796.218 \\ 799.742 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 796.229 \\ 796.241 \\ 3.532 \\ 799.739 \\ 799.728 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.011 \\ -0.023 \\ -0.008 \\ 0.003 \\ 0.014 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{V} = [-0.011 \ -0.023 \ -0.008 \ 0.003 \ 0.014] \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.011 \\ -0.023 \\ -0.008 \\ 0.003 \\ 0.014 \end{bmatrix} = [0.00066]$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{0.00066}{5-2}} = \pm 0.015 \text{ m}$$

$$\sigma_A = \pm 0.015 \sqrt{\frac{4}{8}} = \pm 0.010 \text{ m}$$

$$\sigma_B = \pm 0.015 \sqrt{\frac{3}{8}} = \pm 0.009 \text{ m}$$

أي أن النتائج النهائية لعملية ضبط مجموع أقل المربعات تتكون من:

- منسوب نقطة A يساوي  $796.218 \pm 0.010$  متر
- منسوب نقطة B يساوي  $799.742 \pm 0.009$  متر

أما الأرصاد المضبوطة و مصفوفة التباين-الترابط لها variance-covariance matrix فيمكن حسابها من المعادلة (١١-٩) و (١١-١٠) كالتالي:

$$l = b + v$$

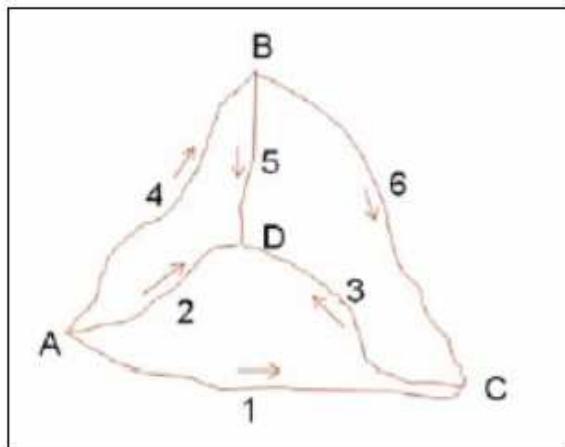
$$\begin{aligned} \sigma_{(l)} &= A(A^T W A)^{-1} A^T \\ &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 4 & -2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & -2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

وبحساب الجذر التربيعي لعناصر قطر هذه المصفوفة يمكننا الحصول على قيم الأرصاد المضبوطة و الخطأ المعياري لها كالتالي:

من	إلى	فرق المنسوب المرصود	المتبقيات	فرق المنسوب المضبوط	الخطأ المعياري
From	To	obs.ΔH	v	Adj.ΔH	σ
BM1	A	10.997	-0.011	10.986	$\pm 0.010$
BM2	A	-9.169	-0.023	-9.192	$\pm 0.010$
A	B	3.532	-0.008	3.524	$\pm 0.009$
BM3	B	4.858	0.003	4.861	$\pm 0.009$
BM4	B	-2.202	0.014	-2.188	$\pm 0.009$

٣-١٢ المثال الثالث (طريقة معادلات الاشتراطات)

يمثل الشكل التالي حلقة مكونة من 6 خطوط ميزانية لثلاثة نقاط مجهولة  $B, C, D$  بينما نقطة  $A$  روبر معلوم المنسوب يبلغ 100 متر:



ويمثل الجدول التالي قيم فروق المناسيب المرصودة  $\Delta H$  وأيضاً مربع الخطأ المعياري  $s^2$  لكل خط:

Level line	$\Delta H$ (m)	$s^2$ ( $cm^2$ )
1	6.16	4
2	12.57	2
3	6.41	2
4	1.09	4
5	11.58	2
6	5.07	4

سنبدأ في تكوين معادلات الاشتراطات بحيث أن كل حلقة مغلقة من خطوط الميزانية يجب أن يكون مجموع  $\Delta H$  لها يساوي الصفر، وذلك للحلقات  $ABD, BCD, ADC$  وللحلقة الخارجية  $ABC$  كالتالي:

$$\Delta H_{AB} + \Delta H_{BD} + \Delta H_{AD} = 0$$

$$\Delta H_{BC} + \Delta H_{CD} + \Delta H_{BD} = 0$$

$$\Delta H_{AD} + \Delta H_{CD} + \Delta H_{AC} = 0$$

$$\Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} + \Delta H_{AC} = 0$$

وحيث أن عدد الأرصاد  $n = 6$  وعدد المجاهيل  $m = 3$  فنحن نحتاج معادلات اشتراطات مستقلة independent يبلغ عددها  $n-m = 6-3 = 3$  معادلات. وبالفحص يتبيّن لنا أن المعادلة الرابعة السابقة لا تعد معادلة مستقلة حيث أنها ما هي إلا مجموع المعادلات الثلاثة السابقيّن. إذن سنختار أول 3 معادلات اشتراطات فقط وسنبدأ التعامل معهم ونضعهم في صورة معادلة نموذج الاشتراطات كالتالي:

$$Bv - b = 0$$

$$\begin{array}{ll} b \\ \hline \Delta H_{AB} + \Delta H_{BD} + \Delta H_{AD} = 0 & -10 \\ \Delta H_{BC} + \Delta H_{CD} + \Delta H_{BD} = 0 & 10 \\ \Delta H_{AD} + \Delta H_{CD} + \Delta H_{AC} = 0 & 0.0 \end{array}$$

وتكون مصفوفة التفاضل الأول (المعاملات) ومصفوفة التباين للأرصاد الأصلية كالتالي:

$$B = \frac{\partial f}{\partial \ell} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad Q = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

ومن ثم فإن متجه المتبقيات residuals سيكون:

$$v = QB^T(BQB^T)^{-1}b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

وتكون الأرصاد المضبوطة كالتالي:

The adjusted observations are  $\ell + v$ :

1	$\Delta H_{AC}$	6.16
2	$\Delta H_{AD}$	12.59
3	$\Delta H_{CD}$	6.43
4	$\Delta H_{AB}$	1.05
5	$\Delta H_{BD}$	11.54
6	$\Delta H_{BC}$	5.11

وأيضا نحصل على مصفوفة التباين-الترابط للأرصاد المضبوطة وقيم الخطأ المعياري للأرصاد  $S_L$  (الجزر التربيعي لعناصر قطر هذه المصفوفة) كالتالي:

$$Q_L = Q - QB^T (BQB^T)^{-1}BQ$$

$$\left( \begin{array}{cccccc} 1.60 & 0.80 & -0.80 & 0.80 & 0.00 & 0.80 \\ 0.80 & 1.20 & 0.40 & 0.80 & 0.40 & 0.00 \\ -0.80 & 0.40 & 1.20 & 0.00 & 0.40 & -0.80 \\ 0.80 & 0.80 & 0.00 & 1.60 & -0.80 & -0.80 \\ 0.00 & 0.40 & 0.40 & -0.80 & 1.20 & 0.80 \\ 0.80 & 0.00 & -0.80 & -0.80 & 0.80 & 1.60 \end{array} \right) \quad s_L$$

1.26  
1.10  
1.10  
1.26  
1.10  
1.26

وباستخدام الأرصاد المضبوطة يمكن حساب قيم العناصر المجهولة (مناسبات النقاط الثلاثة) كالتالي:

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB} = 100 + 1.05 = 101.05 \text{ m}$$

$$H_C = H_A + \Delta H_{AC} = 100 + 6.16 = 106.16 \text{ m}$$

$$H_D = H_A + \Delta H_{AD} = 100 + 12.59 = 112.59 \text{ m}$$

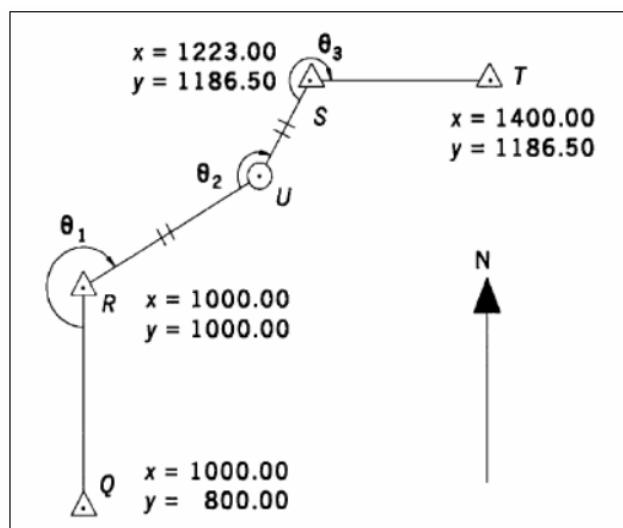
### الفصل الثالث عشر

#### ضبط أرصاد الترافرس

يقدم هذا الفصل أمثلة تفصيلية لتطبيق طريقة مجموع أقل المربعات Least-Squares لضبط الترافرسات وتطبيقات التقاطع الأمامي و التقاطع الخلفي Adjustment.

#### ١-١٢ مثال لضبط الترافرس الموصى

يمثل الشكل التالي نموذجا بسيطا لترافرس موصى يصل بين النقطتين المعلومتين الإحداثيات  $R, Q$  والنقطتين المعلومتين الإحداثيات  $S, T$  للوصول لإحداثيات النقطة المجهولة  $U$ ، وكانت الأرصاد الخمسة المقاسة لهذا الترافرس كما في الجدول التالي:



Distance (ft)	Angle
$RU = 200.00 \pm 0.05$	$\theta_1 = 240^{\circ}00' \pm 30''$
$US = 100.00 \pm 0.08$	$\theta_2 = 150^{\circ}00' \pm 30''$
	$\theta_3 = 240^{\circ}01' \pm 30''$

نبدأ الحل بحساب الإحداثيات التقريبية للنقطة المجهولة  $U$  كالتالي:

$$X_{uo} = 1000.00 + 200.00 \sin(60^\circ) = 1173.20 \text{ m}$$

$$Y_{uo} = 1000.00 + 200.00 \cos(60^\circ) = 1100.00 \text{ m}$$

أي أن متجه المجاهيل  $X_{2,1}$  سيتكون من عنصرين فقط وهما التصححات  $dX_u, dY_u$  للإحداثيات التقريبية لهذه النقطة:

$$X = \begin{bmatrix} dx_u \\ dy_u \end{bmatrix}$$

أما متجه الأرصاد  $b_{5,1}$  فسيكون الفرق بين القيم المرصودة للأرصاد الخمسة و القيم المحسوبة لها (باستخدام القيم التقريرية للمجاهيل) كالتالي:

$$b = \begin{bmatrix} b_{I_{RU}} \\ b_{I_{US}} \\ b_{\theta_1} \\ b_{\theta_2} \\ b_{\theta_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200.00 \text{ ft} - 200.00 \text{ ft} \\ 100.00 \text{ ft} - 99.81 \text{ ft} \\ 240^{\circ}00'00'' - 240^{\circ}00'00'' \\ 150^{\circ}00'00'' - 149^{\circ}55'51'' \\ 240^{\circ}01'00'' - 240^{\circ}04'12'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00 \text{ m} \\ 0.19 \text{ m} \\ 0'' \\ 249'' \\ -192'' \end{bmatrix}$$

وحيث أن المعادلات غير خطية فسنقوم بتكوين مصفوفة جاكوب  $J$  (التقاضل الأول لكل معادلة رصد كما في الفصل العاشر) كالتالي:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{1173.20 - 1000.00}{200.00} & \frac{1100.00 - 1000.00}{200.00} \\ \frac{1173.20 - 1223.00}{99.81} & \frac{1100.00 - 1186.50}{99.81} \\ \frac{1100.00 - 1000.00}{200.00^2} & \frac{1000.00 - 1173.20}{200.00^2} \\ \left( \frac{1000.00 - 1100.00}{200.00^2} - \frac{1186.50 - 1100.00}{99.81^2} \right) p & \left( \frac{1173.20 - 1000.00}{200.00^2} - \frac{1173.20 - 1223.00}{99.81^2} \right) p \\ \frac{1186.50 - 1100.00}{99.81^2} p & \frac{1173.50 - 1223.00}{99.81^2} p \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.500 \\ -0.499 & -0.867 \\ 515.7 & -893.2 \\ -2306.6 & 1924.2 \\ 1709.9 & -1031.1 \end{bmatrix}$$

ثم تكون مصفوفة الوزن  $W_{5,5}$  حيث وزن أي رصد يساوي مقلوب مربع الخطأ المعياري لها كالتالي:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.05^2} & & & (\text{zeros}) \\ & \frac{1}{0.08^2} & & \\ & & \frac{1}{30^2} & \\ & & & \frac{1}{30^2} \\ (\text{zeros}) & & & \frac{1}{30^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400.00 & & & (\text{zeros}) \\ & 156.2 & & \\ & & 0.0011 & \\ & & & 0.0011 \\ (\text{zeros}) & & & 0.0011 \end{bmatrix}$$

الآن نبدأ التكرار الأول لحل معادلة المصفوفات :

$$X = (J^T W J)^{-1} (J^T W b)$$

ونحصل على:

$$J^T W J = \begin{bmatrix} 10093.552221 & -7254.153057 \\ -7254.153057 & 6407.367420 \end{bmatrix}$$

$$(J^T W J)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.000532 & 0.000602 \\ 0.000602 & 0.000838 \end{bmatrix}$$

ومن ثم فإن القيم التقريرية المضبوطة ستكون كالتالي:

$$\begin{aligned} dX_u &= -0.11 \text{ m} \\ dY_u &= -0.01 \text{ m} \end{aligned}$$

أي أن القيم المجهولة للنقطة U تصبح:

$$X_{u1} = 1173.20 - 0.11 = 1173.09 \text{ m}$$

$$Y_{u1} = 1100.00 - 0.01 = 1099.99 \text{ m}$$

وفي التكرار الثاني نستخدم هذه القيم تقريرية مرة أخرى ونعيد خطوات الحل السابقة، وستكون نتائج هذا التكرار الثاني (في هذا المثال) أن التصحيحات تساوي صفر مما يدل على أنه لا داعي لعمل أية تكرارات إضافية للحل ومن ثم فسنكون قد حصلنا على القيم النهائية المضبوطة للنقطة U.

ويمكن حساب قيمة الخطأ المعياري لرصده لها وحدة وزن واحدة (المعادلة ٧-١١) لتكون:

$$\sigma_0 = 1.82$$

وباستخدام المعادلة (٨-١١) وحساب الخطأ المعياري للقيم المضبوطة نحصل على:

$$\sigma X_u = \pm 0.023 \text{ m}$$

$$\sigma Y_u = \pm 0.029 \text{ m}$$

أما المتبقيات residuals فيمكن حسابها (المعادلة ٦-١١) ونحصل على:

$$v_{ru} = -0.11 \text{ m}$$

$$v_{us} = -0.12 \text{ m}$$

$$v_{\theta 1} = -49''$$

$$v_{\theta 2} = -17''$$

$$v_{\theta 3} = 6''$$

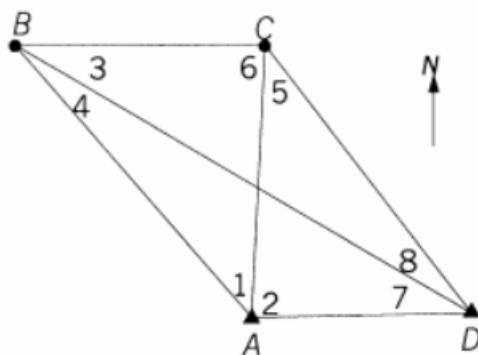
وتكون الأرصاد المضبوطة (المعادلة ١١-١٠) كالتالي:

Adjusted Distance Observations					
Station Occupied	Station Sighted	Distance	V	$\sigma$	
R	U	199.89	-0.11	0.061	
U	S	99.88	-0.12	0.065	

Adjusted Angle Observations						
Station Backsight	Station Occupied	Station Foresight	Angle	V	$\sigma$	
Q	R	U	239° 59' 11"	-49"	29.0"	
R	U	S	149° 59' 43"	-17"	44.1"	
S	S	T	240° 01' 06"	6"	35.0"	

## ٢-١٢ مثال لضبط الشكل الرباعي

تم رصد الزوايا الداخلية الثمانية في الشكل الرباعي التالي وكانت النقطتين A, D معلومتي الإحداثيات كما في الجدول التالي:



$1 = 42^\circ 35' 29.0''$	$3 = 79^\circ 54' 42.1''$	$5 = 21^\circ 29' 23.9''$	$7 = 31^\circ 20' 45.8''$
$2 = 87^\circ 35' 10.6''$	$4 = 18^\circ 28' 22.4''$	$6 = 39^\circ 01' 35.4''$	$8 = 39^\circ 34' 27.9''$

The fixed coordinates are

$$x_A = 9270.33 \quad y_A = 8448.90 \quad x_D = 15,610.58 \quad y_D = 8568.75$$

والمطلوب استخدام طريقة مجموع أقل المربعات لحساب قيم إحداثيات النقطتين B, C (وللتبسيط هنا لن نستخدم أوزان، أو بمعنى آخر سنفترض أن جميع الأرصاد متساوية الوزن أي أن مصفوفة الوزن تساوي مصفوفة الوحدة  $|W| = W$ ).

سيكون متوجه القيم المجهولة  $X_{4,1}$  كالتالي:

$$X = \begin{bmatrix} dx_b \\ dy_b \\ dx_c \\ dy_c \end{bmatrix}$$

ولحساب القيم التقريرية لل نقطتين  $B$ ,  $C$  يمكن استخدام معادلات حل المثلثات (الفصل الأول)، فمثلاً يمكن حل المثلث  $BAD$  بمعنوية الزوايا الثلاثة ، ، ،  $7$  ،  $4$  ،  $2+1$ ) وطول الضلع  $AD$  (يمكن حسابه من الإحداثيات المعلومة لطرفيه) ومن ثم حساب إحداثيات النقطة  $B$  ، وبالمثل يمكن حساب إحداثيات النقطة  $C$  (أنظر تفاصيل رياضية أكثر في المثال التالي) لنجعل في النهاية على القيم التقريرية التالية:

Station	X	Y
B	2,403.600	16,275.400
C	9,649.800	24,803.500

أما مصفوفة جاكوب (القاضل الأول) فستكون بتطبيق المعادلة (٢٠-١٠) ومن ثم فإن المصفوفة  $J_{5,5}$  ستكون كالتالي:

$$\begin{bmatrix} -14.891521 & -13.065362 & 12.605250 & -0.292475 \\ 0.000000 & 0.000000 & -12.605250 & 0.292475 \\ 20.844399 & -0.283839 & -14.045867 & 11.934565 \\ 8.092990 & 1.414636 & 0.000000 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.000000 & 1.409396 & -4.403165 \\ -14.045867 & 11.934565 & 1.440617 & -11.642090 \\ 6.798531 & 11.650726 & 0.000000 & 0.000000 \\ -6.798531 & -11.650726 & 11.195854 & 4.110690 \end{bmatrix}$$

أما متوجه الأرصاد  $b_{5,1}$  فسيكون كالتالي:

$$\begin{bmatrix} -1.811949 \\ -5.801621 \\ 3.508571 \\ 1.396963 \\ -1.833544 \\ 5.806415 \\ -5.983393 \\ 1.818557 \end{bmatrix}$$

وبما أنه لا يوجد وزن، فإن حل معادلة المصفوفات سيكون:

$$X = (J^T J)^{-1} (J^T b)$$

وبذلك تكون نتائج التكرار الأول كالتالي:

$$\begin{bmatrix} -0.011149 \\ 0.049461 \\ 0.061882 \\ 0.036935 \end{bmatrix}$$

وفي التكرار الثاني تكون المصفوفات  $X$ ,  $b$ ,  $J$  كالتالي:

<b>J</b>	<b>b</b>	<b>X</b>
-14.891488	-2.100998	0.000000
0.000000	-5.032381	-0.000000
20.844296	4.183396	0.000000
8.092944	1.417225	-0.000001
0.000000	-1.758129	
-14.045752	5.400377	
6.798544	-6.483846	
-6.798544	1.474357	
11.934605		
11.650683		
11.195862		
4.110641		

وحيث أن التصحيحات أصبحت تساوي الصفر فلا حاجة لتكرارات أخرى. ومن ثم فإن النتائج النهائية تكون كالتالي:

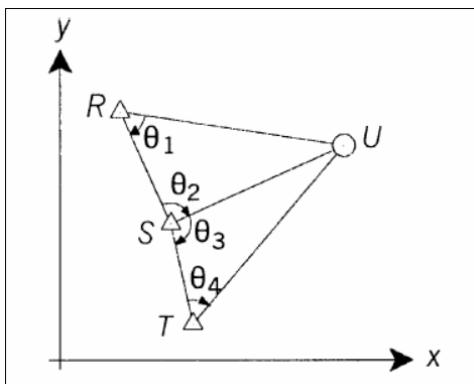
Station	X	Y	$\sigma_x$	$\sigma_y$
B	2,403.589	16,275.449	0.4690	0.4895
C	9,649.862	24,803.537	0.3447	0.8622

وتكون الأرصاد المضبوطة كالتالي

Station Backsighted	Station Occupied	Station Foresighted	Angle	V	$\sigma$
B	A	C	42° 35' 31.1"	2.10"	3.65
C	A	D	87° 35' 15.6"	5.03"	4.33
C	B	D	79° 54' 37.9"	-4.18"	4.29
D	B	A	18° 28' 21.0"	-1.42"	3.36
D	C	A	21° 29' 25.7"	1.76"	3.79
A	C	B	39° 01' 30.0"	-5.40"	4.37
A	D	B	31° 20' 52.3"	6.48"	4.24
B	D	C	39° 34' 26.4"	-1.47"	3.54

٣-١٣ مثال لضبط التقاطع الأمامي

في الشكل التالي تم رصد أربعة زوايا من النقاط المعلومة الثلاثة R, S, T إلى النقطة المجهولة U ، وكانت الأرصاد والإحداثيات المعلومة كما في الجدول التالي:



$\theta_1 = 50^{\circ}06'50''$	$\theta_2 = 101^{\circ}30'47''$	$\theta_3 = 98^{\circ}41'17''$	$\theta_4 = 59^{\circ}17'01''$
$x_r = 865.40$	$x_s = 2432.55$	$x_t = 2865.22$	
$y_r = 4527.15$	$y_s = 2047.25$	$y_t = 27.15$	

استخدم مجموع أقل المربعات (الأرصاد متساوية الوزن) لحساب إحداثيات النقطة U ؟

الخطوة الأولى:  
حساب الإحداثيات التقريبية للنقطة المجهولة:

نحسب طول الخط RS من الإحداثيات المعلومة لكلا نقطتيه:

$$RS = \sqrt{(2432.55 - 865.40)^2 + (4527.15 - 2047.25)^2} = 2933.58$$

: RS نحسب انحراف الخط

$$AZ_{RS} = \tan^{-1} \left( \frac{X_S - X_R}{Y_S - Y_R} \right) + C$$

$$AZ_{RS} = \tan^{-1} (865.40 - 2432.55 / 4527.15 - 2047.25) + 180^\circ = 127^\circ 42' 34''$$

: RU نحسب الانحراف التقريري للخط

$$AZ_{RTo} = AZ_{RS} - \theta_1$$

$$AZ_{RTo} = 127^\circ 42' 34'' - 50^\circ 06' 50'' = 97^\circ 35' 44''$$

باستخدام قاعدة جيب الزاوية sin يمكن حساب الطول التقريري للخط RU :

$$RU_o = RS \sin \theta_2 / (\sin(180^\circ - \theta_1 - \theta_2))$$

$$RU_o = 2933.58 \sin(100^\circ 30' 47'') / \sin(28^\circ 27' 23'') = 6049.00$$

باستخدام طول و انحراف RU (التقريبين) يمكن الآن حساب الإحداثيات التقريبية للنقطة U :

$$X_{Uo} = X_R + RU_o \sin AZ_{RUo}$$

$$X_{Uo} = 865.40 + 6049.0 \sin(97^\circ 35' 44'') = 6861.35$$

$$Y_{Uo} = Y_R + RU_o \cos AZ_{RUo}$$

$$Y_{Uo} = 865.40 + 6049.0 \cos(97^\circ 35' 44'') = 3727.59$$

وباستخدام هذه الإحداثيات التقريبية للنقطة U يمكننا حساب قيمة تقريبية لمسافتين SU, TU

$$SU_o = \sqrt{(6861.35 - 2432.55)^2 + (3727.59 - 2047.25)^2} = 4736.83$$

$$TU_o = \sqrt{(6861.35 - 2865.22)^2 + (3727.59 - 27.15)^2} = 5446.29$$

### الخطوة الثانية:

نكون معادلات الرصد الخطية لأرصاد الزوايا الأفقية بتطبيق مجموعة مشتقات تايلور :

$$\begin{aligned} & \left( \frac{y_r - y_u}{RU^2} \right)_0 dx_u + \left( \frac{x_u - x_r}{RU^2} \right)_0 dy_u \\ &= \theta_1 - \left[ \tan^{-1} \frac{x_s - x_r}{y_s - y_r} - \tan^{-1} \left( \frac{x_u - x_r}{y_u - y_r} \right)_0 + 0^\circ \right] + v_1 \\ & \left( \frac{y_u - y_s}{SU^2} \right)_0 dx_u + \left( \frac{x_s - x_u}{SU^2} \right)_0 dy_u \\ &= \theta_2 - \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x_u - x_s}{y_u - y_s} \right)_0 - \tan^{-1} \frac{x_r - x_s}{y_r - y_s} + 0^\circ \right] + v_2 \\ & \left( \frac{y_s - y_u}{SU^2} \right)_0 dx_u + \left( \frac{x_u - x_s}{SU^2} \right)_0 dy_u \\ &= \theta_3 - \left[ \tan^{-1} \frac{x_t - x_s}{y_t - y_s} - \tan^{-1} \left( \frac{x_u - x_s}{y_u - y_s} \right)_0 + 180^\circ \right] + v_3 \\ & \left( \frac{y_u - y_t}{TU^2} \right)_0 dx_u + \left( \frac{x_t - x_u}{TU^2} \right)_0 dy_u \\ &= \theta_4 - \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x_u - x_t}{y_u - y_t} \right)_0 - \tan^{-1} \frac{x_s - x_t}{y_s - y_t} + 0^\circ \right] + v_4 \end{aligned}$$

نعرض بالقيم في هذه المعادلات مع ضرب الجانب الأيسر لكل معادلة في الثابت رو  $\rho = 206265$  (لتحويل الوحدات الطولية إلى وحدات زاوية) فنحصل على مصفوفة جاكوب  $J_{4,2}$  وأيضاً متوجه المعاملات  $b_{4,1}$  كالتالي:

$$J = P \begin{bmatrix} 4527.15 - 3727.59 & 6861.35 - 865.40 \\ 6049.00^2 & 6049.00^2 \\ 3727.59 - 2047.25 & 2432.55 - 6861.35 \\ 4736.83^2 & 4736.83^2 \\ 2047.25 - 3727.59 & 6861.35 - 2432.55 \\ 4736.83^2 & 4736.83^2 \\ 3727.59 - 27.15 & 2865.22 - 6861.35 \\ 5446.29^2 & 5446.29^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.507 & 33.800 \\ 15.447 & -40.713 \\ -15.447 & 40.713 \\ 25.732 & -27.788 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 50^{\circ}06'50'' - \left( \tan^{-1} \frac{2432.55 - 865.40}{2047.25 - 4527.15} - \tan^{-1} \frac{6861.35 - 865.40}{3727.59 - 4527.15} + 0^\circ \right) \\ 101^{\circ}30'47'' - \left( \tan^{-1} \frac{6861.35 - 2432.55}{3727.59 - 2047.25} - \tan^{-1} \frac{865.40 - 2432.55}{4527.15 - 2047.25} + 0^\circ \right) \\ 98^{\circ}41'17'' - \left( \tan^{-1} \frac{2865.22 - 2432.55}{27.15 - 2047.25} - \tan^{-1} \frac{6861.35 - 2432.55}{3727.59 - 2047.25} + 180^\circ \right) \\ 59^{\circ}17'01'' - \left( \tan^{-1} \frac{6861.35 - 2865.22}{3727.59 - 27.15} - \tan^{-1} \frac{2432.55 - 2865.22}{2047.25 - 27.15} + 0^\circ \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00'' \\ 0.00'' \\ -0.69'' \\ -20.23'' \end{bmatrix}$$

الخطوة الثالثة:

الآن نبدأ حل مجموعة معادلات مجموع أقل المربعات كالتالي:

$$X = (J^T J)^{-1} (J^T b)$$

$$J^T J = \begin{bmatrix} 1159.7 & -1820.5 \\ -1820.5 & 5229.7 \end{bmatrix}$$

$$(J^T J)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.001901 & 0.000662 \\ 0.000662 & 0.000422 \end{bmatrix}$$

$$J^T K = \begin{bmatrix} -509.9 \\ 534.1 \end{bmatrix}$$

$$X = (J^T J)^{-1} (J^T K) = \begin{bmatrix} 0.001901 & 0.000662 \\ 0.000662 & 0.000422 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -509.9 \\ 534.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx_u \\ dy_u \end{bmatrix}$$

$$dx_u = -0.62 \quad \text{and} \quad dy_u = -0.11$$

الخطوة الرابعة:

نضيف قيم التصحيحات إلى قيم الإحداثيات التقريبية للنقطة U لنحصل على قيم إحداثياتها النهائية في التكرار الأول:

$$x_u = x_{u_0} + dx_u = 6861.35 - 0.62 = 6860.73$$

$$y_u = y_{u_0} + dy_u = 3727.59 - 0.11 = 3727.48$$

**الخطوة الخامسة:**

نبدأ التكرار الثاني باعتبار أن القيم النهائية للتكرار الأول هي القيم التقريبية الجديدة ونعيد الخطوات السابقة كلها. وسنجد في نهاية التكرار الثاني أن قيم التصحیحات  $dX_U, dY_U$  تساوی الصفر مما يدل على أن نتائج التكرار الأول تعد نتائج نهائية.

**الخطوة السادسة:**

حساب متوجه المتبقيات  $V_{4,1}$  كالتالي:

$$V = JX - b = \begin{bmatrix} 4.507 & 33.80 \\ 15.447 & -40.713 \\ -15.447 & 40.713 \\ 25.732 & -27.788 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.62 \\ -0.11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.00'' \\ 0.00'' \\ -0.69'' \\ -20.23'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.5'' \\ -5.1'' \\ 5.8'' \\ 7.3'' \end{bmatrix}$$

حساب قيمة الخطأ المعياري لرصده لها وحدة وزن واحدة:

$$V^T V = [-6.5 \quad -5.1 \quad 5.8 \quad 7.3] \begin{bmatrix} -6.5 \\ -5.1 \\ 5.8 \\ 7.3 \end{bmatrix} = [155.2]$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T V}{m-n}} = \sqrt{\frac{155.2}{4-2}} = \pm 8.8''$$

حساب الخطأ المعياري للإحداثيات المضبوطة النقطة U :

$$S_{x_u} = S_0 \sqrt{Q_{x_u x_u}} = \pm 8.8 \sqrt{0.001901} = \pm 0.38$$

$$S_{y_u} = S_0 \sqrt{Q_{y_u y_u}} = \pm 8.8 \sqrt{0.000422} = \pm 0.18$$

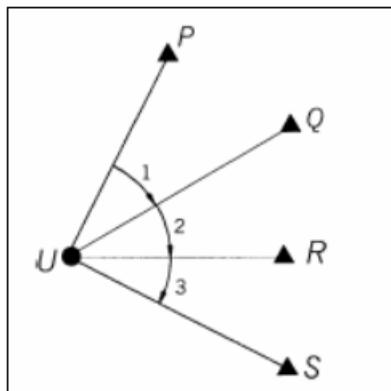
ومن ثم فإن النتائج النهائية للضبط (إحداثيات النقطة المجهولة U) ستكون :

$$X_U = 6860.73 \pm 0.38 \text{ m}$$

$$Y_U = 3727.48 \pm 0.18 \text{ m}$$

٤-١٣ مثال لضبط التقاطع الخلفي

في الشكل التالي تم احتلال النقطة المجهولة  $U$  وتم رصد الزوايا الأفقية الثلاثة إلى النقاط الأربع المعلومة  $P, Q, R, S$  والمطلوب حساب إحداثيات  $U$ .



**الخطوة الأولى:**  
حساب الإحداثيات التقريرية للنقطة المجهولة:

قم باتباع الخطوات الرياضية التالية:

$$\text{triangle } PQU: \frac{QU}{\sin \angle QPU} = \frac{PQ}{\sin \angle 1} \quad (1)$$

$$\text{triangle } URQ: \frac{QU}{\sin \angle URQ} = \frac{QR}{\sin \angle 2} \quad (2)$$

ومن حل هاتين المعادلتين معاً قم بحساب المسافة  $QU$  لنجعل على:

$$\frac{PQ \sin \angle PQU}{\sin \angle 1} = \frac{QR \sin \angle URQ}{\sin \angle 2} \quad (3)$$

أي أننا يمكننا اعتبار أن:

$$H = \frac{\sin \angle QPU}{\sin \angle URQ} = \frac{QR \sin \angle 1}{PQ \sin \angle 2} \quad (4)$$

وحيث أن:

$$\angle QPU + \angle URQ = G = 360^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle RQP) \quad (5)$$

إذن:

$$\angle QPU = G - \angle URQ \quad (6)$$

وبحل المعادلة ٤ (حساب  $\sin QPU$ ) والتعويض في المعادلة ٦ نحصل على:

$$\sin(G - \angle URQ) = H \sin \angle URQ \quad (7)$$

ومن قواعد حساب المثلثات (أنظر الفصل الأول) فلدينا قاعدة تقول أن:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

فطبق هذه القاعدة على المعادلة ٧ فنحصل على:

$$\sin G - \angle URQ = \sin G \cos \angle URQ - \cos G \sin \angle URQ \quad (8)$$

$$\sin G - \angle URQ = H \sin \angle URQ \quad (9)$$

بقسمة المعادلة ٩ على  $\cos URQ$  فإن:

$$\sin G = \tan \angle URQ [H + \cos(G)] \quad (10)$$

ومنها نستنتج أن:

$$\angle URQ = \tan^{-1} \frac{\sin G}{H + \cos G} \quad (11)$$

ومن الشكل يمكننا استنتاج أن:

$$\angle RQU = 180^\circ - (\angle 2 + \angle URQ) \quad (12)$$

وبتطبيق قانون جيب الزاوية فإن:

$$RU = \frac{QR \sin \angle RQU}{\sin \angle 2} \quad (13)$$

وأخيرا يمكننا الآن حساب القيم التقريرية للنقطة المجهولة كالتالي:

$$\begin{aligned} x_u &= x_r + RU \sin(\text{Az}_{RQ} - \angle URQ) \\ y_u &= y_r + RU \cos(\text{Az}_{RQ} - \angle URQ) \end{aligned} \quad (14)$$

الآن سنعرض في هذا المثال بقيم الأرصاد والإحداثيات المعلومة وهي كالتالي: إحداثيات النقطة  $P = 1303.599$  ،  $1458.615$  ،  $1310.468$  ، إحداثيات النقطة  $Q = 1636.436$  ،  $888.362$  ،  $1503.395$  ، إحداثيات النقطة  $S = 1506.262$  ،  $785.061$  متر، بينما قيم الزوايا المقاسة كالتالي:

Backsight	Occupied	Foresight	Angle	$S (")$
$P$	$U$	$Q$	$30^{\circ}29'33''$	5
$Q$	$U$	$R$	$38^{\circ}30'31''$	6
$R$	$U$	$S$	$10^{\circ}29'57''$	6

ف تكون خطوات الحل السابقة كما يلي:

$$\angle RQP = \text{Az}_{PO} - \text{Az}_{OR} = 293^{\circ}59'38.4'' - 197^{\circ}29'38.4'' = 96^{\circ}30'00.0''$$

$$G = 360^{\circ} - (30^{\circ}29'33'' + 38^{\circ}30'31'' + 96^{\circ}30'00.0'') = 194^{\circ}29'56''$$

$$PQ = 364.318 \quad \text{and} \quad QR = 442.576$$

$$H = \frac{442.576 \sin(30^{\circ}29'33'')} {364.318 \sin(38^{\circ}30'31'')} = 0.990027302$$

$$\angle URQ = \tan^{-1} \frac{\sin(194^{\circ}29'56'')} {0.990027302 + \cos(194^{\circ}29'56'')} + 180^{\circ} = -85^{\circ}00'22'' + 180^{\circ} = 94^{\circ}59'36.3''$$

$$\angle RQU = 180^{\circ} - (38^{\circ}30'31'' + 94^{\circ}59'36.3'') = 46^{\circ}29'52.7''$$

$$RU = \frac{442.576 \sin(46^{\circ}29'52.7'')} {\sin(38^{\circ}30'31'')} = 515.589$$

$$\text{Az}_{RQ} = \tan^{-1} \frac{1636.436 - 1503.395} {1310.468 - 888.362} + 0^{\circ} = 17^{\circ}29'38.4''$$

$$\text{Az}_{RQ} = 197^{\circ}29'38.4'' - 180^{\circ} = 17^{\circ}29'38.4''$$

$$\text{Az}_{RU} = \text{Az}_{RQ} - \angle URQ = 360^{\circ} + 17^{\circ}29'38.4'' - 94^{\circ}59'36.3'' = 282^{\circ}30'02.2''$$

$$x_u = 1503.395 + 515.589 \sin \text{Az}_{RU} = 1000.03$$

$$y_u = 888.362 + 515.589 \cos \text{Az}_{RU} = 999.96$$

**الخطوة الثانية:**

نكون معادلات الرصد الخطية لأرصاد الزوايا الأفقية بتطبيق مجموعة مشتقات تايلور :

$$J = \rho \begin{bmatrix} \left( \frac{y_p - y_u}{UP^2} - \frac{y_q - y_u}{UQ^2} \right)_0 & \left( \frac{x_u - x_p}{UP^2} - \frac{x_u - x_q}{UQ^2} \right)_0 \\ \left( \frac{y_q - y_u}{UQ} - \frac{y_r - y_u}{UR^2} \right)_0 & \left( \frac{x_u - x_q}{UQ^2} - \frac{x_u - x_r}{UR^2} \right)_0 \\ \left( \frac{y_r - y_u}{UR^2} - \frac{y_s - y_u}{US^2} \right)_0 & \left( \frac{x_u - x_r}{UR^2} - \frac{x_u - x_s}{US^2} \right)_0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 184.993596 & 54.807717 \\ 214.320813 & 128.785353 \\ 59.963802 & -45.336838 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} (\angle 1 - \angle 1_0)'' \\ (\angle 2 - \angle 2_0)'' \\ (\angle 3 - \angle 3_0)'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.203359 \\ 0.159052 \\ 6.792817 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{5^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6^2} \end{bmatrix}$$

**الخطوة الثالثة:**

الآن نبدأ حل مجموعة معادلات مجموع أقل المربعات كالتالي:

$$X = (J^T W J)^{-1} (J^T W b)$$

$$= \begin{bmatrix} -0.031107 \\ 0.065296 \end{bmatrix}$$

**الخطوة الرابعة:**

نضيف قيم التصحيحات إلى قيم الإحداثيات التقريرية للنقطة U لنحصل على قيم إحداثياتها النهائية في التكرار الأول:

$$X_U = X_{U0} + dX = 1000.03 - 0.031 = 999.999$$

$$Y_U = Y_{U0} + dY = 999.96 + 0.065 = 1000.025$$

**الخطوة الخامسة:**

نبدأ التكرار الثاني باعتبار أن القيم النهائية للتكرار الأول هي القيم التقريرية الجديدة ونعيد الخطوات السابقة كلها. وسنجد في نهاية التكرار الثاني أن قيم التصحيحات  $dY_U$ ,  $dX_U$  تساوي الصفر مما يدل على أن نتائج التكرار الأول تعد نتائج نهائية.

الخطوة السادسة:

حساب قيمة الخطأ المعياري لرصده لها وحدة وزن واحدة:

$$\sigma_0 = 0.60$$

حساب قيم المتبقيات والأرصاد المضبوطة والخطأ المعياري لها:

Adjusted Angle Observations						
Station Backsighted	Station Occupied	Station Foresighted	Angle	V	$\sigma ("")$	
P	U	Q	30° 29' 31"	-2.0"	2.3	
Q	U	R	38° 30' 33"	1.9"	3.1	
R	U	S	10° 29' 59"	2.0"	3.0	

حساب الخطأ المعياري للإحداثيات المضبوطة النقطة U :

$$\sigma_x = 0.0206$$

$$\sigma_y = 0.0427$$

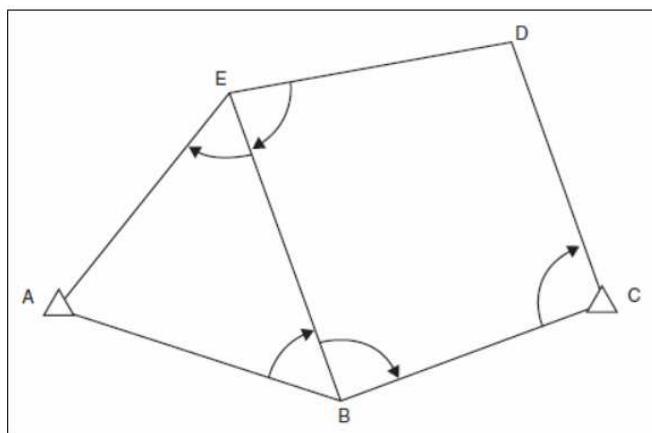
ومن ثم فإن النتائج النهائية للضبط (إحداثيات النقطة المجهولة U) ستكون :

$$X_U = 999.999 \pm 0.021 \text{ m}$$

$$Y_U = 1000.025 \pm 0.043 \text{ m}$$

١٣-٥ مثال لضبط الترافرس المغلق

الشكل التالي يمثل ترافرس مغلق يتكون من خمسة نقاط، اثنتين منهم معلومتي الإحداثيات A,C و والمطلوب حساب الإحداثيات المضبوطة للنقاط الثلاثة B, E, D.



وكانت القيم المعلومة للإحداثيات و الزوايا المقاومة ( بدقة  $\pm 5''$  ) والمسافات المقاومة ( بدقة  $\pm 400$  متر ) كما في الجدول التالي:

A 1000.000 2000.000 معلوم  
C 1734.563 2002.972

B 1385.7 1878.2  
D 1611.7 2354.7 تقريري  
E 1238.7 2294.7

The observed angles are:

$ABE$   $58^\circ 02' 29''$   
 $EBC$   $89^\circ 45' 36''$   
 $BCD$   $90^\circ 25' 48''$   
 $DEB$   $79^\circ 41' 30''$   
 $BEA$   $58^\circ 26' 17''$

The observed distances are:

$AB$  404.453 m  
 $AE$  379.284 m  
 $BC$  370.520 m  
 $BE$  441.701 m  
 $CD$  372.551 m  
 $DE$  377.841 m

سيكون متوجه القيم المجهولة كالتالي:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta E_B \\ \delta N_B \\ \delta E_D \\ \delta N_D \\ \delta E_E \\ \delta N_E \end{bmatrix}$$

ويستخدم القيم المعلومة و التقريرية للنقاط الخمسة يمكننا حساب الاتجاهات والمسافات التالية المطلوبة لتكوين مصفوفة المعاملات:

	Directions	Distances
$BA$	$287^\circ 31' 32.0''$	404.4746 m
$BE$	$340^\circ 33' 35.9''$	441.6800 m
$BC$	$70^\circ 19' 12.9''$	370.5043 m
$CB$	$250^\circ 19' 12.9''$	370.5043 m
$CD$	$340^\circ 44' 42.2''$	372.5693 m
$EA$	$219^\circ 00' 23.9''$	379.2437 m
$EB$	$160^\circ 33' 35.9''$	441.6800 m
$ED$	$80^\circ 51' 42.5''$	377.7949 m

وستكون مصفوفة المعاملات  $A_{11,6}$  كالتالي:

Coefficient of	$\delta E_B$	$\delta N_B$	$\delta E_D$	$\delta N_D$	$\delta E_E$	$\delta N_E$
<i>Angles</i>						
ABE	$\frac{\cos a_{AB}}{l_{AB} \sin 1^\circ} - \frac{\cos a_{BE}}{l_{BE} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{AB}}{l_{AB} \sin 1^\circ} - \frac{\sin a_{BE}}{l_{BE} \sin 1^\circ}$	0	0	$\frac{\cos a_{AE}}{l_{AE} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{AE}}{l_{AE} \sin 1^\circ}$
EBC	$\frac{\cos a_{BE}}{l_{BE} \sin 1^\circ} - \frac{\cos a_{EC}}{l_{EC} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{BE}}{l_{BE} \sin 1^\circ} - \frac{\sin a_{EC}}{l_{EC} \sin 1^\circ}$	0	0	$\frac{-\cos a_{EB}}{l_{EB} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{EB}}{l_{EB} \sin 1^\circ}$
BCD	$\frac{\cos a_{BC}}{l_{BC} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{BC}}{l_{BC} \sin 1^\circ}$	$\frac{\cos a_{CD}}{l_{CD} \sin 1^\circ}$	$\frac{-\sin a_{CD}}{l_{CD} \sin 1^\circ}$	0	0
DEB	$\frac{\cos a_{DE}}{l_{DE} \sin 1^\circ}$	$\frac{-\sin a_{DE}}{l_{DE} \sin 1^\circ}$	$\frac{\cos a_{ED}}{l_{ED} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{ED}}{l_{ED} \sin 1^\circ}$	$\frac{\cos a_{EB}}{l_{EB} \sin 1^\circ} - \frac{\cos a_{ED}}{l_{ED} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{EB}}{l_{EB} \sin 1^\circ} - \frac{\sin a_{ED}}{l_{ED} \sin 1^\circ}$
BEA	$-\frac{\cos a_{BE}}{l_{BE} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{BE}}{l_{BE} \sin 1^\circ}$	0	0	$\frac{\cos a_{EA}}{l_{EA} \sin 1^\circ} - \frac{\cos a_{EB}}{l_{EB} \sin 1^\circ}$	$\frac{\sin a_{EA}}{l_{EA} \sin 1^\circ} - \frac{\sin a_{EB}}{l_{EB} \sin 1^\circ}$
<i>Distances</i>						
AB	$\sin a_{AB}$	$\cos a_{AB}$	0	0	0	0
AE	0	0	0	0	$\sin a_{AE}$	$\cos a_{AE}$
BC	$-\sin a_{BC}$	$-\cos a_{BC}$	0	0	0	0
BE	$-\sin a_{BE}$	$-\cos a_{BE}$	0	0	$\sin a_{BE}$	$\cos a_{BE}$
CD	0	0	$\sin a_{CD}$	$\cos a_{CD}$	0	0
DE	0	0	$-\sin a_{DE}$	$-\cos a_{DE}$	$\sin a_{DE}$	$\cos a_{DE}$

وبالتعويض بالقيم ستصبح A كالتالي:

$$A = \begin{bmatrix} -287 & 331 & 0 & 0 & 440 & 155 \\ 253 & 680 & 0 & 0 & -440 & -155 \\ 187 & -524 & 523 & 183 & 0 & 0 \\ -440 & -155 & -87 & 539 & 527 & -384 \\ 440 & 155 & 0 & 0 & -18 & -498 \\ 0.954 & -0.301 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.629 & 0.777 \\ -0.942 & -0.337 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.333 & -0.943 & 0 & 0 & -0.333 & 0.943 \\ 0 & 0 & -0.330 & 0.944 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.987 & 0.159 & -0.987 & -0.159 \end{bmatrix}$$

ومن ثم فإن مصفوفة الوزن  $W_{11,11}$  ستكون من مربع مقلوب الخطأ المعياري لأرصاد الزوايا المقاسة ( $\pm 5''$ ) ومربع مقلوب الخطأ المعياري لأرصاد المسافات ( $\pm 400$  متر) لتصبح كالتالي:

$$W = \begin{bmatrix} 0.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 62500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 62500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 62500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 62500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 62500 \end{bmatrix}$$

أما متوجه فروق الأرصاد (القيم المقاسة ناقص القيم المحسوبة)  $b_{11,1}$  فسيكون:

$$b = \begin{bmatrix} 53^\circ 02' 29'' - 340^\circ 33' 35.9'' + 298^\circ 31' 32.0'' \\ 89^\circ 45' 36'' - 70^\circ 19' 12.9'' + 340^\circ 33' 35.9'' - 360^\circ \\ 90^\circ 25' 48'' - 340^\circ 44' 42.2'' + 250^\circ 19' 12.9'' \\ 79^\circ 41' 30'' - 160^\circ 33' 35.9'' + 85^\circ 51' 42.5'' \\ 58^\circ 26' 17'' - 219^\circ 00' 23.9'' + 160^\circ 33' 35.9'' \\ 404.453 \text{ m} - 404.4746 \text{ m} \\ 379.284 \text{ m} - 379.2437 \text{ m} \\ 370.520 \text{ m} - 370.5043 \text{ m} \\ 441.701 \text{ m} - 441.6800 \text{ m} \\ 372.551 \text{ m} - 372.5693 \text{ m} \\ 377.841 \text{ m} - 377.7949 \text{ m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25.1'' \\ -1.0'' \\ 18.7'' \\ -23.4'' \\ -31.0'' \\ -0.0216 \text{ m} \\ 0.0403 \text{ m} \\ 0.0157 \text{ m} \\ 0.0210 \text{ m} \\ -0.0183 \text{ m} \\ 0.0461 \text{ m} \end{bmatrix}$$

واليآن يمكن البدء في خطوات الحل أو الضبط بطريقة مجموع أقل المربعات كالتالي:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W} = \begin{bmatrix} -11.47 & 10.11 & 7.50 & -17.62 & 17.62 & 59.599 & 0 & -58.849 & 20.801 & 0 & 0 \\ 13.23 & 27.18 & -20.97 & -6.22 & 6.22 & -18.821 & 0 & -21.048 & -58.937 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20.91 & -3.47 & 0 & 0 & 0 & 0 & -20.611 & 61.707 & \\ 0 & 0 & 7.30 & 21.56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 59.004 & 99.26 & \\ 17.62 & -17.62 & 0 & 21.08 & -0.71 & 0 & 39.338 & 0 & -20.801 & 0 & -61.707 \\ 6.22 & -6.22 & 0 & -15.34 & -19.91 & 0 & 48.567 & 0 & 58.937 & 0 & -99.26 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 141.937 & -13.120 & 5447 & -8126 & -26.027 & 14.249 \\ -13.120 & 104.111 & -10.420 & -7179 & 10.085 & -58.455 \\ 5447 & -10.420 & 78.948 & -7710 & -62.752 & -8470 \\ -8126 & -7179 & -7710 & 70.235 & 1565 & -9848 \\ -26.027 & 10.085 & -62.752 & 1565 & 119.246 & 18.494 \\ 14.249 & -58.455 & -8470 & -9848 & 18.494 & 112.623 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} 0.00000765 & 0.00000036 & 0.00000158 & 0.00000090 & 0.00000261 & -0.00000101 \\ 0.00000036 & 0.00001487 & 0.00000194 & 0.00000297 & -0.00000149 & 0.00000832 \\ 0.00000158 & 0.00000194 & 0.00002266 & 0.00000271 & 0.00001195 & 0.00000079 \\ 0.00000090 & 0.00000297 & 0.00000271 & 0.00001533 & 0.00000073 & 0.00000285 \\ 0.00000261 & -0.00000149 & 0.00001195 & 0.00000073 & 0.00001578 & -0.00000273 \\ -0.00000101 & 0.00000832 & 0.00000079 & 0.00000285 & -0.00000273 & 0.00001408 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2071 \\ -1293 \\ 3693 \\ -992 \\ -1704 \\ 3876 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \delta E_B \\ \delta N_B \\ \delta E_D \\ \delta N_D \\ \delta E_E \\ \delta N_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.020 \\ 0.019 \\ 0.058 \\ -0.001 \\ 0.002 \\ 0.051 \end{bmatrix}$$

وأخيرا يتم إضافة التصحيحات إلى القيم التقريرية لإحداثيات النقاط الثلاثة لنجعل على القيم النهائية المضبوطة لإحداثياتهم كالتالي:

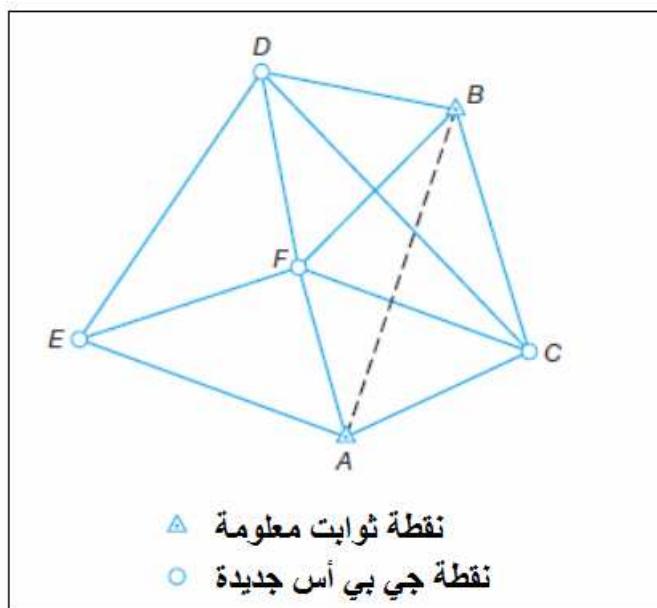
	تقريري	تصحيح	مضبوط
$E_B$	1385.7 m	-0.020 m	1385.680 m
$N_B$	1878.2 m	0.019 m	1878.219 m
$E_D$	1611.7 m	0.058 m	1611.758 m
$N_D$	2354.7 m	-0.001 m	2354.699 m
$E_E$	1238.7 m	0.002 m	1238.702 m
$N_E$	2294.7 m	0.051 m	2294.751 m

## الفصل الرابع عشر

### ضبط أرصاد شبكات الجي بي أس

في شبكات نظم الملاحة العالمية بالرصد على الأقمار الصناعية GNSS (ومنهم النظام العالمي لتحديد المواقع GPS) يتم تطبيق نظرية مجموع أقل المربعات في مرحلتين: (١) مرحلة ضبط الأرصاد إلى كل قمر صناعي بهدف حساب المركبات المضبوطة لكل خط قاعدة مرصود  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  (وهذا ما يقوم به برنامج الحسابات software)، (٢) مرحلة ضبط الشبكة المكونة من مجموعة من خطوط القواعد baselines (وهو موضوعنا في هذا الفصل).

في الشكل التالي تكون شبكة الجي بي أس من نقطتي ثوابت أرضية معلومتين الإحداثيات A, B وأربعة نقاط جي بي أس جديدة:



ومن المرحلة الأولى (ضبط أرصاد الأقمار الصناعية بين طرفي كل خط قاعدة) سينتاج لنا المركبات  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  بالإضافة لمصفوفة التباين-الترابط لهذه القيم. فعلى سبيل المثال فإن نتائج الخط AC ستكون على النحو التالي:

$$\begin{array}{ll} \Delta X & 11,644.2232 \\ \Delta Y & 3601.2165 \\ \Delta Z & 3399.2550 \end{array} \left[ \begin{array}{ccc} 9.8E-4 & -9.6E-6 & 9.5E-6 \\ & 9.4E-4 & -9.5E-6 \\ & & 9.8E-4 \end{array} \right]$$

وكما سبق القول في الفصل الثاني عشر فإن هذه المصفوفة تكون متماثلة symmetric أي أن عناصر ما تحت القطر تتماثل مع عناصر ما فوق القطر (لذلك فلم نكتبها في المثال السابق). والجدول التالي يمثل قيم الأرصاد (مركبات الخطوط) وعناصر مصفوفة التباين-الترابط لكل

خط: العمود ١ يمثل العنصر ١،١ ، والعمود ٢ يمثل العنصر ٢،١ ، والعمود ٣ يمثل العنصر ٣،١ ، والعمود ٤ يمثل العنصر ٢،٢ ، والعمود ٥ يمثل العنصر ٣،٢ ، والعمود ٦ يمثل العنصر ٣،٣ من عناصر المصفوفة:

Baseline	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
AC	11644.2232	3601.2165	3399.2550	9.8E-4	-9.6E-6	9.5E-6	9.4E-4	-9.5E-6	9.8E-4
DC	15128.1647	-6286.7054	-6371.0583	1.5E-4	-1.4E-6	1.3E-6	1.6E-4	-1.4E-6	1.3E-4
AE	-5321.7164	3634.0754	3173.6652	2.2E-4	-2.1E-6	2.2E-6	1.9E-4	-2.1E-6	2.0E-4
BC	3960.5442	-6681.2467	-7279.0148	2.3E-4	-2.2E-6	2.1E-6	2.5E-4	-2.2E-6	2.2E-4
BD	-11167.6076	-394.5204	-907.9593	2.7E-4	-2.8E-6	2.8E-6	2.7E-4	-2.7E-6	2.7E-4
DE	-1837.7459	-6253.8534	-6596.6697	1.2E-4	-1.2E-6	1.2E-6	1.3E-4	-1.2E-6	1.3E-4
FA	-1116.4523	-4596.1610	-4355.9062	7.5E-5	-7.9E-7	8.8E-7	6.6E-5	-8.1E-7	7.6E-5
FC	10527.7852	-994.9370	-956.6246	2.6E-4	-2.2E-6	2.4E-6	2.2E-4	-2.3E-6	2.4E-4
FE	-6438.1364	-962.0694	-1182.2305	9.4E-5	-9.2E-7	1.0E-6	1.0E-4	-8.9E-7	8.8E-5
FD	-4600.3787	5291.7785	5414.4311	9.3E-5	-9.9E-7	9.0E-7	9.9E-5	-9.9E-7	1.2E-4
FB	6567.2311	5686.2926	6322.3917	6.6E-5	-6.5E-7	6.9E-7	7.5E-5	-6.4E-7	6.0E-5
BF	-6567.2310	-5686.3033	-6322.9807	5.5E-5	-6.3E-7	6.1E-7	7.5E-5	-6.3E-7	6.6E-5
AF	1116.4577	4596.1553	4355.9141	6.6E-5	-8.0E-7	9.0E-7	8.1E-5	-8.2E-7	9.4E-5

نلاحظ في الجدول السابق أن الخط  $FB$  و أيضا الخط  $AF$  كلاهما مرصود مرتين، ولذلك فإن الجدول مكون من ١٣ خط قاعدة بينما شكل الشبكة به ١١ خط قاعدة فقط.

أما النقطتين  $B$ ,  $A$  فهما نقطتي ثوابت أرضية و إحداثياتهم كالتالي:

Station	X	Y	Z
A	402.3509	-4,652,995.3011	4,349,760.7775
B	8086.0318	-4,642,712.8474	4,360,439.0833

الآن سنبدأ في تكوين معادلات الأرصاد، وبالطبع فمن المتوقع أن تكون هذه المعادلات خطية وتشبه كثيراً معادلات أرصاد شبكات الميزانية إلا أن كل خط قاعدة سينتج ٣ معادلات رصد (لأنه يتكون من ٣ مركبات). فعلى سبيل المثال فإن معادلات الرصد للخط  $AC$  ستكون على النحو التالي (لاحظ أن نقطة  $A$  معلومة الإحداثيات وليس من القيم المطلوب ضبطها):

$$\begin{aligned} X_C &= X_A + \Delta X_{AC} + v_1 \\ Y_C &= Y_A + \Delta Y_{AC} + v_2 \\ Z_C &= Z_A + \Delta Z_{AC} + v_3 \end{aligned}$$

بينما سنكون معادلات الرصد للخط  $AD$  على النحو التالي (لاحظ أن كلا نقطتي هذا الخط مجهولتين و مطلوب ضبطهما):

$$\begin{aligned} X_C - X_D &= \Delta X_{DC} + v_4 \\ Y_C - Y_D &= \Delta Y_{DC} + v_5 \end{aligned}$$

$$Z_C - Z_D = \Delta Z_{DC} + v_6$$

ومن ثم يمكن استنباط معادلات الرصد لباقي خطوط القواعد في الشبكة.

وحيث أن عدد خطوط القواعد يبلغ 13 فأن عدد الأرصاد  $n$  (وعدد معادلات الرصد) سيكون  $13 \times 3$  (كل خط له 3 مركبات) = 39. أما عدد القيم المجهولة  $m$  فسيكون = عدد النقاط الجديدة (4)  $\times$  3 (الإحداثيات الثلاثية لكل نقطة) = 12، ومن ثم فأن درجات الحرية أو عدد الأرصاد الزائدة  $= n - m = 39 - 12 = 27$ .

وبتحويل معادلات الرصد إلى صورة المصفوفات (المعادلة ٣-١١) فسينتج لنا الآتي:

$$\begin{array}{c}
 \text{معادلات الخط } AC \\
 \downarrow \\
 A_{39,12} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc|c}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & \\
 \vdots & & & & & &
 \end{array} \right]; \quad x_{12,1} = \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ X_D \\ Y_D \\ Z_D \\ \vdots \end{bmatrix}; \\
 b_{39,1} = \begin{bmatrix} X_A + \Delta X_{AC} \\ Y_A + \Delta Y_{AC} \\ Z_A + \Delta Z_{AC} \\ \Delta X_{DC} \\ \Delta Y_{DC} \\ \Delta Z_{DC} \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad v_{39,1} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ \vdots \end{bmatrix}
 \end{array}$$

أما معادلة الوزن  $W$  فستكون هي مقلوب معادلة التباين-الترابط variance-covariance الناتجة لكل خط قاعدة من مرحلة حسابات الجي بي أس، وحيث أنه لا يوجد ارتباط correlation بين كل خط قاعدة و آخر فأن مصفوفة التباين-الارتباط الكلية للشبكة ست تكون من مجموعات من مصفوفات التباين لكل قاعدة كما في الشكل التالي:

$$\begin{array}{c}
 \text{مصفوفة التباين للخط AC} \\
 \downarrow \\
 \boxed{\begin{matrix} 9.8E-4 & -9.6E-6 & 9.5E-6 \\ -9.6E-6 & 9.4E-4 & -9.5E-6 \\ 9.5E-6 & -9.5E-6 & 9.8E-4 \end{matrix}} \\
 \text{W}_{39,39} = \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad \begin{array}{c}
 \text{مصفوفة التباين للخط AD} \\
 \downarrow \\
 \boxed{\begin{matrix} 1.5E-6 & -1.4E-6 & 1.3E-6 \\ -1.4E-6 & 1.6E-4 & -1.4E-6 \\ 1.3E-6 & -1.4E-6 & 1.3E-4 \end{matrix}} \\
 \dots \dots \\
 \vdots
 \end{array} \quad \boxed{-1}
 \end{array}$$

ومن ثم فيمكن تطبيق المعادلة (٤-١١) لحساب القيم المضبوطة للمجاھيل (إحداثيات النقاط الأربع) وأيضاً المعادلة (٨-١١) لحساب الخطأ المعياري لها، والتي ستكون كالتالي:

Station	X	Y	Z	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$
A	402.3509	-4,652,995.3011	4,349,760.7775			
B	8,086.0318	-4,642,712.8474	4,360,439.0833			
C	12,046.5808	-4,649,394.0824	4,353,160.0645	0.0061	0.0061	0.0059
E	-4,919.3388	-4,649,361.2199	4,352,934.4548	0.0052	0.0053	0.0052
D	-3,081.5831	-4,643,107.3692	4,359,531.1234	0.0049	0.0051	0.0051
F	1,518.8012	-4,648,399.1454	4,354,116.6914	0.0027	0.0028	0.0028

أيضاً باستخدام المعادلة (١٠-١١) يمكن حساب المتبقيات residuals والتي ستكون على النحو التالي:

From	To	$dX$	$dY$	$dZ$	$Vx$	$Vy$	$Vz$
A	C	11644.2232	3601.2165	3399.2550	0.00665	0.00219	0.03197
A	E	-5321.7164	3634.0754	3173.6652	0.02665	0.00579	0.01212
B	C	3960.5442	-6681.2467	-7279.0148	0.00475	0.01169	-0.00403
B	D	-11167.6076	-394.5204	-907.9593	-0.00730	-0.00137	-0.00065
D	C	15128.1647	-6286.7054	-6371.0583	-0.00084	-0.00783	-0.00058
D	E	-1837.7459	-6253.8534	-6596.6697	-0.00985	0.00267	0.00117
F	A	-1116.4523	-4596.1610	-4355.9062	0.00197	0.00527	-0.00773
F	C	10527.7852	-994.9370	-956.6246	-0.00568	-0.00004	-0.00236
F	E	-6438.1364	-962.0694	-1182.2305	-0.00368	-0.00514	-0.00611
F	D	-4600.3787	5291.7785	5414.4311	-0.00563	-0.00230	0.00083
F	B	6567.2311	5686.2926	6322.3917	-0.00053	0.00537	0.00017
B	F	-6567.2310	-5686.3033	-6322.3807	0.00043	0.00533	-0.01117
A	F	1116.4577	4596.1553	4355.9141	-0.00737	0.00043	-0.00017

وفي شبكات الجي بي أس فهناك معيار إحصائي (يسمى الدقة النسبية relative precision) يتم تطبيقه لبيان دقة خطوط القواعد بصورة نسبية، ويتم ذلك بحساب قيمة الخطأ المعياري للخط كالتالي:

$$\sigma_{line} = \sqrt{\sigma_{\Delta X}^2 + \sigma_{\Delta Y}^2 + \sigma_{\Delta Z}^2}$$

ثم قسمة هذا الخطأ المعياري للخط على طول الخط ذاته كالتالي:

$$precision = \sigma_{line} / length$$

والجدول التالي يوضح هذه النتائج لخطوط الشبكة:

من	إلى	الخطأ المعياري للخط	طول الخط	الدقة النسبية
From	To	$\sigma_{line}$	Length	Precision
A	C	0.0105	12,653.538	1,206,000
A	E	0.0091	7,183.255	794,000
B	C	0.0105	10,644.668	1,015,000
B	D	0.0087	11,211.408	1,282,000
D	C	0.0107	17,577.670	1,641,000
D	E	0.0097	9,273.836	960,000
F	A	0.0048	6,430.015	1,344,000
F	C	0.0104	10,617.871	1,019,000
F	E	0.0086	6,616.111	770,000
F	D	0.0083	8,859.035	1,066,000
F	B	0.0048	10,744.075	2,246,000
B	F	0.0048	10,744.075	2,246,000
A	F	0.0048	6,430.015	1,344,000

## الفصل الخامس عشر

### ضبط الشبكات المتكاملة

يقدم هذا الفصل عدة أمثلة لتطبيقات الضبط بمجموع أقل المربعات في الشبكات الجيوديسية المتكاملة.

#### ١-١٥ ضبط عناصر التحويل بين مرجعين

المعادلة العامة للتحويل بين مرجعين جيوديسين geodetic datums تتكون من:

$$X_2 = s R X_1 \quad (15-1)$$

حيث:

$X_1$	متجه الإحداثيات في المرجع الأول
$X_2$	متجه الإحداثيات في المرجع الثاني
$s$	عنصر المقياس scale factor بين المرجعين
$R$	مصفوفة زوايا الدوران الثلاثة بين المرجعين:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \cos \theta_3 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 + \cos \theta_1 \sin \theta_3 & -\cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 + \sin \theta_1 \sin \theta_3 \\ -\cos \theta_2 \sin \theta_3 & -\sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \cos \theta_3 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_1 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_2 & -\sin \theta_1 \cos \theta_2 & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \end{bmatrix}$$

حيث:

$\theta_1$	زاوية الدوران حول محور $X$
$\theta_2$	زاوية الدوران حول محور $Y$
$\theta_3$	زاوية الدوران حول محور $Z$

وحيث أن قيم زوايا الدوران تكون صغيرة جداً لأن قيمة  $\sin$  لأي زاوية صغيرة تكاد تكون قيمة الزاوية نفسها (بوحدات الراديان) وقيمة  $\cos$  لها تكاد تكون ١ بينما حاصل ضرب رقمين صغارين يكاد يكون صفر. ومن ثم فيمكن تبسيط قيمة عناصر المصفوفة  $R$  لتصبح:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \theta_3 & -\theta_2 \\ -\theta_3 & 1 & \theta_1 \\ \theta_2 & -\theta_1 & 1 \end{bmatrix} = I + \begin{bmatrix} 0 & \Delta\theta_3 & -\Delta\theta_2 \\ -\Delta\theta_3 & 0 & \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 & -\Delta\theta_1 & 0 \end{bmatrix} = I + \Delta R$$

ومن ثم يمكننا إعادة صياغة المعادلة (١-١٥) لتصبح:

$$X_2 = s R X_1 + T \quad (15-2)$$

حيث:

$T$  متوجه الانتقال vector of translation parameters الذي يمثل الفرق بين الإحداثيات الثلاثية لمركزى المرجعين.

وهنا يكون لدينا 7 عناصر مجهولة (عناصر التحويل Transformation parameters) وهم: 3 زوايا الدوران + 3 عناصر الانتقال + عنصر القياس  $s$ .

أيضاً يمكننا إعادة صياغة كلاً من  $T$ ,  $s$  على النحو:

$$s = 1 + \Delta s \quad (15-3)$$

$$T = T_0 + \Delta T \quad (15-4)$$

حيث:

$$T_0 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_2 - \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_1 \quad \text{and} \quad \Delta T = \begin{bmatrix} \Delta Tx \\ \Delta Ty \\ \Delta Tz \end{bmatrix}$$

وبما أن المعادلة (٢-١٥) ليست معادلة خطية فإن الصورة الخطية لها ستكون (مع التعويض بالمعادلتين ٣-١٥ و ٤-١٥) كالتالي:

$$X_2 - X_1 - T_0 = J dX \quad (15-5)$$

حيث :  $J$  مصفوفة جاكوب لكل نقطة معلومة و  $dX$  متوجه الصحيحات لقيم التقريرية للمجاهيل السبعة:

$$J = \begin{bmatrix} x & 0 & -z & y_i & 1 & 0 & 0 \\ y & z & 0 & -x_i & 0 & 1 & 0 \\ z & -y & x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad dX = \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta Tx \\ \Delta Ty \\ \Delta Tz \end{bmatrix}$$

مثال ١:

الجدول التالي يوضح الإحداثيات المحلية في المرجع الوطني الأمريكي NAD83 لعدد أربعة نقاط G, A, E, F, G وأيضاً إحداثياتهم المناظرة في المرجع العالمي WGS83 المعتمد على الإطار العالمي ITRF00. والمطلوب حساب عناصر التحويل بين كلا المرجعين واستخدام هذه العناصر في حساب الإحداثيات المحلية للنقطة B المعلوم إحداثياتها العالمية:

Station	NAD 83			ITRF 00		
	x (m)	y (m)	z (m)	x (m)	y (m)	z (m)
A	1,160,604.924	-4,655,917.607	4,188,338.994	1,160,374.046	-4,655,729.681	4,188,609.031
E	1,160,083.830	-4,655,634.217	4,188,722.346	1,159,852.942	-4,655,446.265	4,188,992.349
F	1,160,786.583	-4,655,564.279	4,188,637.038	1,160,555.699	-4,655,376.341	4,188,907.065
G	1,160,648.090	-4,656,191.149	4,188,040.857	1,160,417.220	-4,656,003.238	4,188,310.909
B				1,160,406.372	-4,655,402.864	4,188,929.400

حساب القيم التقريبية لمتجه عناصر الانتقال  $T_0$  باستخدام إحداثيات النقطة A (يمكن استخدام أي نقطة معلومة):

$$T_0 = \begin{bmatrix} 1,160,604.924 - 1,160,374.046 \\ -4,655,917.607 + 4,655,729.681 \\ 4,188,338.994 - 4,188,609.031 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 230.877 \\ -187.926 \\ -270.037 \end{bmatrix}$$

التعويض بقيم إحداثيات النقاط الأربع لتكوين مصفوفة جاكوب  $J_{12,7}$  كالتالي:

$$J = \begin{bmatrix} 1160374.046 & 0.000 & -4188609.031 & -4655729.681 & 1 & 0 & 0 \\ -4655729.681 & 4188609.031 & 0.000 & -1160374.046 & 0 & 1 & 0 \\ 4188609.031 & 4655729.681 & 1160374.0464 & 0.000 & 0 & 0 & 1 \\ 1159852.942 & 0.000 & -4188992.349 & -4655446.265 & 1 & 0 & 0 \\ -4655446.265 & 4188992.349 & 0.000 & -1159852.942 & 0 & 1 & 0 \\ 4188992.349 & 4655446.265 & 1159852.942 & 0.000 & 0 & 0 & 1 \\ 1160555.699 & 0.000 & -4188907.065 & -4655376.341 & 1 & 0 & 0 \\ -4655376.341 & 4188907.065 & 0.000 & -1160555.699 & 0 & 1 & 0 \\ 4188907.065 & 4655376.341 & 1160555.699 & 0.000 & 0 & 0 & 1 \\ 1160417.220 & 0.000 & -4188310.909 & -4656003.238 & 1 & 0 & 0 \\ -4656003.238 & 4188310.909 & 0.000 & -1160417.220 & 0 & 1 & 0 \\ 4188310.909 & 4656003.238 & 1160417.220 & 0.000 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حساب قيمة متجه المتبقيات  $b_{12,1}$  كالتالي:

$$b = \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.011 \\ -0.026 \\ 0.034 \\ 0.006 \\ -0.012 \\ 0.010 \\ -0.008 \\ 0.015 \\ -0.015 \end{bmatrix}$$

وبحل معادلات مجموع أقل المربعات نحصل على:

$$X = \begin{bmatrix} 0.0000000256 \\ -0.0000486262 \\ -0.0000388234 \\ -0.0000146664 \\ -230.9285 \\ 186.7768 \\ 271.3325 \end{bmatrix}$$

مع ملاحظة أننا في المعادلين ٣-١٥ و ٤-١٥ قد استخدمنا قيم تقريبية لكلا من  $T_s$ ,  $s$  بينما لم نستخدم قيم تقريبية لزوايا الدوران، أي أن مجده الحل  $X$  يتكون من تصحيحات  $T_s$ ,  $T$ ,  $s$  وقيم  $T$ ,  $s$  (وليس تصحيحات) زوايا الدوران الثلاثة بوحدات الرadian.

إذن:

$$\begin{aligned} s &= 1 + 0.0000000256 &= 1.0000000256 \\ \theta_1 &= -0.0000486262' &= -0^\circ 0' 10.02987'' \\ \theta_2 &= -0.0000388234' &= -0^\circ 0' 08.0079'' \\ \theta_3 &= -0.0000146664' &= -0^\circ 0' 03.02517'' \\ T_x &= 230.877 - 230.92 &= -0.052 \\ T_y &= 187.926 + 186.7768 &= -1.149 \\ T_z &= -270.037 + 271.3325 &= 1.295 \end{aligned}$$

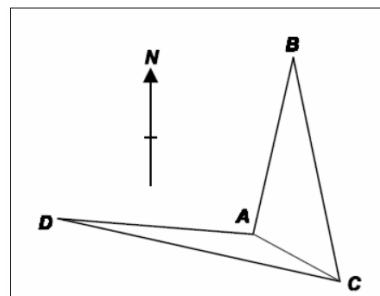
وفي التكرار الثاني لن تكون النتائج مؤثرة، ومن ثم فيمكن اعتبار نتائج التكرار الأول هي النتائج النهائية.

وباستخدام المعادلة ٢-١٥ يمكن حساب قيم الإحداثيات المحلية للنقطة B كالتالي:

$$\begin{aligned} X_B \text{ on NAD83} &= 1160637.257 \text{ m} \\ Y_B \text{ on NAD83} &= -4655590.805 \text{ m} \\ Z_B \text{ on NAD83} &= 4188659.377 \text{ m} \end{aligned}$$

**٢-١٥ ضبط شبكة جيوديسية ثلاثية الأبعاد****مثال ٢:**

يمثل الشكل التالي شبكة جيوديسية بسيطة ثلاثية الأبعاد تم فيها قياس الأرصاد الموضحة بالجدول التالي:

**الاحداثيات الجيوديسية**

Station	$\phi$	$\lambda$	$H$ (m)	$N$ (m)
A	41°18'26.04850"N	76°00'10.24860"W	372.221	-31.723
B	41°18'40.46660"N	76°00'05.50180"W	351.394	-31.713
C	41°18'22.04010"N	76°00'00.94390"W	362.865	-31.726
D	41°18'27.65860"N	76°00'31.38550"W	370.874	-31.722

Station	$S_n$ (m)	$S_e$ (m)	$S_h$ (m)
A	± 0.001	± 0.001	± 0.01
B	—	—	± 0.01
C	—	—	± 0.01

**الانحراف الجيوديسي**

Course	Azimuth	$S$ (")
AB	13°56'26.9"	± 0.001"

**المسافات المائلة**

Course	Distance (m)	$S$ (m)
AB	458.796	± 0.005
AC	249.462	± 0.005
CD	729.122	± 0.006
DA	494.214	± 0.005
BC	578.393	± 0.005

**الزوايا الأفقية****Horizontal angles**

Stations (bif)	Angles	S (")
DAB	98°10'25"	± 2.8
BAC	105°47'45"	± 3.5
CAD	156°01'44"	± 4.1
ABC	335°29'37"	± 2.4
CBA	24°30'19"	± 2.4
BCD	294°19'17"	± 2.3

**زوايا السمت****Zenith angles**

Direction	Angle	S (")
AC	92°09'01"	± 2.5
CD	89°22'24"	± 0.8
DA	89°50'44"	± 1.2
AB	92°36'12"	± 1.4
BC	88°52'01"	± 1.1

**فروق المناسيب****Elevation differences**

Stations	ΔElev (m)	S (m)
AC	-9.359	± 0.005

**المعادلات الخطية للمسافات الأفقية:**

على سبيل المثال ستكون معادلة المسافة AB كالتالي:

$$-(\cos v_{AB} \cos Az_{AB})_0 dn_A - (\cos v_{AB} \sin Az_{AB})_0 de_A - (\sin v_{AB})_0 du_A$$

$$-(\cos v_{BA} \cos Az_{BA})_0 dn_B - (\cos v_{BA} \sin Az_{BA})_0 de_B - (\sin v_{BA})_0 du_B = s_{AB} - AB_0$$

وبالتعويض بقيم الأرصاد فإن هذه المعادلة ستصبح:

$$-0.96954dn_A - 0.24067de_A + 0.04541du_A - 0.96954dn_B + 0.24069de_B - 0.04534du_B = 0.0017$$

ويمكن بنفس الطريقة استنباط المعادلات الخطية لباقي المسافات الأفقية المقاسة.

**المعادلات الخطية للزوايا الأفقية:**

على سبيل المثال ستكون معادلة الزاوية الأفقية DAB كالتالي:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{\sin Az_{AD}}{AD \cos v_{AD}} \left( \cos(\phi_D - \phi_A) + \frac{\sin \phi_D \sin(\lambda_D - \lambda_A)}{\tan Az_{AD}} \right) \right\}_0 dn_D \\
& - \left\{ \frac{\cos Az_{AD}}{AD \cos v_{AD}} [\cos(\lambda_D - \lambda_A) + \sin \phi_A \sin(\lambda_D - \lambda_A) \tan Az_{AD}] \right\}_0 de_D \\
& - \left\{ \frac{\sin Az_{AD} \cos \phi_D}{AD \cos v_{AD}} [\sin(\lambda_D - \lambda_A) + (\sin \phi_A \cos(\lambda_D - \lambda_A) - \cos \phi_A \tan \phi_D) \tan Az_{AD}] \right\}_0 du_D \\
& + \left( \frac{\sin Az_{AB}}{AB \cos v_{AB}} - \frac{\sin Az_{AD}}{AD \cos v_{AD}} \right)_0 dn_A + \left( \frac{\cos Az_{AD}}{AD \cos v_{AD}} - \frac{\cos Az_{AB}}{AB \cos v_{AB}} \right)_0 de_A + 0 du_A \\
& - \left\{ \frac{\sin Az_{AB}}{AB \cos v_{AB}} \left[ \cos(\phi_B - \phi_A) + \frac{\sin \phi_B \sin(\lambda_B - \lambda_A)}{\tan Az_{AB}} \right] \right\}_0 dn_B \\
& + \left\{ \frac{\cos Az_{AB}}{AB \cos v_{AB}} [\cos(\lambda_B - \lambda_A) + \sin \phi_A \sin(\lambda_B - \lambda_A) \tan Az_{AB}] \right\}_0 de_B \\
& + \left\{ \frac{\sin Az_{AB} \cos \phi_B}{AB \cos v_{AB}} [\sin(\lambda_B - \lambda_A) + (\sin \phi_A \cos(\lambda_B - \lambda_A) - \cos \phi_A \tan \phi_B) \tan Az_{AB}] \right\}_0 du_B = \theta_{DAB} - \theta_0
\end{aligned}$$

وبالتعويض بقيم الأرصاد فإن هذه المعادلة ستصبح:

$$\begin{aligned}
& -415.247dn_D - 41.991de_D - 0.00001du_D + 523.669dn_A - 394.828de_A \\
& + 0du_A - 108.432dn_B + 436.790de_B - 0.00003du_B = 11.852"
\end{aligned}$$

ويمكن بنفس الطريقة استنباط المعادلات الخطية لبقية الزوايا الأفقية المقاسة.

### المعادلات الخطية لزوايا السمت : zenith angles

على سبيل المثال ستكون معادلة زاوية السمت من A إلى C كالتالي:

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{\sin v_{AC} \cos Az_{AC}}{AC} \right)_0 dn_A + \left( \frac{\sin v_{AC} \sin Az_{AC}}{AC} \right)_0 de_A - \left( \frac{\cos v_{AC}}{AC} \right)_0 du_A \\
& + \left( \frac{-\cos \phi_A \sin \phi_C \cos(\lambda_C - \lambda_A) + \sin \phi_A \cos \phi_C}{+ \sin v_{AC} \cos v_{CA} \cos Az_{CA}} \right)_0 dn_C \\
& + \left( \frac{-\cos \phi_A \sin(\lambda_C - \lambda_A) + \sin v_{AC} \cos v_{CA} \sin Az_{CA}}{AC \cos v_{AC}} \right)_0 de_C \\
& + \left( \frac{\sin v_{AC} \sin v_{CA} + \sin \phi_A \sin \phi_C + \cos \phi_A \cos \phi_C \cos(\lambda_C - \lambda_A)}{AC \cos v_{AC}} \right)_0 du_C = v_{AC} - v_0
\end{aligned}$$

وبالتعويض بقيم الأرصاد فإن هذه المعادلة ستصبح:

$$\begin{aligned}
& 15.395dn_A - 26.947de_A - 826.229du_A - 15.379dn_C \\
& + 26.919de_C + 826.230du_C = 2.971"
\end{aligned}$$

ويمكن بنفس الطريقة استنباط المعادلات الخطية لبقية زوايا السمت المقاسة.

### المعادلات الخطية للانحرافات:

معادلة الانحراف المقاس AB ستكون كالتالي:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\sin Az_{AB}}{AB \cos v_B} \right)_0 dn_A - \left( \frac{\cos Az_{AB}}{AB \cos v_{AB}} \right)_0 de_A + 0du_A \\ & - \left\{ \frac{\sin Az_{AB}}{AB \cos v_{AB}} [\cos(\phi_B - \phi_A) + \sin \phi_B \sin(\lambda_B - \lambda_A) \cos Az_B] \right\}_0 dn_B \\ & + \left\{ \frac{\cos Az_{AB}}{AB \cos v_{AB}} [\cos(\lambda_B - \lambda_A) - \sin \phi_A \sin(\lambda_B - \lambda_A) \tan Az_{AB}] \right\}_0 de_B \\ & + \left\{ \frac{\cos Az_{AB} \cos \phi_B}{AB \cos v_{AB}} [\sin(\lambda_B - \lambda_A) - (\sin \phi_A \cos(\lambda_B - \lambda_A) \right. \\ & \quad \left. - \cos \phi_A \tan \phi_B) \tan Az_{AB}] \right\}_0 du_B = \alpha_{AB} - Az_{AB} \end{aligned}$$

وبالتعويض بقيم الأرصاد فإن هذه المعادلة ستصبح:

$$\begin{aligned} 08.42dn_A - 436.79de_A + 0du_A - 108.43dn_B \\ + 436.79de_B - 0.00003du_B = -0.256'' \end{aligned}$$

### المعادلات الخطية لفرق المنسوب:

معادلة فرق المنسوب المقاس AC ستكون كالتالي:

$$1du_C - 1du_A = \Delta H_{AC} + \Delta N_{AC} - \Delta h_{AC}$$

وبالتعويض بقيم الأرصاد فإن هذه المعادلة ستصبح:

$$\begin{aligned} 1du_C - 1du_A = -9.359 + (-31.726 + 31.723) \\ - (331.139 - 340.498) = -0.003 \text{ m} \end{aligned}$$

وبتطبيق الضبط بطريقة مجموع أقل المربعات LSA نحصل على النتائج التالية لهذه الشبكة الجيوديسية:

Iterations = 2  
 Redundancies = 15  
 Reference Variance = 4.075  
 Reference So = ±2.019

Adjusted Geodetic Coordinates

Station	Latitude	Longitude	Orth height	N	S-Lat(°)	S-Lon(°)	S-h
<hr/>							
A	41°18'26.04850"N	76°00'10.24860"W	372.2232	-31.72	0.000065	0.000087	0.0119
B	41°18'40.46653"N	76°00'05.50185"W	351.3904	-31.71	0.000231	0.000113	0.0120
C	41°18'22.04015"N	76°00'00.94395"W	362.8664	-31.73	0.000162	0.000270	0.0119
D	41°18'27.65788"N	76°00'31.38547"W	370.8748	-31.72	0.000304	0.000353	0.0124

Adjusted Slope Distances

Station Occupied	Station Sighted	Distance	V
<hr/>			
A	B	458.792	-0.004
A	C	249.468	0.006
C	D	729.116	-0.006
D	A	494.213	-0.001
B	C	578.399	0.006

Adjusted Mark-to-Mark and Geodetic Distances

Station Occupied	Station Sighted	Mark-to-Mark Distance	Geodetic Distance
<hr/>			
A	B	458.792	458.317
A	C	249.468	249.282
C	D	729.116	729.034
D	A	494.213	494.182
B	C	578.399	578.255

Adjusted Angle Observations

Station Backsighted	Station Occupied	Station Foresighted	Angle	V(°)
<hr/>				
D	A	B	98°10'22.13"	-2.87
B	A	C	105°47'52.54"	7.54
C	A	D	156°01'45.34"	1.34
A	B	C	335°29'34.52"	-2.48
C	B	A	24°30'25.48"	6.48
B	C	D	294°19'09.93"	-7.07
D	C	A	15°59'08.09"	7.09
A	C	B	49°41'41.98"	-3.02
C	D	A	352°00'53.43"	8.43
A	D	C	7°59'06.57"	-5.43

Adjusted Azimuth Observations

Station Occupied	Station Sighted	Azimuth	V
<hr/>			
A	B	13°56'26.9"	0.00"

Adjusted Zenith Angle Observations			
Station Occupied	Station Sighted	Zenith Angle	V (")
A	B	92°36'12.2"	-0.19"
A	C	92°09'04.7"	-3.69"
C	D	89°22'25.1"	-1.05"
D	A	89°50'45.6"	-1.61"
B	C	88°52'01.3"	-0.26"

Adjusted Elevation Difference Observations			
Station Occupied	Station Sighted	Elevation Diff.	V
A	C	-9.363	-0.0038

### ٣-١٥ ضبط شبكة متكاملة (جي بي أس + أرصاد أرضية)

في أحيان كثيرة يكون لدينا شبكة مساحية مكونة من أرصاد جي بي أس وأرصاد مساحة أرضية أيضاً، وربما تكون معلومات نقاط الثوابت الأرضية control points معلومة في نظام الإحداثيات المحلي. ومن ثم فإن عملية الضبط LSA ستتم في هذا النظام مما يعني أن أرصاد الجي بي أس سيتم تحويلها من نظام الإحداثيات العالمي إلى نظام الإحداثيات المحلي مما يتطلب إدخال عناصر التحويل السبعة كقيم مجهرولة أيضاً في عملية الضبط ذاتها من خلال المعادلة التالية:

$$\begin{bmatrix} \Delta X_u \\ \Delta Y_u \\ \Delta Z_u \end{bmatrix}_2 = (1 + s)R \begin{bmatrix} \Delta X_u \\ \Delta Y_u \\ \Delta Z_u \end{bmatrix}_1 \quad (15-6)$$

حيث:

- s فرق عنصر القياس scale factor بين كلا المرجعين ١ ، ٢  
 [ ]<sub>1</sub> يمثل متوجه فروق الإحداثيات لخطوط الجي بي أس في نظام الإحداثيات المحلي  
 [ ]<sub>2</sub> يمثل متوجه فروق الإحداثيات المرصودة لخطوط الجي بي أس

$$R = \theta_n R_n + \theta_e R_e + \theta_u R_u + I \quad (15-7)$$

حيث:

$$R_u = \begin{bmatrix} 0 & \sin \phi_0 & -\cos \phi_0 \sin \lambda_0 \\ -\sin \phi_0 & 0 & \cos \phi_0 \cos \lambda_0 \\ \cos \phi_0 \sin \lambda_0 & -\cos \phi_0 \cos \lambda_0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos \lambda_0 \\ 0 & 0 & -\sin \lambda_0 \\ \cos \lambda_0 & \sin \lambda_0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_n = \begin{bmatrix} 0 & -\cos \phi_0 & -\sin \phi_0 \sin \lambda_0 \\ \cos \phi_0 & 0 & \sin \phi_0 \cos \lambda_0 \\ \sin \phi_0 \sin \lambda_0 & -\sin \phi_0 \cos \lambda_0 & 0 \end{bmatrix}$$

حيث:

| مصفوفة الوحدة unit matrix

زاوية الدوران (بوحدات الراديان) حول محور الشمال في نظام الإحداثيات المحلي.

زاوية الدوران (بوحدات الراديان) حول محور الشرق في نظام الإحداثيات المحلي.

زاوية الدوران (بوحدات الراديان) حول محور الرأسى في نظام الإحداثيات المحلي.

ويجب ملاحظة أن عناصر مصفوفة المعاملات  $A$  لخطوط الجي بي  $\text{As}$  يجب أيضاً أن يتم دورانها لكي تصبح ملائمة لنظام الإحداثيات المحلي الذي سيتم الضبط من خلاله، ومن ثم فإن عناصر  $A$  لأى خط قاعدة  $L$  سيتم حسابها كالتالى:

$$\text{For station } I: -(1 + s)R R_{XG}(\phi_i, \lambda_i) R_{LG}(\phi_i)^{-1} \quad (15-8)$$

$$\text{For station } J: (1 + s)R R_{XG}(\phi_j, \lambda_j) R_{LG}(\phi_j)^{-1}$$

حيث:

$$R_{XG} = \begin{bmatrix} -(M + h) \sin \phi \sin \lambda & -(N + h) \cos \phi \sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ -(M + h) \sin \phi \sin \lambda & (N + h) \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda \\ (M + h) \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix}$$

$$R_{LG} = \begin{bmatrix} M + h & 0 & 0 \\ 0 & (N + h) \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

|  $\varphi_i, \lambda_i$  دائرة العرض و خط الطول للنقطة  $I$ |  $\varphi_j, \lambda_j$  دائرة العرض و خط الطول للنقطة  $J$ |  $M$  نصف قطر التکور (الرمز  $C$  في المعادلة ٢-٨)

أما عناصر متجه الأرصاد  $b$  بالنسبة لزوايا الدوران وعنصر القياس المجهولين فستكون كالتالى:

$$b = \begin{bmatrix} X_J - X_I & r_{n_1} & r_{e_1} & r_{u_1} \\ Y_J - Y_I & r_{n_2} & r_{e_2} & r_{u_2} \\ Z_J - Z_I & r_{n_3} & r_{e_3} & r_{u_3} \end{bmatrix} \quad (15-9)$$

حيث:

$$X^T = [\Delta s \ \Delta \theta_n \ \Delta \theta_e \ \Delta \theta_u]$$

$$r_n = R_n \begin{bmatrix} X_J - X_I \\ Y_J - Y_I \\ Z_J - Z_I \end{bmatrix}$$

$$r_e = R_e \begin{bmatrix} X_J - X_I \\ Y_J - Y_I \\ Z_J - Z_I \end{bmatrix}$$

$$r_u = R_u \begin{bmatrix} X_J - X_I \\ Y_J - Y_I \\ Z_J - Z_I \end{bmatrix}$$

مثال ٣:

من المثال رقم ١ فإن الإحداثيات المحلية على مرجع NAD83 لل نقطتين المعلومتين E, B تساوي:

Station	$\phi$	$\lambda$	$h$ (m)
E	41°18'43.9622"	-76°00'29.0385"	292.354
B	41°18'40.4665"	-76°00'05.5019"	319.677
A	41°18'26.0485"	-76°00'10.2486"	—

أي أن المصفوفة  $R_{XG}$  :

$$R_{XG} = \begin{bmatrix} -(M + h) \sin \phi \sin \lambda & -(N + h) \cos \phi \sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ -(M + h) \sin \phi \sin \lambda & (N + h) \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda \\ (M + h) \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix}$$

ستكون للنقطة B كالتالي:

$$R_{XG}^B = \begin{bmatrix} -1016184.4632 & 4655590.8060 & 0.1817 \\ 4076156.4570 & 1160637.2558 & -0.7288 \\ 4779908.9967 & 0.0000 & 0.6601 \end{bmatrix}$$

وللنقطة E ستكون كالتالي:

$$R_{XG}^E = \begin{bmatrix} -1015734.7290 & 4655634.2166 & 0.1816 \\ 4076334.1775 & 1160083.8286 & -0.7288 \\ 4779818.0865 & 0.0000 & 0.6602 \end{bmatrix}$$

بينما المصفوفة  $R_{LG}$  :

$$R_{LG} = \begin{bmatrix} M + h & 0 & 0 \\ 0 & (N + h) \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ستكون للنقطة B كالتالي:

$$R_{LG}^B = \begin{bmatrix} 6363584.8656 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 4798083.4291 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

وللنقطة E ستكون كالتالي:

$$R_{LG}^E = \begin{bmatrix} 6363558.6197 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 4797991.7099 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

وبدمج القياسات من جدول المثال ١ مع خطوط قواعد الجي بي أس فأن مصفوفة جاكوب  $J$  ستكون من ٢٥ عمود حيث ستكون القيم المجهولة  $X$  هي:  $dX_A, dY_A, dZ_A, dX_B, dY_B, dZ_B, \dots, dZ_D, dX_E, dY_E, dZ_E, \dots, s, \theta_n, \theta_e, \theta_u$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & \cdots & 0 & a_{14} & a_{15} & a_{16} & 0 & \cdots & 0 & b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & \cdots & 0 & a_{24} & a_{25} & a_{26} & 0 & \cdots & 0 & b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & \cdots & 0 & a_{34} & a_{35} & a_{36} & 0 & \cdots & 0 & b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \end{bmatrix}$$

وتكون المصفوفة  $A$  (المعادلة ٨-١٥) كالتالي:

$$A = \begin{bmatrix} -0.1597 & 0.9703 & 0.1817 & 0.1596 & -0.9703 & -0.1816 \\ 0.6405 & -0.2419 & -0.7288 & -0.6406 & 0.2418 & 0.7288 \\ 0.7511 & 0.0000 & 0.6601 & -0.7511 & 0.0000 & -0.6601 \end{bmatrix}$$

أما جزء مصفوفة المعاملات المناظر لعناصر التحويل (المعادلة ٩-١٥) فستكون:

$$B = \begin{bmatrix} 553.4271 & -72.9412 & 15.2308 & -17.2421 \\ 43.4106 & 405.6700 & -61.1002 & -376.7564 \\ -62.9699 & -361.3992 & 91.7378 & -411.2673 \end{bmatrix}$$

وباستخدام المعادلة (٢-٨) فأن الإحداثيات الكارتيزية المركزية (أو العالمية) لل نقطتين المعلومتين  $E, B$  ستكون كالتالي:

Station	$X$ (m)	$Y$ (m)	$Z$ (m)
$E$	1,160,083.830	-4,655,634.217	4,188,722.346
$B$	1,160,637.257	-4,655,590.805	4,188,659.377

وسيكون متجه المتبقيات  $b$  لخط القاعدة هذا كالتالي:

$$b = \begin{bmatrix} 553.430 - (1160637.257 - 1160083.830) \\ 43.400 - (-4655590.805 + 4655634.217) \\ -62.949 - (4188659.377 - 4188722.346) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0.003 \\ -0.012 \\ 0.020 \end{bmatrix}$$

ومن ثم يمكن استكمال خطوات ضبط LSA بالطريقة العادية.

#### ٤-٤ ضبط شبكة أرصاد الجاذبية الأرضية

تعد شبكات الجاذبية الأرضية **terrestrial gravity networks** من أهم أنواع شبكات الثوابت الأرضية أو شبكات التحكم الجيوديسية، حيث يتم إنشاء مجموعة من نقاط الثوابت الأرضية المعلوم لكلا منها قيم: خط الطول، دائرة العرض، المنسوب، قيمة الجاذبية الأرضية gravity. فقياس ومعرفة قيمة الجاذبية الأرضية له تطبيقات علمية عديدة في مجالات الجيوفيزياء (علوم الأرض) والبحث عن الموارد الطبيعية. وفي المساحة الجيوديسية فإن قيمة جيود الجيoid undulation (أو الفرق بين الجيoid و الإليسيود) يمكن استنباطها من قيم الجاذبية الأرضية.

من وجهة نظر رياضية فإن أرصاد الجاذبية الأرضية تشبه أرصاد الميزانية حيث يتم قياس فرق الجاذبية بين كل نقطتين (الجاذبية النسبية relative gravity) كما في حالة قياس فرق المنسوب بين كل نقطتي ميزانية، وبمعرفة قيمة الجاذبية المطلقة absolute gravity لنقطة واحدة على الأقل يمكن حساب قيم الجاذبية لجميع نقاط الشبكة. لكن تختلف معادلات الرصد في شبكات الجاذبية الأرضية عن معادلات رصد شبكات الميزانية في وجود عدد من القيم المنتظمة systematic parameters المطلوب حسابها أيضاً أثناء عملية الضبط. فجهاز الجاذبية الأرضية gravity meter يعطي قراءاته المباشرة بوحدات خاصة به وليس بوحدات المللية milliGal المستخدمة في قياس الجاذبية الأرضية. كما أن هذه النوعية من الأجهزة تكون لها معدل تغير drift يعتمد على نوع الجهاز ذاته، بمعنى أن هذا التغير يختلف من جهاز إلى آخر وزن ثم فيجب اعتباره أحد القيم المجهولة في عملية ضبط الأرصاد. أيضاً فإن لكل جهاز تصحيح لزمن القياس نفسه، حيث أن الزمن المستغرق لقياس فرق الجاذبية بين النقطة المعلومة و النقطة الجديدة يؤثر في جودة القياس ذاته. وفي حالة استخدام أكثر من جهاز قياس جاذبية في نفس الشبكة فسيكون هناك عدة معادلات تغير و عدة تصحيحات زمنية يجب أخذها في الاعتبار. ومن هنا أن معادلات أرصاد الجاذبية الأرضية تختلف في طبيعتها و تكوينها عن معادلات أرصاد الميزانية مع أن كلاهما معادلات أحادية البعد one-dimensional.

الصورة العامة لمعادلات أرصاد الجاذبية الأرضية النسبية تأخذ الشكل التالي:

$$r_{j,k,l} = g_j - O_{k,l} + Z_{j,l,k} \cdot e_{k,l} + \Delta t_{i,j,k,l} \cdot d_{k,l} \quad (15-9)$$

حيث:

i	النقطة المرصودة في مجموعة رصد محددة
j	النقطة المعلومة في مجموعة رصد محددة
k	جهاز الجاذبية الأرضية
l	حلقة الرصد data series في الشبكة
$r_{j,k,l}$	قراءة الجهاز الأصلي (المرصودة) للجهاز k عند النقطة j في حلقة الرصد l
$g_j$	قيمة الجاذبية الأرضية للنقطة j
$O_{k,l}$	قيمة ثابت تحويل وحدات الجهاز إلى وحدات الجاذبية الأرضية
$Z_{j,l,k}$	قراءة الجهاز الأصلي (بوحدات الجهاز)
$e_{k,l}$	خطأ ثابت تحويل وحدات قراءة الجهاز إلى وحدات الجاذبية الأرضية (أو معامل المعايرة لكل جهاز)

$\Delta t_{i,j,k,l}$  فرق الزمن بين النقطة المرصودة  $j$  والنقطة المعلومة  $i$  للجهاز رقم  $k$  في حلقة الرصد رقم  $l$   
 $d_{k,l}$  معدل التغير drift للجهاز  $k$  في حلقة الرصد  $l$

أما معادلات أرصاد الجاذبية الأرضية المطلقة فتأخذ الشكل التالي:

$$r_{j,k,l}(\text{abs}) = g_j(\text{abs}) - O_{k,l} + Z_{j,l,k} \cdot e_{k,l} + \Delta t_{i,j,k,l} \cdot d_{k,l} \quad (15-10)$$

حيث:

قراءة الجهاز الأصلية (المرصودة) للجهاز $k$ عند نقطة $j$ في حلقة الرصد $l$	$r_{j,k,l}(\text{abs})$
المطلقة $Z$ قيمة الجاذبية الأرضية المطلقة للنقطة $j$	$g_j(\text{abs})$

وبتحويل معادلات الأرصاد السابقة إلى معادلة متبقيات residuals تنتج لنا:

$$v_{j,k,l} = g_j - O_{k,l} + Z_{j,l,k} \cdot e_{k,l} + \Delta t_{i,j,k,l} \cdot d_{k,l} - r_{j,k,l} \quad (15-11)$$

والتي يمكن وضعها في صورة مصفوفات كالتالي:

$$V_{n,l} = A_{n,n} X_{m,1} - b_{n,1} \quad (15-12)$$

حيث:

$n$ عدد الأرصاد	$m$ عدد القيم المجهولة	$V_{n,1}$ متوجه المتبقيات
$X_{m,1}$ متوجه القيم المجهولة التي تشمل: قيمة الجاذبية الأرضية لكل نقطة مرصودة و قيم ثوابت التحويل $O$ وقيم معدلات التغير $d$ وقيم معاملات المعايرة $e$ لكل جهاز مستخدم.		

ومن ثم يمكن تطبيق مبدأ الضبط بمجموع أقل المربعات (المعادلة ١١-٤) لضبط شبكات الجاذبية الأرضية.

## الفصل السادس عشر

### تحليل نتائج ضبط الشبكات

#### ١-١٦ مقدمة

من أهم متطلبات الوصول إلى نتائج جيدة لحسابات و ضبط الشبكات الجي بي أس) التحليل الدقيق الفاحص المتمعن للنتائج التي يقدمها لنا برنامج software الحسابات و الضبط. بعض المبدئين في مجال الهندسة المساحية يكون لديهم ثقة عمياء في برامج الكمبيوتر ليتخيل كلا منهم أن نتائج البرنامج دقيقة تماماً ويجب اعتمادها فوراً دون أية خطوات أخرى ! ولكن يجب إعادة الجملة الواردة في تقديم هذا الكتاب وهي أن ""الهندسة المساحية علم وليس مجرد تقنية"" ، ومن ثم فهناك فوائد وأسس علمية يجب اتباعها في فحص النتائج التي نحصل عليها من أية برامج كمبيوتر أو أية أجهزة تقنية مهما كانت هذه البرامج والأجهزة متقدمة و غالبة السعر.

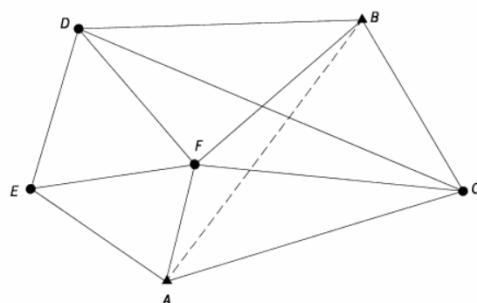
#### ٢-١٦ تحليل نتائج حسابات الشبكات

توجد عدة خطوات لفحص و تحليل نتائج حسابات أرصاد و شبكات الجي بي أس GPS processing ، وعادة فإن معظم البرامج التجارية software تقدم هذه النتائج للمستخدم في تقرير الحسابات processing report ليقوم بفحصها بنفسه في محاولة لاكتشاف وجود أية أخطاء قبل المضي قدماً في ضبط الشبكة.

#### ١-٢-١٦ تحليل أرصاد الخطوط الثابتة

عادة في شبكات الجي بي أس فيكون هناك نقطتين (أو أكثر) من نقاط التحكم الأرضية control points المعلومة الإحداثيات، وباحتلال هذه النقاط يكون لدينا أرصاد خطوط قواعد baselines بينهم. وبمقارنة الخطوط المرصودة بين نقاط التحكم (الناتجة من برنامج الحساب) وقيمها المعلومة مسبقاً يكون لدينا وسيلة لنقييم جودة أسلوب العمل الذي اتبناه في الرصد الحقلي وأيضاً تقييم الإحداثيات المعلومة لهذه النقطة. فكلما كانت الفروق قليلة كلما كان ذلك أفضل، وفي حالة الفروق الكبيرة يجب فحص الأرصاد وأسلوب الحساب قبل المضي قدماً في ضبط الشبكة.

في الشبكة التالية تم رصد الخطوط الموضحة وكانت نتائج حسابات الجي بي أس كما هو موضح بالجدول التالي:



(1) From	(2) To	(3) $\Delta X$	(4) $\Delta Y$	(5) $\Delta Z$	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Covariance Matrix Elements										
A	C	11,644.2232	3,601.2165	3,399.2550	9.884E-4	-9.580E-6	9.520E-6	9.377E-4	-9.520E-6	9.827E-4
A	E	-5,321.7164	3,634.0754	3,173.6652	2.158E-4	-2.100E-6	2.160E-6	1.919E-4	-2.100E-6	2.005E-4
B	C	3,960.5442	-6,681.2467	-7,279.0148	2.305E-4	-2.230E-6	2.070E-6	2.546E-4	-2.230E-6	2.252E-4
B	D	-11,167.6076	-394.5204	-907.9593	2.700E-4	-2.750E-6	2.850E-6	2.721E-4	-2.720E-6	2.670E-4
D	C	15,128.1647	-6,286.7054	-6,371.0583	1.461E-4	-1.430E-6	1.340E-6	1.614E-4	-1.440E-6	1.308E-4
D	E	-1,837.7459	-6,253.8534	-6,596.6697	1.231E-4	-1.190E-6	1.220E-6	1.277E-4	-1.210E-6	1.283E-4
F	A	-1,116.4523	-4,596.1610	-4,355.9062	7.475E-5	-7.900E-7	8.800E-7	6.593E-5	-8.100E-7	7.616E-5
F	C	10,527.7852	-994.9377	-956.6246	2.567E-4	-2.250E-6	2.400E-6	2.163E-4	-2.270E-6	2.397E-4
F	E	-6,438.1364	-962.0694	-1,182.2305	9.442E-5	-9.200E-7	1.040E-6	9.959E-5	-8.900E-7	8.826E-5
F	D	-4,600.3787	5,291.7785	5,414.4311	9.330E-5	-9.900E-7	9.000E-7	9.875E-5	-9.900E-7	1.204E-4
F	B	6,567.2311	5,686.2926	6,322.3917	6.643E-5	-6.500E-7	6.900E-7	7.465E-5	-6.400E-7	6.048E-5
B	F	-6,567.2310	-5,686.3033	-6,322.3807	5.512E-5	-6.300E-7	6.100E-7	7.472E-5	-6.300E-7	6.629E-5
A	F	1,116.4577	4,596.1553	4,355.9141	6.619E-5	-8.000E-7	9.000E-7	8.108E-5	-8.200E-7	9.376E-5
A <sup>a</sup>	B	7,683.6883	10,282.4550	10,678.3008	7.2397E-4	-7.280E-6	7.520E-6	6.762E-4	-7.290E-6	7.310E-4

فإذا كانت نقطتي A، B نقاط ثوابت أرضية فيمكننا إجراء مقارنة بين المركبات  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  للخط AB المرصود measured وقيمها المعلومة المناظرة fixed وحساب الفروق في كل مركبة. ثم نقوم بحساب الخطأ النسبي بقسمة الفرق على طول الخط بوحدات ppm (جزء في المليون part per million) كما في الجدول التالي. فمثلاً الخطأ النسبي في  $\Delta X$  = قيمة الفرق  $16697 - 10000$  متر  $\div 16697$  متر (طول الخط AB)  $\times 10^6$  مليون = ٤٤٪. جزء من المليون، وهذا للمركبتين الأخيرتين:

(1) Component	(2) Measured (m)	(3) Fixed (m)	(4) Difference (m)	(5) ppm <sup>a</sup>
$\Delta X$	7,683.6883	7,683.6809	0.0074	0.44
$\Delta Y$	10,282.4550	10,282.4537	0.0013	0.08
$\Delta Z$	10,678.3008	10,678.3058	0.0050	0.30

فإذا كانت الدقة النسبية المطلوبة لهذا المشروع (أو هذه الشبكة) تبلغ ١٪ في المليون على سبيل المثال (طبقاً لمواصفات المشروع) فسنجد أن قيم الخطأ النسبي في الجدول السابق أقل من الحدود المسموح بها، مما يعطينا مؤشر مبدئي على جودة أرصاد هذه الشبكة.

## ٢-٢-١٦ تحليل أرصاد الخطوط المرصودة أكثر من مرة

تتضمن مواصفات الشبكات الجيوديسية الدقيقة ضرورة رصد ما لا يقل عن ١٠٪ من عدد خطوط القواعد أكثر من مرة (وقد يصل الرقم إلى ٥٥٪ لشبكات الدرجة الأولى). ومن هنا فإن مقارنة حسابات هذه الخطوط متكررة الرصد تقيد أيضاً في الحكم على جودة الأرصاد. ففي جدول أرصاد الشبكة السابقة سنجد أن الخط AF والخط BF قد تم رصد كلاً منهما مرتين، والجدول التالي يوضح مقارنة نتائج حسابات هاتين المرتين:

Component	First Observation	Second Observation	Difference (m)	ppm
$\Delta X_{AF}$	1116.4577	-1116.4523	0.0054	0.84
$\Delta Y_{AF}$	4596.1553	-4596.1610	0.0057	0.88
$\Delta Z_{AF}$	4355.9141	-4355.9062	0.0079	1.23
$\Delta X_{BF}$	-6567.2310	6567.2311	0.0001	0.01
$\Delta Y_{BF}$	-5686.3033	5686.2926	0.0107	1.00
$\Delta Z_{BF}$	-6322.3807	6322.3917	0.0110	1.02

وكم نري فإن الخطأ النسبي ppm لفرق المركبات لمarti الرصد لكل خط في حدود ١ جزء من المليون، مما يعطي مؤشراً آخر على جودة وتماسك consistency أرصاد الشبكة.

### ٣-٢-٦ تحليل خطأ قفل الحلقات

عادةً فأن أرصاد الجي بي اس تنتج حلقات مغلقة closed loops سواءً في شكل مثلثات أو أشكال مغلقة أخرى. ففي الشبكة السابقة نجد عدة حلقات مغلقة مثل: ACBDEA, ACFA, ... وهكذا. وفي كل حلقة مغلقة فأن مجموع أي مركبة (من المركبات الثلاثة) يجب أن يساوي الصفر. ومن هنا يمكن حساب خطأ القفل لكل حلقة loop : ACBDA misclosure لكل مركبة. فعلى سبيل المثال للحلقة

$$\begin{aligned} C_X &= \Delta X_{AC} + \Delta X_{CB} + \Delta X_{BD} + \Delta X_{DE} + \Delta X_{EA} \\ C_Y &= \Delta Y_{AC} + \Delta Y_{CB} + \Delta Y_{BD} + \Delta Y_{DE} + \Delta Y_{EA} \\ C_Z &= \Delta Z_{AC} + \Delta Z_{CB} + \Delta Z_{BD} + \Delta Z_{DE} + \Delta Z_{EA} \end{aligned}$$

وبالتعميض بقيم مركبات خطوط هذه الحلقة نجد أن:

$$\begin{aligned} C_X &= 11644.2232 - 3960.5442 - 11167.6076 - 187.7459 + 5321.7164 = 0.0419m \\ C_Y &= 3601.2165 + 6681.2467 - 394.5204 - 6253.8534 - 3634.0754 = 0.0140m \\ C_Z &= 3399.2550 + 7279.0148 - 907.9593 - 6596.6697 - 3173.6652 = -0.0244m \end{aligned}$$

ثم نحسب خطأ قفل الحلقة ذاتها كالتالي:

$$C_{loop} = \sqrt{C_X^2 + C_Y^2 + C_Z^2} = \sqrt{(0.0419)^2 + (0.0140)^2 + (-0.0244)^2} = 0.0505m$$

ونحوله إلى خطأ نسبي ppm (بالطريقة السابقة) بقسمته على مجموع أطوال خطوط الحلقة المغلقة (والبالغ ٥٠٩٦٧ متر) ليصبح =  $0.0505 \div 0.967 \times 10^6$  مليون = ٠.٩٩ ppm أو جزء في المليون. وعادةً ما تحدد المواصفات الجيوديسية لكل دولة (مثل المواصفات المساحية الأمريكية FGCS) القيم المقبولة لأخطاء الحلقات المغلقة في شبكات الجي بي اس طبقاً لدرجة order كل شبكة.

٦-٣-٣ تحليل نتائج ضبط الشبكات١-٣-١٦ أنواع ضبط الشبكات

لكل شبكة مساحية أو جيوديسية عيوب تسمى عيوب المرجع **datum defects** لافقار الشبكة إلى التحديد المرجعي الثابت لمكانها أو مرجعها على سطح الأرض. ومن وجهة نظر رياضية فإن الشبكة التي بها عيوب المرجع لا يمكن إيجاد مقلوبة مصفوفة  $(A^TWA)^{-1}$  لها ومن ثم فلن يمكن حل المعادلة (٤-١١). فإذا أخذنا مثلاً شبكة الميزانية فسنجد أن الأرصاد تكون من فروق المناسبات  $\Delta H$  لكل خط، أي لا يوجد قيمة مطلقة لمنسوب نقطة في الشبكة ومن هنا فلن يمكننا حساب مناسبات نقاط الشبكة. وفي هذا المثال نقول أن هذه الشبكة تعاني من عدد ١ عيب مرجعي يتمثل في عنصر انتقال **translation** يحدد لنا مرجعاً مطلقاً لهذه الأرصاد النسبية، أو بمعنى آخر فإن هذه الشبكة لا بد أن يكون بها نقطة واحدة تحدد قيمة المنسوب  $H$  (المرجع للشبكة) لكي نتمكن من حساب مناسبات باقي نقاط الشبكة. وكمثال آخر فأن عدد عيوب المرجع للشبكة الجيوديسية الأفقية مقاسة الأضلاع فقط يبلغ ٣ عيوب: ٢ عيب انتقال و عيب دوران. أي أن هذه الشبكة تحتاج لمعرفة القيم المطلقة للإحداثيات الأفقية  $X, Y, Z$  لنقطة واحدة وأيضاً معرفة انحراف واحد مقاس في هذه الشبكة (لاحظ أن هذا النوع من الشبكات لا يوجد به عيب عنصر القياس حيث أن جميع خطوط الشبكة تكون أطوالها مقاسة). أما الشبكة الأفقية مقاسة الزوايا فيزيد عدد عيوب المرجع بها إلى ٤ حيث يضاف عنصر القياس بما أن هذا النوع من الشبكات لا يوجد به أية مسافات مقاسة. ومن ثم فأن الشبكة المساحية الأرضية ثلاثة الأبعاد (في صورتها العامة) يبلغ عدد عيوب المرجع بها ٧ عيوب: ٣ انتقال (أي أنها تتطلب معرفة الإحداثيات الثلاثية  $X, Y, Z$  لنقطة واحدة على الأقل) + ٣ عيوب دوران (أي أنها تتطلب قياس انحراف أحد الخطوط) + ١ عنصر قياس (أي أنها تتطلب قياس مسافة واحدة على الأقل). فأن تم قياس طول خط واحدة في الشبكة ينافي وجود عيب عنصر القياس **scale** لينخفض عدد عيوب المرجع من ٧ إلى ٦.

عيوب المرجع		نوع الشبكة
النوع	العدد	
١ انتقال <b>translation</b>	١	شبكات الميزانية
٢ انتقال + ١ دوران <b>rotation</b>	٣	شبكات أفقية مقاسة الأضلاع <b>Trialateration</b>
٢ انتقال + ١ دوران + ١ عنصر قياس <b>scale</b>	٤	شبكات أفقية مقاسة الزوايا <b>Triangulation</b>
٣ انتقال + ٣ دوران + (أحياناً) ١ عنصر قياس	٦ أو ٧	شبكات أرضية ثلاثة الأبعاد 3D
٣ انتقال	٣	شبكات الجي بي أس

أما شبكات الجي بي أس فإن عيوب المرجع بها تبلغ ٣ فقط وهم عيوب الانتقال، فشبكة الجي بي أس لا تعاني من أية عيوب دوران حيث أن انحراف كل خط قاعدة يمكن حسابه من مركبات الخط  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  ، كما أنها لا تعاني من عيب عنصر القياس حيث أن طول كل خط قاعدة يمكن حسابه أيضاً من المركبات المعلومة. إذن لا يوجد إلا تحديد الإحداثيات المطلقة  $X, Y, Z$  لنقطة واحدة من نقاط الشبكة لكي نتمكن من حساب إحداثيات جميع نقاطها.

ومن هنا ننتقل إلى أنواع ضبط الشبكات Network Adjustment فجد أن لدينا ثلاثة أنواع من أنواع الضبط:

١. الضبط باستخدام أقل عدد من القيود minimal-constrained adjustment (ويسمى أيضاً الضبط غير المشروط un-constrained adjustment)

٢. الضبط باستخدام عدد أكبر من اللازم over-determined adjustment

٣. الضبط المقيد نسبياً أو الضبط باستخدام القيم الثابتة نسبياً partially or semi-constrained adjustment

في النوع الأول نقوم بمعالجة عيوب مرجع الشبكة من خلال تثبيت العدد الفعلي minimal لللازم من القيم المعلومة، فشبكة الجي بي أس تعاني من عدد ٣ عيوب مرجع فهي تحتاج فقط إلى تثبيت ٣ قيم إحداثيات مطلقة  $X, Y, Z$ . أي أننا فرضنا على أرصاد الشبكة عدد ٣ قيود constraints لجعل نقطة واحدة من نقاط الشبكة لها إحداثيات ثابتة fixed (وهي التي سيتم الاعتماد عليها في حساب إحداثيات باقي نقاط الشبكة). ويجب الانتباه إلى أن القيم الثابتة fixed لن تأخذ أيه تصحيحات residuals في عملية الضبط، بمعنى أن قيمها الأصلية ستظل كما هي ودون أية تغييرات بعد انتهاء عملية الضبط. ولإتمام تثبيت العدد الفعلي من القيود فهناك اختيارين: إما أن يقوم المستخدم بعطاء البرنامج قيم  $X, Y, Z$  معلومة للنقطة المطلوب تثبيتها، أو أن يختار البرنامج احدي النقاط (غالباً ما تكون نقطة المركز الهندسي للشبكة centroid) ويقوم بتثبيت إحداثياتها التقريرية الناتجة من أرصاد الجي بي أس (تقيبة الجي بي أس تستطيع حساب إحداثيات تقريرية للنقاط المرصودة بدقة في حدود عدة أمتار). والأسلوب الأخير يطلق عليه اسم ضبط الشبكة الحرة free-net adjustment. لكن في كلا الأسلوبين فإن الضبط سيتتم بالعدد الفعلي اللازم لمعالجة عيوب الشبكة، أي أن عملية الضبط ستعتمد فقط على الأرصاد الحقلية. ومن هنا فإن نتائج هذا الضبط ستكون مؤشراً للمصداقية الداخلية internal reliability لأرصاد الشبكة.

أما النوع الثاني من أنواع الضبط فيتم بفرض عدد أكبر من القيود الفعلي اللازم لمعالجة عيوب المرجع. فإذا قمنا بتثبيت نقطتين مثلاً (أي تثبيت ٦ عناصر  $X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2$ ) فنحن بذلك قد أجبرنا البرنامج على أن يجعل طول خط القاعدة بين هاتين النقطتين ثابتة، أي لن يناله أيه تصحيحات. ومن المفترض ألا نلجم لهذا النوع من الضبط إلا في حالة توافر قيم دقيقة بالفعل لإحداثيات النقاط المعلومة (الثابتة)، وتكون دقة هذه الإحداثيات تعادل دقة أرصاد الجي بي أس ذاتها. وفي حالة أن الطول المحسوب (من إحداثيات النقطتين) لهذا الخط غير دقيق، فإن الخطأ الموجود به سينتقل إلى باقي خطوط القواعد في الشبكة، مما سيؤثر على جودة نتائج الضبط. وفي هذه الحالة فإن نتائج الضبط لن تكون معبرة فقط عن المصداقية الداخلية للشبكة (أي جودة الأرصاد) بل ستعتمد أيضاً على جودة ودقة العناصر الثابتة.

يعد النوع الثالث حالة خاصة من النوع الثاني حيث أننا نتحكم في جودة القيم المطلوب تثبيتها، فبدلاً من افتراض أن هذه القيم دقيقة تماماً فنحن نحدد مستوى دقة معين لها. فمثلاً عند تثبيت إحداثيات نقطتين نحدد دقة هذه الإحداثيات (الخط المعياري لها) بحيث أن عملية الضبط تستطيع تصحيح هذه الإحداثيات في مستوى الدقة المطلوب أو المحدد لها. ومن ثم فإن هذه النقاط لم تعد ثابتة تماماً completely fixed بل أنها تعد ثابتة نسبياً partially fixed.

وبناءً عليه فإن ضبط الشبكات المساحية أو الجيوديسية يجب أن يبدأ بالضبط بأقل عدد من القيود (أو ضبط الشبكة الحرة) لاستخدام النتائج في فحص وتحليل جودة وصدقية الأرصاد الحقلية ذاتها واكتشاف أيه أرصاد شاذة قد تكون مؤثرة على بقية الأرصاد (أنظر الجزء التالي). وبعد التأكيد من جودة أرصاد الشبكة يتم الانتقال إلى النوع الثاني أو النوع الثالث من أنواع الضبط للحصول على القيم النهائية لإحداثيات نقاط الشبكة.

### ٢-٣-٦ التحليل الإحصائي مربع كاي

تم الإشارة إلى هذا التحليل في الفصل الحادي عشر كأحد التحليلات الإحصائية العامة لبيان احتمال وجود أغلاك أو أخطاء كبيرة **gross errors** ببناء علي تحليل نتائج ضبط الأرصاد أو الشبكات. وعادة ما يتم اختبار قيمة  $\sum w_i v_i^2$  باستخدام جداول الاختبار الإحصائي "مربع كاي"  $\chi^2$  عند درجة الحرية المطلوبة (أي قيمة  $m-n$  حيث  $n$  عدد الأرصاد و  $m$  عدد القيم المجهولة) وذلك عند مستوى خطأ عادة يساوي ٥٪ (أو ٠.٠٥) كما في الجدول التالي. فان كانت قيمة  $\sum w_i v_i^2$  أقل من قيمة الجدول (عند الصفر  $m-n$  والعمود ٠.٠٥) فهذا يدل علي عدم وجود أغلاظ في الأرصاد وعلى أن الأوزان المستخدمة في عملية الضبط مناسبة لدقة مجموعة الأرصاد ذاتها.

Degree of freedom ( $m-n$ )	الاحتمال			
	0.10	0.05	0.02	0.01
1	1.64	1.96	2.33	2.58
2	1.52	1.73	1.98	2.15
3	1.44	1.61	1.81	1.94
4	1.39	1.54	1.71	1.82
5	1.36	1.49	1.64	1.74
6	1.33	1.45	1.58	1.67
8	1.29	1.39	1.51	1.58
10	1.26	1.35	1.45	1.52
12	1.24	1.32	1.42	1.48
15	1.22	1.29	1.37	1.43
20	1.19	1.25	1.32	1.37
40	1.14	1.18	1.23	1.26
100	1.09	1.12	1.15	1.17

### ٣-٣-٦ اكتشاف الأرصاد الشاذة

الأرصاد الشاذة أو الأرصاد الواقعة خارج الحدود **outliers or blunders** هي أرصاد ليست ذات مستوى جيد من الدقة و المصدقية يتتناسب مع المستوى العام لجودة مجموعة الأرصاد في الشبكة، ومن هنا جاء اسمها لأنها "تقع خارج out lay" المستوى العام لمصداقية الشبكة. وأهم مشاكل هذا النوع من الأرصاد أن رصده واحدة قد تؤثر بشكل كبير علي باقي أرصاد الشبكة وعلى الدقة العامة لضبط الشبكة. ومن هنا فمن الضروري اكتشاف هذه الأرصاد الشاذة و حذفها (من مجموعة الأرصاد) وإعادة عملية الضبط مرة أخرى.

هناك عدة طرق رياضية و إحصائية لتعريف و اكتشاف الأرصاد الشاذة بناءاً على تحليل نتائج ضبط الشبكة في أول مرة. ومن هذه الطرق ما يعرف باسم المتبقيات القياسية : **standardized residuals**

$$\bar{v}_i = \frac{\bar{v}_i}{\sqrt{q_{ii}}} \quad (16-1)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \bar{v}_i &= \text{المتبقي القياسي} \\ v_i &= \text{المتبقي المحسوب} \\ q_{ii} &= \text{العنصر القطري في مصفوفة التباين-الترابط للمتبقيات:} \end{aligned}$$

$$Q_{vv} = W^{-1} - A Q_X A^T \quad (16-2)$$

حيث:

$$\begin{aligned} W^{-1} &= \text{مقلوب مصفوفة الوزن} \\ Q_X &= \text{مصفوفة التباين-الترابط للقيم المجهولة} \\ A &= \text{مصفوفة المعاملات} \end{aligned}$$

وبعد حساب قيمة المتبقي القياسي لكل رصده (١٦-١) يتم مقارنة حاصل قسمته على الخطأ المعياري للرصدة ذات الوزن الواحد  $\sigma_0$  (من المعادلة ٧-١١) مع القيمة الناتجة من الاختبار الإحصائي  $t$  كالتالي:

$$t_i = \bar{v}_i / \sigma_0 \quad (16-3)$$

فإن زادت قيمة  $t$  المحسوبة من المعادلة السابقة عند قيمة حدود الرفض عند مستوى الثقة  $95\%$  (أي مستوى الخطأ  $5\%$ ) تساوي  $2.8$  (البعض أيضاً يستخدم القيمة  $3.29$ )، فإذا كانت قيمة  $t$  لأي رصده في الشبكة أكبر من  $2.8$  فهذا يدل على أن هذه الرصدات هي بالفعل رصدات شاذة. كما تجدر الإشارة لوجود طريقة أخرى من طرق اكتشاف الأخطاء الشاذة وتعتمد على مقارنة ناتج  $t_i$  مع جداول الاختبار الإحصائي  $t$  (اختبار تاو) عند مستوى الثقة المطلوب ودرجة الحرية المحددة. ومعادلة هذا الاختبار الإحصائي يمكن برمجتها بسهولة مما جعله مناسباً لبرامج الكمبيوتر.

تم عملية اكتشاف و حذف الأرصاد الشاذة بحرص، حيث أن وجود رصده شاذة قد يؤثر على عدد من الأرصاد الأخرى السليمة أو الجيدة في الشبكة. فعند إتمام الضبط الأول وحساب قيم الاختبار الإحصائي  $t$  لكل رصده فأنا لا نحذف جميع الأرصاد التي تزيد على حدود الرفض بل نحذف فقط الرصدات التي لها أكبر قيمة  $t$ . ثم نعيد عملية الضبط مرة أخرى، ... وهكذا إلى أن نصل للحالة التي لا يوجد بها أية أرصاد شاذة في الشبكة فتكون نتائج هذا الضبط هي النتائج

النهائية للضبط بأقل عدد من القيود minimal-constrained adjustment ويمكننا حينئذ الانقال إلى النوع الثاني أو النوع الثالث من أنواع الضبط.

وهذا الأسلوب هام جدا حيث أن وجود رصده شاذة واحدة فقط قد يكون مؤثرا على عدة أرصاد أخرى لظهور كما لو كانت أرصاد شاذة أيضا، ومن ثم فإن حذف الرصده ذات أكبر قيمة  $t_i$  قد يعيد بقية الأرصاد الأخرى إلى جودتها الأصلية. ولنأخذ مثلا للدلاله على أهمية إتباع هذا الأسلوب في حذف الأرصاد الشاذة: في مثل الترافرس المغلق المذكور بالفصل الثالث عشر (انظر ١٣-٥) سنقوم بإدخال خطأ متعمد على الزاوية ABE فبدلا من قيمتها الحقيقية المرصودة  $53^{\circ}02'29''$  سنجعلها تساوي  $53^{\circ}02'29''$  ثم سنعيد خطوات الضبط لنحصل على النتائج التالية:

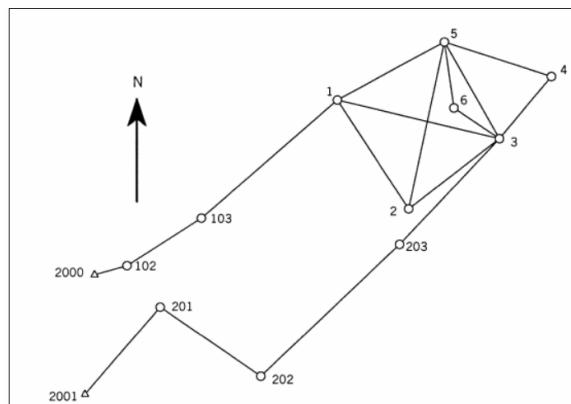
<i>Observation</i>	<i>Residual v</i>	<i>Standard error of residual <math>\sigma_v</math></i>	$t_i$
Angles	ABE $51662''$	$4.5''$	11571
	EBC $-1242''$	$4.0''$	-312
	BCD $-322''$	$3.8''$	-84
	DEB $-3075''$	$3.7''$	-821
	BEA $4477''$	$4.5''$	988
Distance	AB $6.92 \text{ m}$	$0.0028 \text{ m}$	2463
	AE $-16.73 \text{ m}$	$0.0020 \text{ m}$	-8455
	BC $2.12 \text{ m}$	$0.0027 \text{ m}$	784
	BE $8.97 \text{ m}$	$0.0018 \text{ m}$	5080
	CD $1.11 \text{ m}$	$0.0013 \text{ m}$	889
	DE $0.31 \text{ m}$	$0.0013 \text{ m}$	236

ومن هذه النتائج نري أن قيمة  $t_i$  لجميع الأرصاد قد تعدت حدود الرفض، أي أن جميع الأرصاد (وليس فقط الزاوية ABE) قد أصبحت أرصاد شاذة. وفي هذه الحالة يجب حذف الرصدة صاحبة أكبر قيمة  $t_i$  فقط (وهي كما نري الزاوية ABE التي لها قيمة ١١٥٧١).

وتجرد الإشارة إلى أن كل البرامج التجارية لضبط الشبكات adjustment software (و خاصة برامج الجي بي أس) لديها إمكانية إجراء هذا الاختبار الإحصائي وإعطاء نتائجه في تقرير الضبط. أي أن المستخدم المتخصص في الهندسة المساحية ما عليه إلا تحليل و فحص نتائج عملية الضبط لاكتشاف وجود أرصاد شاذة outlier or blunders وحذفها و إعادة الضبط مرة أخرى للحصول على أفضل و أدق النتائج.

### مثال ١:

الشكل التالي يمثل شبكة مساحية أرضية لإنشاء مجموعة من نقاط الثوابت الأرضية اعتمادا على نقطتين ٢٠٠١ و ٢٠٠٠ معلومتي الإحداثيات:



وكان الأرصاد المقاسة (الزوايا و المسافات) وقيم الإحداثيات المعلومة كالتالي:

#### Control stations

Station	Northing	Easting
2000	419,710.09	2,476,334.60
2001	419,266.82	2,476,297.98

#### Angle observations

Backsight	Occupied	Foresight	Angle	$\sigma$ (")
102	2000	2001	109°10'54.0"	25.5
2000	102	103	162°58'16.0"	28.9
102	103	1	172°01'43.0"	11.8
2000	2001	201	36°04'26.2"	7.4
2001	201	202	263°54'18.7"	9.7
201	202	203	101°49'55.0"	8.1
202	203	3	176°49'10.0"	8.4
203	3	2	8°59'56.0"	6.5
2	1	3	316°48'00.5"	6.3
3	5	4	324°17'44.0"	8.1
6	5	3	338°36'38.5"	10.7
1	5	3	268°49'32.5"	9.8
2	5	3	318°20'54.5"	7.0
2	3	1	51°07'11.0"	7.2
2	3	5	98°09'36.5"	10.3
2	3	6	71°42'51.5"	15.1
2	3	4	167°32'28.0"	14.5

#### Distance observations

From	To	Distance	$\sigma$
2001	201	425.90	0.022
201	202	453.10	0.022
202	203	709.78	0.022
203	3	537.18	0.022
5	3	410.46	0.022
5	4	397.89	0.022
5	6	246.61	0.022
5	1	450.67	0.022
5	2	629.58	0.022
3	2	422.70	0.022
3	1	615.74	0.022
3	5	410.44	0.022
3	6	201.98	0.022
3	4	298.10	0.022
1	2	480.71	0.022
1	3	615.74	0.022
2000	102	125.24	0.022
102	103	327.37	0.022
103	1	665.79	0.022

وتتمثل نتائج عملية الضبط الأولي (خاصة قيم المتبقيات المحسوبة residuals و المتبقيات القياسية standard residuals) للمسافات في الجدول التالي:

**** Adjusted Distance Observations ****						
No.	From	To	Distance	Residual	Std. Res.	
1	1	3	616.234	0.494	26.148	
2	1	2	480.943	0.233	12.926	
3	1	3	616.234	0.494	26.148	
<b>4</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>267.044</b>	<b>-31.056</b>	<b>-1821.579</b>	
5	3	6	203.746	1.766	107.428	
6	3	5	413.726	3.286	171.934	
7	3	2	422.765	0.065	3.500	
8	5	2	630.949	1.369	75.909	
9	5	1	449.398	-1.272	-79.651	
10	5	6	247.822	1.212	75.418	
11	5	4	407.125	9.235	631.032	
12	5	3	413.726	3.266	170.888	
13	102	103	327.250	-0.120	-17.338	
14	103	1	665.702	-0.088	-12.395	
15	201	202	453.362	0.262	91.903	
16	202	203	709.856	0.076	10.737	
17	203	3	537.241	0.061	8.775	
18	2000	102	125.056	-0.184	-28.821	
19	2001	201	425.949	0.049	7.074	

وبسهولة يمكننا اكتشاف أن الرصد **الرابعة** (المسافة من النقطة **٣** إلى النقطة **٤**) تعد الرصد **الشاذة صاحبة أكبر قيمة للمتبقي القياسي**.

أما نتائج ضبط الزوايا فكانت:

*** Adjusted Angle Observations ***						
No.	From	Occ	To	Angle	Residual	Std. Res.
1	2	1	3	316°49'55.1"	114.6"	28.041
2	2	3	4	167°36'00.2"	212.2"	25.577
3	2	3	6	71°43'01.5"	10.0"	1.054
4	2	3	5	97°55'09.3"	-867.2"	-101.159
5	2	3	1	51°06'14.6"	-56.4"	-11.156
6	203	3	2	8°59'36.3"	-19.7"	-13.003
7	2	5	3	318°25'14.4"	259.9"	44.471
8	1	5	3	268°58'49.8"	557.3"	78.590
9	6	5	3	338°42'53.4"	374.9"	63.507
<b>10</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>322°02'24.7"</b>	<b>-8119.3"</b>	<b>-1781.060</b>
11	2000	102	103	162°23'50.9"	-2065.1"	-110.371
12	102	103	1	171°57'46.9"	-236.1"	-112.246
13	2001	201	202	263°58'31.6"	252.9"	104.430
14	201	202	203	101°52'56.4"	181.4"	57.971
15	202	203	3	176°50'15.9"	65.9"	23.278
16	102	2000	2001	109°40'18.6"	1764.6"	106.331
17	2000	2001	201	36°07'56.4"	210.2"	104.450

وأيضا يمكننا اكتشاف أن الرصد **الرابعة** (الزاوية **٤-٥-٣**) تعد الرصد **الشاذة صاحبة أكبر قيمة للمتبقي القياسي**. لكن القاعدة العامة - كما سبق أن ذكرنا - أن نحدد رصد **شاذة واحدة** يجب حذفها. ففي هذا المثال وبالنظر إلى شكل الشبكة سنجد أن المسافة **٤-٣** تؤثر أيضا على الزاوية **٤-٣-٤**، بمعنى أنه إن كانت المسافة **٤-٣** رصد **شاذة** فقد تكون هي السبب في ظهور هذه الزاوية كرصد **شاذة أيضا**. وحيث أن قيمة المتبقي القياسي للمسافة **٤-٣** أكبر من المتبقي القياسي للزاوية **٤-٣-٤**، فسنقرر هنا أن نحذف المسافة فقط - ونترك الزاوية - في عملية **الضبط الثانية**.

وفي الضبط الثاني كانت النتائج كالتالي:

## تحليل نتائج ضبط الشبكات

**** Adjusted Distance Observations ****						
No.	From	To	Distance	Residual	Std. Res.	
1	1	3	615.693	-0.047	-2.495	
2	1	2	480.644	-0.066	-3.647	
3	1	3	615.693	-0.047	-2.495	
4	2001	201	425.902	0.002	0.265	
5	3	6	201.963	-0.017	-1.032	
6	3	5	410.439	-0.001	-0.032	
7	3	2	422.684	-0.016	-0.858	
8	5	2	629.557	-0.023	-1.280	
9	5	1	450.656	-0.014	-0.858	
10	5	6	246.590	-0.020	-1.241	
11	5	4	397.885	-0.005	-0.380	
12	5	3	410.439	-0.021	-1.082	
13	102	103	327.298	-0.072	-10.380	
14	103	1	665.751	-0.039	-5.506	
15	201	202	453.346	0.246	86.073	
16	202	203	709.807	0.027	3.857	
17	203	3	537.193	0.013	1.922	
18	2000	102	125.101	-0.139	-21.759	

**** Adjusted Angle Observations ****						
No.	From	Occ	To	Angle	Residual	Std. Res.
1	2	1	3	316°47'54.2"	-6.3"	-1.551
2	2	3	4	167°32'31.0"	3.0"	0.380
3	2	3	6	71°42'46.0"	-5.5"	-0.576
4	2	3	5	98°09'18.6"	-17.9"	-2.088
5	2	3	1	51°07'04.1"	-6.9"	-1.360
6	203	3	2	85°59'26.7"	-29.3"	-19.340
7	2	5	3	318°20'51.4"	-3.1"	-0.532
8	1	5	3	268°50'03.4"	30.9"	4.353
9	6	5	3	338°36'37.1"	-1.4"	-0.238
10	3	5	4	324°17'43.6"	-0.4"	-0.381
11	2000	102	103	162°24'10.2"	-2045.8"	-109.353
12	102	103	1	171°57'51.2"	-231.8"	-110.360
13	2001	201	202	263°58'20.3"	241.6"	99.714
14	201	202	203	101°52'34.7"	159.7"	51.023
15	202	203	3	176°49'56.1"	46.1"	16.273
16	102	2000	2001	109°40'17.7"	1763.7"	106.280
17	2000	2001	201	36°07'46.9"	200.7"	99.688

ومن الجدير باللحظة أن الزاوية ٤-٥-٣ لم تعد رصده شاذة بمجرد حذف المسافة ٤-٣، معنني أن المسافة المحنوفة كانت بالفعل مؤثرة على نتيجة الاختبار الإحصائي لهذه الزاوية. وتدل نتائج الضبط الثاني على وجود ٣ زوايا كأرصاد شاذة، فنقوم بحذف الرصدة ١٢ (الزاوية ١٠٣-١٠٢) حيث أنها صاحبة قيمة أكبر متبقي قياسي، ونعيد عملية الضبط للمرة الثالثة:

***** Adjusted Distance Observations *****						
Station	Station	Occupied	Sighted	Distance	V	Std.Res.
2001	201			425.88	-0.023	-3.25
201	202			453.09	-0.005	-3.25
202	203			709.76	-0.023	-3.25
203	3			537.16	-0.023	-3.25
5	3			410.45	-0.011	-0.60
5	4			397.89	-0.003	-0.19
5	6			246.60	-0.014	-0.83
5	1			450.68	0.013	0.80
5	2			629.58	0.003	0.15
3	2			422.70	0.003	0.16
3	1			615.75	0.008	0.40
3	5			410.45	0.009	0.44
3	6			201.97	-0.013	-0.78
1	2			480.71	-0.003	-0.19
1	3			615.75	0.008	0.40
2000	102			125.26	0.020	3.25
102	103			327.39	0.023	3.25
103	1			665.81	0.023	3.25

***** Adjusted Angle Observations *****						
Station	Station	Station	Angle	V	Std.Res.	
Backsighted	Occupied	Foresighted				
102	2000	2001	109°11'11.1"	17.06"	3.25	
2000	102	103	162°58'05.1"	-10.95"	-3.25	
2000	2001	201	36°04'23.8"	-2.45"	-3.25	
2001	201	202	263°54'15.7"	-2.97"	-3.25	
201	202	203	101°49'46.3"	-8.72"	-3.25	
202	203	3	176°49'01.0"	-8.98"	-3.25	
203	3	2	8°59'51.1"	-4.91"	-3.25	
2	1	3	316°48'02.8"	2.29"	0.57	
3	5	4	324°17'43.8"	-0.19"	-0.19	
6	5	3	338°36'37.0"	-1.51"	-0.26	
1	5	3	268°49'43.7"	11.20"	1.57	
2	5	3	318°20'51.1"	-3.44"	-0.59	
2	3	1	51°07'14.4"	3.45"	0.68	
2	3	5	98°09'22.0"	-14.55"	-1.71	
2	3	6	71°42'48.5"	-2.97"	-0.31	
2	3	4	167°32'29.5"	1.48"	0.19	

وحيث أن نتائج عملية الضبط الثالثة لا تشير لوجود أية أرصاد شاذة outliers or blunders (لاحظ أننا نستخدم القيمة ٣.٢٩ كمستوي رفض في المعادلة ٣-١٦) فتعد نتائج هذه العملية هي النتائج النهائية للضبط، ومن ثم فإن الإحداثيات النهائية للشبكة تكون كالتالي:

***** Adjusted stations *****					
station	X	y	$\sigma_x$	$\sigma_y$	
1	2,477,233.72	420,353.59	0.071	0.069	
2	2,477,497.89	419,951.98	0.050	0.083	
3	2,477,832.55	420,210.21	0.062	0.107	
4	2,477,991.64	420,400.58	0.077	0.121	
5	2,477,630.43	420,567.45	0.088	0.093	
6	2,477,665.22	420,323.32	0.071	0.096	
102	2,476,455.89	419,741.38	0.024	0.018	
103	2,476,735.05	419,912.42	0.051	0.070	
201	2,476,576.23	419,589.23	0.020	0.022	
202	2,476,948.74	419,331.29	0.029	0.041	
203	2,477,463.84	419,819.58	0.040	0.077	

مثال ٢:

للدلالة على أهمية وتأثير تحليل اكتشاف الأرصاد الشاذة في الشبكات المساحية والجيوديسية (مثل شبكات الجي بي أس) يعرض الجدول التالي قيم إحداثيات بعض نقاط شبكة جي بي أس مكونة من ٢٠ نقطة تم عمل ١٢ عملية ضبط LSA متكرر لأرصادها حتى أمكن اكتشاف وحذف جميع الأرصاد الشاذة بها. ويتبين من هذا الجدول مدى التحسن الذي طرأ على دقة الشبكة حيث انخفضت قيم الأخطاء المعياري لإحداثيات النقاط بدرجة كبيرة ومؤثرة، مما يدل على تأثير تحليل الأرصاد الشاذة في الوصول لمستوي دقة وصدقانية عالي.

Adj	St.	X	Y	Z
1 12	2	4896330.813±0.091 30.822±0.008	3167453.249±0.096 53.231±0.009	2575259.755±0.101 59.752±0.009
1 12	3	4900749.351±0.080 49.353±0.008	3165047.939±0.107 47.921±0.011	2569831.582±0.125 31.549±0.013
1 12	4	4899907.405±0.123 07.358±0.024	3164614.389±0.089 14.384±0.017	2571940.935±0.085 40.925±0.016
1 12	5	4899546.297±0.078 46.303±0.010	3166777.201±0.103 77.204±0.013	2569984.087±0.125 84.204±0.016

#### ٤-٣-٦ اكتشاف مصداقية الأرصاد

يعد معامل المصداقية لكل رصده redundancy number أحد أساليب تحليل الأرصاد وبيان مدى تأثير كل رصده من مجموعة الأرصاد على مصداقية و جودة الشبكة المساحية ككل، ويتم حسابه بالمعادلة:

$$(16-4) \quad r_i = q_{ii} w_{ii}$$

حيث:

$$\begin{aligned} & \text{معامل المصداقية } redundancy \text{ number } r_i \text{ للرصدة } i \\ & \text{العنصر القطرى في مصفوفة التباين-الترابط للمتبقيات } (المعادلة ٢-١٦) \text{ المناظر} \\ & \text{للرصدة } i \\ & \text{العنصر القطرى في مصفوفة الوزن المناظر للرصدة } i \\ & \text{ } \end{aligned}$$

وتتراوح قيمة معامل المصداقية بين الصفر و الواحد، وهو يعد مؤشرا على الترابط الهندسي geometrical strength لعملية الضبط. فكلما كانت القيم المتوسطة لمعامل المصداقية للشبكة صغيرة دل ذلك على أن أرصاد الشبكة لا تحتوي اختبارات أو تحقيقات checks لاكتشاف الأرصاد الشاذة، أو بمعنى آخر فإن احتمال وجود أرصاد شاذة لا يمكن اكتشافها يعد احتمالا كبيرا في هذه الحالة. أيضا كلما كانت قيم معامل المصداقية قريبة من الصفر دل ذلك على أن عملية الضبط adjustment ذاتها لم تغير كثيرا في جودة الأرصاد الأصلية. أما إن كان معامل مصداقية رصده معينة يساوي الصفر فيدل ذلك على أن هذه الرصدة لا يوجد لها أي تحقيق لضمان جودتها (ذلك تسمى الرصدة غير المحققة no-check observation). وإن كانت قيمة معامل مصداقية رصده معينة قريبة من الواحد فيدل ذلك على أن هذه الرصدة قد تم ضبطها بصحبة precision عالية.

مثال ١:

الجدول التالي يقدم نتائج الضبط الثالث للمثال السابق (بعد اكتشاف و حذف جميع الأرصاد الشاذة) مع وجود قيم معامل المصداقية لأرصاد الشبكة في العمود الأخير:

***** Adjusted Distance Observations *****							
Station	Station	Occupied	Sighted	Distance	V	Std.Res.	Red.#
2001	201	425.88	-0.023	-3.25	0.102		
201	202	453.09	-0.005	-3.25	0.006		
202	203	709.76	-0.023	-3.25	0.104		
203	3	537.16	-0.023	-3.25	0.103		
5	3	410.45	-0.011	-0.60	0.767		
5	4	397.89	-0.003	-0.19	0.436		
5	6	246.60	-0.014	-0.83	0.556		
5	1	450.68	0.013	0.80	0.542		
5	2	629.58	0.003	0.15	0.678		
3	2	422.70	0.003	0.16	0.736		
3	1	615.75	0.008	0.40	0.745		
3	5	410.45	0.009	0.44	0.767		
3	6	201.97	-0.013	-0.78	0.580		
1	2	480.71	-0.003	-0.19	0.688		
1	3	615.75	0.008	0.40	0.745		
2000	102	125.26	0.020	3.25	0.082		
102	103	327.39	0.023	3.25	0.101		
103	1	665.81	0.023	3.25	0.104		

***** Adjusted Angle Observations *****									
Station	Station	Station	Backsighted	Occupied	Foresighted	Angle	V	Std.Res.	Red.#
102	2000	2001	109°11'11.1"	17.06"	3.25	0.042			
2000	102	103	162°58'05.1"	-10.95"	-3.25	0.014			
2000	2001	201	36°04'23.8"	-2.45"	-3.25	0.010			
2001	201	202	263°54'15.7"	-2.97"	-3.25	0.009			
201	202	203	101°49'46.3"	-8.72"	-3.25	0.110			
202	203	3	176°49'01.0"	-8.98"	-3.25	0.109			
203	3	2	8°59'51.1"	-4.91"	-3.25	0.054			
2	1	3	316°48'02.8"	2.29"	0.57	0.410			
3	5	4	324°17'43.8"	-0.19"	-0.19	0.016			
6	5	3	338°36'37.0"	-1.51"	-0.26	0.302			
1	5	3	268°49'43.7"	11.20"	1.57	0.528			
2	5	3	318°20'51.1"	-3.44"	-0.59	0.691			
2	3	1	51°07'14.4"	3.45"	0.68	0.497			
2	3	5	98°09'22.0"	-14.55"	-1.71	0.680			
2	3	6	71°42'48.5"	-2.97"	-0.31	0.392			
2	3	4	167°32'29.5"	1.48"	0.19	0.294			

ومن هذا الجدول يمكننا اكتشاف وجود عدد من الأرصاد التي لها معامل مصداقية قليل جداً، مما يدل على أنها أرصاد غير محققة **un-checked** بدرجة جيدة. وهذا بالطبع يدل على وجود ضعف **weakness** في التركيب الهندسي للشبكة. وهنا يكون القرار السليم بإعادة رصد هذه القياسات مرة أخرى، ومن ثم إعادة عملية الضبط كلها من جديد لزيادة مصداقية الشبكة المساحية.

وهناك طريقة أخرى لبيان تأثير عملية الضبط على الأرصاد باستخدام الاختبار الإحصائي **F**. ويتم ذلك بحساب ناتج قسمة الانحراف المعياري للرصة المضبوطة على الانحراف المعياري للرصة الأصلية، ومقارنة هذا الناتج بالحدود المقبولة المستخرجة من جدول اختبار **F test**. ويمكن تبسيط هذا التحليل باستخدام المعادلة:

$$\sigma_{(l)} / \sigma_{(b)} < 0.8$$

حيث:

- $\sigma_{(l)}$  الانحراف المعياري للرصة المضبوطة  $i$  (أي العنصر القطري المناظر لهذه الرصدة في المصفوفة  $(\sigma)$  من المعادلة ٩-١١)
- $\sigma_b$  الانحراف المعياري للرصة الأصلية  $b$

. reliable observation . فإن تحقق هذا الشرك فيدل ذلك على وجود رصده ذات مصداقية

مثال ٢:

بالرجوع لمثال الترافرس المغلق المذكور بالفصل الثالث عشر (أنظر ٥-١٣) سيتم حساب مصفوفة التباين-الترابط للأرصاد المضبوطة كالتالي:

$$\sigma_{(l)} = A(A^T W A)^{-1} A^T = \begin{bmatrix} 5.067 & & & & & & & & \\ & 9.137 & & & & & & & \\ & & 10.240 & & & & & & \\ & & & 10.948 & & & & & \\ & & & & 4.462 & & & & \\ & & & & & 0.0000081 & & & \\ & & & & & & 0.0000121 & & \\ & & & & & & & 0.0000087 & \\ & & & & & & & & 0.0000129 \\ & & & & & & & & & 0.0000144 \\ & & & & & & & & & & 0.0000143 \end{bmatrix}$$

ومن ثم فإن الانحراف المعياري لكل رصده مضبوطة هو الجذر التربيعي لعناصر قطر هذه المصفوفة. ثم نحسب قيمة  $\sigma_{(l)}/\sigma_b$  ونقارنه بالقيمة ٠.٨. كالتالي:

Observation	Standard error of estimated observation $\sigma_{(l)}$	Standard error of observed observation $\sigma_b$	Test statistic $\frac{\sigma_{(l)}}{\sigma_b}$	Is $\frac{\sigma_{(l)}}{\sigma_b} < 0.8$ ?
Angles	ABE	2.3"	5.0"	0.45 yes
	EBC	3.0"	5.0"	0.60 yes
	BCD	3.2"	5.0"	0.64 yes
	DEB	3.3"	5.0"	0.66 yes
	BEA	2.1"	5.0"	0.42 yes
Distance AB	ABE	0.0028 m	0.004 m	0.71 yes
	EBC	0.0035 m	0.004 m	0.87 no
	BCD	0.0029 m	0.004 m	0.74 yes
	DEB	0.0036 m	0.004 m	0.90 no
	CD	0.0038 m	0.004 m	0.95 no
	DE	0.0038 m	0.004 m	0.95 no

أي أن هناك ٤ أرصاد ليست ذات مصداقية جيدة AE, BE, CD, DE أو بمعنى آخر فإن أية أخطاء في هذه الأرصاد لن يكون من السهل اكتشافها في عملية ضبط مجموع أقل المربعات.

### ٦-٣-٥ الشكل البيضاوي القياسي للأخطاء

الشكل البيضاوي القياسي للخطأ standard error ellipse هو مقياس غير نصي (بالرسم graphical) لبيان دقة الإحداثيات المضبوطة لنقاط الشبكة المساحية. وكلما كانت الأشكال البيضاوية لنقاط الشبكة صغيرة الحجم ومتناصفة في الشكل (وقريبة من شكل الدائرة) كلما دل ذلك على جودة التركيب الهندسي العام للشبكة.

ويتم حساب نصف المحور الأكبر ونصف المحور الأصغر وزاوية الميل هذا الشكل البيضاوي كالتالي:

$$\tan 2t = 2q_{xy} / (q_{yy} - q_{xx}) \quad (16-5)$$

$$\sigma_u = \sigma_o \sqrt{q_{uu}} \quad (16-6)$$

$$\sigma_v = \sigma_o \sqrt{q_{vv}} \quad (16-7)$$

$$q_{uu} = q_{xx} \sin^2 t + 2q_{xy} \cos t \sin t + q_{yy} \cos^2 t \quad (16-8)$$

$$q_{vv} = q_{xx} \cos^2 t - 2q_{xy} \cos t \sin t + q_{yy} \sin^2 t \quad (16-9)$$

حيث:

$t$

زاوية اتجاه الشكل البيضاوي (مقاسة مع اتجاه دوران عقرب الساعة بدءاً من اتجاه الشمال).

الخطأ المعياري للرصدة ذات الوزن الواحد.

$\sigma_0$

الخطأ المعياري لإحداثيات النقطة في نظام الإحداثيات المحلية U,V,W وهمما نصف المحور الأكبر ونصف المحور الأصغر للشكل البيضاوي القياسي للخطأ لهذه النقطة.

$\sigma_u, \sigma_v$

العناصر القطرية لمصفوفة التباين-الترابط للإحداثيات المضبوطة في نظام X,Y

$q_{yy}, q_{xx}$

العنصر غير القطيри off-diagonal (أي قيمة الترابط covariance) في مصفوفة التباين-الترابط للإحداثيات المضبوطة في نظام Y,X

$q_{xy}$

العناصر القطرية لمصفوفة التباين-الترابط للإحداثيات المضبوطة في نظام Z,W,U

$q_{vv}, q_{uu}$

مثال ١ (الحسابات):

في شبكة مثلثات كانت نتائج الضبط للنقطة A كالتالي:

$$\sigma_o = \pm 0.136m$$

$$Q_{xx} = \begin{bmatrix} 1.198574 & -1.160249 \\ -1.160249 & 2.634937 \end{bmatrix}$$

يمكنا حساب القيم التالية:

$$\tan 2t = 2q_{xy} / (q_{yy} - q_{xx}) = 2(-1.160249) / (2.634937 - 1.198574) = -1.6155$$

إذن:

$$2t = \tan^{-1}(-1.6155) = 301^\circ 45.5'$$

$$t = 150^\circ 53'$$

$$q_{uu} = q_{xx} \sin^2 t + 2q_{xy} \cos t \sin t + q_{yy} \cos^2 t = 1.355815$$

$$q_{vv} = q_{xx} \cos^2 t - 2q_{xy} \cos t \sin t + q_{yy} \sin^2 t = 0.857493$$

$$\sigma_u = \sigma_o \sqrt{q_{uu}} = 0.136 \sqrt{1.355815} = 0.25$$

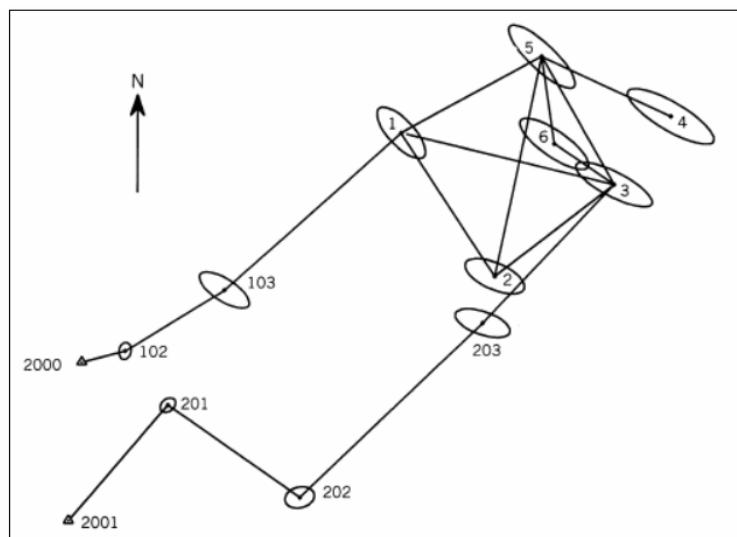
$$\sigma_v = \sigma_o \sqrt{q_{vv}} = 0.136 \sqrt{0.857493} = 0.10$$

مثال ٢ (التحليل):

كانت النتائج النهائية (بعد اكتشاف و حذف الأرصاد الشاذة) لضبط الشبكة المساحية الأرضية السابقة كما يلي:

Station	X	Y	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_u$	$\sigma_v$	t
1	2,477,233.72	420,353.59	0.071	0.069	0.092	0.036	133.47°
2	2,477,497.89	419,951.98	0.050	0.083	0.090	0.037	156.01°
3	2,477,832.55	420,210.21	0.062	0.107	0.119	0.034	152.80°
4	2,477,991.64	420,400.58	0.077	0.121	0.138	0.039	149.71°
5	2,477,630.43	420,567.45	0.088	0.093	0.123	0.036	136.74°
6	2,477,665.22	420,323.32	0.071	0.096	0.114	0.036	145.44°
102	2,476,455.89	419,741.38	0.024	0.018	0.024	0.017	80.86°
103	2,476,735.05	419,912.42	0.051	0.070	0.081	0.031	147.25°
201	2,476,576.23	419,589.23	0.020	0.022	0.024	0.017	37.73°
202	2,476,948.74	419,331.29	0.029	0.041	0.042	0.029	14.24°
203	2,477,463.84	419,819.58	0.040	0.077	0.081	0.032	160.84°

وباستخدام قيم الأعمدة الثلاثة الأخيرة في الجدول السابق ( $\sigma_v$ ,  $\sigma_u$  نصف قطر المحورين، و  $t$  زاوية الدوران) أمكن رسم الشكل البيضاوي القياسي للخطأ عند كل نقطة من نقاط الشبكة كما يوضح من الشكل التالي:



ومن هذا الشكل يمكننا استنباط بعض نقاط الشبكة التي لها شكل بيضاوي قياسي للخطأ الكبير نسبياً في حجمه، مما يدل على أن جودة ومصداقية نتائج ضبط هذه النقاط ليست عالية. ومن ثم فإن هذه الأشكال البيضاوية الكبيرة تعد مؤشراً على صعف التركيب الهندسي للشبكة. وهذه النتيجة هي نفس ما توصلنا إليه من تحليل معامل المصداقية السابق، لكن هنا بصورة غير نصية أو بالرسم graphically . ومرة أخرى يكون القرار السليم في مثل هذه الحالة هو إعادة رصد هذه القياسات مرة أخرى، ومن ثم إعادة عملية الضبط كلها من جديد لزيادة مصداقية الشبكة المساحية.

## المراجع

### المراجع العربية

- الحسيني، محمد صفت (٢٠٠٢) الجيوديسيا، كلية الهندسة، جامعة القاهرة.
- شكري ، علي سالم و عبد الرحيم ، محمود حسني و مصطفى ، محمد رشاد الدين (١٩٩٤م) المساحة المستوية: الميزانيات و الكميات ، منشأه المعارف ، الإسكندرية ، مصر.
- شكري ، علي سالم و عبد الرحيم ، محمود حسني و مصطفى ، محمد رشاد الدين (١٩٩٤م) المساحة الطبوغرافية و تطبيقاتها في الهندسة المدنية ، منشأه المعارف ، الإسكندرية ، مصر.
- شكري ، علي سالم و عبد الرحيم ، محمود حسني و مصطفى ، محمد رشاد الدين (١٩٨٩م) المساحة الجيوديسية، منشأه المعارف ، الإسكندرية ، مصر.
- شكري ، علي سالم و عبد الرحيم ، محمود حسني و مصطفى ، محمد رشاد الدين (١٩٩٨م) المساحة التصويرية و القياس الالكتروني و نظرية الأخطاء ، منشأه المعارف ، الإسكندرية ، مصر.
- عبد العزيز ، يوسف إبراهيم و الحسيني ، محمد صفت (٢٠٠٧م) المساحة ، دار المعرفة للنشر و التوزيع ، القاهرة ، مصر.
- مصطففي ، محمد رشاد الدين ، (ب.ت) نظرية الأخطاء و تطبيقاتها في المساحة، الإسكندرية، مصر.
- مصطففي ، محمد رشاد الدين ، (ب.ت) جبر المصفوفات وتصحيحات الأرصاد المساحية، الإسكندرية، مصر.
- المؤسسة العامة لتعليم الفني والتدريب المهني (١٤٢٥هـ) الحساب المساحي، مقرر دراسي للكليات التقنية، الرياض ، المملكة العربية السعودية.

### المراجع الأجنبية

- Davis, R., Foote, F., Anderson, J. and Mikhail, E. (1981) Surveying: Theory and practice, 6th Ed., McGraw-Hill Co., New York, USA.
- Dawod, G. (1992) Some considerations in the adjustment of GPS-derived baselines in the network mode, MSC Thesis, Ohio State University, USA.
- Dawod, G. (1998) A national gravity standardization network for Egypt, PhD Thesis, Zagazig University, Egypt.
- Fan, H. (2010) Theory of errors and least squares adjustment, Report No. 2015, Division of geodesy and geo-informatics, Royal institute of technology, Stockholm, Sweden.
- Ghilani, C. and Wolf, P. (2006) Adjustment computations: Spatial data analysis, 4<sup>th</sup> edition, Wiley & Sons Inc., New Jersey, USA.

- Ghilani, C. and Wolf, P. (2012) Elementary surveying: An introduction to geomatics, 13<sup>th</sup> edition, Prentice Hall, Boston, USA.
- Mikhail, E. (1976) Observations and least squares, University Press of America Inc., London, England.
- Moritz, H. (1972) Advanced least-squares methods, Report No. 175, Department of geodetic sciences, Ohio state university, Ohio, USA.
- Nassar, M. (1994) Advanced geometric geodesy, Lecture notes, Department of public works, Faculty of engineering, Ain Shams university, Cairo, Egypt.
- Schofield, W. and Breach, M. (2007) Engineering surveying, 6<sup>th</sup> edition, Elsevier, Boston, USA.
- US Army Corps of Engineers (2001) Topographic surveying, Engineering field manual FM 3-34.331, Washington DC, USA.
- US Army Corps of Engineers (2002) Geodetic and control surveying, Engineering manual EM 1110-1-1004, Washington DC, USA.
- US Army Corps of Engineers (2003) NAVASTAR global positioning system surveying, Engineering manual EM 1110-1-1003, Washington DC, USA.
- US NDSDI (US National Spatial Data Infrastructure) (1998) Geospatial positioning accuracy standards: Part 2 Standards for geodetic networks, FGDC-STD-007.2, Virginia, USA.
- US NDSDI (US National Spatial Data Infrastructure) (2008) Geospatial information framework data content: Part 4 Geodetic control, FGDC-STD-014.4, Virginia, USA.
- US FDCC (US Federal Geodetic Control Committee) (1984) Standards and specifications for geodetic control networks, Maryland, USA.
- US FDCC (US Federal Geodetic Control Committee) (1988) Geometric geodetic accuracy standards and specifications or using GPS relative positioning techniques, version 5, Maryland, USA.
- Wells, D. and Karakiwsky, E. (1971) The method of least squares, Lecture notes 18, Geodesy and geomatics engineering department, New Brunswik university, Canada.

**ملحق رقم ١**  
**بعض الجداول الإحصائية**

**أولاً: جدول التوزيع الطبيعي**

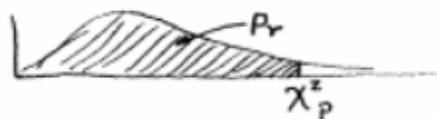
CUMULATIVE NORMAL DISTRIBUTION - VALUES OF Pr



Values of Pr corresponding to c for the normal curve.

The value of Pr for (-c) equals one minus the value of Pr for (+c).

c	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

ثانياً: جدول توزيع مربع كايPERCENTILES OF THE  $\chi^2$  DISTRIBUTIONValues of  $\chi_P^2$  corresponding to  $Pr.$ 

$\nu$	$\chi_{.05}^2$	$\chi_{.01}^2$	$\chi_{.001}^2$	$\chi_{.05}^2$	$\chi_{.01}^2$	$\chi_{.001}^2$	$\chi_{.05}^2$	$\chi_{.01}^2$	$\chi_{.001}^2$	$\chi_{.05}^2$
1	.000039	.00016	.00098	.0039	.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.1026	.2107	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.0717	.115	.216	.352	.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.207	.297	.484	.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.43	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
120	83.85	86.92	91.58	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95	163.64

PERCENTILES OF THE  $\chi^2$  DISTRIBUTION

## PROBABILITY FUNCTIONS

PERCENTAGE POINTS OF THE  $\chi^2$ -DISTRIBUTION—VALUES OF  $\chi^2$  IN TERMS OF  $Q$  AND  $\nu$ 

$\nu \backslash Q$	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.75	0.5	0.25
1 { -5 } 3.92704	{ -4 } 1.57088	{ -4 } 9.82069	{ -3 } 3.93214	0.0157908	0.101531	0.454937	1.32330	
2 { -2 } 1.00251	{ -2 } 2.01007	{ -2 } 5.06356	0.102587	0.210720	0.575364	1.38629	2.77259	
3 { -2 } 7.17212	0.114832	0.215795	0.351846	0.584375	1.212534	2.36597	4.10835	
4 0.206990	0.297110	0.484419	0.710721	1.063623	1.92255	3.35670	5.38527	
5 0.411740	0.554300	0.831211	1.145476	1.61031	2.67460	4.35146	6.62568	
6 0.675727	0.872085	1.237347	1.63539	2.20413	3.45460	5.34812	7.84080	
7 0.989265	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485	6.34581	9.03715	
8 1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064	7.34412	10.2188	
9 1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883	8.34283	11.3887	
10 2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	6.73720	9.34182	12.5489	
11 2.60321	3.05347	3.81575	4.57481	5.57779	7.58412	10.3410	13.7007	
12 3.07382	3.57056	4.40379	5.22603	6.30380	8.43842	11.3403	14.8454	
13 3.56503	4.10691	5.00874	5.89186	7.04150	9.29906	12.3398	15.9839	
14 4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	7.78953	10.1653	13.3393	17.1170	
15 4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	8.54675	11.0365	14.3389	18.2451	
16 5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	9.31223	11.9122	15.3385	19.3688	
17 5.69724	6.40776	7.56418	8.67176	10.0852	12.7919	16.3381	20.4887	
18 6.26481	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	13.6753	17.3379	21.6049	
19 6.84398	7.63273	8.90655	10.1170	11.6509	14.5620	18.3376	22.7178	
20 7.43386	8.26040	9.59083	10.8508	12.4426	15.4518	19.3374	23.8277	
21 8.03366	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396	16.3444	20.3372	24.9348	
22 8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370	26.0393	
23 9.26042	10.19567	11.6885	13.0905	14.8479	18.1373	22.3369	27.1413	
24 9.88623	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	19.0372	23.3367	28.2412	
25 10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366	29.3389	
26 11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919	20.8434	25.3364	30.4345	
27 11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	21.7494	26.3363	31.5284	
28 12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392	22.6572	27.3363	32.6205	
29 13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	23.5666	28.3362	33.7109	
30 13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992	24.4776	29.3360	34.7998	
40 20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505	33.6603	39.3354	45.6160	
50 27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886	42.9421	49.3349	56.3336	
60 35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589	52.2938	59.3347	66.9814	
70 43.2752	45.4416	48.7576	51.7393	55.3290	61.6983	69.3344	77.5766	
80 51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	71.1445	79.3343	88.1303	
90 59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912	80.6247	89.3342	98.6499	
100 67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581	90.1332	99.3341	109.141	
X -2.5758	-2.3263	-1.9600	-1.6449	-1.2816	-0.6745	0.0000	0.6745	
			$Q(\chi^2; \nu) = \left[ 2^{\frac{1}{2}} \Gamma \left( \frac{\nu}{2} \right) \right]^{-1} \int_{\chi^2}^{\infty} e^{-\frac{t}{2}} t^{\frac{\nu-1}{2}} dt$					

ثانياً: جدول توزيع t

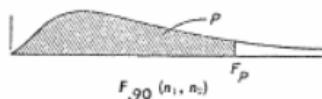
PERCENTILES OF THE t DISTRIBUTION



$\nu$	$t_{.00}$	$t_{.01}$	$t_{.02}$	$t_{.05}$	$t_{.10}$	$t_{.20}$	$t_{.50}$	$t_{.90}$
1	.325	.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	.289	.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	.277	.584	.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	.271	.569	.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	.267	.559	.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	.265	.553	.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	.263	.549	.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	.262	.546	.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	.261	.543	.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	.260	.542	.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	.260	.540	.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	.259	.539	.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	.259	.538	.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	.258	.537	.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	.258	.536	.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	.258	.535	.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	.257	.534	.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	.257	.534	.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	.257	.533	.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	.257	.533	.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	.257	.532	.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	.256	.532	.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	.256	.532	.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	.256	.531	.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	.256	.531	.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	.256	.531	.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	.256	.531	.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	.256	.530	.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	.256	.530	.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	.256	.530	.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	.255	.529	.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	.254	.527	.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	.254	.526	.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
$\infty$	.253	.524	.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

ثانياً: جدول توزيع F

PERCENTILES OF THE F DISTRIBUTION

 $n_1$  = degrees of freedom for numerator

$n_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19	60.71	61.23	61.74	62.00	62.26	62.53	62.79	63.06	63.33
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.48	9.49
3	5.51	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14	5.13	
4	4.51	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.79	3.78	3.76
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.12	3.10
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.90	2.87	2.84	2.80	2.78	2.76	2.74	2.72	
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.49	2.47
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.34	2.32	2.30	
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.18	2.16
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.15	2.11	2.08	2.06	
11	3.13	2.76	2.56	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.24	2.21	2.17	2.12	2.09	2.05	2.03	2.00	1.97	
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.93	1.90
13	3.11	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.19	2.16	2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.88	1.85	
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.88	1.83	1.80	
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.82	1.79	1.76
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.70	1.67	1.63
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.64	1.61
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.87	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.84	1.80	1.74	1.72	1.69	1.66	1.63	1.59	1.55
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.88	1.85	1.80	1.75	1.70	1.67	1.64	1.61	1.57	1.53	
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.82	1.77	1.72	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52
26	2.91	2.51	2.31	2.09	2.01	1.96	1.90	1.86	1.82	1.78	1.73	1.68	1.65	1.61	1.58	1.54	1.50		
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.83	1.78	1.73	1.67	1.63	1.60	1.57	1.53	1.49	
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.60	1.56	1.52	1.48
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	2.00	1.99	1.89	1.86	1.83	1.78	1.73	1.68	1.65	1.62	1.58	1.55	1.51	1.47
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.77	1.72	1.67	1.61	1.57	1.54	1.50	1.46	
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.50	1.42	1.38	
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.40	1.35	1.29
120	2.73	2.35	2.13	2.00	1.90	1.82	1.77	1.71	1.68	1.65	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.26	1.19
4	12.71	12.80	12.08	12.94	12.85	12.77	12.72	12.67	12.63	12.58	12.53	12.48	12.43	12.38	12.34	12.30	12.24	12.17	1.00

PERCENTILES OF THE F DISTRIBUTION

 $F_{.95} (n_1, n_2)$  $n_1$  = degrees of freedom for numerator

$n_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.5	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.42	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	5.99	5.91	5.86	5.83	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63	
5	6.61	5.79	5.41	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.69	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.29	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.85	2.81	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.79	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.30	3.09	3.01	2.95	2.89	2.85	2.81	2.75	2.70	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.70	2.65	2.60	2.55	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.62	2.56	2.50	2.46	2.42	2.38	2.35	2.30	2.27
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.55	2.50	2.45	2.41	2.37	2.33	2.29	2.25	2.21
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.46	2.39	2.35	2.32	2.29	2.25	2.20	2.16
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.37	2.32	2.29	2.24	2.20	2.15	2.11	2.06
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.39	2.35	2.31	2.29	2.25	2.21	2.15	2.10	2.06
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.45	2.41	2.34	2.30	2.27	2.23	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.27	2.22	2.19	2.15	2.11	2.07	2.03	1.98
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2													

**ملحق رقم ٢**  
**بعض الموصفات الأمريكية المساحية**

**١-١-١: مواصفات الشبكات الجيوديسية**

الموصفات التقليدية (الأولى) للجنة الوطنية الأمريكية للثوابت الجيوديسية (US FDGC, 1984 and 1988) :

الموصفات عند مستوى ثقة ٩٥%		الخطأ الأساسي (سم)	الدرجة	النوع
الخطأ النسبي المعتمد على طول الخط	١ : ١ ppm			
١٠٠,٠٠٠,٠٠٠ : ١	٠.٠١	٠.٣	AA	شبكات مراقبة تحركات القشرة الأرضية
١٠٠,٠٠٠,٠٠٠ : ١	٠.١	٠.٥	A	شبكات الثوابت الجيوديسية الوطنية الأساسية
١٠٠,٠٠٠,٠٠٠ : ١	١	٠.٨	B	شبكات الثوابت الجيوديسية الوطنية الثانوية
		C: 1 2 A 2 B 3	الشبكات المرجعية الأرضية لتطبيقات الخرائط ونظم معلومات الأراضي والمشروعات الهندسية	
١٠٠,٠٠٠ : ١	١٠			
٥٠,٠٠٠ : ١	٢٠			
٢٠,٠٠٠ : ١	٥٠			
١٠,٠٠٠ : ١	١٠٠			

أيضاً قامت اللجنة الوطنية للموصفات المكانية الأمريكية (US NSDI, 1998 and 2008) بعمل تصنيف آخر لمواصفات الشبكات الجيوديسية والمساحية بناءً على دقتها وليس نوعها، وهو يعتمد على تحديد قيمة الدقة المحلية المتوسطة للشبكة. فمثلاً عندما نقول أن هذه شبكة بدقة ١ ملليمتر فيدل ذلك على أن الخطأ المتوقع للشبكة عند مستوى ثقة ٩٥% يساوي أو أقل من ١ ملليمتر. وعندما نقول أن شبكة أخرى لها دقة ١ سنتيمتر فيدل ذلك على أن الخطأ المتوقع للشبكة عند مستوى ثقة ٩٥% يساوي أو أقل من ١ سنتيمتر، وهكذا.

ويتم تحديد مستوى دقة أي شبكة كالتالي:

- يتم ضبط أرصاد الشبكة LSA بنوع الضبط غير المشروط or un-constrained or minimal-constraint or free net adjustment
- يتم تطبيق المعايير الإحصائية (مثل اختبار مربع كاي) لبيان عدم وجود أية أخطاء كبيرة في الأرصاد وضمان أن الأوزان المستخدمة في الضبط مناسبة وملائمة لأرصاد الشبكة.
- يتم تطبيق اختبارات اكتشاف القياسات الشاذة outliers or blunders والتخلص منها حتى نصل لشبكة خالية من هذه القياسات الخاطئة لتكون هي المستخدمة في الضبط النهائي.

- يتم حساب المتوسط الحسابي لقيم دقة نقاط الشبكة الناتجة من عملية الضبط النهائي فيكون هذا الرقم هو مؤشر دقة الشبكة.  
ومن ثم فإن تصنيف الشبكات الجيوديسية و المساحية يصبح كالتالي:

عند مستوى ثقة ٩٥ % يكون أقل من أو يساوي (بالمتر)	تصنيف الدقة Accuracy Classification
٠.٠٠١	١ مليمتر
٠.٠٠٢	٢ مليمتر
٠.٠٠٥	٥ مليمتر
٠.٠١٠	١ سنتيمتر
٠.٠٢٠	٢ سنتيمتر
٠.٠٥٠	٥ سنتيمتر
٠.١٠٠	١ ديسيمتر
٠.٢٠٠	٢ ديسيمتر
٠.٥٠٠	٥ ديسيمتر
١.٠٠٠	١ متر
٢.٠٠٠	٢ متر
٥.٠٠٠	٥ متر
١٠.٠٠٠	١٠ متر

#### ٤-١-١: موصفات العمل الجيوديسى

الدرجة				البند
C	B	A	AA	
٢	٣	٣	٤	أقل عدد نقاط الربط الأفقية
٤	٥	٥	٥	أقل عدد نقاط الربط الرأسية
٥	٧	١٠	١٠٠	أقل مسافة بين مركز المشروع ونقاط التحكم الموجودة (حيث: ف = أقصى مسافة بالكيلومتر بين مركز المشروع وأي نقطة في المشروع)
اختياري	نعم	نعم	نعم	الحاجة لاستخدام أجهزة ثنائية التردد
٣	٤	٥	٥	عدد الأجهزة التي ترصد في نفس الوقت لا يقل عن
٣٠-٢٠	٦٠	١٢٠	١٨٠	فتره الرصد (دقيقة) لا تقل عن
٤٠-٢٠	٢٠	١٥	١٠	زاوية القناع لا تزيد عن (درجة)
%١٠	%٢٠	%٤٠	%٨٠	نسبة عدد النقاط المحتلة ثلاثة مرات (في أكثر من فتره) لا يقل عن:
				نسبة عدد النقاط المحتلة مرتين (في أكثر من فتره) لا يقل عن: - النقاط الجديدة - نقاط التحكم الرأسية - نقاط التحكم الرئيسية
%٣٠	%٥٠	%٨٠	%١٠٠	
%١٠٠	%١٠٠	%١٠٠	%١٠٠	
%٢٥	%٥٠	%٧٥	%١٠٠	

١٠٠ ، ٣٠، ٢٥ ١٠٠، ٥٠	١٠٠ ١٥	٣٠٠ ١٠	٢٠٠٠ ١٠	محيط الحلقة لا يزيد عن (كم)
، ٢٥، ١٢ ١٢٥، ٦٠	١.٢٥	٠.٢	٠.٢	خطأ قفل الحلقة لا يزيد عن (سم)
٥٠، ٢٠، ١٠ ١٠٠،	١	٠.١	٠.٠١	خطأ قفل الحلقة لا يزيد عن (ppm)
				فرق طول خط القاعدة متكرر الرصد لا يزيد عن (ppm)

١-٣-١: موصفات العمل الطبوغرافي

درجة الشبكات				البند
الثالثة ب	الثالثة أ	الثانية ب	الثانية أ	
٢٠٠	١٠٠	٥٠	٢٠	الدقة النسبية ppm
				عدد نقاط الربط على شبكات الثوابت الجيوديسية:
٢	٢	٢	٢	أقل عدد
٢	٢	٣	٣	أفضل عدد
١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	المسافة بين النقاط الجديدة لا تقل عن (متر)
٢٠ غير مطلوب	٢٠ غير مطلوب	٢٠ ٢٠٠	١٠ ١٠٠	خطأ القفل: أقصى عدد لخطوط القواعد في الحلقة أقصى طول للحلقة لا يزيد عن (كم)
لا نعم ٣٠	لا نعم ٣٠	لا نعم ٤٥	لا نعم ٦٠	مواصفات الرصد الثابت: هل مطلوب أجهزة ثنائية التردد: لخطوط أقل من ٥٠ كم لخطوط أكبر من ٥٠ كم طول فترة الرصد المقترن (دقيقة) زاوية القناع المقترنة (درجة)
١٥	١٥	١٥	١٥	مواصفات العمل المتحرك: أقل عدد للنقاط المرجعية أقصى قيمة PDOP
الشبكة الحرة Free				الضبط: نوع الضبط الأوزان المقترنة للأرصاد:
ppm $2 \pm ٥$ مللي ppm $2 \pm ١٠$ مللي				أفقيا رأسيا

١-٢ موصفات مساحية أخرى١-٢-١: موصفات الميزانيات

الدرجة والنوع						البند
ثالثة	ثانية ٢	ثانية ١	أولى ٢	أولى ١		
رقمي	٠.٨ ملي/كم أوتوماتكي له ميكرومتر	٤٠٠ ملي/كم أوتوماتكي له ميكرومتر	٤٠٠ ملي/كم عادي	٤٠٠ ملي/كم دقيق	٢٠٠ ملي/كم	نوع و دقة الميزان المستخدم
١٠	٥ أو ١٠	٥ أو ١٠	٥	٥	٥	أقل ترقيم على القامة (ملي)
٠.١٠	٠٠٥	٠٠٥	٠٠٥	٠٠٥	٠٠٥	أكبر قيمة لخط القراءة (ملي/م)
١	٠.١	٠.١	٠.٠١	٠.٠١	٠.٠١	تسجيل القراءات لأقرب (ملي)
٩٠	٧٠	٦٠	٦٠	٥٠	٥٠	أقصى طول للرصدة (م)
١٠	١٠	٥	٥	٢	٢	الرصدة الأمامية و الخلفية متواافقين حتى (م)
أي وقت طالما يسمح الوقت بقراءة دقيقة		قبل ١٠ ص	قبل ١٠ ص	قبل ١٠ ص	قبل ١٠ ص	وقت الرصد
الوقت بقراءة دقيقة		و بعد ٢ م	و بعد ٢ م	و بعد ٢ م	و بعد ٢ م	
$12\sqrt{km}$	$8\sqrt{km}$	$6\sqrt{km}$	$4\sqrt{km}$	$3\sqrt{km}$	$2\sqrt{km}$	أقصى خطأ قفل لخط (ملي)
$12\sqrt{km}$	$8\sqrt{km}$	$6\sqrt{km}$	$5\sqrt{km}$	$4\sqrt{km}$	$3\sqrt{km}$	أقصى خطأ قفل للحافة (ملي)

١-٢-٢: موصفات قياسات الزوايا للرفع الطبوغرافي

الدرجة والنوع						البند
ثالثة	ثانية ٢	ثانية ١	أولى ٢	أولى ١		
"١٠٠	"١٠٠	"١٠٠	"١٠٠	"٠٠٢	"٠٠٢	أقل قراءة للجهاز
٢	٢	٢	٣	٤	٤	أقل عدد نقاط الثوابت الأرضية
: ١ ٥،٠٠٠	: ١ ١٠،٠٠٠	٢٠،٠٠٠ : ١	: ١ ٥٠،٠٠٠	: ١ ١٠٠،٠٠٠	: ١ ١٠٠،٠٠٠	خطأ القفل النسبي
$0.80\sqrt{km}$	$0.40\sqrt{km}$	$0.20\sqrt{km}$	$0.08\sqrt{km}$	$0.04\sqrt{km}$	فرق لنقاط إحداثيات الثوابت	أقصى الثوابت

**ملحق رقم ٣****ملفات تدريبية باللغة العربية على الانترنت****أولاً: ملفات فيديو لمحاضرات علمية عامة**

الهندسة المساحية:

<http://youtu.be/cUj9XgOW-7M>

الجيوماتكس:

<http://youtu.be/oqP0jROrjYc>

الجيوديسيا: أسس علمية:

الجزء الأول:

<http://youtu.be/NdJ1xV1QqAA>

الجزء الثاني:

<http://youtu.be/uU-BLz-O3rQ>

الرفع المساحي بالجي بي أس:

الجزء الأول:

[http://youtu.be/2D\\_ZIvNo6rA](http://youtu.be/2D_ZIvNo6rA)

الجزء الثاني:

<http://youtu.be/UtZFq2kGhTQ>

نظم المعلومات الجغرافية: أسس علمية:

الجزء الأول:

<http://youtu.be/TzxnG3iSYYs>

الجزء الثاني:

<http://youtu.be/rBPytnU0FM>

التحليل المكاني في إطار نظم المعلومات الجغرافية:

الجزء الأول:

<http://youtu.be/ueqm-jFrfUQ>

الجزء الثاني:

<http://youtu.be/buDf9FMnjM0>

الخراطط: أساس علمية:

الجزء الأول:

<http://youtu.be/u2148AXIG70>

الجزء الثاني:

<http://youtu.be/vZN4pp4ud3g>

الصور الجوية و المرئيات الفضائية:

الجزء الأول:

<http://youtu.be/Dty61-5dSpo>

الجزء الثاني:

<http://youtu.be/0M0R9UrCUDs>

توسيعة المسجد الحرام عبر التاريخ:

النسخة العربية:

<http://youtu.be/oJ-dUIHkLpg>

النسخة الانجليزية:

[http://youtu.be/bb52H1c\\_Z6M](http://youtu.be/bb52H1c_Z6M)

جغرافية مصر باستخدام نظم المعلومات الجغرافية:

<http://youtu.be/kU5wertjKV0>

جغرافية مدينة مكة المكرمة و المشاعر المقدسة

<http://youtu.be/6TxI1L4kK1w>

ثانياً: كتب باللغة العربية:

مبادئ المساحة:

[http://www.academia.edu/1536378/Principles\\_of\\_Surveying\\_in\\_ARABIC](http://www.academia.edu/1536378/Principles_of_Surveying_in_ARABIC)

وأيضاً:

[http://www.4shared.com/office/W7ZVbmUR/\\_2012.html](http://www.4shared.com/office/W7ZVbmUR/_2012.html)

الجيوماتكس: علم المعلوماتية الأرضية

[http://www.academia.edu/4954764/Geomatics\\_in\\_Arabic](http://www.academia.edu/4954764/Geomatics_in_Arabic)

وأيضاً:

[http://www.4shared.com/office/\\_kV-o1gx/\\_2014.html](http://www.4shared.com/office/_kV-o1gx/_2014.html)

المدخل إلى النظام العالمي لتحديد المواقع:

[http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Books/819875/An\\_Introduction\\_to\\_GPS\\_in\\_ARABIC](http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Books/819875/An_Introduction_to_GPS_in_ARABIC)

وأيضاً:

[http://www.4shared.com/office/cF64h3W2/\\_2010.html](http://www.4shared.com/office/cF64h3W2/_2010.html)

أسس المساحة الجيوديسية و الجي بي أس:

[http://www.academia.edu/1823906/Geodetic Surveys and GPS in ARABIC](http://www.academia.edu/1823906/Geodetic_Surveys_and_GPS_in_ARABIC)

وأيضاً:

<http://www.4shared.com/office/kCpAymjl/2012.html>

المدخل إلى الخرائط الرقمية:

[http://www.academia.edu/1228037/Computer Mapping in Arabic](http://www.academia.edu/1228037/Computer_Mapping_in_Arabic)

وأيضاً:

[http://www.4shared.com/office/sktltH1z/\\_2012.html](http://www.4shared.com/office/sktltH1z/_2012.html)

التحليل المكاني في إطار نظم المعلومات الجغرافية:

[http://www.academia.edu/2005738/GIS Spatial Analysis in Arabic](http://www.academia.edu/2005738/GIS_Spatial_Analysis_in_Arabic)

وأيضاً:

<http://www.4shared.com/office/HvM0Ay-K/2012.html>

المدخل إلى الخرائط:

[http://www.academia.edu/4489179/An Introduction to Maps in ARABIC](http://www.academia.edu/4489179/An_Introduction_to_Maps_in_ARABIC)

وأيضاً:

[http://www.4shared.com/office/4uxcDpt8/\\_2013.html](http://www.4shared.com/office/4uxcDpt8/_2013.html)

مقدمة في الصور الجوية و المرئيات الفضائية:

[http://www.academia.edu/4349921/An\\_Introduction\\_to\\_Aerial\\_PhotoGraphs\\_and\\_Satellite\\_Images\\_in\\_ARABIC](http://www.academia.edu/4349921/An_Introduction_to_Aerial_PhotoGraphs_and_Satellite_Images_in_ARABIC)

وأيضاً:

[http://www.4shared.com/office/79bhYBKb/\\_2013.html](http://www.4shared.com/office/79bhYBKb/_2013.html)

### **ثالثاً: ملفات تعليمية:**

معجم مصطلحات النظام العالمي لتحديد الموقع:

[http://uqu.edu.sa/files2/tiny\\_mce/plugins/filemanager/files/4260086/Dawod\\_GPS\\_Glossary\\_Ar\\_v1.pdf](http://uqu.edu.sa/files2/tiny_mce/plugins/filemanager/files/4260086/Dawod_GPS_Glossary_Ar_v1.pdf)

and:

[http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25550/ARABIC\\_Glossary\\_of\\_GPS](http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25550/ARABIC_Glossary_of_GPS)

تحسين دقة حسابات الجي بي أس:

[http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25553/IGS\\_GPS\\_Products\\_in\\_ARABIC](http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25553/IGS_GPS_Products_in_ARABIC)

الجي بي أس والجيوديسية:

[http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25552/GPS\\_and\\_the\\_Geoid\\_in\\_ARABIC](http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25552/GPS_and_the_Geoid_in_ARABIC)

معجم مصطلحات المساحة الجيوديسية:

[http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25551/ARABIC\\_Geodetic\\_Glossary](http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25551/ARABIC_Geodetic_Glossary)

المرجع الجيوديسي و نظام إحداثيات جمهورية مصر العربية:

[https://www.academia.edu/1741808/Geodetic\\_Datum\\_of\\_Egypt\\_in\\_ARABIC](https://www.academia.edu/1741808/Geodetic_Datum_of_Egypt_in_ARABIC)

المرجع الجيوديسي و نظام إحداثيات المملكة العربية السعودية:

[http://nwrc-  
egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25556/Geodetic\\_Datum  
of Saudi Arabia in ARABIC](http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25556/Geodetic_Datum_of_Saudi_Arabia_in_ARABIC)

تحميل ملفات نموذج الارتفاعات الرقمية : SRTM3

[http://nwrc-  
egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25557/SRTM\\_DEM  
in ARABIC](http://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Teaching/25557/SRTM_DEM_in_ARABIC)

## نبذة عن المؤلف



- الدكتور جمعة محمد داود محمود من مواليد السويس بجمهورية مصر العربية في عام ١٩٦٢م (الموافق ١٣٨٣هـ).
- حصل على درجة البكالوريوس في الهندسة الماسحية في عام ١٩٨٥م من كلية الهندسة بشبرا - جامعة بنها بمصر ، ودرجة الماجستير من قسم العلوم الجيوديسية والمساحة من جامعة ولاية أوهايو بالولايات المتحدة الأمريكية في عام ١٩٩١م، ودرجة الدكتوراه في عام ١٩٩٨م من كلية الهندسة بشبرا، جامعة بنها بمصر.
- حصل د. جمعة داود على درجة أستاذ مشارك في عام ٢٠٠٤م وكذلك درجة الأستاذية في الهندسة الماسحية في عام ٢٠٠٩م (١٤٢٩هـ).
- يعمل د. جمعة داود منذ عام ١٩٨٧م بمعهد بحوث المساحة بوزارة الموارد المائية والري بمصر، وعمل بجامعة أم القرى بمكة المكرمة بالمملكة العربية السعودية في الفترة ٢٠٠٥-٢٠١٤م (١٤٣٥-١٤٢٦هـ).
- فاز د. جمعة داود بجائزة أفضل بحث في المساحة في مصر في أعوام ٢٠٠٥، ٢٠٠٦، ٢٠٠٧، ٢٠٠٩م كما تم اختياره في الموسوعة الدولية للعلوم والهندسة Who is Who للفترة ٢٠١٢-٢٠١١م.
- نشر د. جمعة داود حتى الآن خمسون بحثاً في الجيوماتكس منهم عشرون ورقة علمية في مجلات عالمية ومؤتمرات دولية في كل من الولايات المتحدة الأمريكية و إنجلترا و إيطاليا و استراليا بالإضافة للنشر في مجلات و مؤتمرات في كلا من المملكة العربية السعودية و مملكة البحرين والمملكة المغربية و جمهورية مصر العربية، كما نشر ٩ كتب باللغة العربية في مجالات و تقنيات الجيوماتكس.
- د. جمعة داود متزوج من د. هدي فيصل الباحثة بمعهد بحوث المساحة ولهم ثلاثة أبناء مصطفى و محمد و سلمي.
- حج د. جمعة داود بيت الله الحرام أربعة مرات وأعتمر عدة مرات.