

Uvod u interaktivno dokazivanje teorema

Vežbe 6

Zadatak 1 *Svojstva funkcija*

Pokazati da je slika unije, unija pojedinačnih slika.

Savet: Razmotriti teoreme *image-def* i *vimage-def*.

lemma *image-union:*

shows $f \text{ ' } (A \cup B) = f \text{ ' } A \cup f \text{ ' } B$

Neka je funkcija f injektivna. Pokazati da je slika preseka, presek pojedinačnih slika.

Savet: Razmotriti teoremu *inj-def*.

lemma *image-inter:*

assumes *inj* f

shows $f \text{ ' } (A \cap B) = f \text{ ' } A \cap f \text{ ' } B$

Savet: Razmotriti teoremu *surj-def* i *surjD*.

lemma *surj-image-vimage:*

assumes *surj* f

shows $f \text{ ' } (f \text{ - ' } A) = A$

Pokazati da je kompozicija injektivna ako su pojedinačne funkcije injektivne.

Savet: Razmotrite teoremu *inj-eq*.

lemma *comp-inj:*

assumes *inj* f

assumes *inj* g

shows *inj* $(f \circ g)$

lemma

assumes *inj* f

shows $x \in A \longleftrightarrow f x \in f \text{ ' } A$

lemma *inj-vimage-image:*

assumes *inj* f

shows $f \text{ - ' } (f \text{ ' } A) = A$

Kompozicija je surjekcija ako su pojedinačne funkcije surjekcije.

lemma *comp-surj:*

assumes *surj* f

assumes *surj* g

shows *surj* $(f \circ g)$

lemma *vimage-compl:*

shows $f \text{ - ' } (\text{ - } B) = \text{ - } (f \text{ - ' } B)$