

Uvod u interaktivno dokazivanje teorema

Vežbe 2

Zadatak 1 *Zapisivanje logičkih formula (nastavak)*

(a) Zapisati sledeće rečenice u logici prvog reda i dokazati njihovu ispravnost.

(a.1) Ako "šta leti to ima krila i lagano je" i "šta pliva, to nema krila", onda "šta pliva, to ne leti"

(a.2) Ako postoji cipela koja u svakom trenutku odgovara svakoj nozi, onda za svaku nogu postoji cipela koja joj u nekom trenutku odgovara i za svaku nogu postoji trenutak takav da postoji cipela koja joj u tom trenutku odgovara.

(b) Pokazati da je rečenica P logička posledica rečenica P1, P2, P3.

P: Andrija voli da pleše.

P1: Svako ko je srećan voli da peva.

P2: Svako ko voli da peva, voli da pleše.

P3: Andrija je srećan.

P': Svako dete voli da se igra.

P1': Svaki dečak voli da se igra.

P2': Svaka devojčica voli da se igra.

P3': Dete je dečak ili je devojčica.

(c) Na jeziku logike prvog reda zapisati sledeće rečenice i dokazati da su skupa nezadovoljive.

- Svaka dva brata imaju zajedničkog roditelja.

- Roditelj je stariji od deteta.

- Postoje braća.

- Nijedna osoba nije starija od druge.

Zadatak 2 *Silogizmi*

Barbara (AAA-1)

All men are mortal. (MaP)

All Greeks are men. (SaM)

— All Greeks are mortal. (SaP)

lemma *Barbara*:

Celarent (EAE-1)

Similar: Cesare (EAE-2)

No reptiles have fur. (MeP)

All snakes are reptiles. (SaM)

— No snakes have fur. (SeP)

lemma *Celarent*:

Ferioque (EIO-1)

No homework is fun. (MeP)

Some reading is homework. (SiM)

— Some reading is not fun. (SoP)

lemma *Ferioque*:

Bocardo (OAO-3)

Some cats are not pets. (MoP)

All cats are mammals. (MaS)

— Some mammals are not pets. (SoP)

lemma *Bocardo*:

Barbari (AAI-1)

All men are mortal. (MaP)

All Greeks are men. (SaM)

— Some Greeks are mortal. (SiP)

lemma *Barbari*:

Celarent (EAO-1)

No reptiles have fur. (MeP)

All snakes are reptiles. (SaM)

— Some snakes have no fur. (SoP)

lemma *Celarent*:

Camestros (AEO-2)

All horses have hooves. (PaM)

No humans have hooves. (SeM)

— Some humans are not horses. (SoP)

lemma *Camestros*:

Felapton (EAO-3)

No flowers are animals. (MeP)

All flowers are plants. (MaS)

— Some plants are not animals. (SoP)

lemma *Felapton*:

Zadatak 3 *Raymond M. Smullyan: Logical Labyrinths*

Edgar Aberkrombi je bio antropolog koji se interesovao za logiku i socijologiju laganja i govorenja istine. Jednog dana je odlučio da poseti ostrvo vitezova i podanika. Stanovnike ovog ostrva delimo na one koji uvek govore istinu *vitezove* i one koji uvek govore laži *podanike*. Dodatno, na ostrvu žive samo vitezovi i podanici. Aberkrombi susreće stanovnike i želi da prepozna ko je od njih vitez, a ko je podanik.

1. Svaka osoba će odgovoriti potvrdno na pitanje: Da li si ti vitez?

lemma *no-one-admit-knaves*:

1.1 Aberkombi je razgovarao sa tri stanovnika ostrva, označimo ih sa A, B i C. Pitao je stanovnika A: "Da li si ti vitez ili podanik?" A je odgovorio ali nerazgovetno pa je Aberkombi pitao stanovnika B: "Šta je A rekao?" B je odgovorio: "Rekao je da je on podanik." Tada se uključila i osoba C i rekla: "Ne veruj mu, on laže!" Da li je osoba C vitez ili podanik?

lemma *Smullyan-1-1*:

1.2 Aberkombi je pitao stanovnika A koliko među njima trojicom ima podanika. A je opet odgovorio nerazgovetno, tako da je Aberkombi pitao stanovnika B šta je A rekao. B je rekao da je A rekao da su tačno dvojica podanici. Ponovo je stanovnik C tvrdio da B laže. Da li je u ovoj situaciji moguće odrediti da li je C vitez ili podanik?

lemma *Smullyan-1-2*:

1.3 Da li se zaključak prethodnog tvrđenja menja ako B promeni svoj odgovor i kaže da je A rekao da su tačno dva od njih vitezovi?

lemma *Smullyan-1-3*: