TALLER 2 TRANSFORMADA DE LA PLACE

- Demuestre si los siguiente sistemas de la forma $y = \mathcal{H}\{x\}$ son sistemas lineales o invariantes en el tiempo (SLIT) (simule los sistemas en Python)

  - $y[n] = x[n]/3 + 2x[n-1] - y[n-1]$.
  - $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k]$.
  - $y[n] = \text{median}(x[n])$; donde median es la función mediana sobre una ventana de tamaño 3.
  - $y(t) = Ax(t) + B$; $A, B \in \mathbb{R}$.

① Linealidad sistema [1]

Sea $x_1[n] \rightarrow y_1[n]$ y $x_2[n] \rightarrow y_2[n]$. definidos por

$$y_1[n] = \frac{x_1[n]}{3} + 2x_1[n-1] - y[n-1]$$

$$y_2[n] = \frac{x_2[n]}{3} + 2x_2[n-1] - y_2[n-1]$$

Se quiere probar que.

$x[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$
$y[n] = ay_1[n] + by_2[n]$

Sustituimos.

$$y[n] = \frac{ax_1[n] + bx_2[n]}{3} + 2(ax_1[n-1] + bx_2[n-1]) - y[n-1]$$

Comparacion directa.

$y[n-1] = ay_1[n-1] + by_2[n-1]$

$\cdot\, y[n] = ay_1[n] + by_2[n]$

Se cumple la propiedad de linealidad.

$\rightarrow x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0]$; entonces,

$$y[n-n_0] = \frac{x[n-n_0]}{3} + 2x[n-n_0-1] - y[n-n_0-1]$$

→ Como la forma de la ecuacion no cambio al desplazar la entrada, se dice que el sistema es invariante en el tiempo, por tanto el sistema es SLIT.

② Sistema 2 (linealidad de el)

Sea $x[n] = a x_1[n] + b x_2[n]$, $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k]$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} (a^2 x_1^2[k] + b x_2[k])^2$$

Factorizando obtenemos.

$$\sum_{k=-\infty}^{n} (a^2 x_1^2[k] + 2ab x_1[k] + b^2 x_2^2[k]) \neq a\sum x_1^2 + b\sum x_2^2[k]$$

No cumple la propiedad de linealidad

⇒ Invarianza en el tiempo:

desplazando $x[n] \longrightarrow x[n-n_0]$:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x^2[k] = y[n-n_0]$$

Cumple con varianza en el tiempo ✓
Como no cumple ambas condiciones.

Linealidad ✗ El sistema NO es SLIT
Invarianza ✓

③ Sistema 3 $y[n] = \bar{x}(x[n-1], x_n, x[n+1]]$

Linealidad: Se tiene en cuenta que la mediana no es una operacion Lineal ejemplo:

- $x_1 = [1, 1, 1]$; - $\bar{x} = 1$
- $x_2 = [3, 3, 3]$ $\bar{x} = 3$

Pero $0.5 * 1 + 0.5 * 3 = 2$. ok en general fallo.

$x_3 = [0, 5, 100]$ $\bar{x} = 5$

$x_4 = [0, 6, 100]$ $\bar{x} = 6$

$x = x_3 + x_4$ $[0, 11, 200]$, $\bar{x} = 11$

- Pero no siempre ocurre $\bar{x}_3 + x_5 = 5 + 6 = 1$ por lo que el comportamiento no es garantizado.