RESPUESTAS IMPULSO

Parte manual: Compruebe la solucion $h(t)$ de la EDO cuando $x(t) = \delta(t)$ de manera manual. Tener en cuenta que $\frac{d}{dt}\epsilon(t) = \delta(t)$

$$\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) \quad \text{cuando la entrada es} \quad x(t) = \delta(t)$$

Supongamos que: $h(t) = Ae^{-t}\cdot\epsilon(t)$

$\epsilon(t)$: funcion escalon de Heaviside.

Calculamos la derivada

$$\frac{d}{dt}h(t) = \frac{d}{dt}\left[Ae^{-t}\cdot\epsilon(t)\right] = A\left(\frac{d}{dt}e^{-t}\cdot\epsilon(t) + e^{-t}\frac{d}{dt}\epsilon(t)\right)$$
$$= A\cdot\left(-e^{-t}\cdot\epsilon(t) + e^{-t}\cdot\delta(t)\right)$$

La EDO original es $\frac{dh}{dt} + h = \delta(t)$

Al sustituir

$$\frac{dh}{dt} + h = A\cdot e^{-t}\cdot\delta(t)$$

Usando las propiedad de la delta:

$$e^{-t}\delta(t) = \delta(t)$$

Entonces $A\cdot\delta(t) = \delta(t) \Rightarrow A = 1$

La respuesta impulso es

$$\boxed{h(t) = e^{-t}\cdot\epsilon(t)}$$

DD MM AA

• Comprobar la solución de la integral de convolución de manera manual. Tener en cuenta las funciones Heaviside:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

Entrada: $x(t) = e^{-2t} * \epsilon(t)$
Respuesta: $h(t) = e^{-t} * \epsilon(t)$

Convolución

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) * h(t-\tau)\, d\tau$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\tau} * \epsilon(\tau) * h(t-\tau)\, d\tau$$

$\therefore$ $\epsilon(\tau) = 0$ si $\tau < 0$
$\epsilon(t-\tau) = 0$ si $\tau > t$

$$y(t) = \int_0^t e^{-2\tau} e^{-(t-\tau)}\, d\tau$$

$$y(t) = e^{-t} \int_0^t e^{-\tau}\, d\tau$$

$$g(t) = e^{-t} \left[-e^{-\tau}\right]_0^t$$

$$g(t) = e^{-t} \left[-e^{-\tau}\right]_0^t$$

$$y(t) = e^{-t}(1 - e^{-t}) = e^{-t} - e^{-2t}$$

Como la convolución solo existe para $t \geq 0$

$$\boxed{y(t) = (e^{-t} - e^{-2t}) * \epsilon(t)}$$