

机



台大电机系 叶丙成

微博: weibo.com/yehbo 脸书: facebook.com/prof.yeh

部落格: pcyeh.blog.ntu.edu.tw



本周主题概述

- 1-1: 机率概论
- 1-2: 集合论
- 1-3: 机率名词介绍







1-1: 机率概论

第一周



机率范例

- 丢铜板看到正面机率为 0.52
- 明天下雨机率为 60%
- 丢四颗骰子得到一色的机率为 1/216
- 那...椅子单脚站三天三夜的机率为?





我和我的小伙伴们都惊呆了!

yes123求職網 新聞發言台 爆料

自由時報電子報

The Tiberty Times ·社會新聞



(圖文:記者陳儀珊)



生活副刊

先忘了被惊呆了小伙伴们...

- 机率 = 0.6 代表什么意思?
- 在回答这个问题前我们先问:
 - 距离 = 1.23 公尺是什么意思?

- 时间 = 8.2 秒是什么意思?



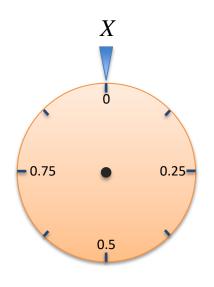


我们该怎么理解机率 = 0.6?



幸运之轮 Wheel of Fortune

(圆周长度为1)



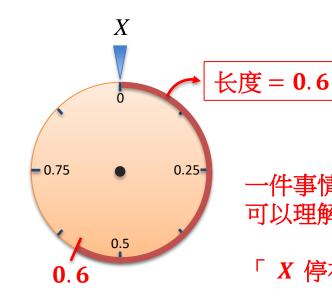


我们该怎么理解机率 = 0.6?



幸运之轮 Wheel of Fortune

(圆周长度为1)



一件事情发生的机率 = **0**.6 可以理解为可能性跟幸运之轮

「X停在长度为0.6的红边上」

这件事情发生机率是一样的!



为什么我们要研究机率?

- 我们对这个世界了解的太少这世界的运作有很多是未知的
- 世间事不见得都是必然的(deterministic) 有很多事情是有随机性的(random)



机率与统计的差异

- 机率:
 - 机率模型已知,要学会怎么算某些事件的机率
 - -Ex:已知一骰子为公平骰,看到偶数的机率为何?
- 统计:
 - 一机率模型未知,要学会怎么从大量的实验结果中 去建立机率模型
 - -Ex: 不知一般灌铅否,欲知各点出现之机率模型?





1-2: 集合论

第一周

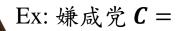
「学生上课不规矩」的机率 = 0.1

P(学生上课不规矩) = 0.1

机率函数的自变量是:事件,而事件,是一种集合



- 元素 (Element)
- Ex: 小黑、小糞、小湘、小鄂、小美
- 集合 (Set)
- Ex: 咸豆腐脑党 A =
- Ex: 甜豆腐脑党 B =
- 子集合 (Subset)



 $B \in C$ 的子集,表示为:

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成 Dept. of EE, National Taiwan University





-Ex: S =

• 空集合 (Empty Set)

 $-Ex: \phi =$

• 交集 (Intersection)

-Ex: 喜欢甜豆腐脑且咸豆腐脑者=



- 联集 (Union)
 - Ex: 喜欢甜豆腐脑或咸豆腐脑者=



- 补集 (Complement)
 - -Ex:嫌咸党 C = 咸党 A 之补集
- 差集 (Difference): X-Y= {有在 X但不在 Y中的 东西}
 - Ex:嫌咸党- 甜党 =



如果 $X \cap Y = \phi \rightarrow X, Y$ 不相交

– Ex:



• 互斥 (Mutually Exclusive):若一群集合 $X_1, X_2, ..., X_n$ 中任选两个集合 X_i, X_j 都不相交,则我们称 $X_1, X_2, ..., X_n$ 这群集合 互斥

– Ex:

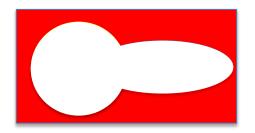
Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成 Dept. of EE, National Taiwan University

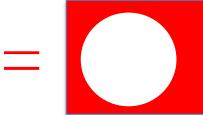
De Morgan's Law 定理

• De Morgan's Law:

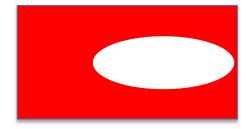
$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

– Ex:











De Morgan's Law 证明



$$|(A \cup B)^C = A^C \cap B^C|$$



证明:

→:







1-3: 机率名词

第一周



实验 (Experiment)

一个机率「实验」包含了:
步骤 (procedures)、模型 (model)、观察(observations)



- 步骤:「伸手取起桌上二般,紧握后,手微微开口后向内吹口气。 之后默祷,再将骰丢入碗中,直至停止为止。」
- 模型:(1,1)、(1,2)、...、(6,6) 等发生机会均等
- 观察:(6,6)



结果 (Outcome)

- 「结果」是实验中可能的结果
 - Ex: 约心仪店员

- Ex: 看到华南虎

-Ex: 转幸运之轮



样本空间 (Sample Space)

- 「样本空间」是机率实验所有 可能的结果的集合,通常用 S 来表示
 - Ex: 约心仪店员

-Ex: 连丢三次铜板,记录正反面结果



样本空间 (Sample Space)

-Ex: 幸运之轮转一次



-Ex:幸运之轮转两次



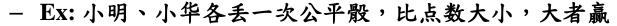
事件 (Event)

- 「事件」指的是对于实验结果的某种叙述。
- 机率就是在讲实验结果符合某事件叙述的机会多大
- 在数学上,「事件」可以看成是「结果」的集合,亦即是「样本空间」的子集。
 - Ex:台大生的上课出席状况
 - 「结果」有哪几种:
 - 事件1:有出席; E₁=
 - 事件2: 没规矩; *E*₂=



事件 (Event)

(小明点数、小华点数)



- 事件1:小明赢; E_1 =
- 事件2:小华赢; E_2 =
- 事件3:平手; E_3 =

对于一个实验而言,究竟有多少个可能的事件呢?



事件空间 (Event Space)

- -Ex: 台大生上课出席
 - *S* =
- 「事件空间」=



事件空间 (Event Space)

- 「事件空间」是包含所有事件的集合
- 若「样本空间」 $S = \{o_1, o_2, ..., o_n\}$ 有n个「结果」
 - 「事件空间」=



事件空间 (Event Space)

• 机率是一个函数,其自变量是:



• 所以机率可以看成是一个映像



本周主题回顾

- 1-1: 机率概论
 - 如何理解机率 = 0.6 的意义?
- 1-2: 集合论
 - 集集复集集、不相交、互斥、De Morgan's Law
- 1-3: 机率名词介绍
 - 实验、结果、样本空间、事件、事件空间
 - 机率函数的本质:

它是事件的函数(你给一个事件,它吐回一个数字给你)

