

1) If $a, b \in R$, prove the following:

a) If $a+b=0$, then $b=-a$ (Uniqueness of additive inverse)

Proof: 1. $a+b=0$ (Given) 2. $(-a)+a=0$ (A4)
3. $(-a)+(a+b)=(-a)+0$ (Substitution of eq on 1)
4. $(-a)+0=(-a)$ (A3) 5. $(-a)+(a+b)=(-a)$ (Transitivity of eq on 3, 4)
6. $((-a)+a)+b=(-a)+(a+b)$ (A2) 7. $((-a)+a)+b=(-a)$ (Transitivity of eq on 6, 5)
8. $((-a)+a)+b=0+b$ (Substitution of eq on 2) 9. $0+b=b$ (A3)
10. $((-a)+a)+b=b$ (Transitivity of eq on 8, 9) 11. $b=(((-a)+a))+b$ (Symmetry of eq on 10)
12. $b=(-a)$ (Transitivity of eq on 11, 7)

b) $-(-a)=a$

Proof: 1. $a+(-a)=0$ (A4) 2. $(a+(-a))+(-(-a))=0+(-(-a))$ (Substitution of eq on 1)
3. $0+(-(-a))=-(-a)$ (A3)
4. $(a+(-a))+(-(-a))=-(-a)$ (Transitivity of eq on 2, 3)
5. $(a+(-a))+(-(-a))=a+((-a)+(-(-a)))$ (A2)
6. $-(-a)=(a+(-a))+(-(-a))$ (Symmetry of eq on 4)
7. $-(-a)=a+((-a)+(-(-a)))$ (Transitivity of eq on 6, 5)
8. $(-a)+(-(-a))=0$ (A4) 9. $a+((-a)+(-(-a)))=a+0$ (Substitution of eq on 8)
10. $a+0=a$ (A3) 11. $a+((-a)+(-(-a)))=a$ (Transitivity of eq on 9, 10)
12. $-(-a)=a$ (Transitivity of eq on 7, 11)