Отчет по лабораторной работе

Лабораторная работа №3

Вишняков Александр

Цель работы

Рассмотреть простейшую модель боевых действий – модель Ланчестера.

Задание

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями x(t) и y(t) . В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 50 000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 69 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем P(t) и Q(t) непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$dx/dt = -0,34x(t)-0,72y(t)+\sin(t+10)$ $dy/dt = -0,89x(t)-0,43y(t)+\cos(t+20)$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$dx/dt = -0,12x(t)-0,51y(t)+\sin(20t)$ $dy/dt = -0,43x(t)y(t)-0,51y(t)+|\cos(3t)$

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами: скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство); 7 скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.); скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$dx/dt = -a(t)x(t)-b(t)y(t)+P(t)$$
$$dy/dt = -c(t)x(t)-h(t)y(t)+Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены - a(t)x(t) и -h(t)y(t) , члены -b(t)y(t) и -c(t)x(t) отражают потери на поле боя. Коэффициенты b(t) и c(t) указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, a(t), h(t) - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции P(t), Q(t) учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и У в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид (в этой системе все величины имею тот же смысл):

dx/dt = -a(t)x(t)-b(t)y(t)+P(t)
dy/dt = -c(t)x(t)y(t)-h(t)y(t)+Q(t)

1 случай на *OpenModelica*

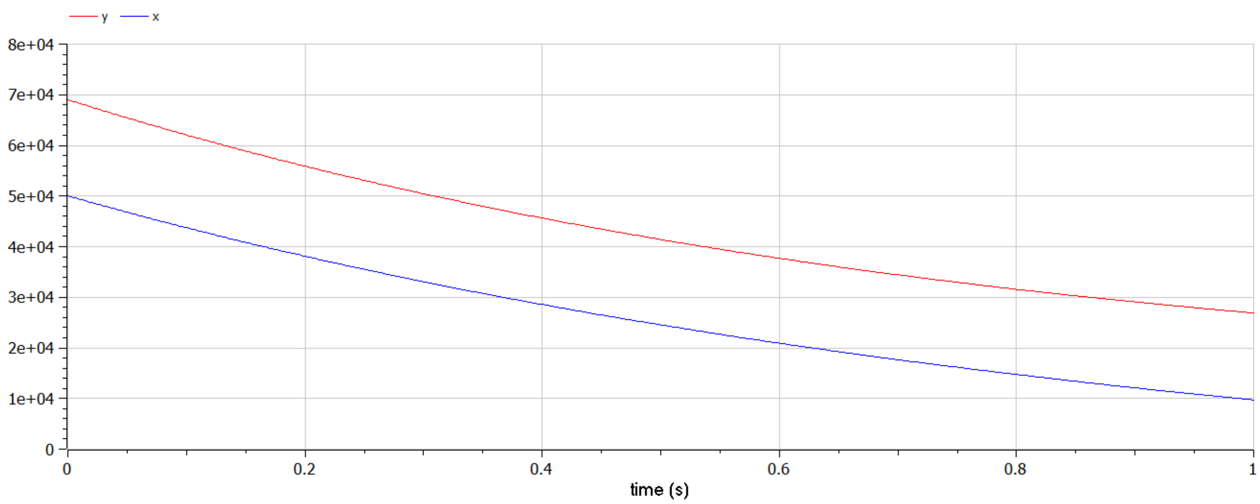
```
model lab3
parameter Real a=0.34 ;// Константа, характеризующая степень влияния
различных факторов на потери
parameter Real b=0.72; // Эффективность боевых действий для армии y
parameter Real c=0.89; // Эффективность боевых действий для армии x
parameter Real h=0.43; // Константа, характеризующая степень влияния
различных факторов на потери

Real x;
Real y;

initial equation
 x=50000; // Численность армии в X
  y=69000; // Численность армии в Y
```

equation

  der(x)= -a*x - b*y + sin(10*time); // Возможность подхода подкрепления к войскам X
  der(y)= -c*x - h*y + cos(20*time); // Возможность подхода подкрепления к войскам Y

end lab3;

Получили график для первого случая (рис.1):



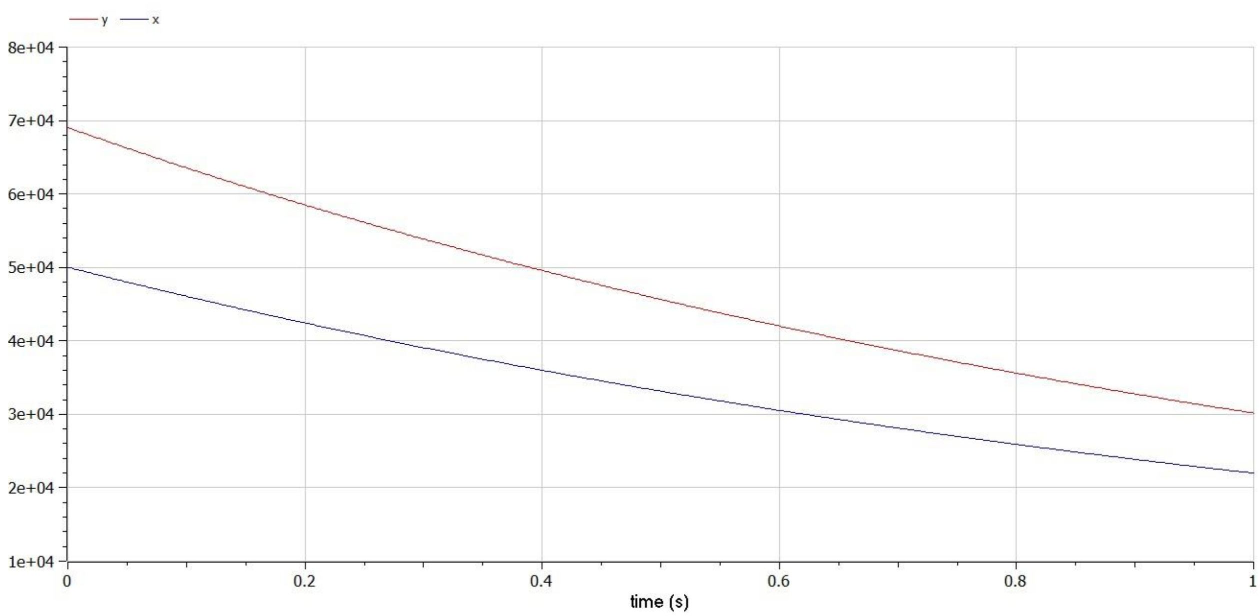
2 случай на *OpenModelica*

model lab3
parameter Real a=0.12;
parameter Real b=0.51;
parameter Real c=0.3;
parameter Real h=0.61;

Real x;
Real y;

```
initial equation
 x=50000;
  y=69000;

equation

  der(x)= -a*x - b*y + sin(20*time);
  der(y)= -c*x - h*y + cos(13*time);
end lab3;
```

Получили график для второго случая (рис.2):



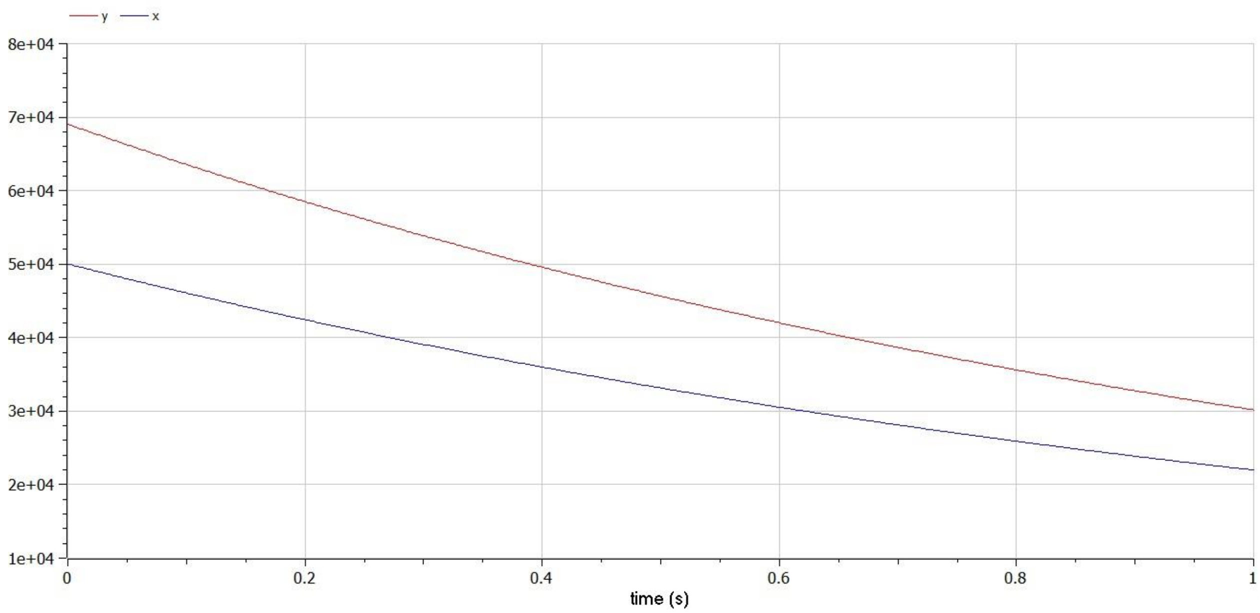
Оба случая на *Julia*

```
using Plots
using DifferentialEquations
x0 = 50000
y0 = 69000
t0 = 0
```

```
tmax =0,001

a=0.37;
b= 0.72;
c=0.89;
h=0.43;

a2=0.12;
b2= 0.51;
c2=0.3;
h2=0.61;
function P(t)
return sin(10*t)
end
function Q(t)
return cos(20*t)
end
function P2(t)
return sin(20*t)
end
function Q2(t)
return cos(13*t)
end

function syst(dy, y, p, t)
dy[1] = -a*y[1] - b*y[2] + P(t)
dy[2] = -c*y[1] - h*y[2] + Q(t)
end
function syst2(dy, y, p, t)
dy[1] = -a2*y[1] - b2*y[2] + P2(t)
dy[2] = -c2*y[1]*y[2] - h2*y[2] + Q2(t)
end
u0 = [x0; y0]
tspan = (t0, tmax)
t = collect(LinRange(0, 1, 100))
prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)
```

```
prob2 = ODEProblem(syst2, u0, tspan)
sol2 = solve(prob2, saveat=t)
plot(sol)
plot(sol2)
```

Получили график для первого случая (рис.3):



Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я рассмотрел и построил простейшую модель боевых действий – модель Ланчестера.