

Отчёт по лабораторной работе №7

Математическое моделирование

Вишняков Александр

1 Цель работы

- Рассмотреть простейшую модель “эффективность рекламы”.
- Построить модель и визуализировать и анализировать графики эффективности распространения рекламы для трех случаев.
- Визуализировать модель с помощью Julia и OpenModelica

2 Задание

Вариант 6.

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

- $dn/dt = (0.99 + 0.00012 n(t)) (N-n(t))$
- $dn/dt = (0.000067 + 0.38 n(t)) (N-n(t))$
- $dn/dt = (0.6 \sin(4t) + 0.1 \cos(2t) n(t)) (N-n(t))$

При этом объем аудитории $N = 777$, в начальный момент о товаре знает 1 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

3 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени из числа потенциальных покупателей знает лишь покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных

покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что

— скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить;

t — время, прошедшее с начала рекламной кампании;

$n(t)$ — число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем. Это описывается следующим образом:

N — общее число потенциальных платежеспособных покупателей;

— характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной

эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

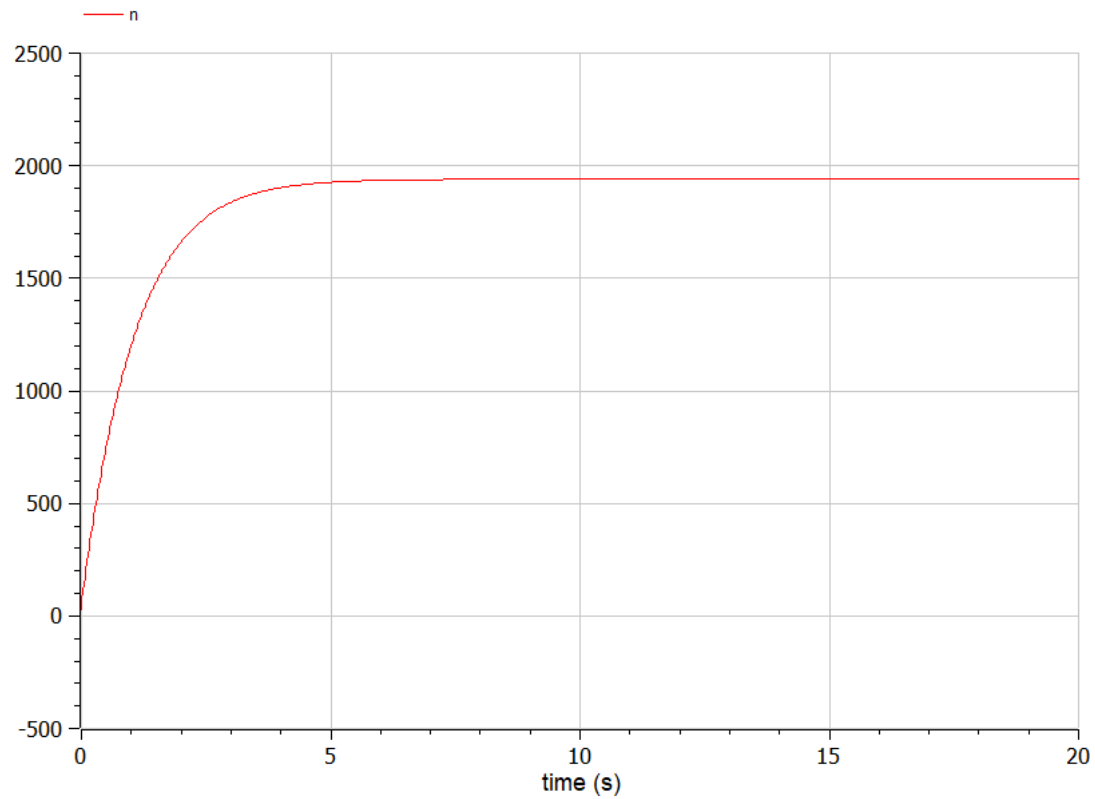
4 Выполнение лабораторной работы

Код на *OpenModelica*

```
model Lab07
parameter Real N = 777;
parameter Real N0 = 1;
Real n(start=N0);
equation
// 1 случай
der(n) = (0.99 + 0.00012 *n) * (N-n);
// 2 случай
//der(n) = (0.000067 + 0.38 *n) * (N-n);
```

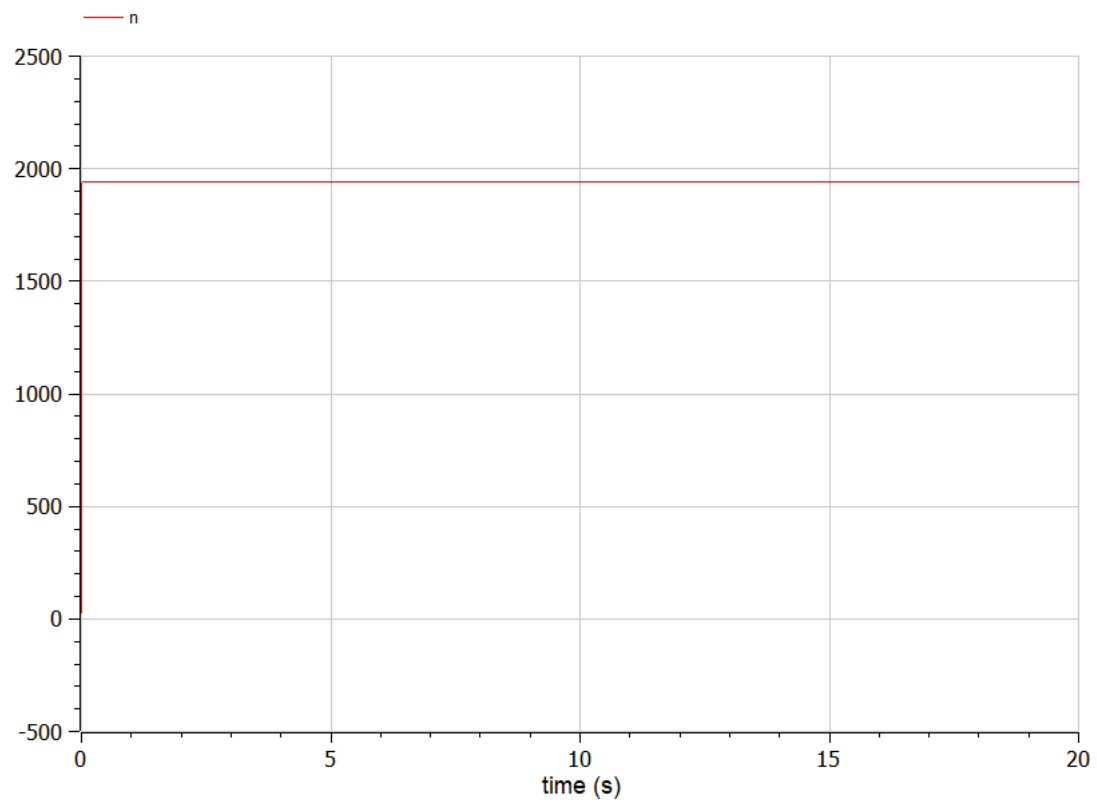
```
// 3 случай
//der(n) = (0.6 *sin(4t) + 0.1 *cosn(2t) *n) * (N-n);
end Lab07;
```

Результат 1 случая:



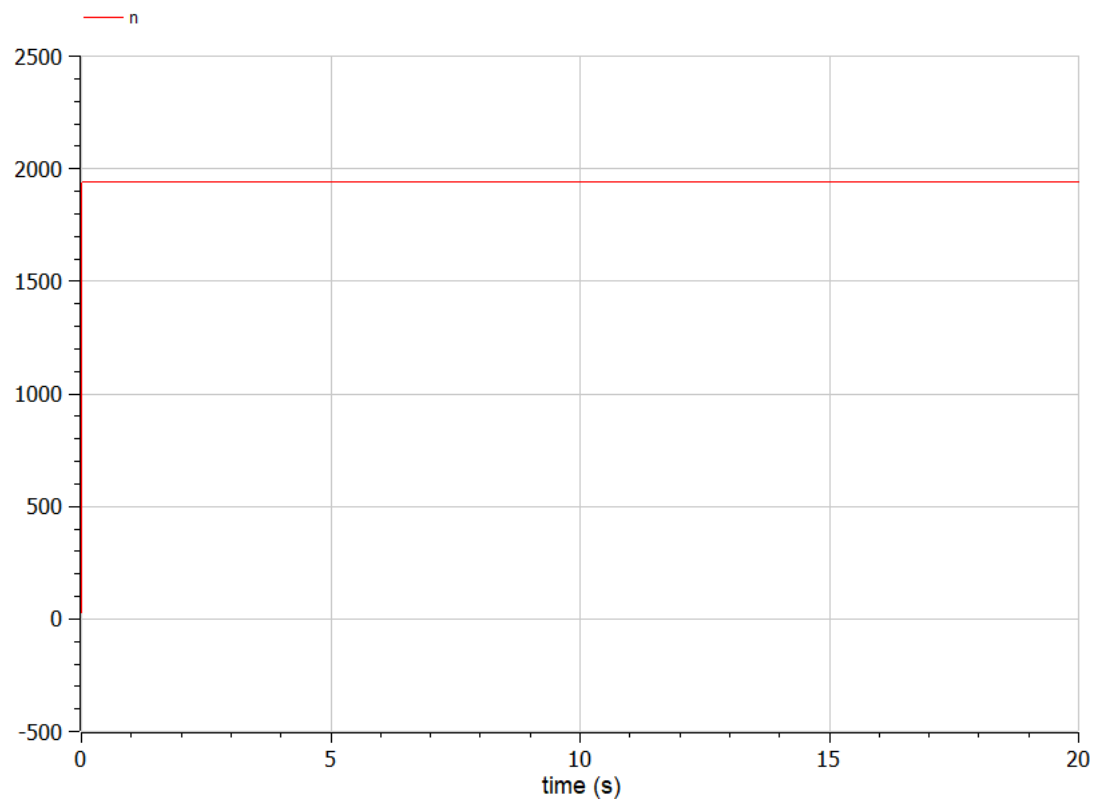
Случай 1 OpenModelica

Результат 2 случая:



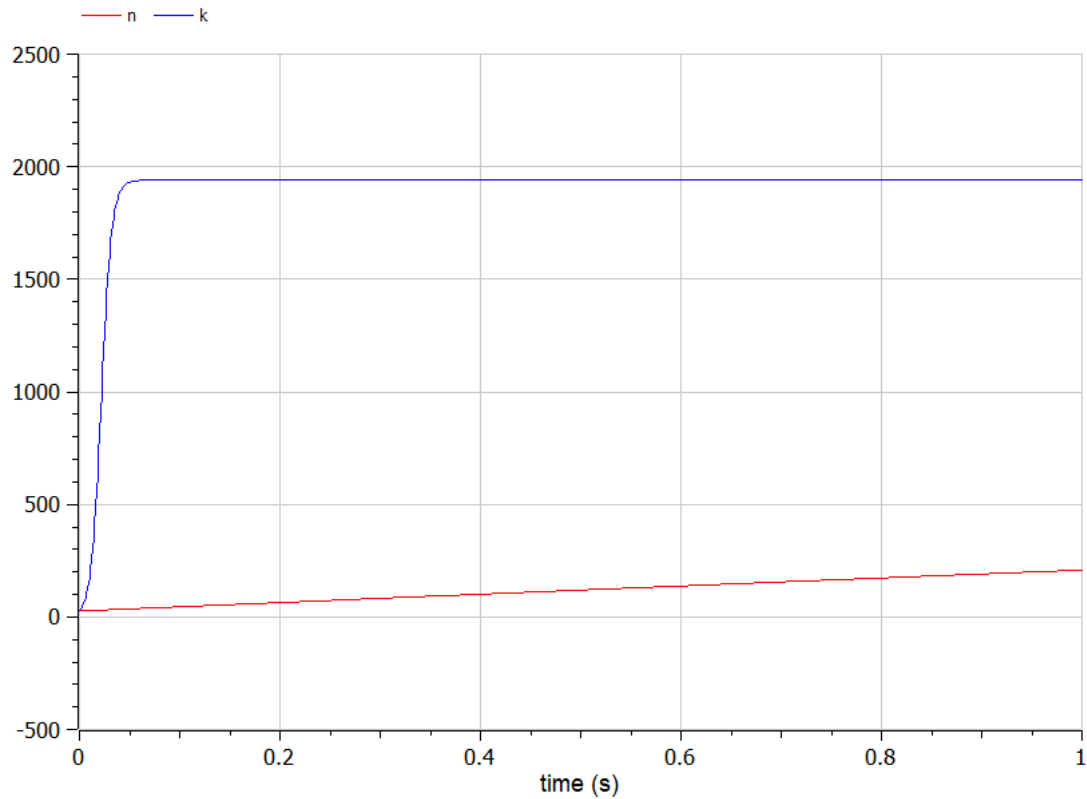
Случай 2 OpenModelica

Результат 3 случая:



Случай 3 OpenModelica

Сравнение эффективности сарафанного радио и платной рекламы:



Случай 3 OpenModelica

Код на Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

const N = 777
const N0 = 1

T1 = (0, 30)
T2 = (0, 0.2)

u0 = [N0]

# 1 случай (alpha1 >> alpha2)

function F1(du, u, p, t)
    du[1] = (0.99 + 0.00012*u[1])*(N - u[1])
end

prob1 = ODEProblem(F1, u0, T1)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.1)

plt1 = plot(sol1, color=:red, title="Распространение рекламы, 1 случай",
```

```

legend=false, xlabel="t", ylabel="N(t)")

savefig(plt1, "Julia1.png")

# 2 случай (alpha1 << alpha2)

maxx = [-10000.0, 0]

function F2(du, u, p, t)
    du[1] = (0.000067 + 0.38*u[1])*(N - u[1])

    if du[1] > maxx[1]
        maxx[1] = du[1]
        maxx[2] = t
    end
end

prob2 = ODEProblem(F2, u0, T2)
sol2 = solve(prob2, dtmax=0.001)

println("t = ", maxx[2])

plt2 = plot(sol2, color=:red, title="Распространение рекламы, 2 случай",
legend=false, xlabel="t", ylabel="N(t)")

savefig(plt2, "Julia2.png")

# 3 случай (alpha1, alpha2 - периодические функции)

function F3(du, u, p, t)
    du[1] = (0.6*sin(4*t) + 0.1*cos(2*t)*u[1])*(N - u[1])
end

prob3 = ODEProblem(F3, u0, T2)
sol3 = solve(prob3, dtmax=0.001)

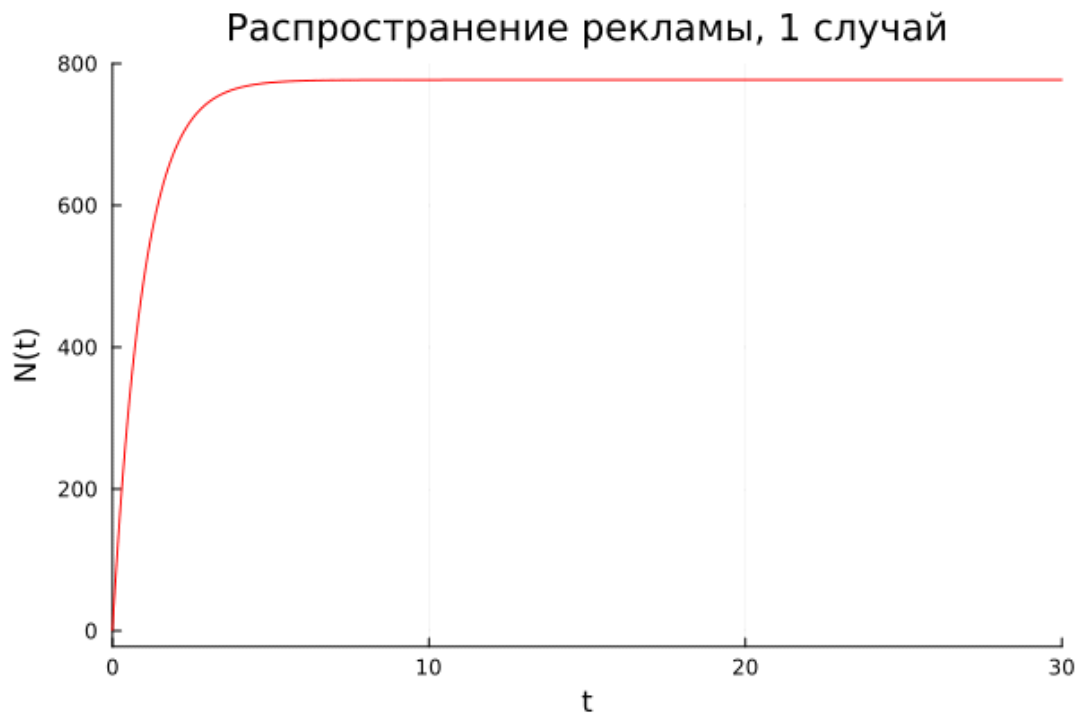
plt3 = plot(sol3, color=:red, title="Распространение рекламы, 3 случай",
legend=false, xlabel="t", ylabel="N(t)")

savefig(plt3, "Julia3.png")

```

Рассмотрим первый случай, где $\alpha_1 > \alpha_2$, и напишем программу. В функции F1 опишем, как меняется скорость распространения рекламы.

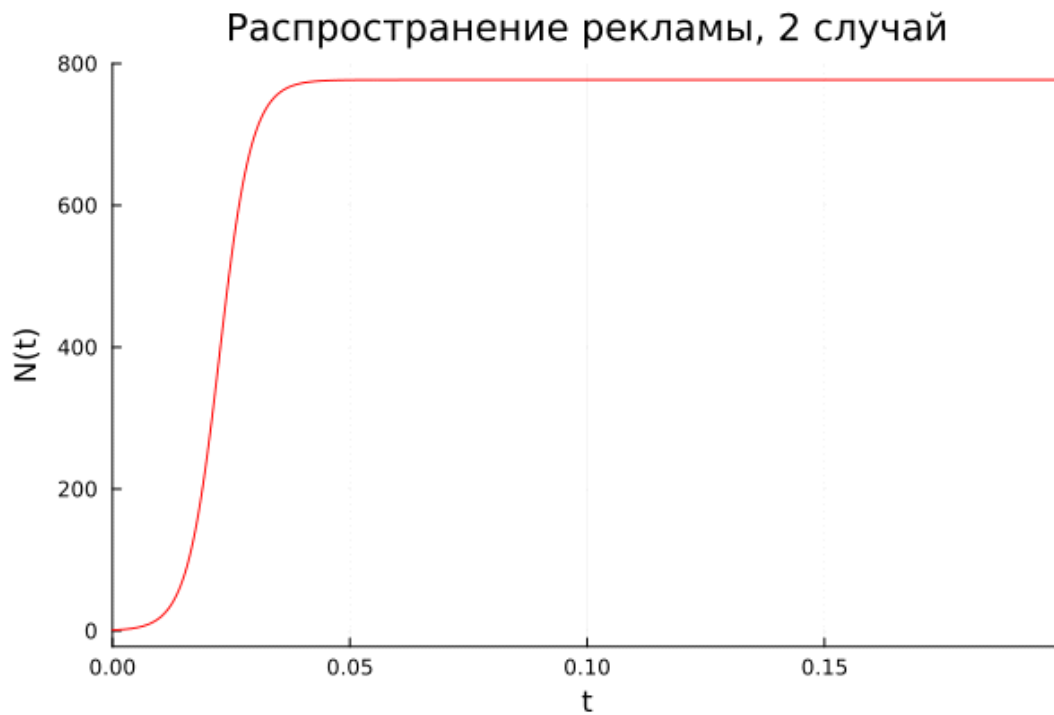
В результате в виде графика мы видим, что количество осведомленных о товаре клиентов постепенно растет, пока не достигает максимально возможного - N.



Программа на Julia

Изменим функцию, чтобы она описывала ситуацию, где $\alpha_1 < \alpha_2$. Добавим в функцию F1 нахождение момента времени, в который скорость распространения рекламы, то есть производная, максимальна.

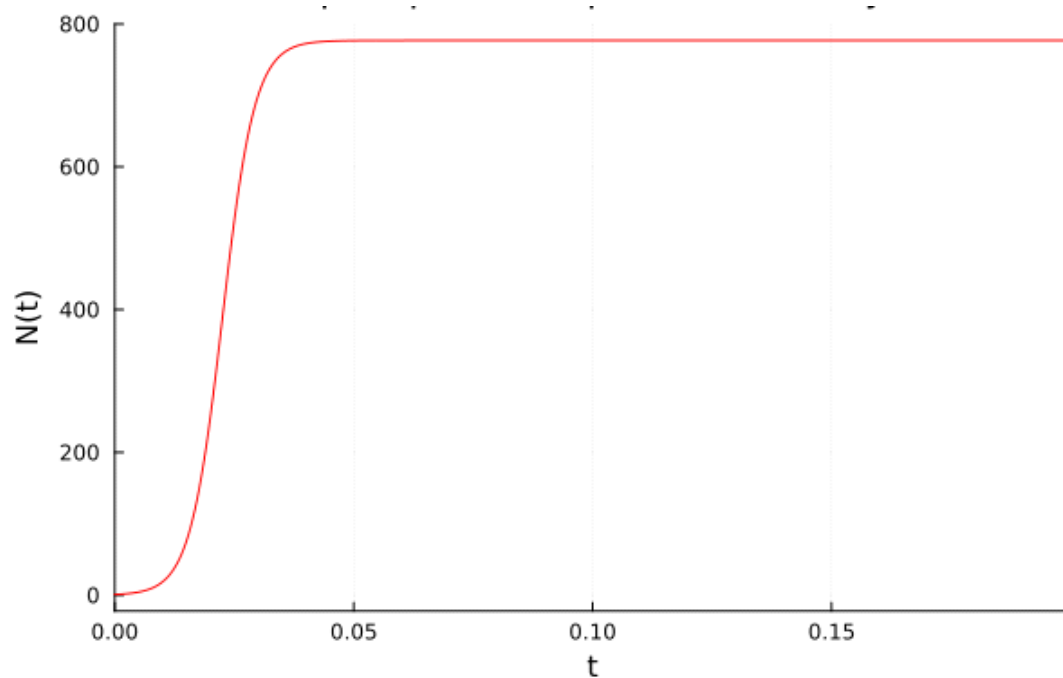
Получаем график распространения рекламы для второго случая. График принимает вид логистической кривой: сначала численность осведомленных о товаре клиентов растет медленно, но затем начинает увеличиваться быстрее.



Программа на Julia

Наконец поменяем функцию, чтобы она описывала ситуацию, где α_1 и α_2 - периодические функции.

Получаем график распространения рекламы для третьего случая. График принимает вид, схожий со вторым случаем: численность осведомленных о товаре клиентов сначала возрастает медленно, а затем начинает стремительно увеличиваться.



Программа на Julia

5 Вывод

Рассмотрел модель эффективности рекламы в разных случаях. Сравнил решения, учитывающее вклад только платной рекламы и учитывающее вклад только сарафанного радио.