

Отчёт по лабораторной работе №5

Математическое моделирование

Вишняков Александр

1 Цель работы

- Познакомиться с простейшей моделью взаимодействия двух видов типа «хищник-жертва»
- Визуализация модели на языках Julia и OpenModelica

2 Задание

- Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
- Построить графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях
- Найти стационарное состояние системы

3 Теоретическое введение

****Модель хищник-жертва****

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

- Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
- В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
- Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
- Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
- Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

Пример модели

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

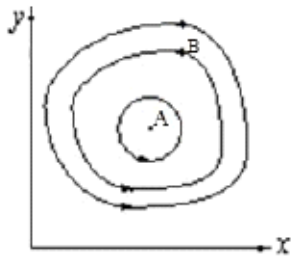


Рисунок 3.1. Эволюция популяции жертв и хищников в модели Лотки-Вольтерры.

Модель Лотки-Вольтерры

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние (А на рис. 3.1), всякое же другое начальное состояние (В) приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние В.

4 Выполнение лабораторной работы

По заданной системе пишем программу. В данном случае x – численность хищников, а y – численность жертв.

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
const x0 = 11
const y0 = 16
const c = 0.17
const d = 0.046
const a = 0.37
const b = 0.034
```

```

T = (0, 400)

u0 = [x0, y0]

p = (a, b, c, d)

function F(du, u, p, t)
    a, b, c, d = p
    du[1] = -c*u[1]+d*u[1]*u[2]
    du[2] = a*u[2]-b*u[1]*u[2]
end

prob1 = ODEProblem(F, u0, T, p)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.1)

plt = plot(sol1, vars=(2,1), color=:red, label="Фазовый портрет",
title="Зависимость численности хищников от численности жертв",
xlabel="Численность жертв", ylabel="Численность хищников")
plt2 = plot(sol1, vars=(0,1), color=:blue, label="Численность хищников",
title="Изменение численности хищников и жертв", xlabel="t")
plot!(plt2, sol1, vars=(0,2), color=:green, label="Численность жертв")

savefig(plt, "Julia1.png")
savefig(plt2, "Julia2.png")

```

Получаем график зависимости численности хищников от численности жертв и графики изменения численности хищников и численности жертв.

Зависимость численности хищников от численности жертв

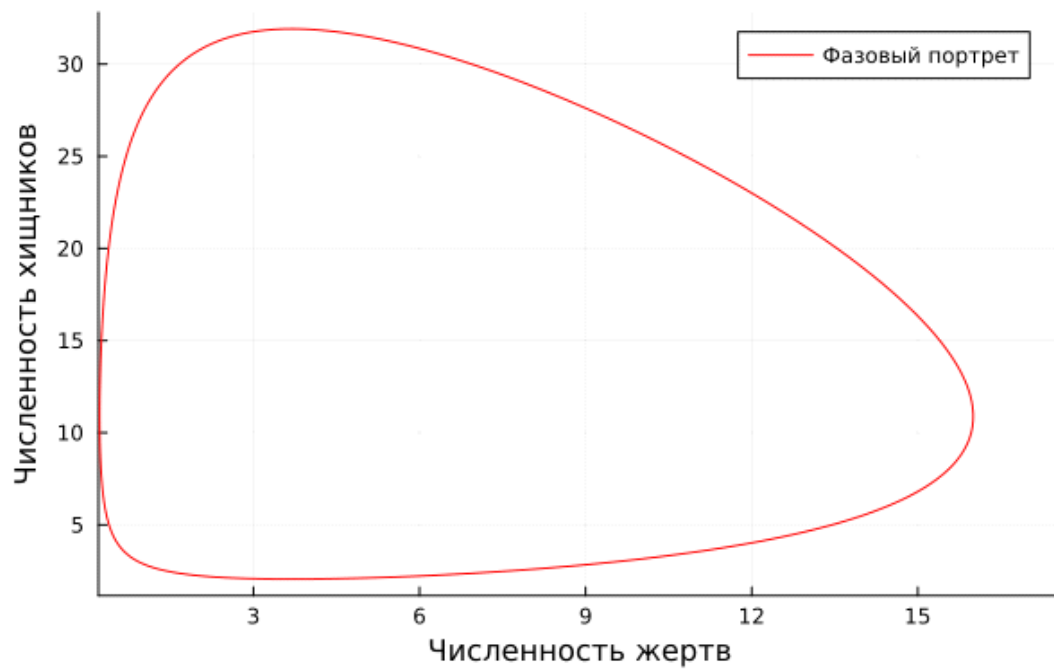
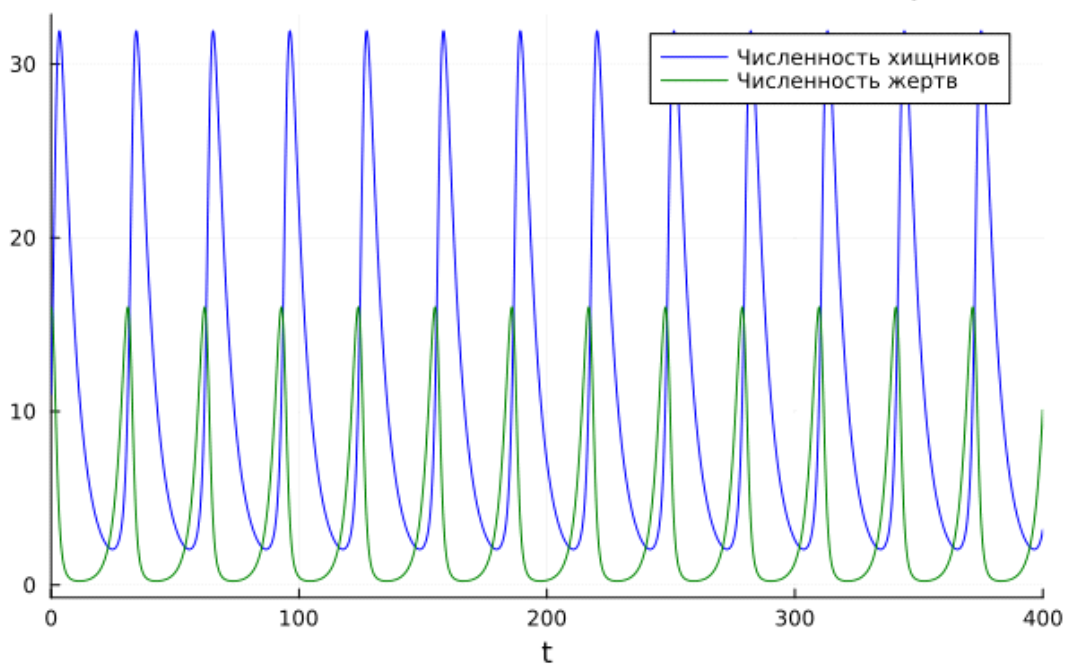


График зависимости числа хищников от числа жертв на Julia

Изменение численности хищников и жертв



Графики изменения числа хищников и жертв на Julia

Теперь напомним программу для нашего уравнения на *OpenModelica*.

```

model Lab5
parameter Integer x0 = 11;
parameter Integer y0 = 16;
parameter Real a = 0.37;
parameter Real b = 0.034;
parameter Real c = 0.17;
parameter Real d = 0.046;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

equation
der(x) = -c*x+d*x*y;
der(y) = a*y-b*x*y;
end Lab5;

```

Получаем график зависимости числа хищников от числа жертв и графики изменения числа хищников и числа жертв.

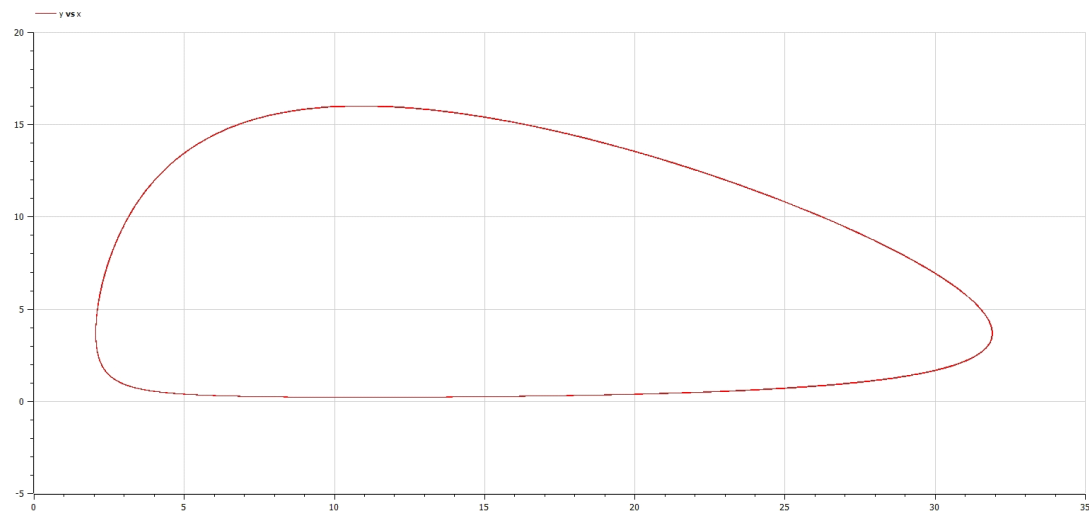
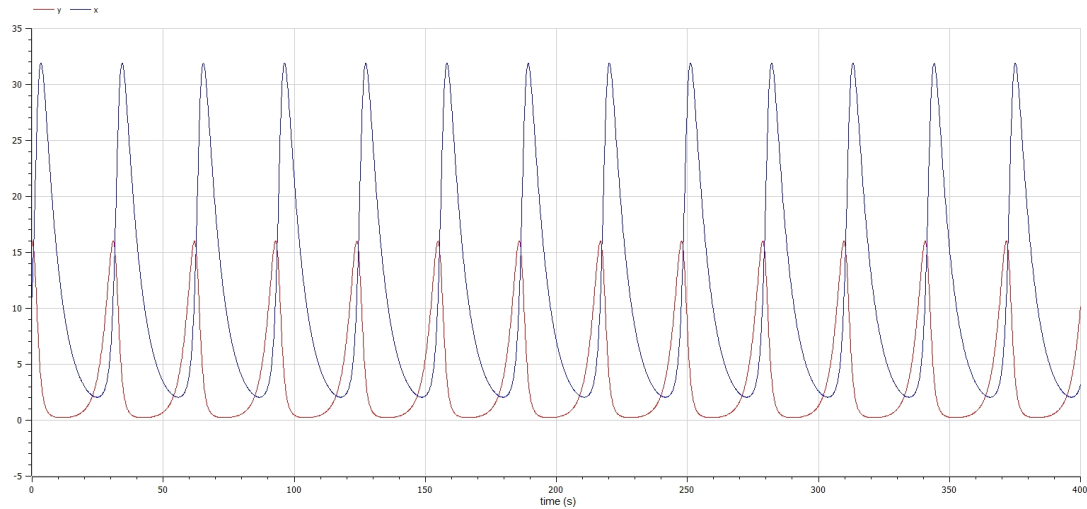


График зависимости числа хищников от числа жертв на OpenModelica



Графики изменения числа хищников и числа жертв на OpenModelica

5 Вывод

Благодаря данной лабораторной работе познакомился с простейшей моделью взаимодействия двух видов типа “хищник-жертва” - моделью Лотки-Вольтерры, а именно научился:

- строить модель “хищник-жертва”
- строить фазовые портреты системы “хищник-жертва”
- находить стационарное состояние системы “хищник-жертва”*