

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES
EXAMEN FINAL ORDINARIO

Nombre: Carlos Eduardo Sanchez Torres Fecha: 8/12/2021

NOTA IMPORTANTE: Una respuesta es inaceptable si no tiene un procedimiento o razonamiento que la valide.

1. Una empresa elabora los productos 1 y 2 en las máquinas A y B. Las cantidades de horas-máquina y de mano de obra necesarias, así como el costo unitario de producción se proporcionan en la tabla 1. Las disponibilidades de la mano de obra y del tiempo máquina se dan en la tabla 2. Este mes se deben producir por lo menos 200 unidades del producto 1 y al menos 240 unidades del producto 2. Asimismo, por lo menos la mitad del producto 1 se debe elaborar en la máquina A, y por lo menos la mitad del producto 2 se debe fabricar en la máquina B. Determine la solución óptima para este problema elaborando un modelo matemático y resolviéndolo enseguida mediante un programa en Lingo.

TABLA 1				
	PRODUCTO 1 MÁQUINA A	PRODUCTO 2 MÁQUINA A	PRODUCTO 1 MÁQUINA B	PRODUCTO 2 MÁQUINA B
TIEMPO MÁQUINA, HRS	0.7	0.75	0.8	0.9
MANO DE OBRA, HRS	0.75	0.75	0.2	1
COSTO UNIT. PROD.	1.5	0.40	2.20	4.00
TABLA 2				
RECURSO	HORAS DISPONIBLES			
MÁQUINA A	200			
MÁQUINA B	200			
MANO DE OBRA	400			

Sea

x_A : las unidades del producto 1 producidas en la máquina A,

x_B : las unidades del producto 1 producidas en la máquina B,

y_A : las unidades del producto 2 producidas en la máquina A,

y_B : las unidades del producto 2 producidas en la máquina B

Entonces debemos optimizar el costo:

$$MIN Z = 1.5x_A + 2.2x_B + 0.4y_A + 4y_B$$

Sujeto a:

$$x_A + x_B \geq 200;$$

$$y_A + y_B \geq 240;$$

$$x_A \geq 0.5(x_A + x_B);$$

$$y_B \geq 0.5(y_A + y_B);$$

$$0.7x_A + 0.75y_A \leq 200;$$

$$0.8x_B + 0.9y_B \leq 200;$$

$$0.75x_A + 0.75y_A + 0.2x_B + 1y_B \leq 400;$$

$$x_A, x_B, y_A, y_B \in Z^+ (@GIN \text{ en Lingo})$$

Usando Lingo obtenemos:

$$Z = \$858.1$$

Variable Valor

XA 157

XB 43

YA 120

YB 120

2. Gasahol Inc. tiene 14,000 galones de una mezcla de gasolina y alcohol almacenada en su instalación de Fresno y 16,000 galones almacenados en su instalación de Bakersfield. Desde estas instalaciones, Gasahol debe proveer a Fresh Food Faros (FFF) 10,000 galones y a American Growers (AG) 20,000 galones. El costo de embarcar 1 galón desde cada instalación de almacenado a cada cliente es:

DE	HACIA FFF (j=1)	HACIA AG (j=2)
FRESNO (i=1)	\$0.04	\$0.06
BAKERSFIELD (i=2)	\$0.05	\$0.03

Formule un modelo de programación lineal y resuélvelo con un programa en **Lingo estructurado**.

Sea

x_{ij} : galones de mezcla de gasolina y alcohol a enviar desde i a j , $i = 1, 2$ y $j = 1, 2$

Entonces debemos optimizar el costo:

$$\text{MIN } Z = 0.04x_{11} + 0.06x_{12} + 0.05x_{21} + 0.03x_{22}$$

Sujeto a:

$$x_{11} + x_{12} \leq 14000$$

$$x_{21} + x_{22} \leq 16000$$

$$x_{11} + x_{21} = 10000$$

$$x_{12} + x_{22} = 20000$$

$$x_{ij} \geq 0; i = 1, 2; j = 1, 2$$

Usando Lingo obtenemos:

$$Z = \$1120.1$$

Variable Valor

UNIDADES(1, 1) 10000.00

UNIDADES(1, 2) 4000.000

UNIDADES(2, 1) 0.000000

UNIDADES(2, 2) 16000.00

Programa estructurado en Lingo:

```
SETS:
    ALMACEN: INVENTARIO;
    COMPRADORES: DEMANDA;
    COSTOS (ALMACEN, COMPRADORES): COSTO, UNIDADES; ! UNIDADES = x;
ENDSETS

DATA:
    ALMACEN = 1 2;
    INVENTARIO = 14000 16000;
    COMPRADORES = 1 2;
    DEMANDA = 10000 20000;
    COSTO = 0.04 0.06
           0.05 0.03;
ENDDATA

MIN = @SUM(COSTOS: COSTO*UNIDADES);

@FOR(ALMACEN(I):
    @SUM(COMPRADORES(J): UNIDADES(I,J)) <= INVENTARIO(I)
);

@FOR(COMPRADORES(J):
    @SUM(ALMACEN(I): UNIDADES(I,J)) = DEMANDA(J)
);
```

3. Los propietarios de un gran conjunto de departamentos para renta están considerando emplear como agente de operaciones a una compañía administradora de propiedades que tiene el siguiente historial. Clasificando la condición de los edificios en buena, promedio y mala, se ha obtenido información acerca de que 50% de los edificios que empiezan un año en buena condición permanecen en buena condición al final del año y que el otro 50% se deterioran hasta una condición promedio. De todos los edificios que inician un año en condición promedio, 30% permanecen en condición promedio al final del año y 70% mejoran a buena condición. Los edificios que inician un año en mala condición, 90% permanecen en mala condición después de un año, mientras que un 10% mejoran a buena condición. Si la mitad de los departamentos que se considera entregar para su administración están en buenas condiciones y la otra mitad en condiciones promedio y que las tendencias arriba mencionadas se conservarán, determine la condición esperada a largo plazo de los departamentos.

Sea

X_n : la condición del edificio en el n año

El proceso $\{X_0, X_1, \dots\}$ es estocástico con estados $S = \{\text{Buena, Promedio, Mala}\}$, entonces:

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.0 \\ 0.7 & 0.3 & 0.0 \\ 0.1 & 0.0 & 0.9 \end{bmatrix}$$

Las probabilidades de estado estable son precisamente las π_j . Para determinar las probabilidades, usamos Octave:

$$[M, D] = \text{eig}(P)$$

$$L = (M^T)^{-1} (D^n) M^T, \quad n = 1000$$

Donde π es la primera fila de L

$$\pi P = \pi \Rightarrow \pi = [7/12 \quad 5/12 \quad 0]$$

Estado	Probabilidad de estado estable
Bueno	7/12
Promedio	5/12
Malo	0

4. Una compañía está planeando la instalación de un centro de atención telefónica para sus clientes. Se ha establecido la estrategia de que una persona no tenga que esperar más de 5 minutos cuando intente hablar con un empleado de la compañía. Se estima que la demanda de

llamadas tiene una distribución de Poisson con un promedio de 30 hr^{-1} . La llamada normal promedio tiene una distribución exponencial con un valor medio de cinco minutos. ¿Cuántos empleados para la atención a clientes se deben contratar?

$$\lambda = 30 \text{ clientes/hora}, \mu = 12 \text{ clientes/hora}, M/M/c/GD/inf/inf, W_q: \text{minutos}$$

Con el algoritmo:

$$\min\{c \in \mathbb{Z}^+ \mid (\lambda = 30, \mu = 12, c) \Rightarrow W_q \leq 5\}$$

probando desde $x = 3$ (cuando el sistema es estable) hasta que satisfaga el consecuente usando Octave "SLE_MMCDInfnf", obtenemos $c = 4$:

$$(\lambda = 30, \mu = 12, c = 4) \Rightarrow W_q = 1.066 \leq 5$$