INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

Práctica de Laboratorio #24

LÍNEAS DE ESPERA

Modelo con c servidores

M/M/c/GD/ /

Nombre: Carlos Eduardo Sanchez Torres Fecha: 29/11/2021

1. Dos propietarios de taxis prestan servicio a una comunidad. Cada propietario posee dos taxis y ambos comparten el mercado por igual. Las llamadas llegan a la oficina de despachos de cada propietario a una tasa promedio de ocho horas por hora. El tiempo promedio por viaje es de 12 minutos. Las llamadas llegan de acuerdo con una distribución de Poisson y el tiempo de viaje es exponencial. Uno de los propietarios comprará al otro sus taxis y se consolidará en una sola oficina de despachos. Analice el desempeño del nuevo propietario de los cuatro taxis.

$$\mu_n = 5\ clientes/hora$$

Medida	c=2, $\lambda_n = 8\ clientes/hora$	c=4, $\lambda_n = 16\ clientes/hora$
Número esperado de clientes Ls	4.444	5.586
Número esperado en cola Lq	2.844	2.386
Tiempo esperado en el sistema Ws	33.333 minutos	20.946 minutos
Tiempo esperado en cola Wq	21.333 minutos	8.946 minutos
Número de servidores promedio desocupados:	1.6	3.2
p0	0.1111	0.1993

2. Del problema anterior, determine la cantidad de taxis que la compañía consolidada debe tener para limitar el tiempo de espera promedio de un viaje a cinco minutos o menos.

Usando el algoritmo de aumentar la cantidad de taxis hasta conseguir reducir a 5 minutos obtenemos. $c = 5 \Rightarrow W_q = 1.924\ minutos$ que lo buscado.

3. Determine el mínimo de servidores paralelos necesarios en cada una de las siguientes situaciones (llegadas/salidas Poisson) que garantice que la operación de la línea de espera sea estable, es decir, que la longitud de la cola no crezca de forma indefinida.

$$floor(x) \leq x < floor(x) + 1 \Rightarrow c_{min} = floor(\frac{\lambda}{\mu}) + 1$$

a) Los clientes llegan cada 5 minutos y son atendidos a razón de 10 clientes por hora.

$$c_{min} = floor(\frac{12}{10}) + 1 = 2$$

b) El tiempo entre llegadas promedio es de dos minutos y el tiempo de servicio promedio es de 6 minutos.

$$c_{min} = floor(\frac{30}{10}) + 1 = 4$$

c) La tasa de llegada es de 30 clientes por hora y la tasa de servicios por servidor desde 40 clientes por hora.

$$c_{min} = floor(\frac{30}{40}) + 1 = 1$$

4. Los clientes llegan al Thrift Bank según una distribución de Poisson con una media de 45 clientes por hora. Las transacciones por cliente tardan alrededor de 5 minutos y están distribuidas exponencialmente. El Banco desea utilizar una sola línea y varias cajas, similar a las que se utilizan en aeropuertos y algunas dependencias. El gerente es consciente de que los clientes pueden irse a otros bancos si perciben que su espera en la línea es excesiva. Por esta razón el gerente desea limitar el tiempo de espera en la cola a no más de 30 segundos. ¿Cuántas cajas debe poner en servicio el banco?

$$\lambda_n = 45\ clientes/hora$$

$$\mu_n = 12\ clientes/hora$$

$$c = x \Rightarrow W_q \leq 30\ segundos,\ donde\ x\ es\ lo\ que\ buscamos$$

Usando un algoritmo de búsqueda binaria, probando $x \geq 4$ tal que el sistema sea estable, obtenemos $c = x = 7$ si somos estrictos con la desigualdad presentada arriba ($W_q = 9.499\ segundos$)o si somos laxos entonces $c = x = 6$ ($W_q = 30.322\ segundos$).

5. El restaurante de comida rápida McBurger opera con 3 cajas. Los clientes llegan de acuerdo con una distribución de Poisson cada tres minutos y forman una línea para ser atendidos por la primera caja disponible. El tiempo para completar un pedido está distribuido exponencialmente con una media de 5 minutos. La sala de espera en el interior del restaurante está limitada. Sin embargo, la comida es buena y los clientes están dispuestos a esperar afuera del restaurante si es necesario. Determine el tamaño de la sala de espera dentro del restaurante, excluidos los clientes en las cajas, de modo que la probabilidad de que un cliente que llega no espere afuera del restaurante sea al menos (*) 0.999.

$$\lambda_n = 20\ clientes/hora$$

$$\mu_n = 12\ clientes/hora$$

$$c = 3\ servidores$$

La pregunta se modela como:

La mínima $q \in \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ tal que

$$1 \geq \sum_{n=0}^{q+3} p_n \geq 0.999$$

Por definición de probabilidad:

$$\sum_{n=0}^{q+3} p_n + \sum_{n=q+3+1}^{\infty} p_n = 1$$

$$\sum_{n=0}^{q+3} p_n = 1 - \sum_{n=q+4}^{\infty} p_n \geq 0.999$$

$$0 \leq \sum_{n=q+4}^{\infty} p_n \leq 0.001$$

Esto nos habilita para decir que necesitamos la primera $p_{q+3+1} \leq 0.001$, por medio de Octave obtenemos:

$$p_{12} = 0.00067 \leq 0.001$$

Así:

$$q + 4 - 1 = 12$$
$$q = 9$$

Concluyendo, $n = 0, 1, 2, 3$ refieren a los clientes en servicio, y $n = 4, 5,..., 12$refiere a la cola dentro del establecimiento.

(*) Nota para el profesor: al menos (>=) es mejor traducción que menos (<).

6. Un banco necesita determinar el número de cajas que debe mantener funcionando en las horas de mayor demanda. Se ha establecido la política de que un cliente no debe estar (*) en promedio más de 10 minutos en el banco. Los clientes se presentan al banco siguiendo aproximadamente una distribución de Poisson a un ritmo, en promedio, de 100 cada hora. El tiempo promedio que las cajeras requieren para atender a cada cliente es de 4 minutos y se distribuye exponencialmente. ¿Cuántas cajas deben mantenerse funcionando?

$$\lambda_n = 100\, clientes/hora$$

$$\mu_n = 15\, clientes/hora$$

$$c = x \Rightarrow W_s \leq 10\, minutos,\ donde\ x\ es\ lo\ que\ buscamos$$

Usando un algoritmo de búsqueda secuencial, probando $x \geq 7$ tal que el sistema sea estable, obtenemos $c = x = 8$ ($W_s = 5.598\, minutos$).

(*) Nota para el profesor: respetando la idea de usar W_s sobre W_q se debe usar el verbo estar y no esperar. Si revisa la definición de [esperar]() y de [cola](), puede darse que si usted está a la espera de servicio, usted está en una cola. Usted no puede **esperar** ser atendido, cuando usted está siendo atendido (en el contexto de líneas de espera).