INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES
Práctica de Laboratorio #22
LÍNEAS DE ESPERA
MODELO DE COLAS GENERAL DE POISSON

Nombre: Carlos Eduardo Sanchez Torres   Fecha: 19-11-2021

1. En relación con el último ejemplo visto (B&K), determine lo siguiente:
   a. La distribución de probabilidades de la cantidad de cajas abiertas.

$$P(0\ cajas\ abiertas) = 1/55$$
$$P(1\ caja\ abierta) = (2 + 4 + 8) * 1/55 = 14/55$$
$$P(2\ cajas\ abiertas) = (8 + 8 + 8) * 1/55 = 24/55$$
$$P(3\ cajas\ abiertas) = 1 - (1/55 + 14/55 + 24/55) = 16/55$$

   b. El promedio de cajas ocupadas.

$$Número\ Esperado\ de\ cajas\ ocupadas =$$
$$0 * 1/55 + 1 * 14/55 + 2 * 24/55 + 3 * 16/55 =$$
$$2$$

2. En relación con el mismo problema (B&K), suponga que el tiempo entre llegadas en el área de cajas es exponencial con media de 5 minutos y que el tiempo en la caja por cliente es también exponencial con media de 10 minutos. Suponga además que este establecimiento agrega una cuarta caja y que las cajas abren con base en incrementos de dos clientes. Determine lo siguiente:
   a. Las probabilidades de estado estable p_n, para todas las n.

$$\lambda_n = \lambda = 12\ llegadas/hora,\ n = 0, 1, 2,...$$
$$\mu_n = 6\ clientes/hora,\ n = 0, 1, 2$$
$$\mu_n = 12\ clientes/hora,\ n = 3, 4$$
$$\mu_n = 18\ clientes/hora,\ n = 5, 6$$
$$\mu_n = 24\ clientes/hora,\ n = 7, 8, 9,...$$

   Entonces

$$p_1 = (\tfrac{12}{6})p_0 = 2p_0$$
$$p_2 = (\tfrac{12}{6})^2 p_0 = 4p_0$$
$$p_3 = (\tfrac{12}{6})^2(\tfrac{12}{12})p_0 = 4p_0$$
$$p_4 = (\tfrac{12}{6})^2(\tfrac{12}{12})^2 p_0 = 4p_0$$
$$p_5 = (\tfrac{12}{6})^2(\tfrac{12}{12})^2(\tfrac{12}{18})p_0 = (\tfrac{8}{3})p_0$$
$$p_6 = (\tfrac{12}{6})^2(\tfrac{12}{12})^2(\tfrac{12}{18})^2 p_0 = \tfrac{16}{9}p_0$$
$$p_{n\geq7} = (\tfrac{16}{9})(\tfrac{12}{24})^{n-6} p_0 = (\tfrac{16}{9})(\tfrac{1}{2})^{n-6} p_0$$

$$p_o + p_0(2 + 4 + 4 + 4 + \frac{8}{3} + \frac{16}{9} + (\frac{16}{9})(\frac{1}{2}) + (\frac{16}{9})(\frac{1}{2})^2 +...) = 1$$
$$p_0(\frac{53}{3} + \frac{16}{9}(1 + (\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2 +...) = 1$$
$$p_0(\frac{53}{3} + \frac{16}{9}(\frac{1}{1-\frac{1}{2}}) = 1$$
$$p_0(\frac{53}{3} + \frac{32}{9}) = 1$$
$$p_0 = \frac{9}{191}$$

Dado p_0 podemos determinar p_n para $n > 0$.

b. La probabilidad de que se requiera una cuarta caja.

$$1 - (p_0 + p_1 +...+ p_6) = 16/191$$

c. El promedio de cajas ociosas.

$$4p_0 + 3(p_1 + p_2) + 2(p_3 + p_4) + 1(p_5 + p_6) + 0(p_7 + p_8 +...) = 3.5$$

3. Sobre el mismo problema (B&K), suponga que las tres cajas están siempre abiertas y que la operación está configurada de tal manera que el cliente vaya primero a la caja vacía. Determine lo siguiente:

$$\lambda_n = \lambda = 10\ llegadas/hora,\ n = 0, 1, 2,...$$
$$\mu_n = 5\ clientes/hora,\ n = 1$$
$$\mu_n = 10\ clientes/hora,\ n = 2$$
$$\mu_n = 15\ clientes/hora,\ n = 3, 4, 5,..$$
$$p_1 = 2p_0$$
$$p_2 = 2p_0$$
$$p_{n\geq 3} = 2(\frac{2}{3})^{n-2}p_0$$
$$p_0 + 2p_0 + p_0(2 + 2(\frac{2}{3}) + 2(\frac{2}{3})^2 +...) = 1$$
$$3p_0 + 2p_0(1 + (\frac{2}{3}) + (\frac{2}{3})^2 +...) = 1$$
$$3p_0 + 2p_0(\frac{1}{1-\frac{2}{3}}) = 1$$
$$3p_0 + 6p_0 = 1$$
$$p_0 = \frac{1}{9}$$

a. La probabilidad de que las tres cajas estén en uso.

$$p_{n\geq 3} = 1 - (p_0 + p_1 + p_2) = \frac{4}{9}$$

b. La probabilidad de que un cliente que llega no tenga que esperar.

$$p_{n\leq 2} = p_0 + p_1 + p_2 = \frac{5}{9}$$