INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

PRÁCTICA DE LABORATORIO #14

Análisis de Sensibilidad

Nombre: CARLOS EDUARDO SANCHEZ TORRES Fecha: 6/10/2021

1. Winco vende cuatro tipos de productos. Los recursos necesarios para producir una unidad de cada uno y los precios de venta se presentan en la tabla de abajo. En la actualidad se dispone de 4600 unidades de materia prima y 5000 horas de mano de obra. Para cumplir con la demanda de clientes, se tienen que producir exactamente un total de 950 unidades. Los clientes demandan también que por lo menos se elaboren 400 unidades del producto 4.

RECURSOS	PRODUCTO 1	PRODUCTO 2	PRODUCTO 3	PRODUCTO 4
Materia Prima	2	3	4	7
Mano de Obra, hrs	3	4	5	6
Precio de venta, dls	4	6	7	8

a) Determine un PPL con el que se maximicen los ingresos por las ventas de Winco y obtenga la solución óptima.

Sea x_i la cantidad de unidades a vender del producto i, i=1,2,3,4

Entonces

$$MAX\ Z = 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4$$

s. a:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 4600 \text{ (materia prima)}$$
$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 5000 \text{(mano de obra)}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 950$$
$$x_4 \geq 400$$
$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4$$

Solución óptima:

Objective value: 6650

Variable	Value	Reduced Cost
X1	0.000000	0.000000
X2	400.0000	0.000000
X3	150.0000	0.000000
X4	400.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	6650.000	1.000000
2	0.000000	1.000000

3	250.0000	0.000000
4	0.000000	3.000000
5	0.000000	-2.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	4.000000	1.000000	INFINITY
X2	6.000000	0.6666667	0.5000000
X3	7.000000	1.000000	0.5000000
X4	8.000000	2.000000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	4600.000	250.0000	150.0000
3	5000.000	INFINITY	250.0000
4	950.0000	50.00000	100.0000
5	400.0000	37.50000	125.0000

b) Suponga que Winco aumenta 50 centavos por unidad el precio del producto 2. Usando análisis de sensibilidad (AS) determine la nueva solución óptima.

Como el nuevo precio (6.5) pertenece a $c_2 \in [5.5, 6.6666667]$ (rango permitido) entonces porque las restricciones no cambian solo es un aumento de precio:

$$Z_{nueva} = Z_{anterior} + \Delta c_2 * x_2$$

$$Z_{nueva} = 6650 + 0.5 * 400 = \$6,850$$

c) Suponga que se incrementa 60 centavos por unidad de precio de venta del producto 1. Usando AS encuentre la nueva solución óptima.

Como el nuevo precio (4.6) pertenece a $c_1 \in (\infty, 5]$ (rango permitido) entonces porque las restricciones no cambian solo es un aumento de precio:

$$Z_{nueva} = Z_{anterior} + \Delta c_1 * x_1$$

$$Z_{nueva} = 6650 + 0.5 * 0 = \$6,650$$

En general, cualquier aumento de c_1, mientras esté en el rango permitido, tendrá nulo efecto en Z.

d) Suponga que el precio de venta del producto 3 disminuye 60 centavos. Indique si el AS puede usarse para determinar la nueva solución óptima.

Como el decremento de precio (-0.6) NO pertenece a $\Delta c_2 \in [-0.5, 1]$ (rango permitido) entonces el análisis de sensibilidad NO funciona y se debe volver a formular el modelo.

e) Suponga que se debe producir un total de 980 unidades. Determinar el nuevo valor óptimo de Z.

Como $\Delta b_3 = 980 - 950 = 30$ pertenece al rango permitido $\Delta b_3 \in [-100, 50]$, entonces podemos aplicar el análisis de sensibilidad:

$$Z_{nueva} = Z_{anterior} + \Delta b_3 * y_3^*$$
$$Z_{nueva} = 6650 + 30 * 3 = \$6,740$$

f) Suponga que están disponibles 4500 unidades de materia prima. Use AS para determinar el nuevo valor óptimo de Z. Repita la determinación anterior si sólo se dispone de 4400 unidades de materia prima.

Como $\Delta b_1 = 4500 - 4600 = -100$ pertenece al rango permitido $\Delta b_1 \in [-150, 250]$, entonces podemos aplicar el análisis de sensibilidad:

$$Z_{nueva} = Z_{anterior} + \Delta b_1 * y_1^*$$
$$Z_{nueva} = 6650 - 100 * 1 = \$6,550$$

Como $\Delta b_1 = 4400 - 4600 = -200$ NO pertenece al rango permitido $\Delta b_1 \in [-150, 250]$, entonces NO podemos aplicar el análisis de sensibilidad.

2. La empresa Tucker Inc. debe fabricar 1000 automóviles. Para ello dispone de cuatro plantas. El costo de producción en cada planta junto con la materia prima y la mano de obra necesaria se proporciona en la tabla siguiente.

PLANTA	COSTO, miles de dls.	MANO DE OBRA	MATERIA PRIMA
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5

4	7	5	6

El sindicato de trabajadores de la compañía automotriz requiere se fabriquen por lo menos 400 automóviles en la planta 3; se dispone de 3300 horas de mano de obra y 4000 unidades de materia prima para ser asignadas a las cuatro plantas.

a) Determine un PPL con el que se minimicen los costos totales de Tucker Inc. y obtenga la solución óptima.

Sea x_i: $cantidad\ de\ automóviles\ producidos\ por\ la\ planta\ i,\ i = 1, 2, 3, 4$

entonces

$$Min\ Z = 15x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 \text{ (miles de dlls.)}$$

s. a:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000 \text{ (unidades a fabricar)}$$
$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 3300 \text{ (mano de obra)}$$
$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 4000 \text{ (materia prima)}$$
$$x_3 \geq 400 \text{ (requsito de sindicato)}$$
$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4$$

Objective value: 11600.00

Variable	Value	Reduced Cost
X1	400.0000	0.000000
X2	200.0000	0.000000
X3	400.0000	0.000000
X4	0.000000	7.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	11600.00	-1.000000
2	0.000000	-30.00000
3	300.0000	0.000000
4	0.000000	5.000000
5	0.000000	-4.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	15.00000	INFINITY	3.500000
X2	10.00000	2.000000	INFINITY
X3	9.000000	INFINITY	4.000000
X4	7.000000	INFINITY	7.000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	1000.000	66.66667	100.0000
3	3300.000	INFINITY	300.0000
4	4000.000	300.0000	200.0000
5	400.0000	100.0000	400.0000

b) Suponga que se dispone de 4100 unidades de materia prima. Usando AS encuentre el nuevo valor óptimo de Z.

Como $\Delta b_3 = 4100 - 4000 = 100$pertenece al rango permitido $\Delta b_3 = [-\ 200, 300]$ entonces aplicamos AS:

$$Z_{nueva} = Z_{anterior} - \Delta b_3 * y_3^*$$
$$Z_{nueva} = 11600 - 100 * 5$$
$$Z_{nueva} = \$11,100$$

c) Suponga que se tienen que producir exactamente 950 automóviles. Use AS para determinar el nuevo valor óptimo de Z.

Como $\Delta b_1 = 950 - 1000 =- 50$pertenece al rango permitido $\Delta b_1 = [-\ 100, 66.6667]$ entonces aplicamos AS:

$$Z_{nueva} = Z_{anterior} - \Delta b_1 * y_1^*$$
$$Z_{nueva} = 11600 - (-\ 50) * (-\ 30)$$
$$Z_{nueva} = \$10,100$$

3. Un agricultor cultiva trigo y maíz en una extensión de terreno de 45 acres. Es capaz de vender cuando más 140 bushels de trigo y 120 bushels de maíz. Cada acre sembrado con trigo rinde 5 bushels, y cada acre sembrado con maíz produce 4 bushels. El trigo se vende en 30 dólares por bushel y el maíz se vende en 50 dólares el bushel. La cosecha de un acre con trigo requiere de 6 horas de mano de obra, y la de un acre de maíz consume 10 horas. Se pueden comprar hasta 350 horas de mano de obra a 10 dólares la hora.

a) Compruebe que el modelo matemático para este problema es el siguiente:
Sea A1 = acres plantados con trigo; A2 = acres plantados con maíz, y L = horas de mano de obra que se compran. Entonces,

$$Max\ Z = 150A1 + 200A2 - 10L$$

Sujeta a

$$A1 + A2 \leq 45$$
$$6A1 + 10A2 - L \leq 0$$
$$L \leq 350$$

$$5A1 \leq 140$$
$$4A2 \leq 120$$
$$A1,\ A2,\ L \geq 0$$

El modelo es correcto.

b) Obtenga la solución óptima de este PPL.

Objective value: 4250.000

Variable	Value	Reduced Cost
A1	25.00000	0.000000
A2	20.00000	0.000000
L	350.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	4250.000	1.000000
2	0.000000	75.00000
3	0.000000	12.50000
4	0.000000	2.500000
5	15.00000	0.000000
6	40.00000	0.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
A1	150.0000	10.00000	30.00000
A2	200.0000	50.00000	10.00000
L	-10.00000	INFINITY	2.500000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	45.00000	1.200000	6.666667
3	0.000000	40.00000	12.00000
4	350.0000	40.00000	12.00000
5	140.0000	INFINITY	15.00000
6	120.0000	INFINITY	40.00000

c) Si sólo se dispusiera de 40 acres de tierra, ¿cuál sería la utilidad del agricultor?

Como $\Delta b_1 = 40 - 45 =- 5$ pertenece al rango permitido $\Delta b_1 \in [- 6.666667,\ 1.2]$ entonces podemos aplicar AS:

$$Z_{nueva} = Z_{anterior} + \Delta b_1 * y_1^*$$
$$Z_{nueva} = 4250 + (- 5)(75) = \$3,875$$

d) Si el precio de trigo cayera a 26 dólares, ¿cuál sería la nueva solución óptima?
Como $\Delta c_1 = (26 * 5) - (30 * 5) =- 20$ pertenece al rango permitido $\Delta c_1 \in [- 30,\ 10]$ entonces podemos aplicar AS:

$$Z_{nueva} = Z_{anterior} + \Delta c_1 * A_1$$
$$Z_{nueva} = 4250 + (- 20)(25) = \$3,750$$

e) Determine el incremento y el decremento permisibles para la cantidad de trigo que es posible vender. Si sólo 130 bushels de trigo se pudieran vender, entonces, ¿cambiaría la respuesta del problema?

Desde el inciso a sabemos que:
$\Delta b_4 \in [- 15, \infty)$
Entonces podemos aplicar AR porque $\Delta b_4 = 130 - 140 =- 10$ claramente pertenece a dicho intervalo y sabemos que $y_4^* = 0$, por tanto, *NO cambiaría la solución del problema.*