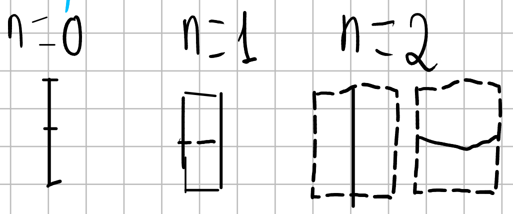
Что происходило до коронавируса?

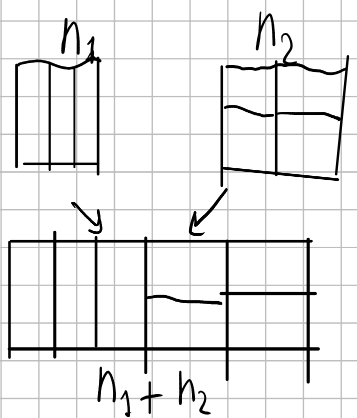
Подсчет множеств, мультимножеств, деревьев, ...

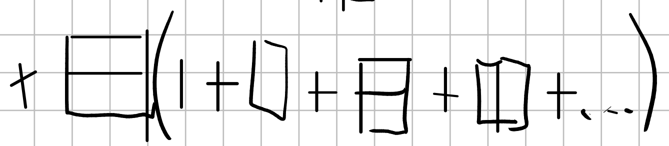
Теперь мы будем манипулировать всеми какими-то там посл-тями

4 Замощения прямоуг 2*n доминошками



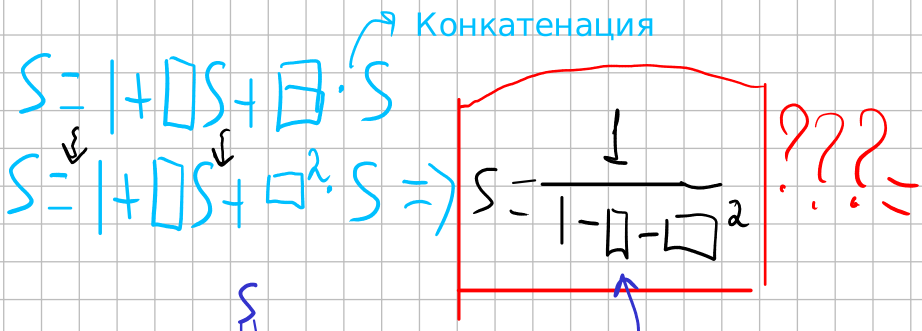
Давайте будем суммировать





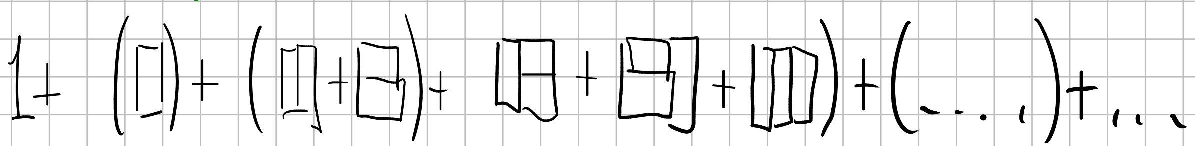
$= \frac{1}{1-t-t^2}$

Конкатенация

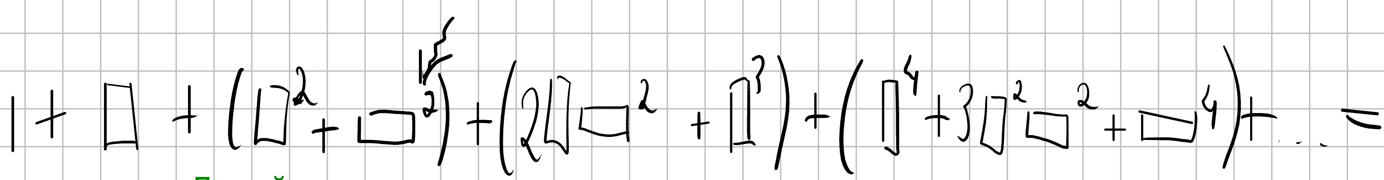


Если что-то умножить на ----------, то получится 1

Случайно ли? - Нет, конечно



Расчленим на отдельные доминошки



Давайте заменим

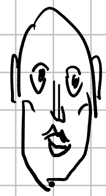
$= 1 + t + (2t^2) + 3t^3 + 5t^4 + \dots$

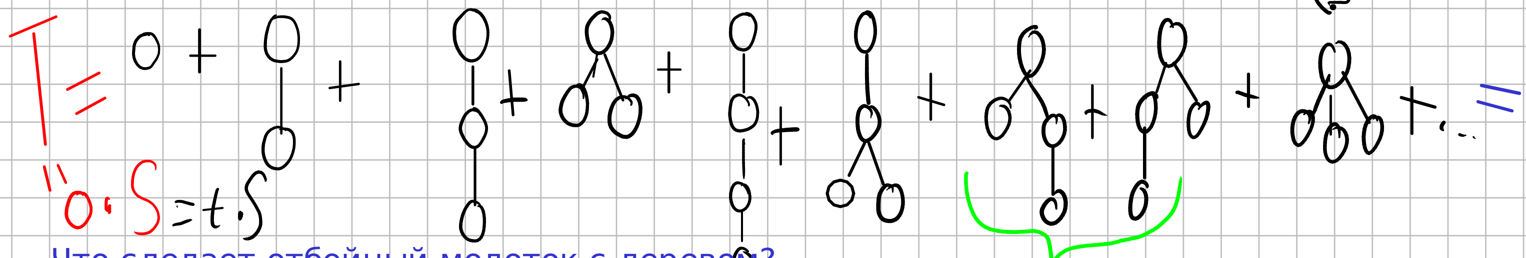
Независимо от типа доминошек, свалим все в кучу

Мы получили число замощений веса n

Берем комбинаторные объекты, и игнорируем их структуру -> считаем #объектов веса

Давайте просуммируем деревья
А именно подвешенные корневые деревья с порядком на детях
(То есть последовательность детей, а не их множество)

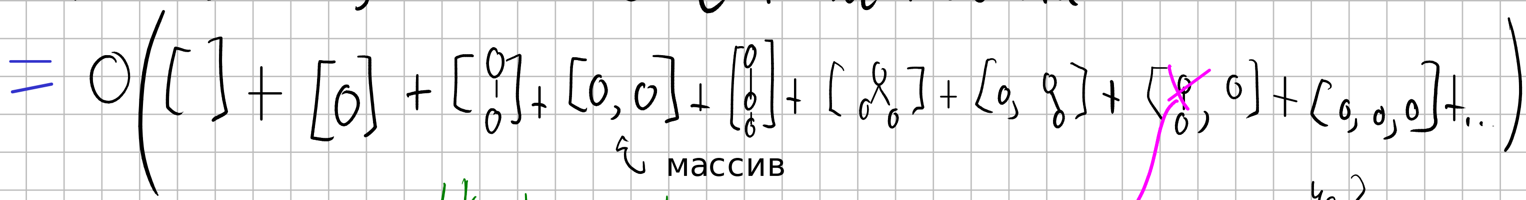





Что сделает отбойный молоток с деревом?
Единственная хар-ка дерева будет # вершин

Здесь сыграет порядок

$$t_1 o + t_2 o^2 + t_3 o^3 + \dots = t + t^2 + 2t^3 + 5t^4 + \dots$$



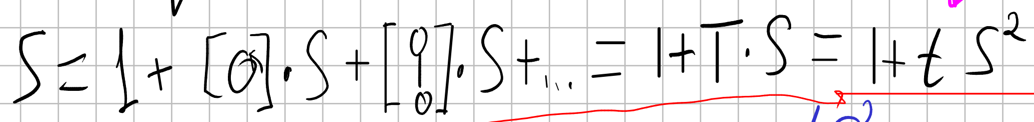
массив

че?

Хотим от умножения: $t^k t^m \to t^{k+m}$

$\therefore\ U \times Seq\,T \to T$ — че?

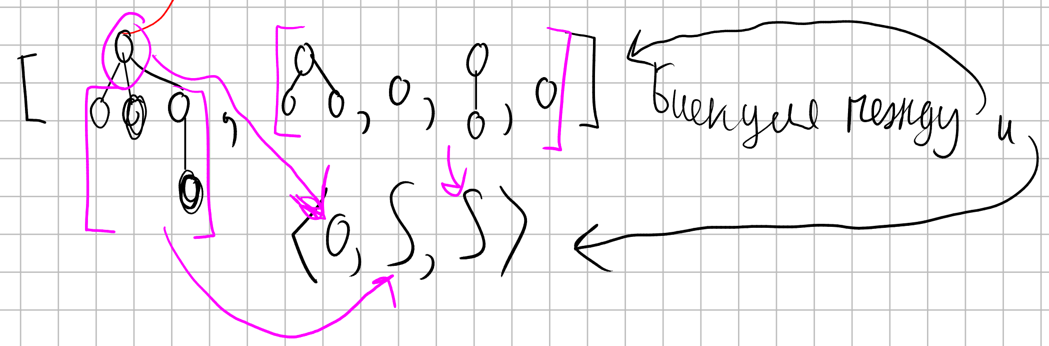
Можно установить биекцию



$$= 1 + T \cdot S = 1 + tS^2$$

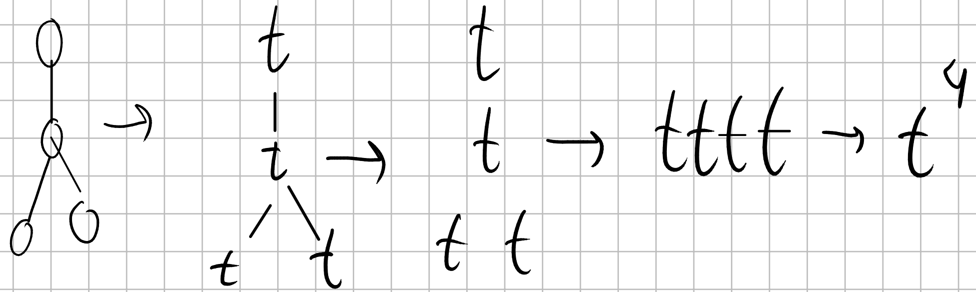
$$tS^2 - S + 1 = 0 \qquad S = \frac{1 \pm \sqrt{1-4t}}{2t} \Rightarrow \frac{1-\sqrt{1-4t}}{2t}$$

Почему минус?
Если с плюсом взять, то появится 1/t
Это нечто непонятное. В решении с плюсом
не будет формального смысла, который мы хотим придать




Здесь лучше лекцию посмотреть, 37 минута

Давайте будем рассматривать конструируемы комбинаторные объекты



• $A, B \quad A\cap B=\varnothing \quad \boxed{C = A\cup B}$

$A(t) \quad B(t) \longrightarrow C(t)=A(t)+B(t)$

Объектов веса n a_n и b_n => c_n = a_n + b_n

Множества объектов (те же буквы)

$A, B \quad A\cap B=\varnothing$

$A(t)\ B(t) \qquad C(t)=A(t)+B(t)$

$\qquad\qquad\qquad c_n \quad a_n + b_n$

• $\boxed{\text{Пара} \quad C=A\times B}$ $\quad Pair(A,B)$

$C(t)=A(t)\cdot B(t)$

$c_n=\sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$

• $\boxed{Seq\, A} = A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \dots$

Объявляем взятие пары ассоциативной операцией

$C(t) = 1 + A(t) + A(t)A(t) + A(t)^3 + \dots$

– объект веса 0. – 55 минута лекции

$a_0 := 0$

$C(t)=\frac{1}{1-A(t)}$

Угадали ответ, и убедились, что все ок

$Seq\, A = [\,] + Seq^+ A$

Попробуем не угадывать

$C(t) = 1 + A(t)C(t)$

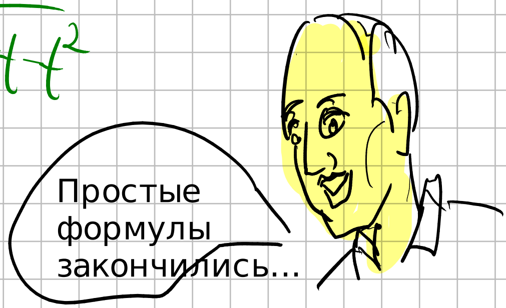
Решим это, получим ответ

$list = [\,] \vee \underset{A}{head} :: \underset{list}{tail} \qquad Seq^+ A =$

$Tiles = Seq\{\square, \boxminus\} \quad t+t^2 \quad \Rightarrow \frac{1}{1-t-t^2}$

1) $Seq^+ A = A \times Seq\, A \Rightarrow \frac{A(t)}{1-A(t)}$

2) $\frac{1}{1-A(t)} - 1 \Rightarrow Seq^+ A = \frac{A(t)}{1-A(t)}$



$\boxed{C = \mathrm{Set}\, A}$

Каждый объект из A либо взят либо не взят
мн-во A конечно -> Set A конечен

$\varepsilon$ вес 0 $\to$ не взят

$$\mathrm{Set}\, A \cong \bigtimes_{a \in A} (\varepsilon \cup a)$$

Декартово произведение

вес $a = w(a)$

$\varepsilon \longrightarrow 1$

$\varepsilon \cup a \longrightarrow 1 + t^{w(a)}$ $\qquad w(a)$ атомов $\to t^{w(a)}$

$$C(t) = \prod_{a \in A} (1 + t^{w(a)}) = \prod_{k=0}^{\infty} (1 + t^k)^{a_k}$$

$a_k$ — Число объектов веса k

$\mathrm{Set}\{\square, \boxminus\}$ $\quad a_1 = 1$, $a_2 = 1$

$$C(t) = (1+t)(1+t^2) = t^3 + t^2 + t + 1$$

3 доминошки, 2 доминошки, 1, 0

$a_0 = 0$

$\boxed{\text{МультиСет}}$

$$\mathrm{MSet}\, A = \bigtimes_{a \in A} (\varepsilon \cup a \cup a^2 \cup \ldots) = \bigtimes_{a \in A} \mathrm{Seq}\{a\}$$

$$C(t) = \prod_{a \in A} \frac{1}{1 - t^{w(a)}} = \prod_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1-t^k}\right)^{a_k} = \prod_{k=1}^{\infty} (1-t^k)^{-a_k}$$

$$\mathrm{MSet}\{\square, \boxminus\} = \frac{1}{(1-t)(1-t^2)} = \frac{1}{(1-t)^2(1+t)}$$

$$C_n = d \cdot n + e + f \cdot (-1)^n$$

$$\mathrm{Seq}_{=k}(A) = A^k$$

$$\mathrm{Seq}_{\geq k}(A) = A^k \times \mathrm{Seq}\, A \longrightarrow \frac{A(t)^k}{1 - A(t)}$$

$$\mathrm{Seq}_{\leq k}(A) = \frac{1}{1-A(t)} - \frac{A(t)^{k+1}}{1-A(t)} = \frac{1 - A(t)^k}{1-A(t)}$$