

$$\Sigma^* \sim \mathbb{N}$$

$$L \subset \Sigma^*$$

$$A \subset \mathbb{N}$$

разрешимый
перечислимый

\Updownarrow
полурешимый

$q_1, q_2, q_3, \dots, q_n, \dots$ — Кулинарные рецепты

1) $\forall i, \forall j$. $q_i(j)$ не зависит

2) \forall разрешимого A $A = \{j \mid q_i(j) = 1\}$ для нек. i

3) $(i, j) \mapsto q_i(j)$ — вычислимая функция

не суку. способа записи
алгоритмов, таких, что
выполнены все 3 св-ва

$$q_i \mid \begin{array}{c} q_i(j) \\ A = \{j \mid q_i(j) \neq 1\} \end{array}$$

$$p \quad L(p) = \{x \mid p(x) = 1\}$$

RE — полурешимые
языки

A — перечислимый язык p_A — полурешимость A

$$L(p_A) = A$$

$$L: \text{Prog} \rightarrow 2^{\Sigma^*}$$

$$L: \text{Prog} \rightarrow \text{RE}$$

X — свойство языков $X \subset 2^{\Sigma^*}$

перечислимых $X \subset \text{RE}$

Примеры св-ва: $\bullet \text{Finite} \in \text{RE}$

\bullet Язык, содержащий ϵ

$$\text{prog} \rightarrow X_\epsilon \in \text{RE} \quad A \in X_\epsilon \Leftrightarrow \epsilon \in A \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{string} \\ \text{lang} \end{array}$$

$$\bullet \emptyset_p \in \text{RE}$$

$$\emptyset_l \notin \emptyset_p$$

$$\epsilon \notin \emptyset_l$$

$$EL = \{\emptyset_l\}$$

$$EL \in \text{RE}$$

$$P: L(p) = \emptyset_l \text{ return } 0;$$

$$L_\epsilon = \{\epsilon\}$$

$$P_\epsilon = \{L_\epsilon\}$$

$$P_\epsilon \in \text{RE}$$

$$\Sigma \quad \Sigma^* - \text{string}$$

$$\text{lang} = \text{set}(\text{string})$$

$$\text{prop} = \text{set}(\text{lang})$$

X - свойства перечисл. языков

язык свойства $L(X) = \{p \mid L(p) \in X\}$

$L: \text{prog} \rightarrow \text{lang}$ ← мн-во программ

$X: L(X)$ - разрешим

$q(p) \quad L(p) \in X \rightarrow q(p) = 1$
 $L(p) \notin X \rightarrow q(p) = 0$

• $L(\text{Finite}) = \{p \mid L(p) \in \text{Finite}\}$

$\{p \mid |\{x \mid p(x) = 1\}| < +\infty\}$

$q(p) = 1 \iff p \text{ всего } p. 1 \text{ на конечном мн-ве слов}$

$L(\text{Finite})$ - видимо не разрешим и не полурешим

$L(X_c)$ - полурешим
разр. - не знает

• $L(X_c) = \{p \mid L(p) \in X_c\} = \{p \mid \epsilon \in L(p)\} = \{p \mid p(\epsilon) = 1\}$

$q(p) = 1 \iff p(\epsilon) = 1$

$q(p) = 0 \iff p(\epsilon) \neq 1$

• $L(RE) = \{p \mid L(p) \in RE\} = \text{Prog}$

$q(p):$
return 1

• $L(\emptyset_p) = \{p \mid L(p) \in \emptyset_p\} = \emptyset_c$

$q(p):$
return 0

I (Rice, Успенский - Райс)

$X \subseteq RE, X \neq \emptyset, X \neq RE$

Тогда $L(X)$ неразрешим

► X - нетрив. св-во

$\emptyset_c \notin X$

$A \in X$

A полурешим. РА

$L(X)$ - разрешим

q_X - разрешитель $L(X)$

$c():$
while true

$q_X(c) = 0$

$q_X(p_A) = 1$

$q_X(p) = \begin{cases} 1, & L(p) \in X \\ 0, & L(p) \notin X \end{cases}$

$U(p, x)$
 $s = "s(y)";$
 if $p(x) = 1$
 return $p_A(y)$
 el s_e
 while true "
 return $q_X(s)$

использование конструирующей программы

2) возмущение тривиальности X

$\exists p(x) = 1 \Rightarrow \forall y \quad s(y) = p_A(y) \Rightarrow L(s) = L(p_A) = A \in X \Rightarrow q_X(s) = 1$

$\exists p(x) \neq 1 \Rightarrow \forall y \quad s(y) \text{ - зависает} \Rightarrow L(s) = \emptyset_c \notin X \Rightarrow q_X(s) = 0$

$U(p, x) = \begin{cases} 1, & p(x) = 1 \\ 0, & p(x) \neq 1 \end{cases}$ - Какому разрешителю $U \Rightarrow$ противореч.

Классическое нетривиальное св-во разрешимости языков не разрешимо
 св-ва программ могут быть разрешимы

$$\text{HALT} = \{ p \mid p \text{ окт. на } \varepsilon \}$$

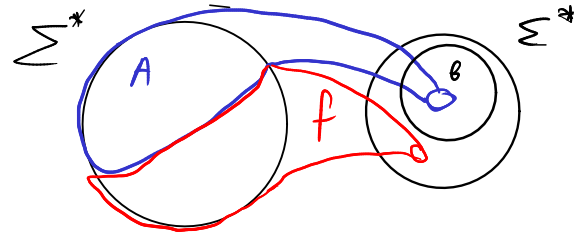
m - вложение

many-to-one
mapping

A, B - языки

$A \leq_m B$ если \exists встроку опред. функц. f

$$x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B$$



1 $A \leq_m B$, B разрешим $\Rightarrow A$ разрешим

in $A(x)$
return in $B(f(x))$

1.2 $A \leq_m B$, A неразрешим $\Rightarrow B$ неразрешим

$$U \leq_m \text{HALT}$$

$$\langle p, x \rangle \mapsto q$$

$$\langle p, x \rangle \in U \Rightarrow q \in \text{HALT}$$

$$\langle p, x \rangle \notin U \Rightarrow q \notin \text{HALT}$$

$$f(\langle p, x \rangle)$$

return " $q(y)$

if $p(x) = \perp$
return \perp
else
while true "