

Árvores B⁺

**INSTITUTO FEDERAL SUL DE MINAS - MACHADO MG
SISTEMAS DA INFORMAÇÃO
ESTRUTURA DE DADOS II**

**ALEX SOARES
ANDRÉ LIMA
SANDER PIVA**

Árvore B⁺

- Origem:

- Donald Knuth (Cientista computacional)

- Definição:

- A árvore B⁺ : uma variação da estrutura básica da árvore B.

Árvore B⁺

Características:

- Nós internos: Páginas Índices
Armazenam apenas chaves/índices
- Nós externos: Folhas: Páginas Dados
Armazenam dados
Lista encadeada simples (ordenada)

Árvore B⁺

■ Utilização

- SGBD: **IBM DB2, Informix, Microsoft SQL Server, Oracle, Sybase ASE, PostgreSQL, Firebird, MariaDB e SQLite**
- Sistemas de arquivo: **NTFS, ReiserFS**
Para Indexação

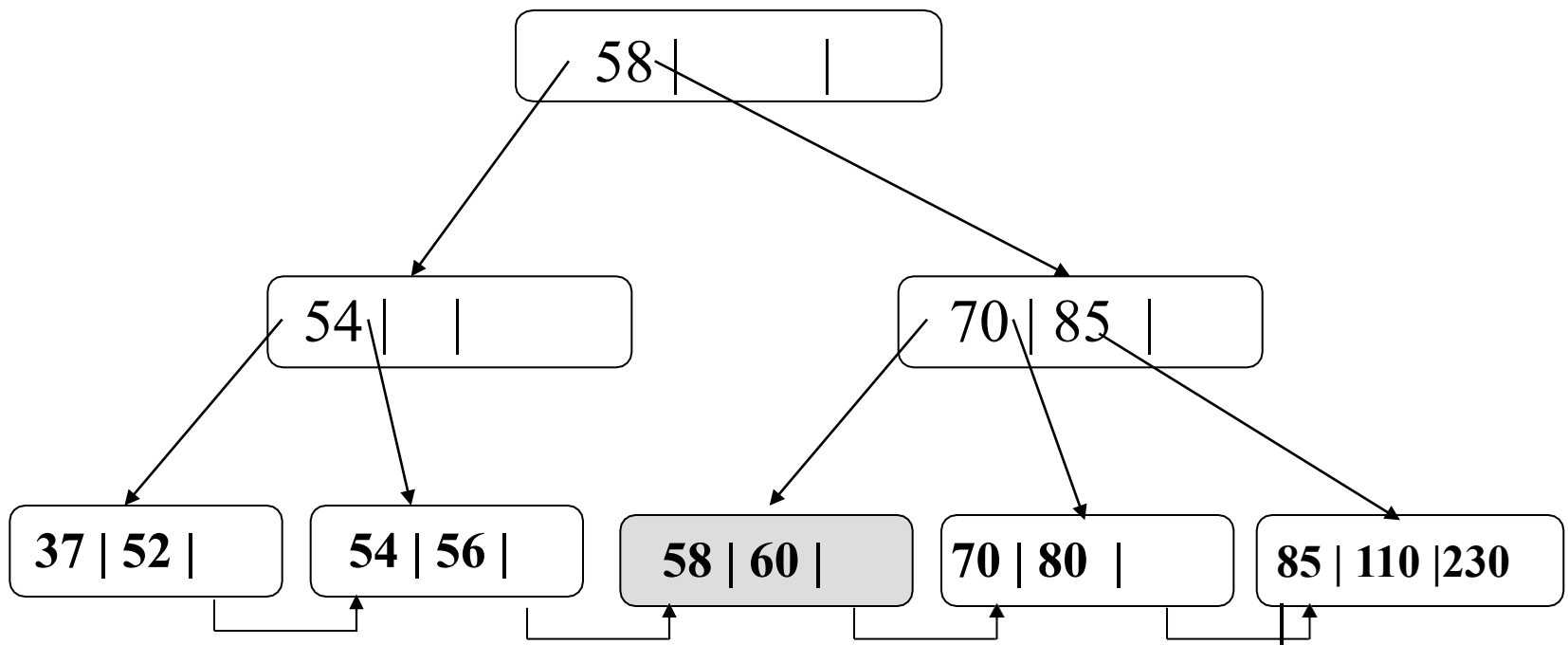
Árvore B⁺

■ Vantagens

- Mantém a eficiência da busca e da inserção da árvore B;
- Aumenta a eficiência da localização do próximo registro na árvore de **$O(\log_2 N)$** para **$O(1)$** ;
- Não é necessário manter nenhum ponteiro de registro em nós não-folha.

Árvore B⁺

- Exemplo



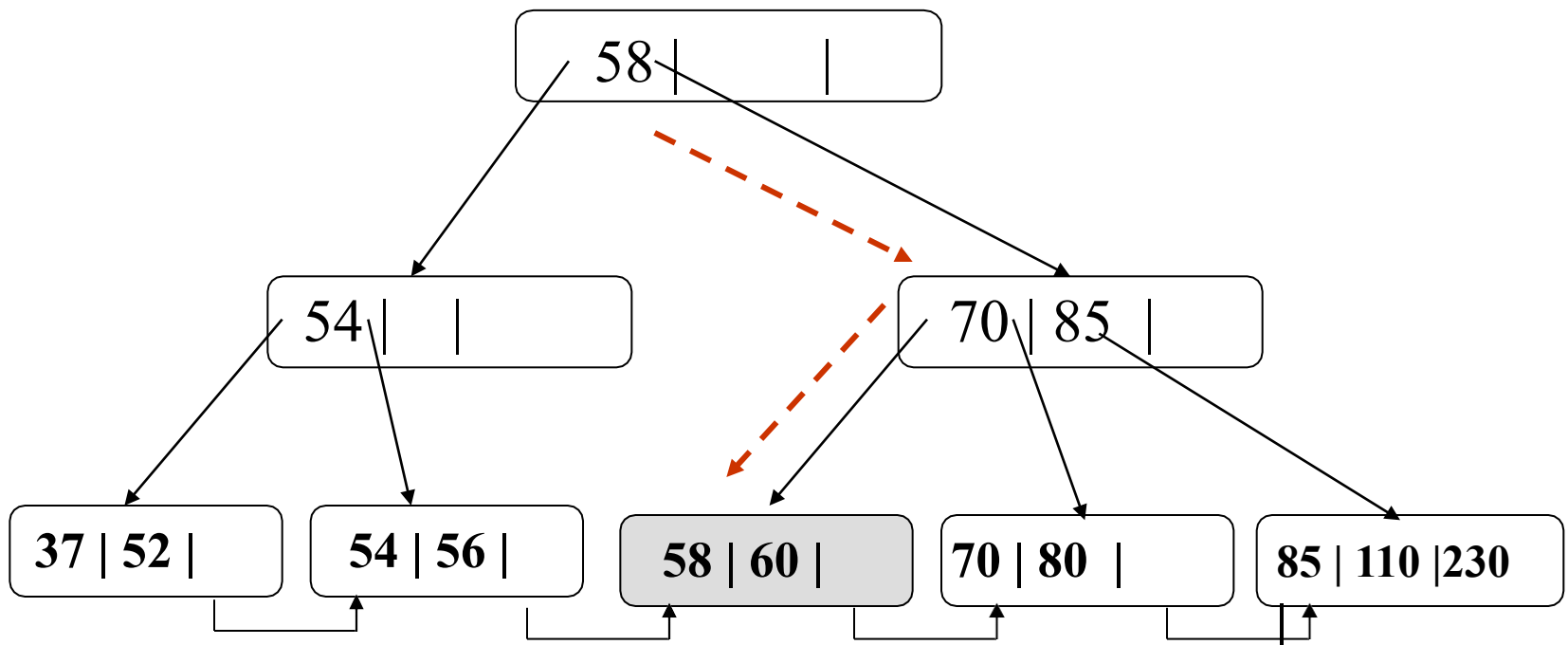
Árvore B⁺

■ Pesquisa

- Semelhante à pesquisa em árvore B;
- A pesquisa sempre leva a uma página folha;
- A pesquisa não para se a chave procurada for encontrada em uma página índice.

Árvore B⁺

- Pesquisa (Exemplo)
 - Procurar chave 60



Árvore B⁺

■ Inserção

- Ocorre sempre em um nó folha.
- Passos:
 - Localizar a folha dentro da qual a chave deve ser inserida;
 - Localizar a posição de inserção dentro da folha;
 - Inserir a chave;
 - Se, após a inserção, a folha estiver completa, realizar a **cisão da página ou split**.

Árvore B⁺

- Inserção: ordem M = 4: ($1 \leq n^{\circ} \text{ elementos} \leq 3$)

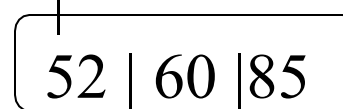
– Inserir chave 85



– Inserir chave 60



– Inserir chave 52



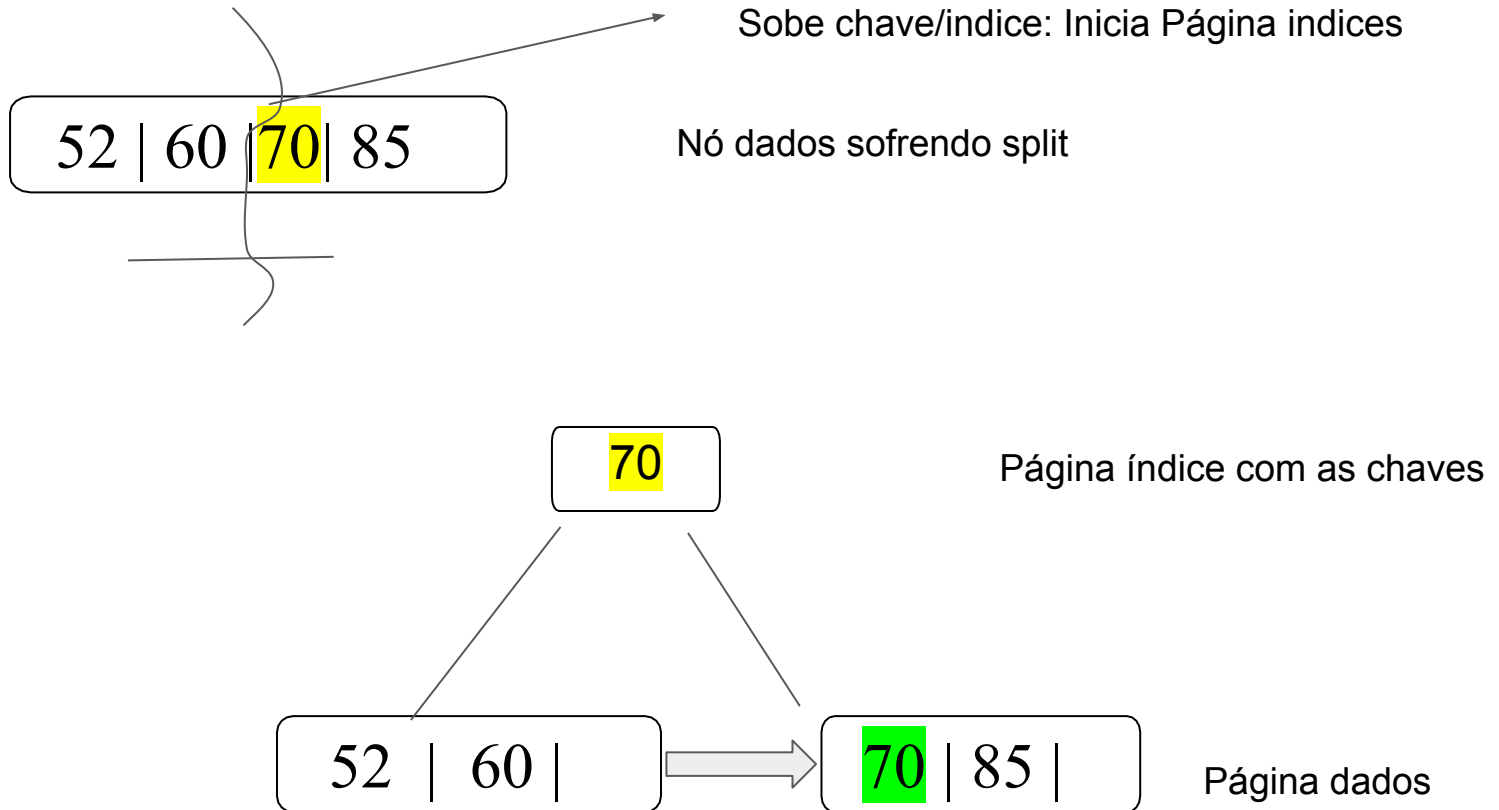
– Inserir chave 70 -> ***Realizar cisão***

Árvore B⁺

- Inserção -> Cisão de Página
 - As chaves do nó de dados serão divididas em dois grupos:
 - as chaves menores ficam na folha esquerda;
 - as chaves maiores ficam na folha direita;
 - A maior chave do meio sobe para o nó interno (Ex.: Ordem $m = 4$)

Seguindo temos:

Árvore B⁺



NA PÁGINA DE DADOS TEM QUE MANTER O DADO: SOBE O ÍNDICE (CÓPIA) PARA PÁGINA ÍNDICE

Árvore B⁺

- Remoção de uma chave X
 - **Caso 1:** A chave X aparece apenas em um nó folha: remove chave e reorganiza a folha
 - **Caso 2:** A chave X aparece nó folha e nó interno
 - **Caso 3:** Especiais: Requer Tratamentos: Concatenação/Redistribuição

Árvore B⁺

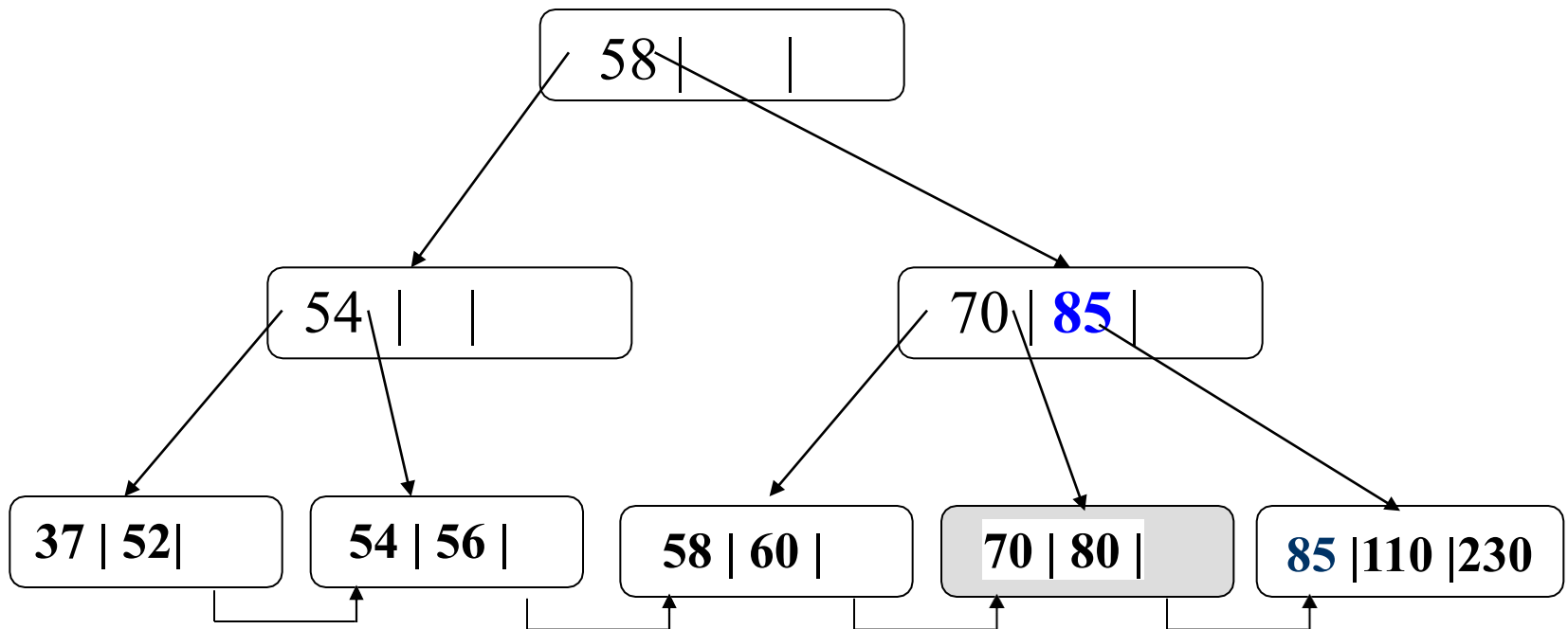
- Demonstrando um caso de remoção

Árvore B⁺

- Remoção de uma chave X
 - **Caso 2**: A chave X aparece também em nós internos (índice)
 - A chave X é removida da folha;
 - A folha é reorganizada;
 - A chave X **não** é removida dos nós internos.

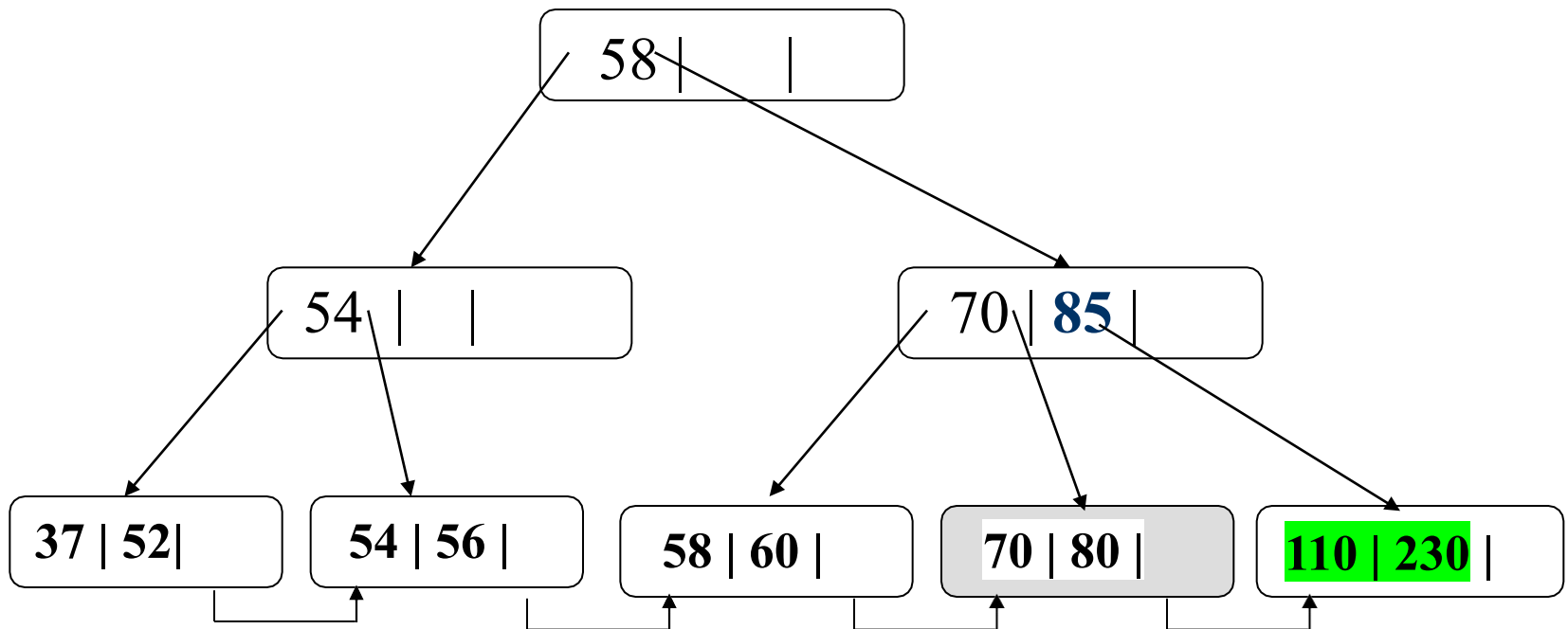
Árvore B⁺

- Remover chave 85



Árvore B⁺

- Após remoção chave 85



Árvore B⁺

- CÓDIGO RODANDO

Árvore B⁺

■ Referências

BUENO, Márcio. Professor Márcio Bueno. Árvore B +. Disponível em
<https://marciobueno.com/arquivos/ensino/ed2/ED2_03_Arvore_B.pdf>. Acesso em 14 nov. 2022

CORMEN, Tomas. Algoritmos Teoria e Prática. 3ª Edição.