$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$k^2 \cdot b_n(k;p) = k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big)$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$k^2 \cdot b_n(k;p) = k \cdot \left(\boxed{k \cdot b_n(k;p)}\right)$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$\begin{aligned} k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big) \\ &= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \end{aligned}$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$\begin{aligned} k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big) \\ &= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \\ &= np \cdot \big(k \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \end{aligned}$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$\begin{aligned} k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big) \\ &= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \\ &= np \cdot \big(k \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \end{aligned}$$

$k = (k - 1) + 1$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$\begin{aligned} k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big) \\ &= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \\ &= np \cdot \big(k \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \\ &= np \cdot \big((k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) + 1 \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \end{aligned}$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k;p)$

$$\begin{aligned}
k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big) \\
&= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \\
&= np \cdot \big(k \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \\
&= np \cdot \big(\boxed{(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p)} + 1 \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big)
\end{aligned}$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$\begin{aligned} k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big) \\ &= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \\ &= np \cdot \big(k \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \\ &= np \cdot \big((k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) + 1 \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \\ &= np \cdot \big((n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p) + b_{n-1}(k-1;p)\big) \end{aligned}$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \ldots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$\begin{aligned}
k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \left(k \cdot b_n(k;p)\right) \\
&= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \\
&= np \cdot \left(k \cdot b_{n-1}(k-1;p)\right) \\
&= np \cdot \left((k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) + 1 \cdot b_{n-1}(k-1;p)\right) \\
&= np \cdot \left((n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p) + b_{n-1}(k-1;p)\right) \\
&= n(n-1)p^2 \cdot b_{n-2}(k-2;p) + np \cdot b_{n-1}(k-1;p)
\end{aligned}$$

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \dots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$\begin{aligned}
k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big) \\
&= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \\
&= np \cdot \big(k \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \\
&= np \cdot \big((k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) + 1 \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \\
&= np \cdot \big((n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p) + b_{n-1}(k-1;p)\big) \\
&= n(n-1)p^2 \cdot b_{n-2}(k-2;p) + np \cdot b_{n-1}(k-1;p)
\end{aligned}$$

Why are such identities useful? Normalisation!

$$k \cdot b_n(k;p) = np \cdot b_{n-1}(k-1;p)$$

$$(k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) = (n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p)$$

$$b(k) = b_n(k;p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad (k = 0, 1, \dots, n)$$

$$\mu = 0 \cdot b(0) + 1 \cdot b(1) + \cdots + k \cdot b(k) + \cdots + n \cdot b(n)$$

Find a simpler expression for $k^2 \cdot b_n(k; p)$

$$\begin{aligned}
k^2 \cdot b_n(k;p) &= k \cdot \big(k \cdot b_n(k;p)\big) \\
&= k \cdot np \cdot b_{n-1}(k-1;p) \\
&= np \cdot \big(k \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \\
&= np \cdot \big((k-1) \cdot b_{n-1}(k-1;p) + 1 \cdot b_{n-1}(k-1;p)\big) \\
&= np \cdot \big((n-1)p \cdot b_{n-2}(k-2;p) + b_{n-1}(k-1;p)\big) \\
&= n(n-1)p^2 \cdot b_{n-2}(k-2;p) + np \cdot b_{n-1}(k-1;p)
\end{aligned}$$

Why are such identities useful? Normalisation!

$$\sum_k k^2 b_n(k;p) = ? \quad \text{versus} \quad \sum_k b_{n-1}(k-1;p) = \sum_k b_{n-2}(k-2;p) = 1$$