

ACTIVIDAD: Resolución de ecuaciones diferenciales homogéneas de primer orden

Objetivo:

Aplicar el método de sustitución $y = vx$ para resolver ecuaciones diferenciales homogéneas de primer orden y comprender su procedimiento paso a paso.

Indicaciones:

Resolver ejercicios

Ejemplo guiado:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x}$$

Solución:

1. $\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{y}{x} \rightarrow$ es homogénea.
2. Sustituyo $y = vx \rightarrow \frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx}$.
3. Reemplazo: $v + x \frac{dv}{dx} = 1 + v$.
4. Simplifico: $x \frac{dv}{dx} = 1$.
5. Integro: $\int dv = \int \frac{1}{x} dx \Rightarrow v = \ln |x| + C$.
6. Sustituyo $v = \frac{y}{x}$:

$$\frac{y}{x} = \ln |x| + C \Rightarrow y = x(\ln |x| + C)$$

Ejercicios para resolver:

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

2. $\frac{dy}{dx} = \frac{x + 2y}{x}$

3. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{xy}$

4. $\frac{dy}{dx} = \frac{y - x}{y + x}$

5. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + xy}{y^2}$

6. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2}{2xy}$

7. $\frac{dy}{dx} = \frac{3y - 2x}{x}$

8. $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + xy}{x^2}$

9. $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x - y}$

10. $\frac{dy}{dx} = \frac{y + 2x}{x}$