

ACTIVIDAD: Resolución de ecuaciones diferenciales homogéneas de primer orden

Objetivo:

Aplicar el método de sustitución $y = vx$ para resolver ecuaciones diferenciales homogéneas de primer orden y comprender su procedimiento paso a paso.

Indicaciones:

Resolver ejercicios

Ejemplo guiado:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$$

Solución:

1. $\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{y}{x} \rightarrow$ es homogénea.
2. Sustituyo $y = vx \rightarrow \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$.
3. Reemplazo: $v + x\frac{dv}{dx} = 1 + v$.
4. Simplifico: $x\frac{dv}{dx} = 1$.
5. Integro: $\int dv = \int \frac{1}{x} dx \Rightarrow v = \ln|x| + C$.
6. Sustituyo $v = \frac{y}{x}$:

$$\frac{y}{x} = \ln|x| + C \Rightarrow y = x(\ln|x| + C)$$

Ejercicios para resolver:

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y}{x}$
3. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2}{xy}$
4. $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$
5. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+xy}{y^2}$
6. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2-y^2}{2xy}$

$$7. \frac{dy}{dx} = \frac{3y-2x}{x}$$

$$8. \frac{dy}{dx} = \frac{y^2+xy}{x^2}$$

$$9. \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$$

$$10. \frac{dy}{dx} = \frac{y+2x}{x}$$