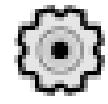


◆ Fórmula general de Newton-Cotes:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^n w_i \cdot f(x_i)$$

Donde:

- w_i : pesos (coeficientes) de Newton-Cotes para cada punto x_i
- x_i : nodos equiespaciados en $[a, b]$
- $f(x_i)$: valor de la función en esos nodos



¿Cómo se usa?

Para una integral en el intervalo $[a, b]$ con n subintervalos (grado n):

1. Divide el intervalo en n partes iguales.
2. Evalúa $f(x_i)$ en esos nodos.
3. Aplica:

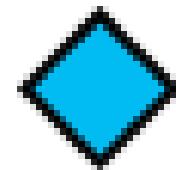
$$\int_a^b f(x)dx \approx h \cdot \sum_{i=0}^n w_i \cdot f(x_i)$$

Donde $h = \frac{b-a}{n}$, y los w_i son los pesos de la tabla.



Tabla de coeficientes w_i en Newton-Cotes cerrada

Grado n	Número de nodos	Nombre común	Coeficientes w_i (normalizados, multiplicar por h)
1	2	Regla del trapecio	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$
2	3	Simpson 1/3	$\frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{1}{6}$
3	4	Simpson 3/8	$\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}$
4	5	—	$\frac{7}{90}, \frac{32}{90}, \frac{12}{90}, \frac{32}{90}, \frac{7}{90}$
5	6	—	$\frac{19}{288}, \frac{75}{288}, \frac{50}{288}, \frac{50}{288}, \frac{75}{288}, \frac{19}{288}$



¿Qué es una fórmula cerrada?

- Usa los puntos extremos del intervalo $[a, b]$.
- Ejemplo: Simpson 1/3 usa $f(a), f(m), f(b)$

Se llama “cerrada” porque incluye los bordes.



¿Qué es una fórmula abierta?

- No usa los extremos del intervalo.
- Solo usa puntos dentro del intervalo, como $a + h$, $a + 2h$, etc.

Se llama “abierta” porque los extremos están *abiertos* o excluidos.

Ejemplo: Fórmula de Newton-Cotes abierta de grado 1 ($n = 1$)

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b - a) \cdot f\left(\frac{a + b}{2}\right)$$

- ◆ Solo usa el punto medio → no usa ni $f(a)$ ni $f(b)$

¿Cuándo usar fórmulas abiertas?

- Cuando la función no está definida en los extremos, por ejemplo, si hay una discontinuidad o asíntota.
- Para evitar errores en bordes inestables numéricamente.

Aclaración

■ 1. Fórmula con h

$$\int_a^b f(x)dx \approx h \cdot \sum_{i=0}^n w_i \cdot f(x_i)$$

Donde:

- $h = \frac{b-a}{n}$: paso uniforme entre los nodos
- w_i : coeficientes normalizados (por ejemplo: $w = 1, 4, 1$ para Simpson)

👉 Esta es la fórmula clásica de Newton-Cotes cuando los nodos están equispaciados.



2. Fórmula sin h

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^n w_i \cdot f(x_i)$$

Aquí los w_i ya incluyen a h . Son los pesos exactos ajustados al intervalo $[a, b]$.

👉 Este es el enfoque más general (y más elegante), típico en cuadratura de Gauss o Newton-Cotes cuando:

- Ya conoces $w_i \cdot h$ pre-calculado (por ejemplo: $\frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{1}{6}$).



Entonces:

Contexto	Usa h ?	¿Cómo se calculan w_i ?
Newton-Cotes básico	<input checked="" type="checkbox"/> Sí	Coeficientes combinatorios clásicos
Newton-Cotes pretabulado	<input type="checkbox"/> No	Ya traen $h \cdot w_i$ embebido
Cuadratura de Gauss	<input type="checkbox"/> No	Se usa cambio de variable y nodos especiales

Ejemplo:

◆ Integral definida:

$$\int_1^2 x \cdot \ln(x) dx$$

Usaremos la fórmula de Newton-Cotes cerrada de grado 2, que equivale a Simpson 1/3, y aplicaremos la estructura general:

$$\int_a^b f(x) dx \approx h \cdot \sum_{i=0}^n w_i \cdot f(x_i)$$

◆ ¿Qué significa "Newton-Cotes cerrada de grado 2"?

- Se usa un polinomio de grado 2 (parábola) que interpola 3 puntos: x_0, x_1, x_2
- Es equivalente a la regla de Simpson 1/3



Fórmula general de Simpson 1/3 (gr. 2):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

Donde:

- $h = \frac{b-a}{2}$
- $x_0 = a, x_1 = a + h, x_2 = b$

Datos del problema:

- $a = 1, b = 2, n = 2$
- $h = \frac{b-a}{n} = \frac{1}{2} = 0.5$
- Nodos:
 - $x_0 = 1$
 - $x_1 = 1.5$
 - $x_2 = 2$
- Coeficientes Newton-Cotes grado 2:
 - $w_0 = \frac{1}{6}$
 - $w_1 = \frac{4}{6}$
 - $w_2 = \frac{1}{6}$

□ ¿Cómo se obtiene $w_0 = \frac{1}{6}$, etc.?

Sabemos:

$$\frac{h}{3} [1 \cdot f(x_0) + 4 \cdot f(x_1) + 1 \cdot f(x_2)]$$

Factorizamos h :

$$= h \cdot \left[\frac{1}{3}f(x_0) + \frac{4}{3}f(x_1) + \frac{1}{3}f(x_2) \right]$$

Y ahora, como $h = \frac{b-a}{2}$, tenemos:

$$= \frac{b-a}{2} \cdot \left[\frac{1}{3}f(x_0) + \frac{4}{3}f(x_1) + \frac{1}{3}f(x_2) \right]$$

Multiplicamos:

$$= (b - a) \cdot \left[\frac{1}{6}f(x_0) + \frac{4}{6}f(x_1) + \frac{1}{6}f(x_2) \right]$$



Entonces:

- $w_0 = w_2 = \frac{1}{6} \cdot (b - a)$
- $w_1 = \frac{4}{6} \cdot (b - a)$

Y como en nuestro caso $b - a = 1$, los coeficientes son simplemente:

- $w_0 = \frac{1}{6}$
- $w_1 = \frac{4}{6}$
- $w_2 = \frac{1}{6}$

💡 Paso 1: Formula general de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^n w_i \cdot f(x_i)$$

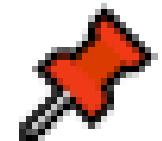
Donde:

- $a = 1, b = 2, n = 2$
- Nodos: $x_0 = 1, x_1 = 1.5, x_2 = 2$
- Paso: $h = \frac{b-a}{n} = \frac{1}{2}$
- Coeficientes (Newton-Cotes grado 2):

$$w_0 = \frac{1}{6}(b-a), \quad w_1 = \frac{4}{6}(b-a), \quad w_2 = \frac{1}{6}(b-a)$$

Como $b - a = 1$, se simplifica a:

$$w_0 = \frac{1}{6}, \quad w_1 = \frac{4}{6}, \quad w_2 = \frac{1}{6}$$



Paso 2: Evaluar la función en los nodos

$$f(x) = x \ln(x)$$

- $f(1) = 1 \cdot \ln(1) = 0$
- $f(1.5) = 1.5 \cdot \ln(1.5) \approx 1.5 \cdot 0.4055 = 0.6083$
- $f(2) = 2 \cdot \ln(2) \approx 2 \cdot 0.6931 = 1.3862$



Paso 3: Aplicar fórmula

$$\int_1^2 x \ln(x) dx \approx \frac{1}{6} \cdot f(1) + \frac{4}{6} \cdot f(1.5) + \frac{1}{6} \cdot f(2)$$

$$\approx \frac{1}{6} \cdot 0 + \frac{4}{6} \cdot 0.6083 + \frac{1}{6} \cdot 1.3862$$

$$\approx 0 + 0.4055 + 0.2310 = \boxed{0.6365}$$



Resultado por Newton-Cotes general (grado 2):

$$\int_1^2 x \ln(x) dx \approx 0.6365$$

FIN