МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

по дисциплине «ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ»

Тема: Алгоритмы на графах

Студент гр. 8382 Торосян Т.А.

Преподаватель Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы.

Ознакомится с реализацией жадного алгоритма и алгоритма A^* , написать программу на языке программирования C^{++} .

Вариант 3

Написать функцию, проверяющую эвристику на допустимость и монотонность.

Жад ны й ал г ори тм.

Описание используемого класса.

Класс путей(class Edge):

Класс путей состоит из следующих свойств:

- char from имя вершины откуда исходит ребро графа;
- char to имя вершины куда входит ребро графа;
- double weight вес ребра графа;

Класс пути содержит следующие методы:

- Edge(char from, char to, double weight) конструктор, принимающий имя вершины начала, имя вершины конца и вес этого ребра.
- char getFrom() метод, для получения поля nameFrom класса Edge.
- getTo() метод, для получения поля nameOut класса Edge.
- double getWeight() метод, для получения поля weightEdge класса
 Edge.

Постановка задачи.

Разработайте программу, которая решает задачу построения пути в ориентированном графе при помощи жадного алгоритма. Жадность в данном случае понимается следующим образом: на каждом шаге выбирается последняя посещённая вершина. Переместиться необходимо в ту вершину, путь до которой является самым дешёвым из последней посещённой вершины. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b",

"с"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес.

Пример входных данных

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес.

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет

abcde

Описание алгоритма.

Решение поставленной задачи осуществляется с помощью рекурсивной функции func(std::vector<Edge>* vector, char curChar, char endChar, std::vector<char>* answer), реализующей жадный алгоритм. На этапе инициализации происходит проверка – не является ли подаваемая начальная вершина равной конечной.

Затем создается пустой временный вектор ребер (temporary Vector) и начинается проход по исходному вектору, в ходе которого происходит отбор подходящих путей, т.е. тех, у которых *пате From (имя родителя)* равняется текущей вершине, которую мы рассматриваем. Если это так, то записываем путь-ребро (в котором родитель – рассматриваемая вершина) в текущий временный вектор (temporary Vector).

Далее, для нахождения самого "дешевого" пути, вызывается функция сортировки вершин(sort), которая сортирует вершины по наименьшему весу ребер, после чего рекурсивно вызывается функция func() с тем условием, что теперь текущая вершина будет первой (минимальной по весу ребра) в векторе temporaryVector.

Описание main ():

Функция осуществляет ввод начальной и конечной вершин, списка ребер с весами, запуск алгоритма на введенных данных и вывод промежуточных результатов в консоль.

Описание дополнительных функций.

Функция bool comp(Edge a, Edge b), принимает две переменные класса Edge и сравнивает их по весу.

Сложность алгоритма по памяти.

Сложность для жадного алгоритма оценивается как O(V+E), так как в исходном векторе хранится число всех ребер, а с каждой новой вершиной запускается рекурсия и создается новый вектор.

Сложность алгоритма по времени.

Сложность для жадного алгоритма оценивается как O(E logE), так как в худшем случае будет совершаться обход по всем ребрам, а изначальная сортировка ребер по длине имеет сложность O(E logE).

Ал гор итм А*.

Описание используемых классов.

Класс вершин(class Vertex):

Класс вершин состоит из следующих свойств:

- char name имя вершины;
- double EdgeToVertex путь до текущей вершины;
- double heuristicF эвристическая функция;

- char nameFromT имя, откуда исходит вершина.
- vector<char> coupled вектор для исходящих из вершины вершин.

Класс вершин содержит следующие методы:

- Vertex(char name) конструктор, принимающий имя вершины, используется для создания самой первой вершины.
- Vertex() конструктор, для создания вершин по умолчанию.

Постановка задачи.

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в ориентированном графе методом А*. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

Пример входных данных

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом

ade

Описание алгоритма.

Изначально создаются 2 вектора: с "открытыми" и "закрытыми" вершинами. (Изначально в вектор открытых вершин кладем начальную вершину). Первым делом из списка открытых вершин выбирается вершина, с наименьшим значением эвристической функции. (Выбор наименьшего значения осуществляется путем функции sort() и компаратора). Выбранная вершина удаляется из открытого списка и записывается в закрытый.

Далее происходит проход по потомкам текущей вершины. Если потомка нет в открытый список, он записывается в него. Затем обновляется информация о вершине-потомке: кратчайший путь до него, значение эвристической функции и название вершины-предка.

Цикл продолжается до тех пор, пока вектор открытых вершин не будет пуст. После этого, когда функция доходит до конечной вершины, вызывается функция для вывода ответа.

Описание дополнительных функций.

- bool comp(Vertex a, Vertex b) функция принимает 2 переменные типа Vertex, используется для сортировки открытых вершин по значению эвристической функции.
- void answer(std::vector<Vertex>& vectorVertices, char startVertex, char endVertex) функция принимает вектор вершин, а также начальную и искомую вершины. Данная функция используется для вывода ответа.
- void changeInfo(std::vector<Vertex>& vectorVertices, std::vector<Vertex>& openVertexes, char a, char name, double temp_G, char endVertex) функция принимает вектор вершин, вектор открытых вершин, имя потомка вершины, которую рассматриваем, имя самой вершины, значение длины пути до него и имя конечной вершины, для вычисления эвристической оценки. Данная функция используется для обновления информации о вершине и ребенке

вершины.

- int whatNumber(char a, std::vector<Vertex>& vectorVertices) функция принимает имя вершины и вектор вершин. Данная функция ищет вершину в векторе и возвращает её индекс.
- check(std::vector<Edge>& vectorEdge, std::vector<Vertex>& bool vectorVertices, char endVertex, bool flagM, bool flagAd) – функция вектор пути, вектор вершин и имя искомой вершины. Данная функции сначала выполняет проверку эвристики на монотонность, по свойству монотонности: эвристическая функция h(v) называется монотонной, если для любой вершины v1 и её потомка v^2 разность $h(v^1)$ и $h(v^2)$ не превышает фактического веса ребра c(v1,v2) от v1 до v2, а эвристическая оценка целевого состояния равна нулю. Далее, в случае, когда она не монотонна, функция выполняет проверку эвристики на допустимость по следующему свойству: говорят, что оценка h(v) допустима, если любой ДЛЯ вершины v значение h(v) меньше или равно весу кратчайшего пути от v до Данная проверка происходит цели. В случае, когда монотонность не выполнилась, так как существует теорема: Любая монотонная эвристика допустима, однако обратное неверно.

Сложность алгоритма по памяти.

Сложность для алгоритма A^* оценивается как O(|V+E|), так как программе приходится хранить граф целиком.

Сложность алгоритма по времени.

Временная сложность алгоритма A^* зависит от эвристики. В данном случае, $N \cdot \log(N)$ - сложность сортировки, где N длина очереди в данный момент тогда ответ $O(1 + N*\log(N)(V+E))$, упрощая - $O(N*\log(N)(V+E))$.

Тестирование жадного алгоритма.

Входные данные:

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

Входные данные:

a h

a b 3.0

a c 1.0

a d 2.0

b e 5.0

c f 2.0

d g 6.0

e h 1.0

fh 3.0

g h 1.0

Ответ: acfh

Входные данные:

a b 1.0 b c 1.0 a d 3.0 d e 1.0 d f 2.0 f g 4.0

Ответ: adfg

Тестирование алгоритма А*.

Входные данные:

a e

a b 3.0

b c 1.0

c d 1.0

a d 5.0

d e 1.0

```
□ "Chypriv #GeynulCodeBookiProjectn123bmnDebugh122 exe"

Vertex data update:

vertex data update:

vertex data is set. Its ancestor: a

setrox d is set. Its ancestor: b

setrox d is set. Its ancestor: b

read to separative execute, putting it into...

vertex data update:

vertex d is set. Its ancestor: b

Path to the c is 4

Heuristic estimation for a vertex c is 6

open vertices sort:

urrent vertex.

urrent vertex

differ to the set of closed vertexes.

Sebauting the information update function.

vertex data update:

vertex data update:

vertex data update:

vertex data update:

vertex dis set. Its ancestor: d

set is not in the open vtcs vector, putting it into...

calling the information update function.

vertex data update:

vert
```

Входные данные: a h a b 3.0 a c 1.0 a d 2.0 b e 5.0 c f 2.0 d g 6.0 e h 1.0 f h 3.0 g h 1.0 Ответ: acfh Входные данные: a g a b 1.0 b c 1.0 a d 3.0 d e 1.0 d f 2.0 f g 4.0 Ответ: adfg Входные данные:

Ответ: Ошибка! (возникла т. к. невозможно достичь конечной вершины)

Вывод.

a e a b 2.0 b c 1.0 a d 3.0

В результате работы были реализованы А* и жадный алгоритмы, выполняющие поставленную задачу. Реализован анализ эвристической функции на монотонность и допустимость.

Приложение.

Файл Greedy.cpp(жадный алгоритм):

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <iomanip>
                       // std::setw
using namespace std;
class Edge {
private:
  char from;
  char to;
  double weight;
public:
  Edge(char from, char to, double weight)
     : from(from), to(to), weight(weight) {}
  char getFrom() const {
    return from;
  }
  char getTo() const {
    return to;
  }
  double getweight() const {
    return weight;
};
bool comp(Edge a, Edge b) {
  return a.getweight() < b.getweight();</pre>
}
bool func(std::vector<Edge>* vector, char curChar, char endChar, std::vector<char>* answer, int depth) {
  depth++;
```

```
std::cout << setw(depth + 1) << ' ' << "Current vertex: " << curChar << std::endl;
  if (curChar == endChar) { //exit from recursion
     std::cout << setw(depth + 1) << ' ' << "Reached the final vertex - " << endChar << "." << std::endl;
     return true;
  std::cout << setw(depth + 1) << '' << "Lookin for edges coming from this vertex." << std::endl;
  std::vector<Edge> temporaryVector;
  temporaryVector.reserve(0);
  for (Edge Edge: *vector) {// all vertexes in the vector will be passed
     if (Edge.getFrom() == curChar) {//selects all Edges from the desired vertex
       std::cout << setw(depth + 1) << ' ' << "Since the vertex" << Edge.getTo() << " comes from the current vertex,
writing this edge to the vector." << std::endl;
       temporaryVector.emplace_back(Edge);//written to a vector
     }
  }
  //since we need the cheapest way we will cohabit
  std::cout << setw(depth + 1) << ' ' << "Sorting vertices to find minimum weight." << std::endl;
  std::sort(temporaryVector.begin(), temporaryVector.end(), comp);
  for (Edge Edge : temporaryVector) {//going through all the vertexes
     if (func(vector, Edge.getTo(), endChar, answer, depth)) {//new variable
       depth--;
       std::cout << setw(depth + 1) << ' ' << "Writing a vertex " << Edge.getTo() << " into result vector" <<
std::endl;
       answer->emplace back(Edge.getTo());
       return true;
  return false;
```

int main() {

```
setlocale(LC_ALL, "rus");
int depth = 0;
int flag = 1;
std::vector<Edge> vector;
vector.reserve(0);
std::vector<char> answer;
answer.reserve(0);
char startChar;
char endChar;
std::cout << "Input: ";
std::cin >> startChar;
std::cin >> endChar;
char start, end;
double weight;
while (std::cin >> start >> end >> weight) {
  vector.emplace_back(Edge(start, end, weight));
}
std::cout << "Starting Mr. Greedy..." << std::endl;
if (!func(&vector, startChar, endChar, &answer, depth))
  std::cout << "Unexpected error!" << std::endl;</pre>
  flag = 0;
}
if (flag)
  std::cout << "The Greedy is going down." << std::endl;
  std::cout << "The initial vertex is added to the result." << std::endl;
  answer.emplace_back(startChar);
  std::cout << "Reversing the result vector." << std::endl;
```

```
std::reverse(answer.begin(), answer.end());
    std::cout << "Answer: " << std::endl;
    for (char sym: answer) {
       std::cout << sym;
    }
  }
  return 0;
        Файл Astar.cpp(алгоритм A*):
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <set>
class Vertex {//vertex class
public:
  char name;
  double pathToVertex;//path to the current vertex - g
  double heuristicF;//heuristic function - f
  char nameFromT;
  std::vector<char> coupled;//vector for vertexes originating from a vertex
  Vertex(char name)//constructor1-required to fill in the initial vertex
    : name(name) {
    heuristicF = 0;
    pathToVertex = -1;//will be used for unprocessed vertexes instead of the infinity sign
    nameFromT = '-';
  }
  Vertex() {
                                  //constructor2
                   //
    name = '!';
    heuristicF = 0;
    pathToVertex = -1; //
    nameFromT = '-';
```

```
}
};
class Path {//path class. It stores only the path: from where to where and how much the path weighs
public:
  char nameFromP;
  char nameOutP;
  double weightPath;
  Path(char nameFromP, char nameOutP, double weightPath)
    : nameFromP(nameFromP), nameOutP(nameOutP), weightPath(weightPath) {}
  char getNameFromP() const {
    return nameFromP;
  }
  char getNameOutP() const {
    return nameOutP;
  }
  double getWeightPath() const {
    return weightPath;
  }
};
bool check(std::vector<Path>& vectorPath, std::vector<Vertex>& vectorVertices, char endVertex, bool flagM, bool
flagAd)
  std::cout << "Starting the monotony and validness function check." << std::endl;
  if (abs(endVertex - endVertex) != 0) {
    std::cout << "The heuristic estimate of the target state is not zero!" << std::endl;
    flagM = false;
```

```
for (unsigned int i = 0; i < vectorPath.size(); i++) {
     if ((abs(endVertex - vectorPath[i].nameFromP) - abs(endVertex - vectorPath[i].nameOutP)) >
vectorPath[i].weightPath) {
       std::cout << "The monotony isn't as good." << std::endl;
       flagM = false;
     }
  checking for validity
  if (!flagM)
     for (unsigned int i = 0; i < vectorVertices.size(); i++) {
       if ((abs(endVertex - vectorVertices[i].name) > (vectorVertices[vectorVertices.size() - 1].pathToVertex -
vectorVertices[i].pathToVertex)))
       {
          std::cout << "It isn't valid." << std::endl;
          flagAd = false;
       }
     }
  if (flagM)
     std::cout << "The heuristic is monotonous and valid!" << std::endl;
    return true;
  else if (!flagM && flagAd)
    std::cout << "The heuristic is valid!" << std::endl;
    return true;
  }
  else
     std::cout << "The heuristic is neither monotonous nor valid!" << std::endl;
    return false;
```

```
int whatNumber(char a, std::vector<Vertex>& vectorVertices) {
  for (unsigned int i = 0; i < vectorVertices.size(); <math>i++) {
     if (vectorVertices[i].name == a) {
       return i;
  return -1;
bool comp(Vertex a, Vertex b) {//comparator, used for sorting in an open list
  return a.heuristicF < b.heuristicF;
}
void answer(std::vector<Vertex>& vectorVertices, char startVertex, char endVertex)
  std::cout << "The answer function starts." << std::endl;
  std::vector<Vertex> answer;
  answer.reserve(0);
  Vertex temp = vectorVertices[whatNumber(endVertex, vectorVertices)];
  std::cout << "Writing down the last vertex." << endVertex << std::endl;
  answer.emplace_back(temp);
  while (temp.name != startVertex) {
     temp = vectorVertices[whatNumber(temp.nameFromT, vectorVertices)];
     std::cout << "Writing down the vertex." << temp.name << std::endl;
     answer.emplace back(temp);
  }
  std::cout << "Reversing result..." << std::endl;
  std::reverse(answer.begin(), answer.end());//since it was filled in the reverse order, we do reverse
  std::cout << "Answer: " << std::endl;
  for (Vertex ans : answer) {
     std::cout << ans.name;
```

```
std::cout << std::endl;
void changeInfo(std::vector<Vertex>& vectorVertices, std::vector<Vertex>& openVertexes, char a, char name, double
temp G, char endVertex)
  std::cout << "Vertex data update: " << std::endl;
  vectorVertices[whatNumber(a, vectorVertices)].nameFromT = name;
  vectorVertices[whatNumber(a, vectorVertices)].pathToVertex = temp G;
  openVertexes[whatNumber(a, openVertexes)].nameFromT = name;
  openVertexes[whatNumber(a, openVertexes)].pathToVertex = temp G;
  openVertexes[whatNumber(a, openVertexes)].heuristicF = \text{temp } G + \text{abs}(\text{endVertex - a});
  std::cout << "Vertex" << a << " is set. Its ancestor: " << name << std::endl;
  std::cout \ll "Path to the " \ll a \ll " is " \ll temp_G \ll std::endl;
  std::cout << "Heuristic estimation for a vertex " << a << " is " << temp_G + abs(endVertex - a) << std::endl;
bool A(std::vector<Path>& vectorPath, std::vector<Vertex>& vectorVertices, char startVertex, char endVertex) {
  Vertex temp;
  double temp G;
  std::vector<Vertex> closedVertexes;
  closedVertexes.reserve(0);
  std::vector<Vertex> openVertexes;
  openVertexes.reserve(0);
  std::cout << "Adding a vertex to the open vertexes vector: " << vectorVertices[0].name << std::endl;
  openVertexes.emplace_back(vectorVertices[0]);
  while (!openVertexes.empty()) {
    Vertex min = openVertexes[0];
    std::cout << "Open vertices sort: " << std::endl;
    std::sort(openVertexes.begin(), openVertexes.end(), comp);
    temp = openVertexes[0]; //minimum f from openVertexes
    std::cout << "Current vertex: "<< temp.name << std::endl;
    if (temp.name == endVertex) {
```

```
std::cout << "The current vertex is equal to the one you are looking for, so we call the answer function." <<
std::endl;
       answer(vectorVertices, startVertex, endVertex);
       return true;
    std::cout << "Moving " << openVertexes[0].name << " to the vector of closed vertexes." << std::endl;
    closedVertexes.emplace_back(temp); //adding the processed vertex
    openVertexes.erase(openVertexes.begin()); //deleting the processed vertex
    for (unsigned int i = 0; i < temp.coupled.size(); i++) { //for each neighbor
       if (whatNumber(temp.coupled[i], closedVertexes) != -1) { //if the neighbor is in closedVertexes (already
processed)
         continue;
       }
       int j = 0;
       while (true) {
         if (vectorPath[j].nameFromP == temp.name && vectorPath[j].nameOutP == temp.coupled[i]) {
            std::cout << "Evaluating the shortest path to the " << vectorPath[j].nameOutP << std::endl;
            temp G = vectorPath[i].weightPath + temp.pathToVertex;
            std::cout << "It's about " << temp G << std::endl;
            break;
         }
         j++;
       if (whatNumber(temp.coupled[i], openVertexes) == -1) { //if the neighbor is not in openVertexes
         std::cout << temp.coupled[i] << " is not in the open vtcs vector, putting it into..." << std::endl;
         openVertexes.emplace back(vectorVertices[whatNumber(temp.coupled[i], vectorVertices)]); //adding a
neighbor
         std::cout << "Calling the information update function." << std::endl;
         changeInfo(vectorVertices, openVertexes, temp.coupled[i], temp.name, temp_G, endVertex);
       }
       else {
         if (temp G < openVertexes[whatNumber(temp.coupled[i], openVertexes)].pathToVertex) {
            std::cout << "A shorter path up to " << temp.coupled[i] << " was found (" << temp G << "). Update..." <<
std::endl;
            changeInfo(vectorVertices, openVertexes, temp.coupled[i], temp.name, temp_G, endVertex);
         }
       }
```

}

```
}
  return false;
int main() {
  setlocale(LC_ALL, "Russian");
  bool flag = true;
  bool flagM = true;
  bool flagAd = true;
  std::vector<Path> vectorPath;//vector paths
  vectorPath.reserve(0);
  std::vector<Vertex> vectorVertices;//vector Vertices
  vectorVertices.reserve(0);
  char startVertex;
  char endVertex;
  std::cout << "Input: " << std::endl;
  std::cin >> startVertex;
  std::cin >> endVertex;
  char start, end;
  double weight;
  while (std::cin >> start >> end >> weight) {
    vectorPath.emplace_back(Path(start, end, weight));
  }
  std::set<char> set;
  set.insert(startVertex);//inserting the first vertex
  vectorVertices.emplace_back(Vertex(startVertex));//creating the initial vertex and putting it in the vector
  int number;
  for (Path path: vectorPath) {//going through the path vector
```

```
char from = path.getNameFromP();//
  char out = path.getNameOutP();
  if (set.find(from) == set.end()) {//checks that there is no from in the set
     set.insert(from);
     vectorVertices.emplace_back(Vertex(from));
  if (set.find(out) == set.end()) {
     set.insert(out);
     vectorVertices.emplace_back(Vertex(out));
  }
//the path vector is full, but the neighbor vector is not =>
//performing a pass through the path vector again
for (Path path: vectorPath) {//going through the path vector
  char from = path.getNameFromP();//
  char out = path.getNameOutP();
  if (set.find(from) != set.end()) {//checks that the set has from
     number = whatNumber(from, vectorVertices);
     vectorVertices[number].coupled.emplace back(out);//adding a vertex neighbor
  }
vectorVertices[0].pathToVertex = 0;
vectorVertices[0].heuristicF = abs(endVertex - startVertex);
std::cout << "Starting A*!" << std::endl;
if (!A(vectorPath, vectorVertices, startVertex, endVertex)) {
  flag = false;
  std::cout << "Unexpected error!" << std::endl;
if (flag)
  check(vectorPath, vectorVertices, endVertex, flagM, flagAd);
```