

Trådløs Kommunikation: Path Loss og Shadowing

Forfatterens Navn

6. september 2024

Indhold

1	Path Loss and Shadowing	7
1.1	Variationer i Signalstyrke: Path Loss, Shadowing og Multipath	7
1.1.1	Path Loss og Shadowing	8
1.1.2	Multipath Effekter	8
1.2	Radio Wave Propagation	9
1.3	Transmitterede og Modtagede Signaler	10
1.3.1	Transmitteret Signal	10
1.3.2	Modtaget Signal	11
1.3.3	Doppler Effekt	11
1.3.4	Path Loss	11
2	Free-Space Path Loss og Doppler-effekt	13
2.1	Free-Space Path Loss og Doppler-effekt	13
2.1.1	Free-Space Path Loss	13
2.1.2	Doppler-effekt	14
2.1.3	Eksempler	15
2.2	Ray Tracing	16
2.2.1	Two-Ray Model	18
2.2.2	Ten-Ray Model (Dielectric Canyon)	22
2.2.3	General Ray Tracing (GRT)	26
2.2.4	Knife-Edge Diffraction	28
2.2.5	Scattering	30
2.2.6	Local Mean Received Power	32
2.2.7	Local Mean Received Power	33
2.3	Empiriske Path Loss Modeller	33
2.3.1	The Okumura Model	33
2.3.2	The Hata Model	34
2.3.3	COST 231 Udvidelse til Hata Modellen	34
2.3.4	Piecewise Linear (Multi-Slope) Model	35
2.3.5	Indendørs Attenuation Faktorer	36
2.4	Simplified Path Loss Model	37

2.4.1	Eksempel 1: Beregning af Path Loss Eksponent og Modtaget Effekt	38
2.4.2	Eksempel 2: Beregning af Modtaget Effekt ved 200 meter	39
2.4.3	Eksempel 3: Effekt af <i>Shadow Fading</i>	39
2.4.4	Opsummering	40
2.5	Shadow Fading og Log-Normal Skjulte Variabler	40
2.5.1	Log-Normal Skjulte Variabler	40
2.5.2	Gennemsnit og Varians af $\log_{10}(\psi)$	41
2.5.3	Shadow Fading Modelling	41
2.5.4	Eksempler	41
2.6	Combined Path Loss and Shadowing	43
2.6.1	Statistisk Baggrund for Shadowing	43
2.7	Outage Probability under Path Loss and Shadowing	44
2.7.1	Eksempel 2.5: Beregning af Outage Probability	45
2.7.2	Statistisk Baggrund: Q-funktionen og Outage Probability	45
2.8	Cell Coverage Area	46
2.8.1	Basestationens Rolle i Dækning	46
2.8.2	Effekten af Path Loss og Shadowing	46
2.8.3	Matematisk Modelling af Dækningen	47
2.8.4	Outage Probability	47
2.8.5	Eksempler	47
3	Appendix B	49
4	Statistical Multipath Channel Models	51
4.1	Time-Varying Channel Impulse Response	53
4.2	Narrowband Fading Models	53
4.2.1	Autocorrelation, Cross Correlation, and Power Spectral Density	53
4.2.2	Envelope and Power Distributions	53
4.2.3	Level Crossing Rate and Average Fade Duration	53
4.2.4	Finite State Markov Channels	53
4.3	Wideband Fading Models	53
4.3.1	Power Delay Profile	53
4.3.2	Coherence Bandwidth	53
4.3.3	Doppler Power Spectrum and Channel Coherence Time	53
4.3.4	Transforms for Autocorrelation and Scattering Functions	53
4.4	Discrete-Time Model	53
4.5	Space-Time Channel Models	53

5	Opgaver	55
5.1	Exercises week 2	55
6	Formula collection	63
6.1	Path Loss Models	63
6.1.1	Free-Space Path Loss (FSPL)	63
6.1.2	Hata Model for Urban Areas	64
6.1.3	Single-Slope Path Loss Model	64
6.1.4	Received Power in Free Space	64
6.1.5	Signal-to-Noise Ratio (SNR)	65
6.1.6	Maximum Distance for Given SNR	65
6.1.7	COST 231 Model (Extension of Hata Model)	66
6.1.8	Two-Ray Ground Reflection Model	66
6.1.9	Critical Distance in Two-Ray Model	67
6.1.10	Delay Spread in Two-Ray Model	67
6.2	Outage Probability	67
6.2.1	Outage Probability under Path Loss and Shadowing . .	67
6.3	Link Budget Equation	68
6.4	Doppler Shift	68
6.5	Probability and Fading	68
6.5.1	Rayleigh Fading	68
6.5.2	Rician Fading	69
6.5.3	Simplified Path Loss Model for SNR	69

Kapitel 1

Path Loss and Shadowing

Den trådløse radiokanal udgør en betydelig udfordring som medium for pålidelig højhastighedskommunikation. Ikke alene er kanalen udsat for støj, interferens og andre forstyrrelser, men disse forhindringer ændrer sig også over tid på uforudsigelige måder som følge af brugerens bevægelse. I dette kapitel vil vi karakterisere variationen i modtaget signalstyrke som en funktion af afstanden mellem sender og modtager, med fokus på de primære faktorer: path loss og shadowing.

Path loss opstår, når signalets energi gradvist aftager, efterhånden som det bevæger sig væk fra senderen. Denne dæmpning skyldes primært den fysiske udbredelse af signalets energi over et større område og påvirkninger fra selve udbredelseskanalen. Modeller for path loss antager generelt, at tabet er ens for en given afstand mellem sender og modtager.

Shadowing forekommer, når forhindringer som bygninger, træer eller bakker dæmper signalstyrken. Disse forhindringer kan påvirke signalet gennem mekanismer som absorption, refleksion, spredning og diffraktion. Når dæmpningen er særlig kraftig, kan signalet blive helt blokeret.

1.1 Variationer i Signalstyrke: Path Loss, Shadowing og Multipath

Når et signal transmitteres i et trådløst miljø, vil det opleve forskellige typer af dæmpning afhængigt af både afstanden mellem sender og modtager og de specifikke forhold i miljøet. Disse dæmpninger påvirker forholdet mellem den transmitterede effekt P_t og den modtagne effekt P_r .

1.1.1 Path Loss og Shadowing

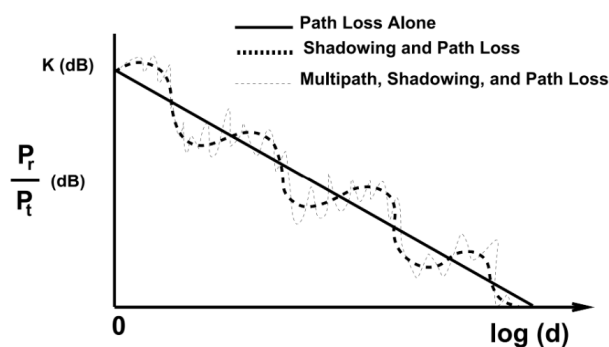
Path Loss: Path loss opstår typisk over lange afstande, eksempelvis mellem 100 og 1000 meter. Denne effekt beskriver den gradvise reduktion i signalstyrke, der sker, når signalet bevæger sig længere væk fra senderen. Path loss skyldes primært, at signalets energi spredes over et større område, hvilket medfører et energitab per enhedsområde.

Shadowing: Shadowing opstår, når signalet passerer gennem eller omkring forhindringer, der forårsager yderligere dæmpning. Disse variationer i signalstyrken sker over kortere afstande, der svarer til størrelsen af de hindrende objekter, typisk mellem 10 og 100 meter i udendørs miljøer, og endnu kortere i indendørs miljøer.

Da både path loss og shadowing ændrer signalstyrken over relativt store afstande, betegnes disse effekter ofte som *large-scale propagation effects*.

1.1.2 Multipath Effekter

Multipath: Ud over path loss og shadowing kan signalet også påvirkes af *multipath* effekter, som opstår, når signalet reflekteres af forskellige objekter i miljøet og dermed når frem til modtageren via flere veje. Disse refleksioner kan forårsage både konstruktiv og destruktiv interferens, hvilket skaber hurtige variationer i signalstyrken over meget korte afstande, ofte på størrelse med signalets bølgelængde. Disse variationer kaldes *small-scale propagation effects*.



Figur 1.1: Path Loss, Shadowing og Multipath versus Distance.

Figur 1.1 viser forholdet mellem modtaget effekt (P_r) og transmitteret effekt (P_t) som en funktion af afstand ($\log(d)$) i dB. Den fuldt optrukne linje repræ-

senterer effekten af path loss alene, den stiplede linje inkluderer effekterne af både path loss og shadowing, og den prikkede linje viser, hvordan multipath effekter kan skabe yderligere variationer. Figuren illustrerer, hvordan signalstyrken gradvist reduceres med øget afstand, og hvordan shadowing og multipath kan forårsage yderligere udsving i signalstyrken.

1.2 Radio Wave Propagation

Den første forståelse af, hvordan radiobølger bevæger sig, stammer fra det banebrydende arbejde udført af James Clerk Maxwell i 1864. Maxwell udviklede teorien om elektromagnetiske bølger, som forudsagde, at radiobølger eksisterer. I 1887 beviste Heinrich Hertz eksperimentelt, at disse bølger faktisk eksisterer. Hertz mente dog, at radiobølger ikke havde nogen praktisk anvendelse, da han troede, at de ikke kunne bruges til at overføre stemme på grund af deres lave frekvens og dårlige udbredelse. Maxwells og Hertz' arbejde lagde grundlaget for radiokommunikation: i 1894 brugte Oliver Lodge disse principper til at skabe det første trådløse kommunikationssystem, selvom det kun kunne sende signaler op til 150 meter. I 1897 lykkedes det Guglielmo Marconi at sende et radiosignal fra Isle of Wight til en båd 18 miles væk, og i 1901 kunne hans system sende signaler over Atlanterhavet. Disse tidlige systemer brugte telegrafsignaler til at overføre information. I 1906 blev den første transmission af stemme og musik gennemført af Reginald Fessenden ved hjælp af amplitude modulation, hvilket omgæede de begrænsninger ved lave frekvenser, som Hertz havde påpeget, ved at flytte signaler til en højere frekvens – en metode, der stadig anvendes i moderne trådløse systemer.

Elektromagnetiske bølger bevæger sig gennem forskellige miljøer, hvor de kan reflekteres, spredes og brydes af forhindringer som vægge, terræn og bygninger. For at forstå disse processer i detaljer kan man bruge Maxwells ligninger, der kræver kendskab til de fysiske egenskaber af de objekter, som bølgerne interagerer med. Dette kan involvere komplekse beregninger af radar tværsnitsarealet (RCS) for store strukturer. Da disse beregninger ofte er svære og kræver data, som ikke altid er tilgængelige, benyttes der ofte tilnærmelsesmetoder til at beskrive signaludbredelse uden at skulle løse Maxwells ligninger.

En af de mest anvendte tilnærmelser er strålesporingsteknikker. Disse metoder simplificerer udbredelsen af elektromagnetiske bølger ved at behandle bølgefronter som simple partikler. Modellen kan beskrive refleksioner og brydninger, men den ignorerer de mere komplekse spredningseffekter, som

Maxwells ligninger forudsiger. En simpel strålesporingsmodel er tostrålemodellen, som beskriver udbredelsen, når der er én direkte vej mellem senderen og modtageren samt én reflekteret vej, typisk fra jorden. Denne model er god til at beskrive signaludbredelse langs motorveje, landeveje og over vand. Mere komplekse modeller overvejes også, hvor flere refleksioner, spredninger og brydninger inddrages. Mange miljøer kan dog ikke beskrives præcist med strålesporing alene. I disse tilfælde anvendes analytiske modeller baseret på empiriske målinger, og vi vil se på nogle af de mest almindelige empiriske modeller.

Ofte er radiokanalens kompleksitet og variationer så store, at det er svært at opnå en nøjagtig deterministisk model. I sådanne tilfælde benyttes statistiske modeller ofte. Dæmpning forårsaget af hindringer som bygninger eller andre objekter beskrives typisk statistisk. Statistiske modeller bruges også til at beskrive den konstruktive og destruktive interferens fra mange multipath-komponenter. Disse modeller er mest præcise i miljøer med regelmæssige geometrier og ensartede dielektriske egenskaber. Indendørs miljøer har ofte mere uregelmæssige forhold end udendørs miljøer, da både geometri og dielektriske egenskaber kan variere betydeligt, afhængigt af om miljøet er en åben fabrik, kontor eller værksted. For sådanne miljøer er computerbaserede modelleringsværktøjer tilgængelige for at forudsige, hvordan signalerne udbredes.

1.3 Transmitterede og Modtagede Signaler

For at forstå modellerne for transmissions- og modtagesignaler i trådløse kommunikationssystemer, er det nødvendigt at starte med en beskrivelse af, hvad et signal er, og hvordan det påvirkes, når det passerer gennem en kommunikationskanal.

1.3.1 Transmitteret Signal

Vi modellerer det transmitterede signal $s(t)$ som den reelle del af et komplekst signal:

$$s(t) = \Re\{u(t)e^{j2\pi f_c t}\}$$

hvor $u(t)$ er et komplekst basbåndssignal defineret som:

$$u(t) = x(t) + jy(t)$$

Her er $x(t)$ den reelle komponent (in-phase) af basbåndssignalet, og $y(t)$ er den imaginære komponent (kvadraturkomponenten). Disse komponenter har båndbredden B_u og effekten P_u .

Det komplekse basbåndssignal $u(t)$ kan også skrives som:

$$s(t) = x(t) \cos(2\pi f_c t) - y(t) \sin(2\pi f_c t)$$

hvor f_c er bærefrekvensen.

Signalet $u(t)$ kaldes den *komplekse kuvert* eller det *komplekse lavpasækvivalente signal* for $s(t)$. Dette navn kommer af, at $|u(t)|$ repræsenterer amplituden, og argumentet af $u(t)$ repræsenterer fasen af $s(t)$.

1.3.2 Modtaget Signal

Det modtagne signal $r(t)$ modelleres på samme måde:

$$r(t) = \Re\{v(t)e^{j2\pi f_c t}\}$$

hvor $v(t)$ er det komplekse basbåndssignal, der afhænger af den kanal, signalet transmitteres igennem. Hvis $s(t)$ transmitteres gennem en tidsinvariant kanal, vil $v(t) = u(t) * c(t)$, hvor $c(t)$ er kanalens impulsrespons.

1.3.3 Doppler Effekt

Når modtageren bevæger sig i forhold til senderen, opstår en Doppler-forskydning, som resulterer i en frekvensskift f_D givet ved:

$$f_D = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{v \cos \theta}{\lambda}$$

hvor v er modtagerens hastighed mod senderen, θ er vinklen mellem signalretningen og bevægelsesretningen, og $\lambda = \frac{c}{f_c}$ er signalets bølgelængde.

1.3.4 Path Loss

Når et signal transmitteres gennem en given kanal, tabes noget af signalets effekt undervejs, hvilket kaldes *path loss*. Dette tab kan udtrykkes som forholdet mellem den transmitterede effekt P_t og den modtagne effekt P_r :

$$P_L = \frac{P_t}{P_r}$$

Dette kan også udtrykkes i dB som:

$$P_L \text{ dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_t}{P_r} \right) \text{ dB}$$

Heraf kan man også definere *path gain* P_G som:

$$P_G = -P_L = 10 \log_{10} \left(\frac{P_r}{P_t} \right) \text{ dB}$$

Disse begreber bruges til at karakterisere, hvor meget signalstyrken reduceres eller forøges, når signalet bevæger sig gennem kommunikationskanalen.

Kapitel 2

Free-Space Path Loss og Doppler-effekt

2.1 Free-Space Path Loss og Doppler-effekt

2.1.1 Free-Space Path Loss

Når et signal transmitteres gennem fri luft fra en sender til en modtager uden nogen forhindringer imellem, beskriver vi transmissionen som værende over en line-of-sight (LOS) kanal. Den modtagne signalstyrke P_r i forhold til den transmitterede effekt P_t kan beskrives som:

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

hvor:

- P_r er den modtagne effekt (W),
- P_t er den transmitterede effekt (W),
- $\lambda = \frac{c}{f_c}$ er signalets bølgelængde (meter),
- d er afstanden mellem sender og modtager (meter),
- c er lysets hastighed (3×10^8 m/s),
- f_c er bærefrekvensen (Hz).

Free-space path loss (FSPL) beskriver den signalstyrketab, der opstår som følge af, at signalet spredes i rummet, og kan også udtrykkes i decibel (dB) som:

$$P_L \text{ (dB)} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi df_c}{c} \right)$$

Denne ligning viser, at path loss stiger logaritmisk med både afstanden d og bærefrekvensen f_c . Path loss øges med øget afstand og højere frekvenser, hvilket resulterer i en lavere modtaget effekt.

Teori: Free-space path loss-modellen antager en ren LOS mellem sender og modtager uden nogen former for refleksioner, absorptioner eller forhindringer. Modellen bruges i satellitkommunikation og trådløse kommunikations-scenarier, hvor der ikke er nogen væsentlige forhindringer mellem sender og modtager.

2.1.2 Doppler-effekt

Når enten senderen eller modtageren bevæger sig, oplever vi en frekvensændring på grund af Doppler-effekten. Doppler-frekvensforskydningen f_D beskriver forskellen mellem den transmitterede frekvens f_c og den modtagne frekvens, og den kan beregnes som:

$$f_D = \frac{v \cos \theta}{\lambda}$$

hvor:

- v er hastigheden af modtageren i forhold til senderen (meter/sekund),
- λ er signalets bølgelængde (meter),
- θ er vinklen mellem bevægelsesretningen og signalets udbredelsesretning.

Når modtageren bevæger sig mod senderen, vil f_D være positiv (en højere frekvens modtages), og når modtageren bevæger sig væk fra senderen, vil f_D være negativ (en lavere frekvens modtages).

Teori: Doppler-effekten opstår i bevægende modtagere eller sendere i forhold til hinanden, som f.eks. biler, der bevæger sig forbi radiostationer eller fly, der kommunikerer med en jordbaseret station. Dette påvirker den opfattede frekvens, og derfor er Doppler-effekten vigtig i mange mobile kommunikationsscenarier.

2.1.3 Eksempler

Eksempel 1: Beregning af Free-Space Path Loss

Problem: Betragt en trådløs forbindelse, hvor en sender transmitterer en effekt $P_t = 1 \text{ W}$ ved en frekvens $f_c = 2.4 \text{ GHz}$. Afstanden mellem sender og modtager er $d = 100 \text{ m}$. Beregn den modtagne effekt P_r , hvis både sender- og modtagerantennen er isotropiske (dvs. $G_t = G_r = 1$).

Løsning: Vi starter med at beregne bølgelængden λ :

$$\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2.4 \times 10^9 \text{ Hz}} = 0.125 \text{ m}$$

Vi anvender nu ligningen for forholdet mellem den modtagne og den transmitterede effekt:

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

Indsætter værdierne:

$$\frac{P_r}{1 \text{ W}} = \left(\frac{0.125 \text{ m}}{4\pi \times 100 \text{ m}} \right)^2 = \left(\frac{0.125}{1256.64} \right)^2 = 9.89 \times 10^{-10}$$

Den modtagne effekt bliver:

$$P_r = 1 \text{ W} \times 9.89 \times 10^{-10} = 9.89 \times 10^{-10} \text{ W} = 0.989 \text{ nW}$$

Omregnet til dBm:

$$P_r \text{ dBm} = 10 \log_{10}(0.989 \times 10^{-9}) \approx -90.05 \text{ dBm}$$

Eksempel 2: Beregning af Doppler-Skift

Problem: Antag, at en bil bevæger sig med en hastighed $v = 30 \text{ m/s}$ mod en radiosender, der sender ved en frekvens $f_c = 900 \text{ MHz}$. Beregn Doppler-forskydningen f_D , hvis bevægelsesvinklen $\theta = 0^\circ$.

Løsning: Doppler-forskydningen f_D beregnes som:

$$f_D = \frac{v \cos \theta}{\lambda}$$

Bølgelængden λ er:

$$\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{900 \times 10^6 \text{ Hz}} = 0.333 \text{ m}$$

Da $\theta = 0^\circ$, bliver $\cos \theta = 1$, og derfor:

$$f_D = \frac{30 \text{ m/s}}{0.333 \text{ m}} = 90 \text{ Hz}$$

Doppler-forskydningen er derfor 90 Hz, og den modtagne frekvens ved modtageren bliver $f_c + f_D = 900.090 \text{ MHz}$.

Eksempel 3: Beregning af Free-Space Path Loss ved 1 km Afstand

Problem: Beregn path loss ved en afstand på $d = 1 \text{ km}$ ved en frekvens på $f_c = 2.4 \text{ GHz}$.

Løsning: Free-space path loss i dB er:

$$P_L \text{ (dB)} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d f_c}{c} \right)$$

Indsæt værdierne:

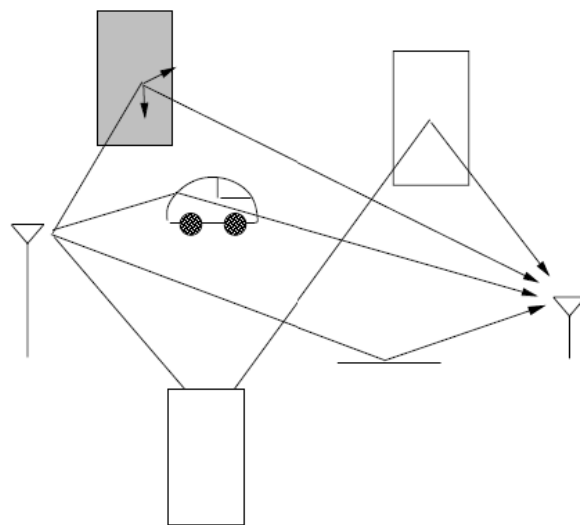
$$P_L = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \times 1000 \times 2.4 \times 10^9}{3 \times 10^8} \right) = 20 \log_{10}(100.48) \approx 100.04 \text{ dB}$$

Path loss ved 1 km afstand er derfor 100.04 dB.

2.2 Ray Tracing

Forestil dig, at du kaster en bold i et rum fyldt med forskellige objekter som vægge, møbler og vinduer. Bolden vil ramme disse objekter og blive kastet tilbage i forskellige retninger. På samme måde, når et radiosignal (som en usynlig bølge) bliver sendt fra en sender i et bymiljø eller indenfor i en bygning, vil det støde på mange ting, der får signalet til at blive reflekteret, bøjet (diffracted), eller spredt. De ekstra signaler, som bliver skabt på denne måde, kaldes for *multipath signal components*.

Når disse multipath signaler når frem til modtageren, bliver de lagt sammen med det oprindelige signal. Dette kan resultere i, at det modtagne signal kan blive forvrænget (altså ændret i forhold til det oprindelige signal).



Figur 2.1: Reflected, Diffracted, and Scattered Wave Components.

På billedet kan du se, hvordan et signal, der bliver sendt fra én kilde, kan reflekteres, bøjes, og spredes af objekter som bygninger, biler og vægge, før det når frem til modtageren.

I *ray tracing* antager vi, at der er et bestemt antal reflektorer (som de ting, signalet rammer) med kendte placeringer og egenskaber. Ved at bruge nogle ret avancerede ligninger, som Maxwell's ligninger, kan vi forudsige, hvordan signalet vil opføre sig, når det støder på disse objekter. Men disse beregninger kan være meget komplicerede og tage lang tid at udføre, så i praksis bruger vi ofte en forenklet metode, hvor vi behandler signalet som simple bølger, der bliver reflekteret, bøjet eller spredt.

Denne metode fungerer bedst, når modtageren er langt væk fra den nærmeste genstand, og når genstandene, signalet rammer, er store sammenlignet med signalets bølgelængde.

Hvis både senderen, modtageren og alle de ting, signalet rammer, ikke bevæger sig, så vil de *multipath* signaler, der modtages, være ret stabile. Men hvis noget af det bevæger sig, vil disse signaler ændre sig over tid, og vi bliver nødt til at tage højde for det, når vi beregner, hvordan signalet vil se ud ved modtageren. I sådanne situationer bruger vi statistiske modeller for at forudsige, hvordan signalet vil opføre sig.

De mest almindelige *ray tracing* modeller inkluderer alle de reflekterede, bøjede og spredte signaler. Disse modeller bruger detaljerede oplysninger om både objekternes placering og deres fysiske egenskaber til at beregne, hvordan signalet vil opføre sig.

Nogle populære computerprogrammer, som bruges til at planlægge trådløse systemer i både indendørs og udendørs miljøer, er *Wireless Valley's SitePlanner®* og *Marconi's Planet® EV*. Disse programmer kombinerer computergrafik med fotos eller tegninger af omgivelserne for at skabe et 3D-billede af miljøet.

I praksis findes der flere forskellige *ray tracing* modeller, som kan variere i kompleksitet:

- En simpel model, der forudsiger, hvordan et signal varierer på grund af en refleksion fra jorden.
- En mere avanceret model, der bruger op til ti refleksioner til at forudsige, hvordan et signal opfører sig langs en lige vej eller en gang.
- En generel model, der kan forudsige signaludbredelse i ethvert miljø.

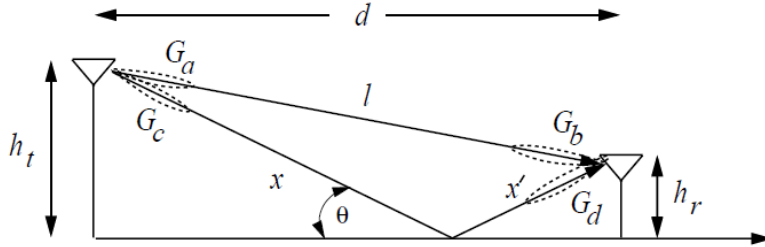
Den enkle model kræver kun information om antennehøjder, mens de mere avancerede modeller også kræver detaljer om gadernes bredde i byområder eller gangenes bredde indendørs, samt om de objekter, der kan reflektere eller sprede signalet.

2.2.1 Two-Ray Model

Two-ray modellen bruges, når en enkelt refleksion fra jorden dominerer de multipath-effekter, som opstår, når signalet når frem til modtageren. I figur 2.2 kan du se, hvordan signalet bevæger sig fra senderen til modtageren. Signalet opdeles i to dele: en direkte linje-of-sight (LOS) komponent, som er det direkte signal fra senderen, og en reflekteret komponent, som er signalet, der bliver reflekteret fra jorden.

Det modtagne LOS-signal beregnes ved hjælp af free-space propagation loss formelen, som vi så tidligere. Det reflekterede signal vises i figur 2.2 som segmenterne x og x' . Hvis vi ser bort fra effekten af overfladebølgedæmpning, så kan vi beregne det modtagne signal i two-ray modellen ved at kombinere LOS og det reflekterede signal:

$$r_{2ray}(t) = \Re \left\{ \frac{\lambda}{4\pi} \left[\frac{\sqrt{G_l}u(t)e^{-j2\pi l/\lambda}}{l} + \frac{R\sqrt{G_r}u(t-\tau)e^{-j2\pi(x+x')/\lambda}}{x+x'} \right] e^{j2\pi f_c t} \right\}$$



Figur 2.2: Two-Ray Model.

Her er $\tau = \frac{(x+x'-l)}{c}$ tidsforskellen mellem refleksionen og LOS-signalet, og $\sqrt{G_l} = \sqrt{G_a G_b}$ er produktet af senderens og modtagerens antennediagrammer i LOS-retningen. R er refleksionskoefficienten, og $\sqrt{G_r} = \sqrt{G_c G_d}$ er produktet af senderens og modtagerens antennediagrammer svarende til strålerne af længde x og x' .

Hvis det transmitterede signal er smalbåndet i forhold til tidsforskellen $\tau \ll B_u^{-1}$, så kan $u(t) \approx u(t - \tau)$. Med denne antagelse kan den modtagne effekt i two-ray modellen for smalbåndstransmission skrives som:

$$P_r = P_t \left[\frac{\lambda}{4\pi} \right]^2 \left| \frac{\sqrt{G_l}}{l} + \frac{R\sqrt{G_r}e^{-j\Delta\phi}}{x + x'} \right|^2$$

Her er $\Delta\phi = \frac{2\pi(x+x'-l)}{\lambda}$ faseskiftet mellem de to modtagne signaler. Ligning (2.12) er vist at være i god overensstemmelse med empiriske data.

Når d (afstanden mellem sender og modtager) er meget større end $h_t + h_r$, kan vi bruge en Taylor-serie tilnærmelse for at forenkle $\Delta\phi$ til:

$$\Delta\phi \approx \frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d}$$

Refleksionskoefficienten R kan beregnes ved hjælp af ligning (2.15):

$$R = \frac{\sin \theta - Z}{\sin \theta + Z}$$

Hvor Z afhænger af polariseringen af signalet, og ϵ_r er materialets dielektriske konstant. For jord eller vejoverflader er ϵ_r typisk omkring 15.

I det asymptotiske tilfælde, hvor d er meget stor, vil den modtagne effekt falde med den fjerde potens af d :

$$P_r \approx P_t \left[\frac{\lambda \sqrt{G_l}}{4\pi d} \right]^2 \left[\frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d} \right]^2$$

I decibel (dB) kan den modtagne effekt skrives som:

$$P_r \text{ dBm} = P_t \text{ dBm} + 10 \log_{10}(G_t) + 20 \log_{10}(h_t h_r) - 40 \log_{10}(d)$$

Således, når d bliver meget stor, falder den modtagne effekt med fjerde potens af afstanden d og er uafhængig af bølgelængden λ . Det modtagne signal bliver i dette tilfælde uafhængigt af λ , da kombinationen af den direkte sti og det reflekterede signal ligner effekten af et antennediagram, og retningsbestemte antenner har en modtaget effekt, som ikke nødvendigvis falder med frekvensen.

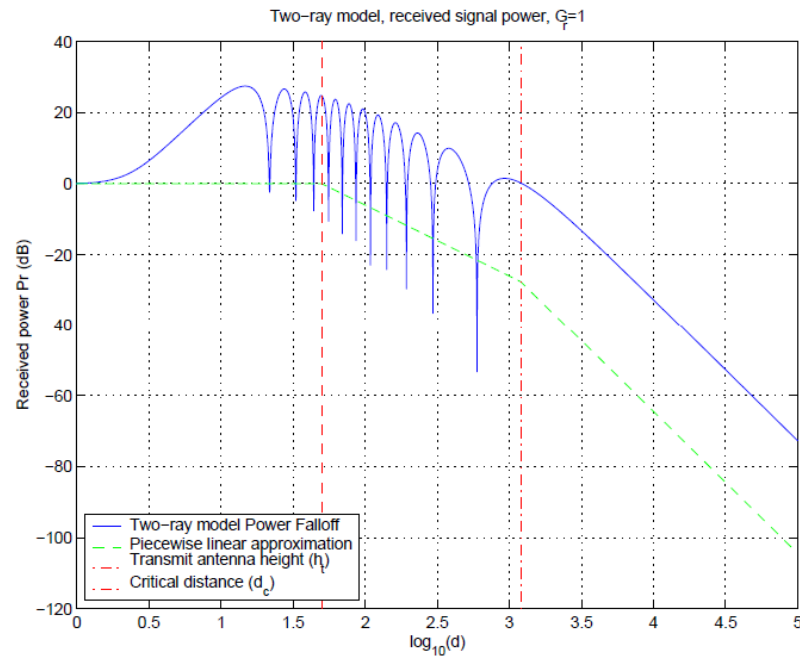


Figure 2.3: Received Power versus Distance for Two-Ray Model.

Dette plot kan opdeles i tre segmenter. For små afstande ($d < h_t$) kombineres de to stråler konstruktivt, og path loss er nogenlunde flad. For moderate afstande, når d er proportional med $\sqrt{d^2 + (h_t - h_r)^2}$, falder effekten med $1/(d^2 + h_t^2)$. For meget store afstande falder effekten med $1/d^4$.

Kritisk Distance i Two-Ray Modellen

Den kritiske distance d_c i en two-ray model er afgørende for at bestemme, hvornår signalet fra den reflekterede stråle begynder at interferere signifikant med den direkte stråle. Denne distance kan beregnes ved hjælp af formlen:

$$d_c = \frac{4h_t h_r}{\lambda}$$

hvor:

- h_t og h_r er højderne på henholdsvis sender- og modtagerantennen.
- λ er bølgelængden af signalet.

Når afstanden d mellem sender og modtager er større end d_c , vil den modtagne signalstyrke falde hurtigt, hvilket kan have stor indflydelse på netværksplanlægning, især i byområder og indendørs miljøer.

Eksempel 2.2: Beregning af Kritisk Distance

I dette eksempel skal vi beregne den kritiske distance d_c for en bymæssig microcell (hvor $h_t = 10$ m og $h_r = 3$ m) og en indendørs microcell (hvor $h_t = 3$ m og $h_r = 2$ m) ved en frekvens $f_c = 2$ GHz.

Løsning: Den kritiske distance d_c for en bymæssig microcell er 800 meter, mens den for en indendørs microcell er 160 meter. Disse afstande viser, at en celleradius på 800 m er for stor til et bymæssigt microcell system, hvor man typisk ønsker celler på omkring 100 m for at opretholde høj kapacitet. På samme måde er 160 m for stort til en indendørs microcell, hvor der typisk er mange vægge, som signalet skal passere igennem, hvilket kræver en mindre celleradius, omkring 10-20 m.

Eksempel 2.3: Beregning af Modtaget Effekt ved Forskellige Frekvenser

Beregn den modtagne effekt for en two-ray model, når sender- og modtagerhøjderne er $h_t = 15$ m og $h_r = 2$ m, og afstanden mellem dem er $d = 500$ m. Antag, at frekvensen f_c er henholdsvis 900 MHz og 2.4 GHz, og at antenneforstærkningen $G_t = G_r = 1$.

Løsning: For 900 MHz beregnes den modtagne effekt ved:

$$P_r \approx P_t \left[\frac{\lambda}{4\pi d} \right]^2 \left[\frac{4\pi h_t h_r}{\lambda d} \right]^2$$

hvor $\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8}{900 \times 10^6} = 0.333$ m. Ved 2.4 GHz er $\lambda = 0.125$ m. Den modtagne effekt vil være højere ved 900 MHz end ved 2.4 GHz, fordi bølgelængden er længere, hvilket resulterer i mindre path loss.

Eksempel 2.4: Effekt af Antennehøjde på Modtaget Signalstyrke

Undersøg effekten af at øge højden på senderantennen h_t fra 10 m til 20 m, mens modtagerantennen forbliver på 2 m. Frekvensen er 1.8 GHz, og afstanden d mellem sender og modtager er 300 m. Beregn den relative ændring i modtaget signalstyrke.

Løsning: Den relative ændring i modtaget effekt kan beregnes som forholdet mellem de modtagne effekter før og efter ændringen i h_t :

$$\frac{P'_r}{P_r} = \frac{(20 \times 2)}{(10 \times 2)} = 2$$

Forøgelsen af senderantennens højde vil fordoble den modtagne effekt.

Eksempel 2.5: Effekt af Refleksionskoefficient på Signalstyrke

For en given two-ray model med $h_t = 30$ m, $h_r = 10$ m, $d = 1$ km, og en frekvens på 2 GHz, beregn den modtagne effekt, når refleksionskoefficienten R varierer mellem -1 og 0. Antag $G_t = G_r = 1$.

Løsning: Ved $R = -1$ og $R = 0$ skal vi undersøge den modtagne effekt som en funktion af faseskiftet og refleksionskoefficienten. Ved $R = -1$ vil den modtagne effekt være minimal, da de to stråler vil interferere destruktivt. Ved $R = 0$ vil der ikke være nogen refleksion, og signalstyrken vil alene afhænge af LOS-komponenten.

2.2.2 Ten-Ray Model (Dielectric Canyon)

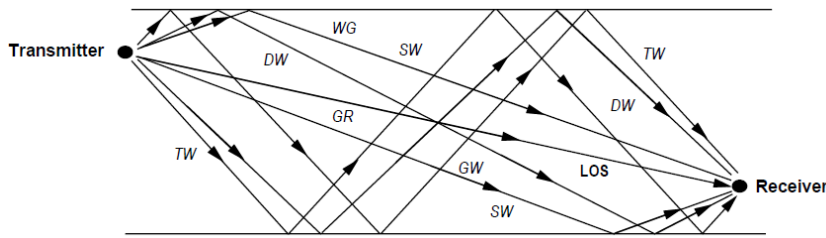
Ten-ray modellen, udviklet af Amitay, anvendes til at modellere signaludbredelse i urbane microcells, hvor gaderne er omgivet af bygninger på begge sider, og både sender- og modtagerantennener er placeret tæt på gadeniveau. Disse bygader fungerer som en dielektrisk kløft (canyon), hvor signalet udbrederes.

I teorien kan et uendeligt antal stråler reflekteres fra bygningernes facader, inden de når frem til modtageren. Derudover kan strålerne også blive reflekteret fra bygninger bag senderen eller modtageren. Dog mister noget af signalenergien styrke ved hver refleksion, og signalveje, der involverer mere end tre refleksioner, kan generelt ignoreres. Når gadelayoutet er relativt lige, kan bagrefleksioner ofte også negligeres.

Eksperimentelle data viser, at en model med ti refleksioner nøjagtigt kan repræsentere signaludbredelsen gennem denne dielektriske kløft. De ti stråler inkorporerer alle stier med én, to eller tre refleksioner, herunder:

- Linje-of-sight (LOS) stien,
- Jordreflekteret (GR) sti,
- Enkelt-væg (SW) reflekteret sti,
- Dobbelt-væg (DW) reflekteret sti,
- Tre-væg (TW) reflekteret sti,
- Væg-jord (WG) reflekteret sti,
- og Væg-væg (GW) reflekteret sti.

Figur 2.4 viser et overblik over disse stier i ten-ray modellen.



Figur 2.4: Overhead View of the Ten-Ray Model.

For ten-ray modellen kan det modtagne signal udtrykkes som:

$$r_{10ray}(t) = \Re \left\{ \frac{\lambda}{4\pi} \left[\frac{\sqrt{G_l} u(t) e^{-j2\pi l/\lambda}}{l} + \sum_{i=1}^9 \frac{R_i \sqrt{G_{xi}} u(t - \tau_i) e^{-j2\pi x_i/\lambda}}{x_i} \right] e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

Her er x_i længden af stien for den i 'te reflekterede stråle, $\tau_i = \frac{(x_i - l)}{c}$ er tidsforsinkelsen mellem LOS-signalet og den i 'te refleksion, og $\sqrt{G_{xi}}$ er produktet af sender- og modtagerantennens gevinst i den i 'te retning. For hver refleksionssti er koefficienten R_i enten en enkelt refleksionskoefficient (beregnet ved hjælp af ligning (2.15)) eller, hvis stien involverer flere refleksioner, produktet af refleksionskoefficienterne for hver refleksion.

Ligning for refleksionskoefficienten R er:

$$R = \frac{\sin \theta - Z}{\sin \theta + Z}$$

Hvor:

$$Z = \begin{cases} \sqrt{\epsilon_r - \cos^2 \theta} / \epsilon_r & \text{for vertikal polarisering} \\ \sqrt{\epsilon_r - \cos^2 \theta} & \text{for horisontal polarisering} \end{cases}$$

Her er ϵ_r jordens eller vejens dielektriske konstant, som typisk er omkring 15.

Den modtagne effekt kan udtrykkes som:

$$P_r = P_t \left[\frac{\lambda}{4\pi} \right]^2 \left| \frac{\sqrt{G_l}}{l} + \sum_{i=1}^9 \frac{R_i \sqrt{G_{xi}} e^{-j\Delta\phi_i}}{x_i} \right|^2$$

Hvor $\Delta\phi_i = \frac{2\pi(x_i - l)}{\lambda}$ er faseskiftet mellem den i'te reflekterede stråle og LOS-strålen.

Power falloff i både ten-ray modellen og empiriske data viser, at signalstyrken falder proportionalt med d^{-2} , selv ved relativt store afstande. Denne dæmpning er relativt ufølsom over for højden på senderantennen. Den kombinerede effekt af multipath-strålerne, som falder som d^{-2} , og den ground-reflekterede stråle (som falder som d^{-4} i two-ray modellen) resulterer i et total power falloff med afstand, der er proportional med $d^{-\gamma}$, hvor γ typisk ligger mellem to og seks.

Eksempel 2.6: Beregning af Modtaget Effekt for SW og DW Stier

Antag en Ten-Ray model, hvor sender- og modtagerhøjderne er $h_t = 10$ m og $h_r = 2$ m, og afstanden mellem dem er $d = 100$ m. Beregn den modtagne effekt for enkelt-væg (SW) og dobbelt-væg (DW) reflekterede stier ved en frekvens $f_c = 2.4$ GHz.

Løsning: Først beregner vi bølgelængden λ for frekvensen $f_c = 2.4$ GHz:

$$\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2.4 \times 10^9 \text{ Hz}} = 0.125 \text{ m}$$

For SW-stien (enkelt-væg) beregnes den modtagne effekt ved hjælp af:

$$P_r \approx P_t \left[\frac{0.125 \text{ m}}{4\pi \times 100 \text{ m}} \right]^2 \left| \frac{R_{SW} \sqrt{G_{x_{SW}}} e^{-j\Delta\phi_{SW}}}{x_{SW}} \right|^2$$

For DW-stien (dobbelvæg) beregnes den modtagne effekt ved at tage hensyn til dobbeltrefleksion:

$$P_r \approx P_t \left[\frac{0.125 \text{ m}}{4\pi \times 100 \text{ m}} \right]^2 \left| \frac{R_{DW} \sqrt{G_{x_{DW}}} e^{-j\Delta\phi_{DW}}}{x_{DW}} \right|^2$$

Hvis vi antager, at $x_{SW} = 120 \text{ m}$ og $x_{DW} = 140 \text{ m}$, samt typiske værdier for refleksionskoefficienterne, kan vi beregne den samlede modtagne effekt som summen af bidragene fra begge stier.

Eksempel 2.7: Effekt af Dielektrisk Konstant på Modtaget Signal

Undersøg effekten af at variere den dielektriske konstant ϵ_r fra 10 til 20 på den modtagne effekt i en Ten-Ray model ved en frekvens $f_c = 900 \text{ MHz}$. Sender- og modtagerhøjderne er $h_t = 15 \text{ m}$ og $h_r = 2 \text{ m}$, og afstanden d er 200 m .

Løsning: Bølgelængden λ for frekvensen $f_c = 900 \text{ MHz}$ er:

$$\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{900 \times 10^6 \text{ Hz}} = 0.333 \text{ m}$$

Refleksionskoefficienten R beregnes for hver værdi af ϵ_r ved hjælp af ligning 2.15:

$$R = \frac{\sin \theta - Z}{\sin \theta + Z}$$

For $\epsilon_r = 10$ og $\epsilon_r = 20$, vi bruger værdierne til at beregne Z og derefter R . Forøgelsen af ϵ_r vil generelt reducere refleksionskoefficienten, hvilket resulterer i en lavere modtaget effekt. Den eksakte ændring i modtaget effekt kan beregnes ved at substituere de nye værdier for R i formelen for P_r .

Eksempel 2.8: Beregning af Modtaget Effekt ved Forskellige Senderhøjder

For en Ten-Ray model, hvor h_t varierer mellem 5 m og 20 m , beregn den modtagne effekt ved en fast modtagerhøjde $h_r = 3 \text{ m}$ og en afstand $d = 150 \text{ m}$. Frekvensen er $f_c = 1.8 \text{ GHz}$.

Løsning: Bølgelængden λ for frekvensen $f_c = 1.8 \text{ GHz}$ er:

$$\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.8 \times 10^9 \text{ Hz}} = 0.167 \text{ m}$$

Den modtagne effekt afhænger af senderhøjden h_t , da den påvirker signalets vej og de involverede refleksioner. Beregn den modtagne effekt for hver værdi af h_t ved at substituere ind i formelen for P_r og observere, hvordan effekten ændres med senderhøjden. For eksempel, hvis h_t stiger fra 5 m til 20 m, vil den modtagne effekt ændre sig markant, især på grund af ændringerne i faseskift og refleksioner.

2.2.3 General Ray Tracing (GRT)

General Ray Tracing (GRT) er en teknik, der anvendes til at forudsige signalstyrke og delay spread for ethvert bygningkonfiguration og antenneplacering. Denne metode er afhængig af en bygningdatabase, som indeholder information om højde, placering og dielektriske egenskaber af bygninger samt placeringen af transmitter- og receiverantennen i forhold til bygningerne. Da denne information er site-specific, anvendes GRT-modellen ikke til at udlede generelle teorier om systemperformance og layout, men derimod til at forklare de grundlæggende mekanismer i urban signaludbredelse. Modellen bruges til at opnå information om delay og signalstyrke for en specifik transmitter- og receiver-konfiguration i et givet miljø.

GRT-metoden bruger geometrical optics til at spore udbredelsen af Line-of-Sight (LOS) og reflekterede signal komponenter, samt signaler fra bygning diffraction og diffus scattering. Der er ingen begrænsning på antallet af multipath komponenter, der kan indregnes på en given modtager lokation. Styrken af hver komponent bestemmes eksplicit ud fra bygningernes placeringer og deres dielektriske egenskaber. I almindelighed giver LOS- og reflekterede stier de dominerende komponenter af det modtagne signal, da diffraction og scattering tab normalt er høje. Men i områder tæt på LOS og refleksionsstrålerne kan disse andre multipath-komponenter dominere.

Eksempel 1: Beregning af Signaltab gennem Bygninger

Antag, at vi har en bygning med en dielektrisk konstant $\epsilon_r = 4$. Et signal med en frekvens på 2 GHz skal passere gennem en 30 meter lang bygning. Beregn signaltabet ved hjælp af GRT-modellen.

Løsning:

1. **Frekvens og Bølgelængde:** Frekvens $f_c = 2$ GHz. Bølgelængde $\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 10^9 \text{ Hz}} = 0.15$ meter.
2. **Signaltab pr. meter:** Antag, at tabet pr. meter L_b er 0,5 dB/m.

3. Samlet signaltab:

$$L_{\text{total}} = L_b \times \text{distance} = 0.5 \text{ dB/m} \times 30 \text{ m} = 15 \text{ dB}$$

4. **Resultat:** Det totale signaltab gennem bygningen er 15 dB.

Eksempel 2: Beregning af Refleksion fra en Bygning

En signalstråle reflekteres fra en glasbygning 50 meter væk fra en sender. Beregn signalstyrken ved en modtager 100 meter væk fra senderen efter refleksion.

Løsning:

1. **Reflektionskoefficient:** Antag, at refleksionskoefficienten R for glas er 0.7.

2. **Fri rums tab:**

$$L_f = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \times 100 \text{ m}}{\lambda} \right) \text{ dB}$$

$$\lambda = 0.15 \text{ meter}, \quad L_f \approx 51.5 \text{ dB}$$

3. **Total signaltab:**

$$L_{\text{total}} = L_f + 10 \log_{10}(R) = 51.5 \text{ dB} - 1.55 \text{ dB} = 49.95 \text{ dB}$$

4. **Resultat:** Den modtagne signalstyrke er reduceret med ca. 49.95 dB.

Eksempel 3: Brug af GRT til Antenneplacering

En mobiloperatør skal placere en antenne i en by for optimal dækning. GRT bruges til at simulere signaludbredelsen fra forskellige placeringer.

Løsning:

1. **Bygningsdata:** Indlæs bygningsdata som højde, placering og dielektriske egenskaber.

2. **Signaludbredelse:** Brug GRT til at simulere signaludbredelsen fra forskellige antenneplaceringer.

3. **Analyse:** Sammenlign resultatet af hver placering og vælg den, der giver den bedste dækning og signalstyrke.

2.2.4 Knife-Edge Diffraction

Udbredelsesmodellen for LOS- og reflekterede stier blev forklaret i det forrige afsnit. Diffraction opstår, når det transmitterede signal "bøjes rundt om" et objekt på dets vej til modtageren, som vist i Figur 2.5. Diffraction er resultatet af mange fænomener, herunder jordens overflade, ujævnt terræn, bygninger, eller forhindringer, der blokerer LOS-path mellem transmitter og receiver.

Knivkant diffraction modellen (Knife-Edge Diffraction Model) bruges ofte til at modellere diffraction, fordi den er enkel at anvende og kan levere en præcis approximation, selvom det ikke er den mest generelle model. I denne model antages det, at objektet, der forårsager diffractionen, har en kileform, hvilket er almindeligt for gadehjørner. Knivkant diffraction modellen forudsiger, at det diffrakterede signal rejser en ekstra distance $d + d'$, hvilket resulterer i et faseskift på $\Delta\phi = 2\pi(d + d')/\lambda$. Geometrien i Figur 2.5 indikerer, at for h lille i forhold til d og d' , skal signalet rejse en ekstra distance relativt til LOS-path på cirka:

$$\Delta d = \frac{h^2 d + d'}{2dd'}$$

og det tilsvarende faseskift relativt til LOS-path er cirka:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta d}{\lambda} = \frac{\pi}{2}v^2$$

hvor

$$v = h \frac{\sqrt{2(d + d')}}{\lambda \cdot d \cdot d'}$$

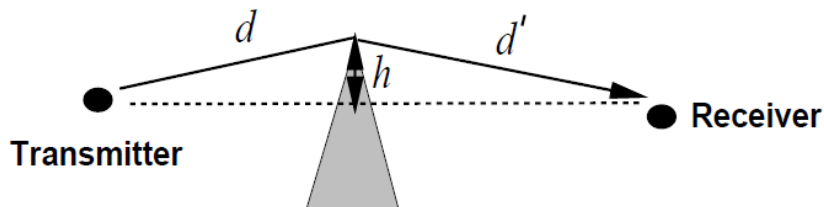
Dette kaldes Fresnel-Kirchhoff diffraction parameteren. De tilhørende tab, kaldet knife-edge diffraction loss, er en funktion af v . Approximationer for knife-edge diffraction loss i dB relativt til LOS-path loss er givet af:

$$L(v) \text{ dB} = \begin{cases} 20 \log_{10}[0.5 - 0.62v] & -0.8 \leq v < 0 \\ 20 \log_{10}[0.5e^{-0.95v}] & 0 \leq v < 1 \\ 20 \log_{10}[0.4 - \sqrt{0.1184 - (0.38 - 0.1v)^2}] & 1 \leq v < 2.4 \\ 20 \log_{10}[0.225/v] & v \geq 2.4 \end{cases}$$

Knife-edge diffraction modellen giver følgende formel for det modtagne diffrakterede signal:

$$r(t) = \Re \left\{ L(v) \sqrt{G_d} u(t - \tau) e^{-j2\pi(d+d')/\lambda} e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

hvor $\sqrt{G_d}$ er antenneforstærkningen og $\tau = \Delta d/c$ er forsinkelsen forbundet med det diffrakterede signal relativt til LOS-path.



Figur 2.5: Knife-Edge Diffraction.

Eksempel 4: Beregning af Faseskift ved Knife-Edge Diffraction

Et signal diffrakteres omkring et hjørne med en højde $h = 10$ meter. Afstanden til modtageren er $d = 100$ meter, og til den anden side af hjørnet $d' = 50$ meter. Frekvensen er 2.4 GHz. Beregn faseskiftet $\Delta\phi$.

Løsning:

1. Beregning af bølgelængde:

$$\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8}{2.4 \times 10^9} = 0.125 \text{ meter}$$

2. Beregn v :

$$v = h \frac{\sqrt{2(d+d')}}{\lambda \cdot d \cdot d'} = 10 \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot (100 + 50)}}{0.125 \cdot 100 \cdot 50} = 0.8$$

3. Beregn faseskift $\Delta\phi$:

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} v^2 = \frac{\pi}{2} (0.8)^2 = 1.005 \text{ rad}$$

4. **Resultat:** Faseskiftet er ca. 1.005 radianer.

Eksempel 5: Beregning af Diffraction Tab

Antag, at $v = 1.5$ for en given knife-edge diffraction. Beregn diffraction tabet $L(v)$ i dB.

Løsning:

1. **Beregn diffraction tabet:**

$$L(v) \text{ dB} = 20 \log_{10}[0.4 - \sqrt{0.1184 - (0.38 - 0.1 \cdot 1.5)^2}]$$

2. **Resultat:** Diffraction tabet er ca. -12 dB.

Eksempel 6: Modtaget Signalstyrke efter Diffraction

Et signal med en styrke på 0 dBm diffrakteres omkring et objekt med $v = 2$. Beregn den modtagne signalstyrke.

Løsning:

1. **Beregn diffraction tabet:**

$$L(v) \text{ dB} = 20 \log_{10}[0.225/v] = 20 \log_{10}[0.225/2] = -20 \text{ dB}$$

2. **Modtaget signalstyrke:**

$$P_r = 0 \text{ dBm} - 20 \text{ dB} = -20 \text{ dBm}$$

3. **Resultat:** Den modtagne signalstyrke er -20 dBm.

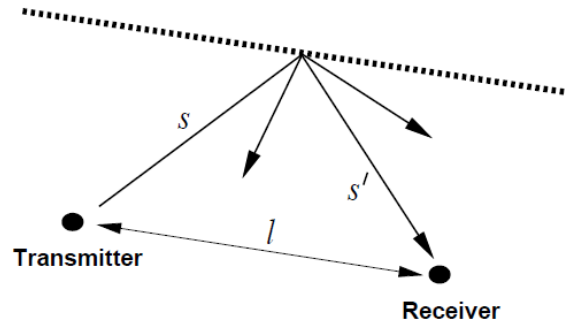
2.2.5 Scattering

Foruden diffrakterede stråler kan der også være stråler, der er diffrakterede flere gange eller stråler, der både er reflekterede og diffrakterede. Modeller findes for at inkludere alle mulige permutationer af refleksion og diffraction, men attenuationen af de tilsvarende signal komponenter er generelt så stor, at disse komponenter er negligeret i forhold til støj. Diffraction modeller kan også specialiseres til et givet miljø. For eksempel blev en model for diffraction fra bygninger og tage i cellular systems udviklet af Walfisch og Bertoni.

En scattered stråle, vist i Figur 2.6, har et path loss proportionalt med produktet af s og s' . Denne multiplicative afhængighed skyldes det ekstra spredningstab, som strålen oplever efter spredning. Det modtagne signal på grund af en scattered stråle er givet af den bistatiske radar ligning:

$$r(t) = \Re \left\{ u(t - \tau) \frac{\lambda \sqrt{G_s} \sigma e^{-j2\pi(s+s')/\lambda}}{(4\pi)^{3/2} s s'} e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

hvor $\tau = (s + s' - l)/c$ er forsinkelsen forbundet med den spredte stråle, σ er radar cross section for scatteren, og G_s er antenneforstærkning. Denne model antager, at signalet udbreder sig fra transmitter til scatterer baseret på free space propagation og derefter reemitteres af scatteren med transmit power σ til at estimere den modtagne effekt ved scattereren.



Figur 2.6: Scattering.

Eksempel 7: Beregning af Spredt Signalstyrke

Et signal spredes af en lille metalgenstand med en radar cross section $\sigma = 0.1$ kvadratmeter. Afstanden mellem senderen og objektet er 50 meter, og mellem objektet og modtageren er 70 meter. Frekvensen er 1.8 GHz. Beregn den modtagne signalstyrke. **Løsning:**

1. Beregning af bølgelængde:

$$\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8}{1.8 \times 10^9} \approx 0.167 \text{ meter}$$

2. Beregn spredt signalstyrke:

$$P_r = P_t \cdot \frac{\lambda \sqrt{G_s} \sigma}{(4\pi)^{3/2} s s'}$$

$$s = 50 \text{ meter}, \quad s' = 70 \text{ meter}, \quad G_s = 1, \quad \sigma = 0.1$$

$$P_r = P_t \cdot \frac{0.167 \times 0.1}{(4\pi)^{3/2} \times 50 \times 70} \approx P_t \cdot 1.59 \times 10^{-8}$$

3. Resultat: Den modtagne signalstyrke vil være meget lav, ca. $P_t \times 1.59 \times 10^{-8}$.

Eksempel 8: Effekt af Antennens Gain på Spredt Signal

Hvis antennen har en gain $G_s = 3$ ved en frekvens på 2.4 GHz, og signalet spredes af et objekt 100 meter væk, beregn effekten af denne gain på den modtagne signalstyrke.

Løsning:

1. **Beregning af spredt signalstyrke:**

$$P_r = P_t \cdot \frac{\lambda \sqrt{G_s} \sigma}{(4\pi)^{3/2} s s'}$$

$$G_s = 3, \quad s = 100 \text{ meter}, \quad s' = 100 \text{ meter}, \quad \sigma = 0.1$$

$$P_r = P_t \cdot \frac{0.125 \times \sqrt{3} \times 0.1}{(4\pi)^{3/2} \times 100 \times 100}$$

2. **Resultat:** Den modtagne signalstyrke stiger i forhold til $G_s = 1$.

Eksempel 9: Beregning af Spredningstab

Beregn spredningstab, når et signal med $P_t = 10$ dBm reflekteres og spredes af et objekt 70 meter væk fra både sender og modtager.

Løsning:

1. **Beregning af bølgelængde:**

$$\lambda = 0.167 \text{ meter}, \quad s = s' = 70 \text{ meter}, \quad \sigma = 0.05$$

2. **Spredt signalstyrke:**

$$P_r = 10 \text{ dBm} + 10 \log_{10} \left(\frac{0.167 \times 0.05}{(4\pi)^{3/2} \times 70 \times 70} \right)$$

3. **Resultat:**

$$P_r \approx -60 \text{ dBm}$$

2.2.6 Local Mean Received Power

The path loss beregnet fra alle ray tracing modeller er forbundet med en fast transmitter og receiver lokation. Derudover kan ray tracing bruges til at beregne den lokale gennemsnitlige modtagne effekt P_r i nærheden af en given receiver lokation ved at tilføje den kvadrerede størrelse af alle de modtagne stråler. Dette har effekten af at udglatte lokale spatial variationer på grund af faseændringer rundt omkring en given lokation. Local mean received power er en god indikator for link quality og bruges ofte i cellular systems til power control og handoff.

2.2.7 Local Mean Received Power

Det path loss, som beregnes fra alle ray tracing-modeller, er knyttet til en fast position af både sender og modtager. Når man arbejder med trådløse signaler, er det dog også vigtigt at forstå, hvordan den modtagne effekt varierer i et lokalt område omkring modtageren. Dette kan gøres ved at beregne den *local mean received power* $\overline{P_r}$.

Local mean received power er den gennemsnitlige værdi af den modtagne effekt i et lille område omkring modtageren. For at beregne denne størrelse, tager man højde for alle de forskellige signalveje (rays), der når frem til modtageren. Hver af disse signaler kan have en forskellig amplitude og fase, hvilket betyder, at når man summerer bidragene fra alle signaler, skal man først kvadrere hver signals amplitude, inden man summerer dem. Denne proces udjævner lokale rumlige variationer, som skyldes faseændringer omkring den specifikke position.

Den *local mean received power* $\overline{P_r}$ er en god indikator for kvaliteten af en trådløs forbindelse og anvendes ofte i cellulære systemer til funktioner som power control og handoff.

2.3 Empiriske Path Loss Modeller

Empiriske path loss modeller bruges til at forudsige signalstyrke i komplekse udbredelsesmiljøer, hvor simple modeller som free-space path loss eller ray tracing ikke er tilstrækkelige. Disse modeller er baseret på faktiske målinger af signaludbredelse i specifikke miljøer, såsom store byområder (*urban macrocells*), mindre byområder (*urban microcells*) og indendørs omgivelser. Modellerne anvender typisk data fra bestemte geografiske områder eller bygningstyper og giver os mulighed for at vurdere signalstyrken på forskellige afstande og frekvenser.

2.3.1 The Okumura Model

Okumura-modellen er en af de mest anvendte modeller til signalforudsigelse i store byområder. Modellen er gældende over afstande fra 1 til 100 km og frekvensområder fra 150 til 1500 MHz. Den er baseret på omfattende målinger af signaludbredelse fra basestationer til mobile enheder i Tokyo, Japan. Modellen estimerer den mediane attenuation i forhold til free space udbredelse. Formlen for path loss ved en afstand d er:

$$P_L(d) = L(f_c, d) + A_{\text{mu}}(f_c, d) - G(h_t) - G(h_r) - G_{\text{AREA}}$$

Her er:

- $L(f_c, d)$: free space path loss ved afstand d og frekvens f_c ,
- $A_{\text{mu}}(f_c, d)$: den mediane attenuation,
- $G(h_t)$: gevinst fra senderantennens højde, beregnet som:

$$G(h_t) = 20 \log_{10} \left(\frac{h_t}{200} \right), \quad 30m < h_t < 1000m$$

- $G(h_r)$: gevinst fra modtagerantennens højde, beregnet som:

$$G(h_r) = \begin{cases} 10 \log_{10} \left(\frac{h_r}{3} \right), & h_r \leq 3m \\ 20 \log_{10} \left(\frac{h_r}{3} \right), & 3m < h_r \leq 10m \end{cases}$$

- G_{AREA} : gevinst afhængig af områdets karakteristika.

2.3.2 The Hata Model

Hata-modellen er en videreudvikling af Okumura-modellen og bruges til at forenkle beregningen af path loss med en lukket formel. Denne model dækker stort set samme frekvensområde som Okumura-modellen og bruges især i byområder. Formlen for path loss i byområder er:

$$P_L(d) = 69.55 + 26.16 \log_{10}(f_c) - 13.82 \log_{10}(h_t) - a(h_r) + (44.9 - 6.55 \log_{10}(h_t)) \log_{10}(d)$$

Her er $a(h_r)$ en korrektion for modtagerantennens højde afhængigt af størrelsen af byområdet, beregnet som:

$$a(h_r) = \begin{cases} (1.1 \log_{10}(f_c) - 0.7)h_r - (1.56 \log_{10}(f_c) - 0.8) \text{ dB}, & \text{for små til mellemstore byer,} \\ 3.2(\log_{10}(11.75h_r))^2 - 4.97 \text{ dB}, & \text{for større byer,} \end{cases}$$

2.3.3 COST 231 Udvidelse til Hata Modellen

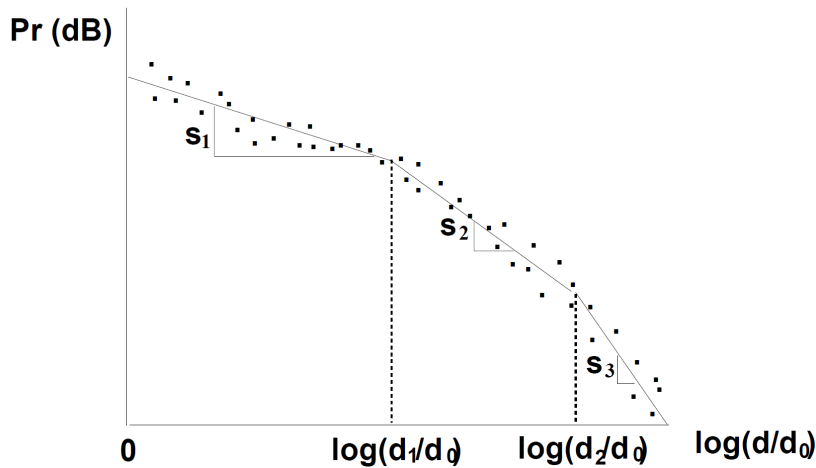
COST 231 er en udvidelse af Hata-modellen, som dækker højere frekvenser (op til 2 GHz) og bruges i byområder med mellemstore byer og forstæder. Formlen for path loss er:

$$P_L(d) = 46.3 + 33.9 \log_{10}(f_c) - 13.82 \log_{10}(h_t) - a(h_r) + (44.9 - 6.55 \log_{10}(h_t)) \log_{10}(d) + C_M$$

Hvor C_M er en konstant på 0 dB for byområder og 3 dB for forstæder.

2.3.4 Piecewise Linear (Multi-Slope) Model

En almindelig empirisk metode til modellering af *path loss* i udendørs *microcells* og indendørs kanaler er *piecewise linear* modellen, som illustrerer dB-tab som funktion af log-afstanden. Denne tilgang er illustreret i Figur 2.7, hvor punkterne repræsenterer hypotetiske empiriske målinger, og den stykvis lineære model repræsenterer en approximation til disse målinger. En *piecewise linear* model med N segmenter skal specificere $N - 1$ brudpunkter d_1, d_2, \dots, d_{N-1} og hældningerne svarende til hvert segment s_1, s_2, \dots, s_N . Forskellige metoder kan bruges til at bestemme antallet og placeringen af brudpunkter i modellen. Når disse er fastlagt, kan hældningerne svarende til hvert segment opnås ved lineær regression.



Figur 2.7: Piecewise Linear Model for Path Loss.

En specialtilfælde af den stykvis lineære model er *dual-slope* modellen. *Dual-slope* modellen er karakteriseret ved en konstant *path loss factor* K og en *path loss* eksponent γ_1 over en referenceafstand d_0 op til en kritisk afstand d_c , hvorefter signalet falder med *path loss* eksponenten γ_2 :

$$P_r(d) \text{ dB} = \begin{cases} P_t + K - 10\gamma_1 \log_{10}(d/d_0) & \text{for } d_0 \leq d \leq d_c \\ P_t + K - 10\gamma_1 \log_{10}(d_c/d_0) - 10\gamma_2 \log_{10}(d/d_c) & \text{for } d > d_c \end{cases}$$

Her er P_t transmitterens effekt, $P_r(d)$ den modtagne effekt som funktion af afstanden, og γ_1 samt γ_2 er *path loss* eksponenter, der typisk opnås via regression af empiriske data.

De multiple ligninger i *dual-slope* modellen kan samles i følgende *dual-slope* approximation:

$$P_r = \frac{P_t K}{L(d)}$$

hvor

$$L(d) \triangleq \left(\frac{d}{d_0}\right)^{\gamma_1} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{d_c}\right)^{(\gamma_1 - \gamma_2)q}}$$

I dette udtryk er q en parameter, der bestemmer smoothness af *path loss* ved overgangsområdet tæt på brudpunktet d_c . Denne model kan udvides til mere end to regioner, hvis det er nødvendigt.

Denne stykvis lineære model giver en fleksibel metode til at modellere *path loss* over et bredt spektrum af afstande og anvendes ofte i både udendørs og indendørs kanaler.

2.3.5 Indendørs Attenuation Faktorer

Indendørs path loss modeller er essentielle for at forudsige signalstyrke inde i bygninger, hvor signalet møder forskellige hindringer som vægge, gulve og møbler. Tabellen nedenfor viser typiske attenuationer for forskellige materialer:

Materialer	Attenuation (dB)
Tøj	1.4
Dobbelt gipsvæg	3.4
Foilisolering	3.9
Betonvæg	13
Aluminiumskonstruktion	20.4
Alt Metal	26

Tabel 2.1: Typiske partitionstab for indendørs omgivelser.

Disse data anvendes i formen:

$$P_r \text{ dBm} = P_t \text{ dBm} - P_L(d) - \sum_{i=1}^{N_f} FAF_i - \sum_{i=1}^{N_p} PAF_i$$

Hvor:

- FAF_i er floor attenuation factor for den i te etage,
- PAF_i er partition attenuation factor for den i te skillevej.

Disse faktorer er essentielle for at beregne præcis signalstyrke inde i bygninger, hvor hver etage eller væg bidrager til det samlede path loss.

2.4 Simplified Path Loss Model

Når vi arbejder med trådløs kommunikation, er det vigtigt at kunne forudsige, hvordan signalstyrken ændrer sig, når afstanden mellem sender og modtager øges. Dette kaldes ofte for *path loss*, og det beskriver, hvor meget af signalets styrke der går tabt på vej til modtageren.

Der findes mange modeller, der kan bruges til at forudsige *path loss*, men ofte kan en simpel model være tilstrækkelig til at give os en god forståelse af, hvad der sker. En af disse enkle modeller beskriver forholdet mellem modtagen effekt P_r og senderens effekt P_t som:

$$P_r = P_t K \left[\frac{d_0}{d} \right]^\gamma$$

hvor:

- P_r er den modtagne effekt ved modtageren. - P_t er den effekt, der sendes fra senderen. - K er en konstant, som afhænger af antennens egenskaber og det gennemsnitlige signaltab i kanalen. - d_0 er en referenceafstand, typisk valgt i nærheden af senderen, hvor signalet stadig er stærkt. - d er afstanden mellem sender og modtager. - γ er *path loss* eksponenten, som beskriver, hvor hurtigt signalet mister styrke over afstand.

Denne model viser, at signalet bliver svagere, jo længere væk modtageren er fra senderen. Konstanten K kan beregnes ved hjælp af følgende formel, hvor λ er signalets bølgelængde:

$$K \text{ dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{\lambda}{4\pi d_0} \right)$$

Dette udtryk bruger vi, når vi ønsker at finde ud af, hvor meget signalstyrken falder ved en bestemt afstand d fra senderen.

2.4.1 Eksempel 1: Beregning af Path Loss Eksponent og Modtaget Effekt

Problem: Vi har et sæt empiriske målinger af forholdet mellem modtagen og sendt effekt P_r/P_t ved 900 MHz, som vist i tabellen nedenfor. Vi skal finde den *path loss* eksponent γ , der minimerer middelvadratfejlen (MSE) mellem den simplificerede model (ligning 2.40) og de empiriske dB målinger, idet vi antager, at $d_0 = 1$ meter og K er bestemt ud fra *free space path loss* formelen ved denne afstand. Dernæst skal vi beregne den modtagne effekt ved 150 meter for den simplificerede *path loss* model med denne γ og en sendeeffekt på 1 mW (0 dBm).

Afstand fra Transmitter (m)	$M = P_r/P_t$
10 m	-70 dB
20 m	-75 dB
50 m	-90 dB
100 m	-110 dB
300 m	-125 dB

Tabel 2.2: Path Loss målinger

Løsning: Vi opstiller først MSE-fejludtrykket for dB målingerne som:

$$F(\gamma) = \sum_{i=1}^5 [M_{\text{measured}}(d_i) - M_{\text{model}}(d_i)]^2$$

hvor $M_{\text{measured}}(d_i)$ er path loss målingen fra tabel 2.3 ved afstand d_i , og $M_{\text{model}}(d_i)$ er path loss baseret på (2.40) ved d_i . Ved brug af formelen for *free space path loss*, $K = 20 \log_{10}(0.3333/(4\pi)) = -31.54$ dB, får vi:

$$\begin{aligned}
 F(\gamma) &= (-70 + 31.54 + 10\gamma \log_{10}(10))^2 + (-75 + 31.54 + 13.01\gamma)^2 + (-90 + 31.54 + 16.99\gamma)^2 \\
 &\quad + (-110 + 31.54 + 20\gamma)^2 + (-125 + 31.54 + 24.77\gamma)^2 \\
 F(\gamma) &= 21676.3 - 11654.9\gamma + 1571.47\gamma^2
 \end{aligned}$$

Ved at differentiere $F(\gamma)$ med hensyn til γ og sætte det lig nul, får vi:

$$\frac{\partial F(\gamma)}{\partial \gamma} = -11654.9 + 3142.94\gamma = 0 \Rightarrow \gamma = 3.71$$

For at finde den modtagne effekt ved 150 meter under den simplificerede *path loss* model med $K = -31.54$ dB, $\gamma = 3.71$, og $P_t = 0$ dBm, har vi:

$$P_r = P_t + K - 10\gamma \log_{10}(d/d_0) = 0 - 31.54 - 10 \times 3.71 \log_{10}(150/1)$$

$$P_r = -31.54 - 10 \times 3.71 \times 2.176 = -31.54 - 80.58 = -112.12 \text{ dBm}$$

Denne afvigelse fra den simplificerede *path loss* model kan tilskrives *shadow fading*, som er beskrevet i Sektion 2.7.

2.4.2 Eksempel 2: Beregning af Modtaget Effekt ved 200 meter

Problem: Vi ønsker at beregne den modtagne effekt ved en afstand på 200 meter fra senderen, hvor den sendte effekt P_t er 1 mW (0 dBm), og $\gamma = 3.71$ er bestemt fra det foregående eksempel.

Løsning: Vi anvender den samme formel som tidligere:

$$P_r = P_t + K - 10\gamma \log_{10}(d/d_0)$$

$$P_r = 0 \text{ dBm} - 31.54 - 10 \times 3.71 \log_{10}(200/1)$$

$$P_r = -31.54 - 10 \times 3.71 \times 2.301 = -31.54 - 85.41 = -116.95 \text{ dBm}$$

Resultat: Den modtagne effekt ved 200 meters afstand er cirka -116.95 dBm.

2.4.3 Eksempel 3: Effekt af *Shadow Fading*

Problem: Antag, at vi har en situation, hvor *shadow fading* introducerer en ekstra dæmpning på 10 dB ved en afstand på 100 meter. Beregn den samlede modtagne effekt under disse forhold.

Løsning: Først beregner vi den modtagne effekt uden *shadow fading*:

$$P_r = 0 \text{ dBm} - 31.54 - 10 \times 3.71 \log_{10}(100/1)$$

$$P_r = -31.54 - 10 \times 3.71 \times 2 = -31.54 - 74.2 = -105.74 \text{ dBm}$$

Dernæst tager vi *shadow fading* i betragtning:

$$P_r = -105.74 \text{ dBm} - 10 \text{ dB} = -115.74 \text{ dBm}$$

Resultat: Den samlede modtagne effekt ved 100 meter afstand, inklusive *shadow fading*, er cirka -115.74 dBm.

2.4.4 Opsummering

Disse eksempler viser, hvordan vi kan bruge den simplificerede *path loss* model til at beregne signalstyrken ved forskellige afstande i forskellige miljøer. Modellen gør det muligt at forudsige, hvor meget signalstyrken vil falde, og dermed hjælpe med at designe mere effektive trådløse netværk.

2.5 Shadow Fading og Log-Normal Skjulte Variabler

I trådløs kommunikation oplever signaler ofte variationer i modtaget effekt på grund af forhindringer som bygninger, træer eller andre objekter, der blokerer signalets vej. Denne tilfældige variation i signalstyrken kaldes *shadow fading* eller log-normal fading, og det kan føre til væsentlige udsving i signalkvaliteten. For at modellere denne variation benyttes ofte en statistisk model kendt som log-normal fading model, som beskriver signalets dæmpning over afstand i en given kanal.

2.5.1 Log-Normal Skjulte Variabler

I log-normal fading-modellen antages det, at forholdet mellem den transmitterede effekt P_t og den modtagne effekt P_r er en tilfældig variabel $\psi = \frac{P_t}{P_r}$, som er log-normalt fordelt. Dette betyder, at $\log_{10}(\psi)$ er normalfordelt, hvilket kan udtrykkes som:

$$p(\psi) = \frac{\xi}{\sqrt{2\pi\sigma_{\psi\text{dB}}^2}} \exp \left[-\frac{(\log_{10} \psi - \mu_{\psi\text{dB}})^2}{2\sigma_{\psi\text{dB}}^2} \right], \quad \psi > 0$$

hvor $\xi = \frac{10}{\ln 10}$, $\mu_{\psi\text{dB}}$ er middelværdien af $\log_{10}(\psi)$ i dB, og $\sigma_{\psi\text{dB}}$ er standardafvigelsen af $\log_{10}(\psi)$ i dB.

2.5.2 Gennemsnit og Varians af $\log_{10}(\psi)$

Det er vigtigt at bemærke, at hvis ψ er log-normal, vil gennemsnittet og standardafvigelsen af $\log_{10}(\psi)$ også være log-normale. Det betyder, at både modtagerens signal-til-støj-forhold (SNR) og modtagerens effekt vil være log-normale størrelser. Middelværdien μ_ψ og standardafvigelsen σ_ψ for den modtagne effekt i dB kan findes ved:

$$\mu_\psi = \mathbb{E}[\psi] = \exp \left[\mu_{\psi\text{dB}} + \frac{\sigma_{\psi\text{dB}}^2}{2\xi^2} \right]$$

Og konverteringen fra lineær middelværdi til log-middelværdi er givet ved:

$$10 \log_{10} \mu_\psi = \mu_{\psi\text{dB}} + \frac{\sigma_{\psi\text{dB}}^2}{2\xi^2}$$

2.5.3 Shadow Fading Modelling

Modelleringen af shadow fading indebærer at finde middelværdi og varians af ψ for at forstå, hvordan modtaget effekt varierer i forskellige miljøer. Typisk er standardafvigelsen $\sigma_{\psi\text{dB}}$ i området fra 4 til 13 dB, afhængigt af miljøet. For eksempel vil urban macrocells have en højere standardafvigelse på grund af flere forhindringer end åbne områder.

En vigtig del af denne model er at forudsige signalstyrken $s(d)$ som en funktion af afstanden d fra senderen:

$$s(d) = e^{-\alpha d}$$

hvor α er en dæmpningskonstant, der afhænger af objekternes materialer og dielektriske egenskaber. Når signalet passerer gennem flere objekter, vil den samlede dæmpning $s(d)$ være:

$$s(d_t) = e^{-\alpha \sum d_i} = e^{-\alpha d_t}$$

hvor d_t er summen af dybderne af alle objekterne mellem senderen og modtageren.

2.5.4 Eksempler

Eksempel 2.4: Beregning af Shadow Fading Varians

Givet en række målinger af $\frac{P_r}{P_t}$ fra et indendørs system ved 900 MHz, beregn variansen $\sigma_{\psi\text{dB}}^2$ for shadow fading over en given afstand.

1. **Dataanalyse:** Vi tager fem målepunkter fra tabel 2.3, der giver os $M_{\text{measured}}(d_i)$ og $M_{\text{model}}(d_i)$.
2. **Fejlberegning:** Vi beregner fejls kvadratrods ved hver afstand ved at sammenligne den målte effekt med den beregnede model.
3. **Variansberegning:**

$$\sigma_{\psi\text{dB}}^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 [M_{\text{measured}}(d_i) - M_{\text{model}}(d_i)]^2$$

4. **Resultat:** Vi finder $\sigma_{\psi\text{dB}} = 3.65$ dB, hvilket er standardafvigelsen for shadow fading i dette miljø.

Eksempel 2.5: Beregning af Skjulte Variabler i Et Byområde

Antag en frekvens på 2 GHz i et byområde med høje bygninger. Beregn den gennemsnitlige effekt $\mu_{\psi\text{dB}}$ for modtageren placeret 100 meter væk fra senderen.

1. **Middelværdi i dB:**

$$\mu_{\psi\text{dB}} = \exp \left[\mu_{\psi\text{dB}} + \frac{\sigma_{\psi\text{dB}}^2}{2\xi^2} \right]$$

2. **Standardafvigelse:** Antag $\sigma_{\psi\text{dB}} = 8$ dB, og brug de tidligere angivne data til at beregne den gennemsnitlige modtagne effekt.
3. **Resultat:** Den modtagne effekt er reduceret betydeligt på grund af shadow fading, især i byområder.

Eksempel 2.6: Anvendelse af Shadow Fading i Et Mikrocellulært Miljø

Beregning af signalstyrken for et mikrocellesystem ved 2 GHz, hvor modtageren er placeret 50 meter væk fra senderen, og der er flere forhindringer som træer og bygninger.

1. **Dæmpningskonstant:**

$$\alpha = \frac{\sigma_{\psi\text{dB}}}{\sqrt{2}}$$

2. **Beregn signalstyrken:**

$$s(d) = e^{-\alpha d}$$

3. **Resultat:** Variationen i signalstyrken afhænger af antallet og størrelsen af forhindringerne mellem senderen og modtageren.

Disse eksempler hjælper med at forstå, hvordan shadow fading påvirker signaludbredelsen i forskellige miljøer og hvordan det kan modelleres for at optimere trådløse kommunikationssystemer.

2.6 Combined Path Loss and Shadowing

Modeller for path loss og shadowing kan kombineres for at fange både effekten af signalstyrketab over afstand samt tilfældig attenuation, der skyldes shadowing. I denne kombinerede model bliver det gennemsnitlige dB path loss karakteriseret af path loss-modellen, mens shadow fading med en middelværdi på 0 dB skaber variationer omkring dette path loss, som illustreret af kurven i figur 2.1. Specifikt plotter denne kurve kombinationen af den forenkede path loss-model (ligning 2.39) og den log-normal shadowing tilfældige proces defineret af ligningerne (2.46) og (2.50). For denne kombinerede model er forholdet mellem modtaget og transmitteret effekt i dB givet ved:

$$\frac{P_r}{P_t}(\text{dB}) = 10 \log_{10} K - 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) - \psi_{\text{dB}},$$

hvor ψ_{dB} er en Gauss-fordelt tilfældig variabel med middelværdien nul og variansen $\sigma_{\psi_{\text{dB}}}^2$. I ligning (2.51) og som vist i figur 2.1, falder path loss lineært i forhold til $\log_{10}(d)$ med en hældning på 10γ dB per dekade, hvor γ er path loss eksponenten. Variationer som følge af shadowing ændrer sig hurtigere, afhængig af decorrelation distance X_c .

De foregående eksempler 2.3 og 2.4 illustrerer den kombinerede model for path loss og log-normal shadowing baseret på målingerne i tabel 2.3, hvor path loss følger den forenkede model med $K = -31.54$ dB og path loss eksponenten $\gamma = 3.71$, mens shadowing følger log-normal modellen med middelværdi givet af path loss modellen og standardafvigelsen $\sigma_{\psi_{\text{dB}}} = 3.65$ dB.

2.6.1 Statistisk Baggrund for Shadowing

Shadowing refererer til de tilfældige udsving i signalstyrken, som skyldes blokeringer eller forhindringer i signalets vej, som kan være forårsaget af bygninger, træer eller andre objekter. Disse udsving modelleres ofte som en log-normal fordeling, hvor ψ_{dB} beskriver forskellen mellem den forventede signalstyrke og den faktiske målte styrke.

Den log-normale fordeling er kendetegnet ved, at hvis ψ i sig selv varierer over en bred vifte, så vil $\log_{10}(\psi)$ være normalfordelt. Dette gør det muligt at bruge standardstatistiske metoder til at analysere dataene. Den normalfordelte tilfældige variabel ψ_{dB} har en middelværdi på nul og en varians $\sigma_{\psi_{\text{dB}}}^2$, hvilket beskriver spredningen af shadowing-effekten omkring det gennemsnitlige path loss.

For at beregne den samlede effekt af path loss og shadowing, kan man bruge ligning (2.51) ovenfor, hvor ψ_{dB} repræsenterer den tilfældige variation, der skyldes shadowing.

Denne kombination af path loss og shadowing giver os en mere realistisk model for signaludbredelse i komplekse miljøer, hvor både systematiske og tilfældige effekter spiller en rolle.

2.7 Outage Probability under Path Loss and Shadowing

De kombinerede effekter af path loss og shadowing har vigtige implikationer for design af trådløse systemer. I trådløse systemer er der typisk et mål for den minimale modtagne effekt, P_{\min} , under hvilken ydeevnen bliver uacceptabel (f.eks. når lydkvaliteten i et mobilsystem er for dårlig til at forstå). Med shadowing kan den modtagne effekt på enhver given afstand fra senderen variere log-normalt med en vis sandsynlighed for at falde under P_{\min} .

Vi definerer *outage probability* $p_{\text{out}}(P_{\min}, d)$ under path loss og shadowing som sandsynligheden for, at den modtagne effekt på en given afstand d , $P_r(d)$, falder under P_{\min} . Det vil sige:

$$p(P_r(d) \leq P_{\min}) = 1 - Q\left(\frac{P_{\min} - (P_t + 10 \log_{10} K - 10\gamma \log_{10}(d/d_0))}{\sigma_{\psi_{\text{dB}}}}\right),$$

hvor $Q(z)$ -funktionen defineres som sandsynligheden for, at en Gaussfordelt tilfældig variabel x med middelværdien nul og variansen ét er større end z .

$$Q(z) \triangleq p(x > z) = \int_z^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy.$$

For nemhedens skyld benytter vi ofte den komplementære fejl-funktion, som er relateret til Q -funktionen:

$$Q(z) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right).$$

2.7.1 Eksempel 2.5: Beregning af Outage Probability

Lad os finde *outage probability* ved en afstand på 150 meter for en kanal baseret på de kombinerede path loss og shadowing-modeller fra Eksempel 2.3 og 2.4. Vi antager en sendereffekt på $P_t = 10$ mW og et minimum effektkrav $P_{\min} = -110.5$ dBm.

Løsning:

Vi har $P_t = 10$ mW = 10 dBm.

$$\begin{aligned} P_{\text{out}}(-110.5\text{dBm}, 150\text{m}) &= p(P_r(150\text{m}) < -110.5\text{dBm}) \\ &= 1 - Q\left(\frac{P_{\min} - (P_t + 10 \log_{10} K - 10\gamma \log_{10}(d/d_0))}{\sigma_{\psi_{\text{dB}}}}\right) \\ &= 1 - Q\left(\frac{-110.5 - (10 - 31.54 - 37.1 \log_{10}(150))}{3.65}\right) \\ &= 1 - Q\left(\frac{-110.5 - (-131.41)}{3.65}\right) \\ &= 1 - Q\left(\frac{20.91}{3.65}\right) \\ &= 1 - Q(5.73) \approx 0.0121. \end{aligned}$$

En *outage probability* på 1% er typisk målet i design af trådløse systemer.

2.7.2 Statistisk Baggrund: Q-funktionen og Outage Probability

Q-funktionen er en standard funktion, der anvendes i statistikken til at beskrive sandsynligheden for, at en standard normalfordelt variabel overstiger en bestemt værdi. Dette er relevant i trådløse systemer, fordi variationerne i modtaget effekt ofte kan modelleres som log-normalfordelt, hvilket betyder, at de tilsvarende variationer i dB er normalfordelte. Når vi beregner *outage probability*, bruger vi Q-funktionen til at bestemme sandsynligheden for, at den modtagne effekt falder under en vis tærskel.

Denne metode er særlig vigtig i systemdesign, da den hjælper os med at forstå og sikre, at systemet fungerer tilfredsstillende selv i tilstedeværelse af tilfældige variationer som følge af shadowing.

2.8 Cell Coverage Area

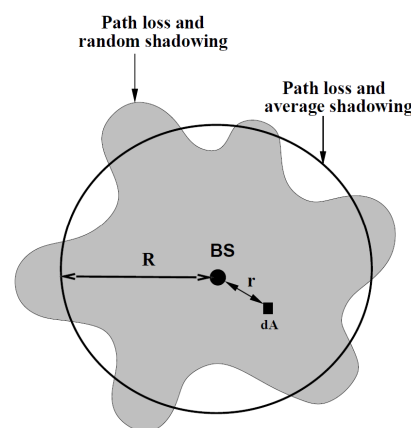
Cell coverage area i et cellulært system refererer til den procentdel af området inden for en celle, hvor den modtagne effekt er tilstrækkelig til at opfylde systemets krav til ydeevne. For at forstå dette koncept bedre, lad os overveje en basestation (BS), der er placeret centralt i en cirkulær celle med en radius R .

2.8.1 Basestationens Rolle i Dækning

Basestationen transmitterer et signal med en effekt, der skal sikre, at den modtagne signalstyrke P_r på alle punkter i cellen er over en minimumsværdi P_{\min} , som er nødvendig for at opretholde en acceptabel ydeevne, f.eks. i form af en tilstrækkelig Signal-to-Noise Ratio (SNR). Dette krav gælder især ved cellegrænsen, hvor signalstyrken naturligt vil være svagest på grund af afstanden fra basestationen.

2.8.2 Effekten af Path Loss og Shadowing

Som tidligere nævnt påvirkes signalstyrken i cellen både af path loss (den systematiske reduktion i signalstyrke over afstand) og af shadowing (de tilfældige udsving i signalstyrken forårsaget af objekter i signalvejen). Disse effekter kombineres og resulterer i, at signalstyrken i praksis varierer betydeligt over celleområdet.



Figur 2.8: Illustration af cellulær dækning påvirket af path loss og shadowing. Figuren viser, hvordan shadowing resulterer i uregelmæssige konturer for modtaget signalstyrke i en cirkulær celle med radius R .

2.8.3 Matematisk Modellering af Dækningen

Dækningen C i cellen defineres som det forventede areal, hvor den modtagne effekt P_r overstiger P_{\min} . Dette kan formelt beregnes ved at integrere over alle de områder dA i cellen, hvor dette krav er opfyldt:

$$C = E \left[\frac{1}{\pi R^2} \int_{\text{cell area}} 1[P_r(r) > P_{\min} \text{ in } dA] dA \right]$$

I dette udtryk repræsenterer $1[\cdot]$ en indikatorfunktion, som er 1, når betingelsen indenfor klamren er sand, og ellers 0. Dette betyder, at vi kun tæller de områder med, hvor $P_r(r) > P_{\min}$. Da dækningen kan variere inden for cellen, er det nødvendigt at tage et gennemsnit (forventningsværdi) over hele cellens areal.

2.8.4 Outage Probability

Et beslægtet begreb er outage probability, som er den sandsynlighed, at den modtagne effekt P_r falder under P_{\min} i et givet område af cellen. Dette kan udtrykkes som:

$$p_{\text{out}}(P_{\min}, r) = 1 - Q \left(\frac{P_{\min} - (P_t + 10 \log_{10} K - 10\gamma \log_{10}(r/d_0))}{\sigma_{\psi_{\text{dB}}}} \right)$$

Her er $Q(\cdot)$ den komplementære fejlfunktion, som beregner sandsynligheden for, at en normalfordelt variabel overskrider en given værdi. Outage probability beskriver altså den del af celleområdet, hvor signalet ikke er stærkt nok til at sikre en pålidelig forbindelse.

2.8.5 Eksempler

Eksempel 1: Beregning af Cell Coverage Area

Lad os antage, at vi har følgende parametre:

- Basestationens sendestyrke $P_t = 100$ mW (20 dBm)
- Modtagerens minimumskrav til signalstyrke $P_{\min} = -110$ dBm
- Cellens radius $R = 600$ meter
- Path loss exponent $\gamma = 3.71$
- Shadowing standard deviation $\sigma_{\psi_{\text{dB}}} = 3.65$ dB

Vi vil beregne dækningsområdet C ved brug af ligning (2.61):

$$C = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{2}{b^2}\right) Q\left(\frac{2}{b}\right),$$

$$\text{hvor } a = \frac{P_{\min} - P_R(R)}{\sigma_{\psi_{\text{dB}}}} \text{ og } b = \frac{10\gamma \log_{10}(e)}{\sigma_{\psi_{\text{dB}}}}.$$

Eksempel 2: Beregning af Outage Probability

Antag, at vi ønsker at beregne outage probability for en bruger placeret 150 meter fra basestationen. Vi bruger følgende parametre:

- Basestationens sendestyrke $P_t = 10$ mW (10 dBm)
- Modtagerens minimumskrav til signalstyrke $P_{\min} = -110.5$ dBm
- Afstand til basestationen $d = 150$ meter
- Path loss exponent $\gamma = 3.71$
- Shadowing standard deviation $\sigma_{\psi_{\text{dB}}} = 3.65$ dB

Outage probability beregnes som:

$$p_{\text{out}} = 1 - Q\left(\frac{-110.5 - (10 - 31.54 - 37.1 \log_{10}(150))}{3.65}\right)$$

Eksempel 3: Beregning af Total Coverage Area

Hvis vi skal finde den totale dækningsgrad for cellen, hvor både path loss og shadowing er inkluderet, og vi har flere brugere jævnt fordelt i cellen, kan vi gentage beregningerne fra de tidligere eksempler for flere afstande og beregne gennemsnittet af disse resultater.

Kapitel 3

Appendix B

Kapitel 4

Statistical Multipath Channel Models

Multipath Fading og Channel models

I dette kapitel undersøger vi fading-modeller, der beskriver, hvordan signaler kan blive forstærket eller svækket, når de bevæger sig gennem forskellige *multipath* komponenter i en kanal. Mens vi i kapitel 2 talte om *ray-tracing* modeller for deterministiske kanaler, kræver virkelige omgivelser ofte en statistisk tilgang. Deterministiske modeller er sjældent anvendelige, så vi bliver nødt til at karakterisere kanalen statistisk. I dette kapitel vil vi modellere *multipath*-kanalen ved hjælp af en tilfældig, tidsvarierende *impulse response*, og vi vil beskrive dens vigtige egenskaber.

Når et signal transmitteres gennem en *multipath* kanal, vil modtageren opfatte det som en række af pulser. Hver puls svarer enten til det direkte *line-of-sight* (*LOS*) signal eller et reflekteret *multipath* signal fra forskellige *scatterers* eller grupper af *scatterers*. En vigtig egenskab ved en *multipath* kanal er *delay spread*, som måler tidsforskellen mellem det første ankomne signal (enten *LOS* eller *multipath*) og det sidste ankomne signal fra den samme transmitterede puls. Hvis *delay spread* er lille sammenlignet med den inverse af signalets båndbredde, vil der være minimal tidsudbredning i det modtagne signal. Men hvis *delay spread* er stor, vil der være betydelig tidsudbredning, hvilket kan føre til væsentlig forvrængning af signalet.

En anden vigtig egenskab ved *multipath* kanalen er dens tidsvarierende natur. Denne variation opstår, når enten senderen eller modtageren bevæger sig, hvilket betyder, at reflektorer i signalvejen ændrer deres placering over tid. Dette medfører ændringer i amplitude, forsinkelse og antallet af *multipath* komponenter, som modtageren opfatter. Hvis vi f.eks. transmitterer

pulser gentagne gange fra en bevægende sender, vil vi observere ændringer i signalets styrke og forsinkelser over tid. Dog sker disse ændringer over en længere tidsskala end fading forårsaget af den konstruktive og destruktive tilføjelse af faste *multipath* komponenter fra faste *scatterers*.

Vi vil starte med en generisk model for den tidsvarierende *channel impulse response* for at fange både hurtige og langsomme variationer i kanalen. Derefter vil vi begrænse denne model til *narrowband fading*, hvor kanalens båndbredde er lille i forhold til den inverse af *delay spread*. For *narrowband* modeller antager vi en kvasi-statisk situation, hvor vi har et fast antal *multipath* komponenter, hver med fast *path loss* og *shadowing*.

- 4.1 Time-Varying Channel Impulse Response
- 4.2 Narrowband Fading Models
 - 4.2.1 Autocorrelation, Cross Correlation, and Power Spectral Density
 - 4.2.2 Envelope and Power Distributions
 - 4.2.3 Level Crossing Rate and Average Fade Duration
 - 4.2.4 Finite State Markov Channels
- 4.3 Wideband Fading Models
 - 4.3.1 Power Delay Profile
 - 4.3.2 Coherence Bandwidth
 - 4.3.3 Doppler Power Spectrum and Channel Coherence Time
 - 4.3.4 Transforms for Autocorrelation and Scattering Functions
- 4.4 Discrete-Time Model
- 4.5 Space-Time Channel Models

Kapitel 5

Opgaver

5.1 Exercises week 2

1. Under the free-space path loss model, find the transmit power required to obtain a received power of 1 dBm for a wireless system with isotropic antennas ($G_t = G_r = 1$) and a carrier frequency $f_c = 5$ GHz, assuming a distance $d = 10$ m. Repeat for $d = 100$ m.

Solution: We need to find the transmit power P_t required to achieve a received power $P_r = 1$ dBm for a wireless system with isotropic antennas ($G_t = G_r = 1$) and a carrier frequency $f_c = 5$ GHz at distances $d = 10$ m and $d = 100$ m. Following is given:

- $G_t = 1$
- $G_r = 1$
- $P_r = 1dBm$
- $f_c = 5 \times 10^9$
- $d_{10m} = 10m$
- $d_{100m} = 100m$

Calculating λ by:

$$\lambda = \frac{c}{f_c} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^9} = 0.06m$$

The free-space path loss (FSPL) formula is given by:

$$L_{FS}(dBm) = 20\log\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)$$

The Linkage Budget Model is given by:

$$P_r(\text{dBm}) = P_t(\text{dBm}) + G_t(\text{dB}) + G_r(\text{dB}) - L(\text{dB})$$

Where $L(\text{dB})$ is L_{FS}

$$P_t(\text{dBm}) = P_r(\text{dBm}) - G_t(\text{dB}) - G_r(\text{dB}) - L_{FS}(\text{dBm}) =$$

$$P_t(\text{dBm}) = 1 - 0 - 0 - 20 \log \frac{0.06}{40\pi} =$$

Final Answer: The transmit power required for a received power of 1 dBm at $d = 10$ m is 47.42 dBm, and at $d = 100$ m is 67.42 dBm.

2. For the two-ray model with transmitter-receiver separation $d = 100$ m, $h_t = 10$ m, and $h_r = 2$ m, find the delay spread between the two signals.

Solution: In order to find the delay spread between the two signals we will be using *Delay Spread in Two-Ray Model*

$$\Delta\tau = \frac{|d_1 - d_2|}{c}$$

where:

- $d_1 = d$: the line-of-sight (LOS) distance between the transmitter and receiver,
- $d_2 = \sqrt{d^2 + (h_t + h_r)^2}$: the non-LOS distance between the transmitter and receiver,
- c : speed of light (3×10^8 m/s).

$$\Delta\tau = \frac{|d_1 - \sqrt{d^2 + (h_t + h_r)^2}|}{c} =$$

$$\frac{100 - \sqrt{100^2 + (10 + 2)^2}}{3 \times 10^8} = 2.39 \times 10^{-9} \text{ s}$$

Final answer: The delay spread between the two signals are 2.39 nano seconds

- Find the critical distance d_c under the two-ray model for a large macrocell in a suburban area with the base station mounted on a tower or building ($h_t = 20$ m), the receivers at height $h_r = 3$ m, and $f_c = 2$ GHz. Is this a good size for cell radius in a suburban macrocell? Why or why not?

Solution: Finding the *The Critical Distance* d_c is done by:

$$d_c = \frac{4h_th_r}{\lambda} = \frac{4 \times 20\text{m} \times 3\text{m}}{\frac{3 \times 10^8 \text{m}}{2 \times 10^9 \text{Hz}}} = \frac{300\text{m}^2}{0.15\text{m}} = 1.6 \times 10^3 \text{m}$$

Final answer: *The Critical Distance* is calculated to be 1600m. It's difficult to answer if it's a good size or not because it is necessary to have knowledge about the environment, but normally cells in suburban areas they are between 1 - 3 km

- Consider a receiver with noise power -160 dBm within the signal bandwidth of interest. Assume a single-slope path loss model with $d_0 = 1$ m, K obtained from the free-space path loss formula with isotropic antennas and $f_c = 1$ GHz, and $\gamma = 4$. For a transmit power of $P_t = 10$ mW, find the maximum distance between the transmitter and receiver such that the received signal-to-noise power ratio is 20 dB.

Solution: We are given the following parameters:

- Noise power $P_n = -160$ dBm
- Transmit power $P_t = 10$ mW = 10 dBm
- Reference distance $d_0 = 1$ m
- Carrier frequency $f_c = 1$ GHz
- Path loss exponent $\gamma = 4$
- Signal-to-noise ratio (SNR) = 20 dB

We want to find the maximum distance d such that the received signal-to-noise ratio is 20 dB.

Step 1: Convert noise power from dBm to watts

First, we need to convert the noise power from dBm to watts:

$$P_n(\text{W}) = 10^{\frac{P_n(\text{dBm})}{10}} \times 10^{-3}$$

Substituting $P_n = -160$ dBm:

$$P_n = 10^{\frac{-160}{10}} \times 10^{-3} = 10^{-16} \times 10^{-3} = 10^{-19} \text{ W}$$

Step 2: Calculate free-space path loss at the reference distance d_0

The free-space path loss at the reference distance $d_0 = 1$ m is given by:

$$L_{\text{FS}}(d_0) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_0 f_c}{c} \right)$$

where:

- $d_0 = 1$ m,
- $f_c = 1 \times 10^9$ Hz,
- $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Substituting these values:

$$L_{\text{FS}}(d_0) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \times 1 \times 10^9}{3 \times 10^8} \right)$$

$$L_{\text{FS}}(d_0) = 20 \log_{10}(41.89) = 32.44 \text{ dB}$$

Step 3: Use the single-slope path loss model

The total path loss at a distance d is given by:

$$L(d) = L(d_0) + 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right)$$

Substituting $L(d_0) = 32.44$ dB and $\gamma = 4$, we get:

$$L(d) = 32.44 + 40 \log_{10}(d)$$

Step 4: Calculate received power

The received power P_r can be calculated as:

$$P_r(\text{dBm}) = P_t(\text{dBm}) - L(d)$$

Substituting $P_t = 10$ dBm:

$$P_r = 10 - (32.44 + 40 \log_{10}(d)) = -22.44 - 40 \log_{10}(d)$$

Step 5: Apply the SNR condition

We know that:

$$\text{SNR} = P_r(\text{dBm}) - P_n(\text{dBm})$$

Substituting the given $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ and $P_n = -160 \text{ dBm}$:

$$20 = P_r - (-160)$$

$$P_r = -140 \text{ dBm}$$

Step 6: Solve for d

Now we can solve for d . From the equation for P_r :

$$-140 = -22.44 - 40 \log_{10}(d)$$

Solving for $\log_{10}(d)$:

$$-140 + 22.44 = -40 \log_{10}(d)$$

$$-117.56 = -40 \log_{10}(d)$$

$$\log_{10}(d) = \frac{117.56}{40} \approx 2.939$$

Now, solve for d :

$$d = 10^{2.939} \approx 870.1 \text{ m}$$

Final answer

The maximum distance between the transmitter and receiver such that the received signal-to-noise ratio is 20 dB is approximately **870.1 m**.

5. Table 2.7 lists a set of empirical path loss measurements. Assume a carrier frequency $f_c = 2 \text{ GHz}$.
 - (a) Find the parameters of a single-slope path loss model plus log-normal shadowing that best fit this data assuming K is calculated from free-space path loss at the reference distance $d_r = 1 \text{ m}$.
 - (b) Find the path loss at 2 Km based on this model.
 - (c) Find the outage probability at a distance d assuming the received power at d due to path loss alone is 10 dB above the required power for non-outage.

Solution: Problem Statement: Table 2.7 lists a set of empirical path loss measurements. Assume a carrier frequency $f_c = 2 \text{ GHz}$.

Tabel 5.1: Path loss measurements for Problem 2-14

Distance from Transmitter	$\frac{P_r}{P_t}$
5 m	-60 dB
25 m	-80 dB
65 m	-105 dB
110 m	-115 dB
400 m	-135 dB
1000 m	-150 dB

- Find the parameters of a single-slope path loss model plus log-normal shadowing that best fit this data assuming K is calculated from free-space path loss at the reference distance $d_r = 1$ m.
- Find the path loss at 2 km based on this model.
- Find the outage probability at a distance d assuming the received power at d due to path loss alone is 10 dB above the required power for non-outage.

Given Data:

The following path loss measurements are provided:

Distance from Transmitter	Path Loss (P_r/P_t)
5 m	-60 dB
25 m	-80 dB
65 m	-105 dB
110 m	-115 dB
400 m	-135 dB
1000 m	-150 dB

Tabel 5.2: Path loss measurements for Problem 2-14

Solution: We will be using *Single-slope path loss model* with *log-normal shadowing*

The single-slope path loss model is given by:

$$L(d) = L(d_r) + 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d}{d_r} \right)$$

where:

- $L(d_r)$ is the path loss at the reference distance $d_r = 1$ m,
- γ is the path loss exponent,
- d is the distance from the transmitter.

The constant $K = L(d_r)$ can be computed from the free-space path loss formula:

$$L_{\text{FS}}(d_r) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_r f_c}{c} \right)$$

Substituting $d_r = 1$ m, $f_c = 2$ GHz $= 2 \times 10^9$ Hz, and $c = 3 \times 10^8$ m/s:

$$L_{\text{FS}}(d_r) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \times 1 \times 2 \times 10^9}{3 \times 10^8} \right)$$

$$L_{\text{FS}}(d_r) = 20 \log_{10}(83.78) = 38.46 \text{ dB}$$

Next, using the provided data, we can apply regression to estimate γ and the shadowing effect by fitting the measured path loss data to the single-slope path loss model.

Path loss at 2 Km

To find the path loss at $d = 2$ km $= 2000$ m, we use the single-slope path loss model:

$$L(2000) = L(d_r) + 10\gamma \log_{10} \left(\frac{2000}{1} \right)$$

Substituting $L(d_r) = 38.46$ dB and the value of γ estimated from part (a):

$$L(2000) = 38.46 + 10\gamma \log_{10}(2000)$$

Outage probability at a distance d

The outage probability is calculated using log-normal shadowing. The outage probability is the probability that the received power falls below the required threshold for non-outage. Given that the received power at d is 10 dB above the required power, we use the following formula:

$$P_{\text{out}} = Q \left(\frac{P_{\text{threshold}} - (P_t - L(d))}{\sigma} \right)$$

where $Q(x)$ is the Q-function, σ is the standard deviation of shadowing, and $L(d)$ is the path loss at distance d .

Kapitel 6

Formula Collection

6.1 Path Loss Models

6.1.1 Free-Space Path Loss (FSPL)

The free-space path loss (FSPL) represents the attenuation of a signal as it propagates in free space (without obstructions). It describes how the signal power diminishes due to the spreading of the wavefront over an expanding spherical surface.

The FSPL is calculated by the formula:

$$L_{\text{FS}}(\text{dB}) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi df_c}{c} \right)$$

where:

- d is the distance between the transmitter and the receiver (in meters),
- f_c is the carrier frequency (in Hz),
- c is the speed of light, $c = 3 \times 10^8$ m/s.

The free-space path loss increases with both frequency and distance. Higher frequency signals and longer transmission distances experience greater path loss.

6.1.2 Received Power Calculation

The received power in a free-space environment can be calculated using the link budget equation. This relates the transmitted power, gains, and losses, such as free-space path loss:

$$P_r(\text{dBm}) = P_t(\text{dBm}) + 10 \log_{10}(G_t) + 10 \log_{10}(G_r) - L_{\text{FS}}(\text{dB})$$

where:

- $P_r(\text{dBm})$ is the received power (in dBm),
- $P_t(\text{dBm})$ is the transmitted power (in dBm),
- G_t is the gain of the transmitting antenna (in dB),
- G_r is the gain of the receiving antenna (in dB),
- $L_{\text{FS}}(\text{dB})$ is the free-space path loss.

6.1.3 Simplified Form for Isotropic Antennas

For isotropic antennas, where $G_t = G_r = 1$ (i.e., 0 dB gain), the received power can be simplified as:

$$P_r(\text{dBm}) = P_t(\text{dBm}) - L_{\text{FS}}(\text{dB})$$

This simplifies the calculation when using omnidirectional antennas, where no directional gain is assumed.

6.1.4 Relationship Between Path Loss and Received Power

The free-space path loss can also be derived in terms of the ratio between transmitted and received power:

$$P_L(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left(\frac{P_t}{P_r} \right)$$

Substituting L_{FS} into this equation gives:

$$P_L(\text{dB}) = -10 \log_{10} \left(\frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2} \right)$$

where:

- $\lambda = \frac{c}{f_c}$ is the wavelength of the signal (in meters),
- G_t is the gain of the transmitter antenna (linear),

- G_r is the gain of the receiver antenna (linear).

This equation shows how the received power decreases as distance increases (proportional to d^2) and how higher frequencies (smaller λ) experience more path loss.

6.1.5 Importance of Antenna Gains

Antenna gains G_t and G_r play an important role in improving received power by focusing the signal energy in specific directions. In the case of directional antennas with higher gain, the received power increases, helping to compensate for higher path loss at greater distances or higher frequencies.

6.1.6 Free-Space Path Loss in dB

The free-space path loss in decibels for isotropic antennas can be expressed as:

$$L_{\text{FS}}(\text{dB}) = -10 \log_{10} \left(\frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi d)^2} \right)$$

Where:

- G_t and G_r are the transmitter and receiver antenna gains, respectively (in linear scale),
- λ is the wavelength (in meters),
- d is the distance between the transmitter and the receiver (in meters).

If $G_t = G_r = 1$, this simplifies further to:

$$L_{\text{FS}}(\text{dB}) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)$$

This form directly relates the path loss to the distance and wavelength.

6.1.7 Hata Model for Urban Areas

The Hata model for urban areas is given by:

$$P_L(\text{dB}) = 69.55 + 26.16 \log_{10}(f_c) - 13.82 \log_{10}(h_t) - a(h_r) + (44.9 - 6.55 \log_{10}(h_t)) \log_{10}(d)$$

where:

- f_c : carrier frequency (MHz),

- h_t : height of the transmitter (meters),
- h_r : height of the receiver (meters),
- d : distance between transmitter and receiver (kilometers),
- $a(h_r)$: correction factor for receiver height.

6.1.8 Single-Slope Path Loss Model

The single-slope path loss model, with reference distance d_0 , is given by:

$$L(d)(\text{dB}) = L(d_0)(\text{dB}) + 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right)$$

where:

- $L(d)$: path loss at distance d (dB),
- $L(d_0)$: path loss at reference distance d_0 (dB),
- γ : path loss exponent,
- d_0 : reference distance (often 1 meter),
- d : distance between transmitter and receiver (meters).

6.1.9 Received Power in Free Space

The received power $P_r(d)$ at distance d using isotropic antennas is given by:

$$P_r(d) = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2$$

where:

- $P_r(d)$: received power at distance d (W),
- P_t : transmitted power (W),
- G_t : gain of transmitting antenna (linear),
- G_r : gain of receiving antenna (linear),
- $\lambda = \frac{c}{f_c}$: wavelength (meters),
- d : distance between transmitter and receiver (meters),
- c : speed of light (3×10^8 m/s),
- f_c : carrier frequency (Hz).

6.1.10 Signal-to-Noise Ratio (SNR)

The signal-to-noise ratio (SNR) at the receiver is given by:

$$SNR = \frac{P_r}{P_n}$$

where:

- P_r : received power (W),
- P_n : noise power (W).

The noise power P_n is calculated as:

$$P_n = N_0 B$$

where:

- N_0 : noise power spectral density (W/Hz),
- B : system bandwidth (Hz).

6.1.11 Maximum Distance for Given SNR

The maximum distance d_{\max} such that the received SNR meets a target value SNR_{target} is given by rearranging the SNR formula:

$$d_{\max} = d_0 \cdot 10^{\frac{L(d_0) + 10 \log_{10} \left(\frac{P_t}{P_n} \right) - SNR_{\text{target}}}{10\gamma}}$$

where:

- d_{\max} : maximum distance between transmitter and receiver (meters),
- $L(d_0)$: path loss at reference distance d_0 (dB),
- P_t : transmitted power (W),
- P_n : noise power (W),
- SNR_{target} : target SNR (dB),
- γ : path loss exponent.

6.1.12 COST 231 Model (Extension of Hata Model)

The COST 231 model for urban environments is given by:

$$P_L(\text{dB}) = 46.3 + 33.9 \log_{10}(f_c) - 13.82 \log_{10}(h_t) - a(h_r) + (44.9 - 6.55 \log_{10}(h_t)) \log_{10}(d) + C_M$$

where:

- f_c : carrier frequency (MHz),
- h_t : height of the transmitter (meters),
- h_r : height of the receiver (meters),
- d : distance between transmitter and receiver (kilometers),
- C_M : 0 dB for metropolitan areas, 3 dB for suburban areas.

6.1.13 Two-Ray Ground Reflection Model

The received power using the two-ray model is:

$$P_r = P_t \left[\frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{R}{d_2} \right) \right]^2$$

where:

- P_r : received power (W),
- P_t : transmitted power (W),
- d_1, d_2 : distances for line-of-sight and reflected paths (meters),
- R : reflection coefficient (dimensionless),
- λ : wavelength (meters).

6.1.14 Critical Distance in Two-Ray Model

The critical distance d_c is given by:

$$d_c = \frac{4h_t h_r}{\lambda}$$

where:

- h_t : height of the transmitter (meters),
- h_r : height of the receiver (meters),
- λ : wavelength (meters).

6.1.15 Delay Spread in Two-Ray Model

The delay spread $\Delta\tau$ in the two-ray model is given by:

$$\Delta\tau = \frac{|d_1 - d_2|}{c}$$

where:

- $d_1 = d$: the line-of-sight (LOS) distance between the transmitter and receiver (meters),
- $d_2 = \sqrt{d^2 + (h_t + h_r)^2}$: the non-LOS distance between the transmitter and receiver (meters),
- c : speed of light (3×10^8 m/s).

6.2 Outage Probability

6.2.1 Outage Probability under Path Loss and Shadowing

The outage probability P_{out} is defined as:

$$P_{\text{out}} = 1 - Q\left(\frac{P_{\min} - (P_t - L_{\text{PL}}(d))}{\sigma_\psi}\right)$$

where:

- P_{\min} : minimum received power (W),
- $L_{\text{PL}}(d)$: path loss at distance d (dB),
- σ_ψ : standard deviation of shadowing (dB),
- $Q(x)$: Q-function.

6.3 Link Budget Equation

The link budget is calculated as:

$$P_r(\text{dBm}) = P_t(\text{dBm}) + G_t(\text{dB}) + G_r(\text{dB}) - L(\text{dB})$$

where:

- P_r : received power (dBm),

- P_t : transmitted power (dBm),
- G_t, G_r : transmitter and receiver antenna gains (dB),
- L : total loss (dB).

6.4 Doppler Shift

The Doppler shift f_D is given by:

$$f_D = \frac{v \cos \theta}{\lambda}$$

where:

- v : velocity of the receiver (m/s),
- θ : angle between movement direction and wavefront (radians),
- λ : wavelength (meters).

6.5 Probability and Fading

6.5.1 Rayleigh Fading

The probability density function for Rayleigh fading is:

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$$

where:

- r : signal amplitude,
- σ^2 : variance.

6.5.2 Rician Fading

The probability density function for Rician fading is:

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Ar}{\sigma^2}\right)$$

where:

- A : peak amplitude of the line-of-sight component,
- I_0 : modified Bessel function of the first kind.

6.5.3 Simplified Path Loss Model for SNR

The simplified path loss model for Signal-to-Noise Ratio (SNR) is given by:

$$SNR = \frac{P_t G_t G_r}{L N_0}$$

where:

- P_t : transmitted power (W),
- G_t, G_r : transmitter and receiver antenna gains (linear),
- L : total path loss (linear),
- N_0 : noise power (W).