1 Бестиповое лямбда-исчисление. Общие определения (альфа-эквивалентн бета-редукция, бета-эквивалентность). Параллельная бета-редукция. Теорема Чёрча-Россера.

Определение. $A =_\alpha B$

1. $A \equiv x \wedge B \equiv y \wedge x \equiv y$
2. $A \equiv P_1 Q_1 \wedge B \equiv P_2 Q_2 \wedge P_1 =_\alpha P_2 \wedge Q_1 =_\alpha Q_2$
3. $A \equiv \lambda x.P \wedge B \equiv \lambda y.Q \wedge P[x:=t] =_\alpha Q[y:=t]$

Определение. $A \to_\beta B$

1. $A \equiv P_1 Q_1 \wedge B \equiv P_2 Q_2$
   $P_1 =_\alpha P_2 \wedge Q_1 \to_\beta Q_2$ *или* $P_1 \to_\beta P_2 \wedge Q_1 =_\alpha Q_2$
2. $A \equiv (\lambda x.P)Q \wedge B \equiv P[x:=Q]$

Определение. $A =_\beta B$ *— рефлексивное, транзитивное, симметричное замыкание* $\to_\beta$.

Определение. $A \rightrightarrows_\beta B$

1. $A =_\alpha B$
2. $A \equiv P_1 Q_1 \wedge B \equiv P_2 Q_2 \wedge P_1 \rightrightarrows_\beta P_2 \wedge Q_1 \rightrightarrows_\beta Q_2$
3. $A =_\alpha (\lambda x.P)Q \wedge B =_\alpha P[x:=Q]$

Теорема (Чёрча–Россера). $\twoheadrightarrow_\beta$ *обладает ромбовидным свойством.*

2 Булевские значения, чёрчевские нумералы, упорядоченные пары

$T \equiv \lambda a.\lambda b.a$
$F \equiv \lambda a.\lambda b.b$
$If \equiv \lambda c.\lambda t.\lambda e.(ct)e$
$\overline{n} \equiv \lambda f.\lambda x.f^{(n)}x$
$(+1) \equiv \lambda n.\lambda f.\lambda x.nf(fx)$
$makePair \equiv \lambda a.\lambda b.\lambda s.sab$
$First \equiv \lambda p.pT$
$Second \equiv \lambda p.pF$