Zadanie 1 (Minimum Vertex Cover)**.** Dany jest nieskierowany graf $G = (V, E)$. Twoim zadaniem jest wyznaczyć minimalny zbiór wierzchołków $C \subseteq V$ taki, że każda krawędź $e \in E$ ma przynajmniej jeden koniec w C. Sformułuj problem jako całkowitoliczbowe programowanie liniowe (ILP), a następnie zrelaksuj je do zagadnienia ciągłego (LP) i porównaj wyniki.

WEJŚCIE:

```
V = [0, 1, 2, 3]
E = [(0,1), (1,2), (2,3)]
```

WYJŚCIE:

```
Optymalne pokrycie: [1, 2]
Rozmiar: 2
Rozwiązanie LP: 1.5 (relaksacja)
```

Zadanie 2 (Maximum Matching)**.** Wyznacz maksymalne skojarzenie, czyli największy zbiór krawędzi $M \subseteq E$, taki że żadne dwie krawędzie w M nie dzielą wspólnego wierzchołka. Sformułuj problem jako całkowitoliczbowe programowanie liniowe (ILP), a następnie zrelaksuj je do zagadnienia ciągłego (LP) i porównaj wyniki.

WEJŚCIE:

```
V = [0, 1, 2, 3]
E = [(0,1), (1,2), (2,3)]
```

WYJŚCIE:

```
Maksymalne skojarzenie: [(0,1), (2,3)]
Rozmiar: 2
```

Zadanie 3 (Twierdzenie Kőniga)**.** Wygeneruj wejścia w postaci grafu dwudzielnego i porównaj wyniki obu zadań dla jednakowego wejścia, zarówno dla wersji ILP jak i LP problemu. Sformułuj odpowiednią hipotezę i zaproponuj ideę dowodu z użyciem silnego twierdzenia o dualności.

Zadanie 4 (Aproksymacja Minimum Vertex Cover)**.** Zaproponuj prosty algorytm, który tworzy z rozwiązania LP relaksacji ILP problemu Minimum Vertex Cover rozwiązanie przybliżone całkowitoliczbowe. Pokaż, że jest to 2-aproksymacja.