UNIVERSIDAD
REY JUAN CARLOS

INGENIERÍA DEL SOFTWARE Y MATEMÁTICAS

Curso Académico 2018/2019

PRACTICA 5 - EL PLANO AFIN

Autores : Sandra Gómez Gálvez y Sergio Casado López

Índice general

Capítulo 1

R2

Dado el conjunto de puntos

P = (x1 , xn) en R^2

realizaremos:

Traslación respecto (-2 , 2)

Rotación respecto $\pi/3$

Simetría respecto $y = 2x + 2$

Homotecia de centro (1 , 1) y razón 4

1.1. Traslación Respecto (-2,2)

Una traslación es una transformación afín para las que la matriz M es la identidad y p = (p1,p2). Así, a cada punto P le corresponde otro punto P'. Por tanto, una traslación es una aplicación de la forma:

$$\begin{bmatrix} y1 \\ y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p1 \\ p2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Esto lo conseguiremos en R mediante:

```
Traslacion<-function(p,x){
  y=c()
  y[1]=p[1]+x[1]
  y[2]=p[2]+x[2]
  y
}
```

Figura 1.1: Función traslación

Introduciendo en nuestra función traslación p = (-2 , 2) y x creado con un random. Además, aprovechando la llamada a la función para mostrarlo gráficamente:

```
EjemploTraslacion<-function(){
  X=round(runif(10,0,10))
  Y=round(runif(10,0,10))
  plot(-2:12, -2:12, col="white")
  for (i in 1:10) {
    points(X[i], Y[i] , col="blue", pch=paste("o",i) )
    p=Traslacion(c(-2,2),c(X[i],Y[i]))
    x=c(X[i],p[1])
    y=c(Y[i],p[2])
    points(p[1], p[2] , col="green", pch=paste("o",i) )
    lines(x, y, col="red",lty=1)

  }
}
```

Figura 1.2: Función de Ejemplo Traslación

Así obtenemos (con x seleccionado de manera random como indica en la Figura 2.2) la gráfica:

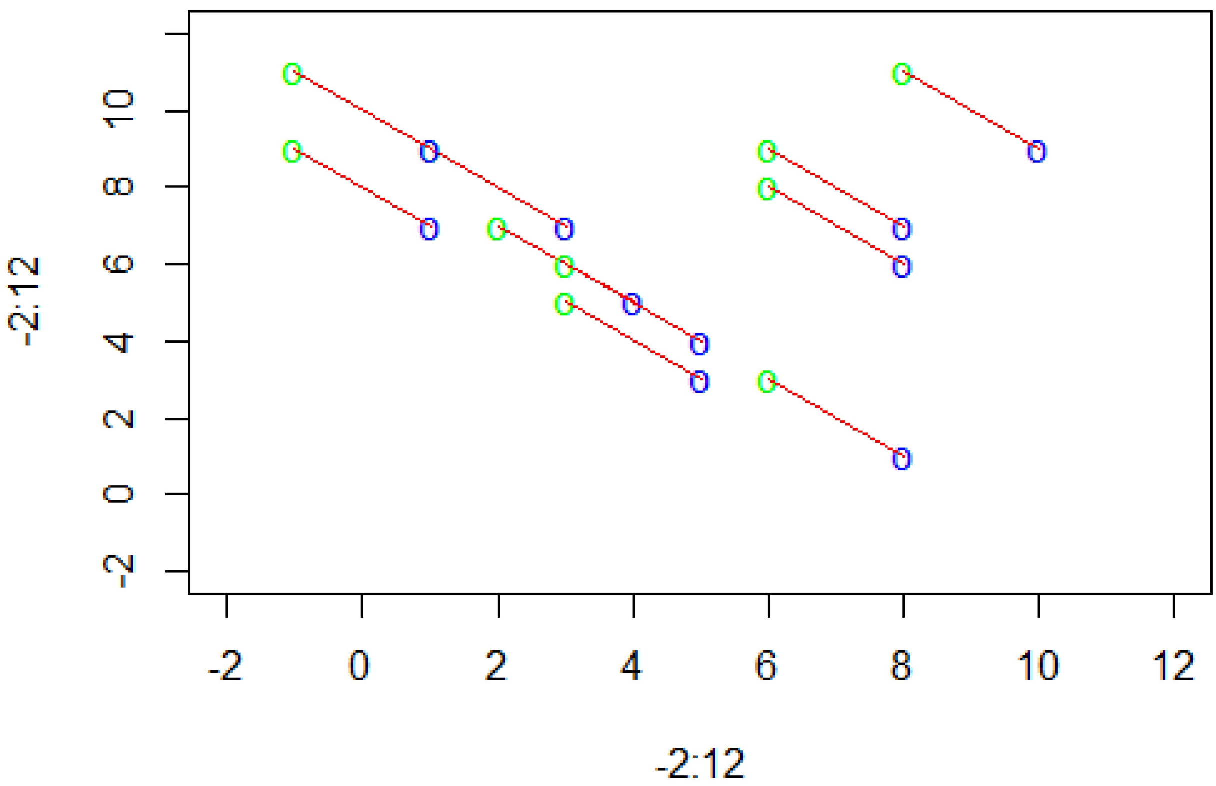

Figura 1.3: Gráfica función traslación

Donde los puntos azules serán los puntos originales y los puntos verdes sus traslaciones.

1.2. Rotación Respecto π/3

Realizaremos una rotación que está centrada en el punto origen del Sistema de Referencia Cartesiano (0,0).
Siendo t el giro del ángulo, queremos rotar las figuras en sentido contrario a las agujas del reloj, por tanto, la transformación rotación será:

$$\begin{bmatrix} y1 \\ y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(t) & -sin(t) \\ sin(t) & cos(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Esto lo conseguiremos en R mediante:

```
Rotacion<-function(p,t){
  A=matrix(c(cos(t),sin(t),-sin(t),cos(t)),2,2)
  y=A%*%p
  y
}
```

Figura 1.4: Función rotación

Introduciendo en nuestra función rotación t =$\pi/3$ y p creado con un random. Además, aprovechando la llamada a la función para mostrarlo gráficamente:

```
EjemploRotacion<-function(){
  X=round(runif(10,0,10))
  Y=round(runif(10,0,10))
  plot(-10:10, -10:10, col="white")
  for (i in 1:10) {
    points(X[i], Y[i] , col="blue", pch=paste("o",i) )
    p=Rotacion(c(X[i],Y[i]),pi/3)
    x=c(X[i],p[1])
    y=c(Y[i],p[2])
    points(p[1], p[2] , col="green", pch=paste("o",i) )
    lines(x, y, col="red",lty=1)
  }
}
```

Figura 1.5: Función de Ejemplo Rotación

Así obtenemos (con p seleccionado de manera random como indica en la Figura 2.4) la gráfica:

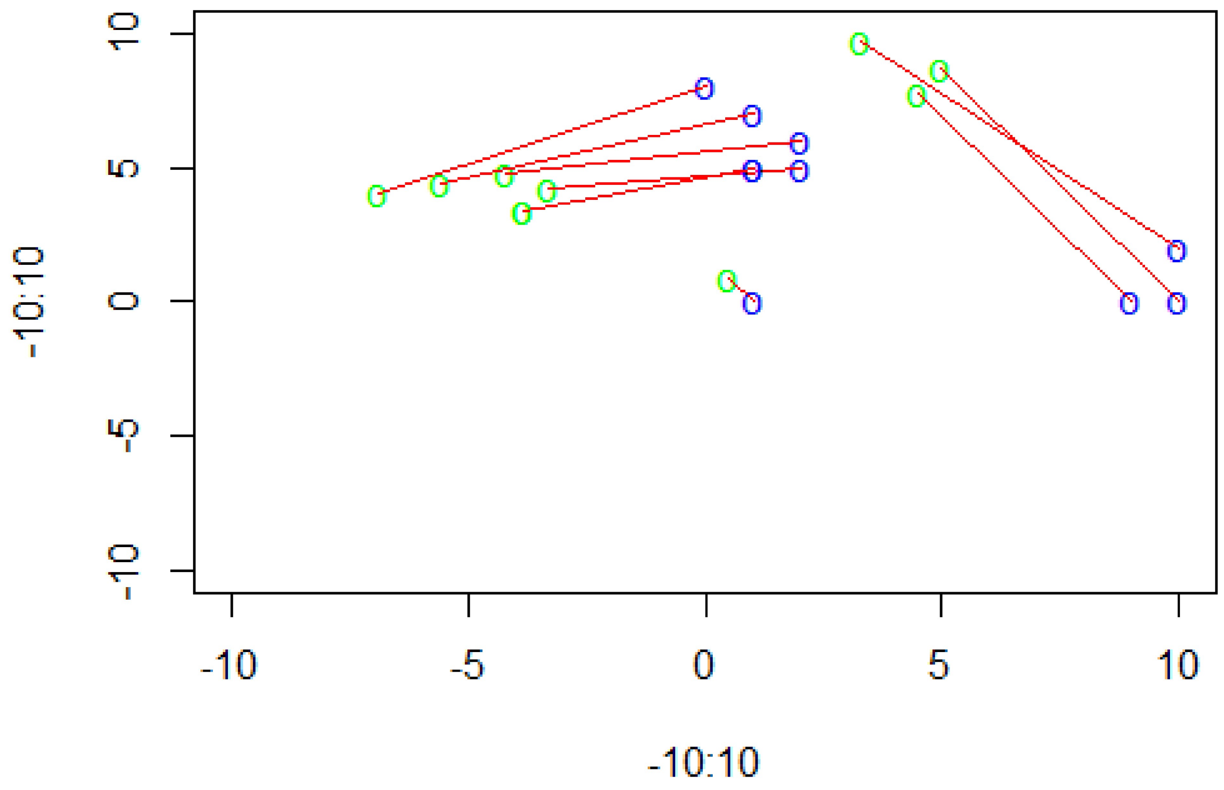

Figura 1.6: Gráfica función rotación

Donde los puntos azules serán los puntos originales y los puntos verdes sus rotaciones.

1.3. Simetría respecto y = 2x + 2

Para realizar la simetría del punto p respecto a $y = 2x + 2$ tendremos que girar los vectores de la base canónica un ángulo t tal que a tangente del ángulo t sea la pendiente (m) de la recta $y = mx + n$. Para ello, tendremos que realizar una traslación para que el sistema de referencia tenga como origen el punto (0 , n).

Esto lo conseguiremos con :

$$\begin{bmatrix} y1 \\ y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -nsin(2t) \\ n + ncos(2t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cos(2t) & sin(2t) \\ sin(2t) & -cos(2t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Para ello en R realizaremos:

```
Simetria<-function(p,f){
  m=(f(1)-f(0))/(1-0)
  t=atan(m)
  n=f(0)
  A=matrix(c(-n*sin(2*t),n+n*cos(2*t)),2,1)
  B=matrix(c(cos(2*t),sin(2*t),sin(2*t),-cos(2*t)),2,2)
  y=A+B%*%p
  y
}
```

Figura 1.7: Función simetría

Introduciendo en nuestra función simetría un p creado con un random e $y = 2x + 2$. Además, aprovechando la llamada a la función para mostrarlo gráficamente:

```
EjemploSimetria<-function(){
  X=round(runif(10,0,10))
  Y=round(runif(10,0,10))
  f<-function(x)2*x+2
  t=-10:10
  plot(t, f(t), col="white")
  lines(t, f(t), col="black",lty=1)
  for (i in 1:10) {
    points(X[i], Y[i] , col="blue", pch=paste("o",i) )
    p=Simetria(c(X[i],Y[i]),f)
    x=c(X[i],p[1])
    y=c(Y[i],p[2])
    points(p[1], p[2] , col="green", pch=paste("o",i) )
    lines(x, y, col="red",lty=1)
  }
}
```

Figura 1.8: Función de Ejemplo Simetría

Así obtenemos (con p seleccionado de manera random como indica en la Figura 1.8) la gráfica:

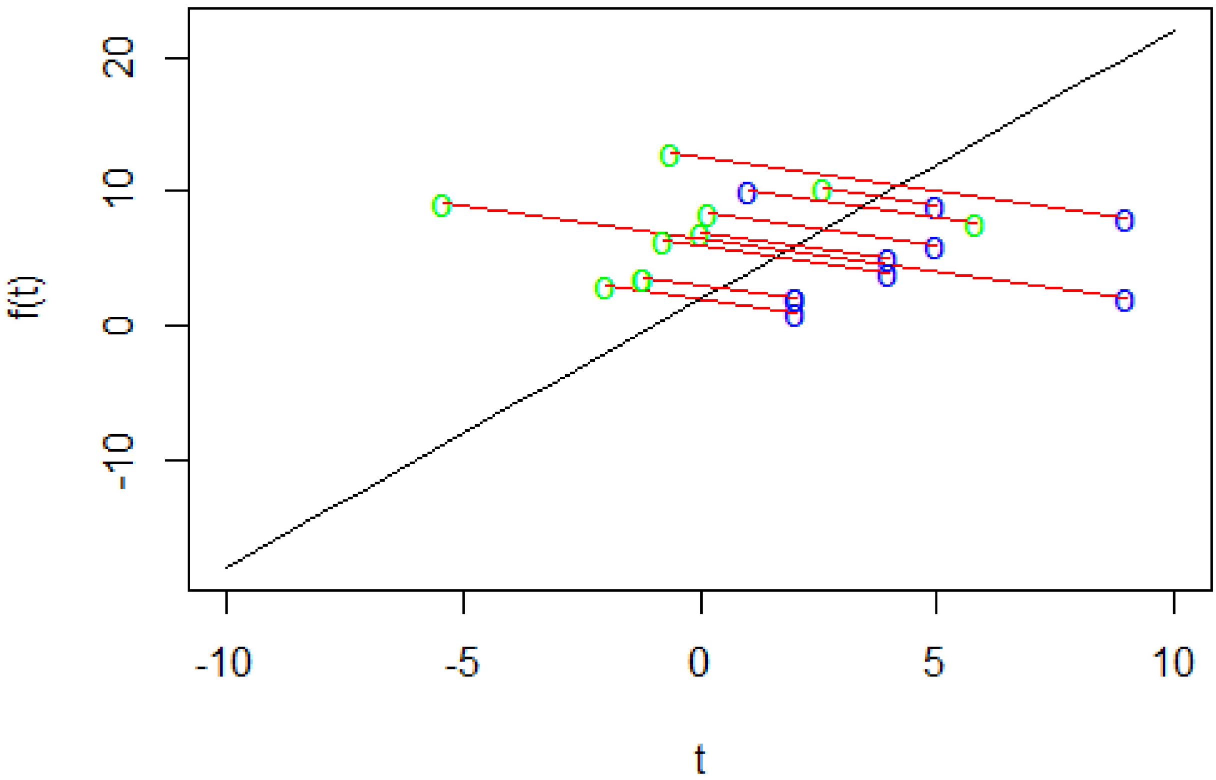

Figura 1.9: Gráfica función simetría

Donde los puntos azules serán los puntos originales y los puntos verdes sus simetrías.

1.4. Homotecia de centro (1 , 1) y razón 4

Una homotecia es una transformación afín, dónde a partir de un punto fijo, multiplica todas las distancias por una misma razón. Como el centro de nuestra homotecia es (1 , 1) no está en el origen del sistema de coordenadas (0 , 0) , por ello, tenemos que trasladar nuestro sistema de referencia a un que tenga como origen ese centro. Los vectores de nuestra base pueden seguir siendo (1, 0) y (0 , 1)

Por tanto, lo realizaremos con :

$$\begin{bmatrix} y1 \\ y2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 * (1-a) \\ a_2 * (1-a) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Para ello en R realizaremos:

```
Homotecia<-function(p,cent,r){
  A=matrix(c(cent[1]*(1-r),cent[2]*(1-r)),2,1)
  y=A+r*p
  y
}
```

Figura 1.10: Función Homotecia

Introduciendo en nuestra función Homotecia un p creado con un random, el punto centro cent = (1 , 1) y la r = 4 como la razón . Además, aprovechando la llamada a la función para mostrarlo gráficamente:

```
EjemploHomotecia<-function(){
  X=round(runif(10,0,10))
  Y=round(runif(10,0,10))
  plot(0:20, 0:20, col="white")
  for (i in 1:10) {
    points(X[i], Y[i] , col="blue", pch=paste("o",i) )
    p=Homotecia(c(X[i],Y[i]),c(1,1),4)
    x=c(X[i],p[1])
    y=c(Y[i],p[2])
    points(p[1], p[2] , col="green", pch=paste("o",i) )
    lines(x, y, col="red",lty=1)
  }
}
```

Figura 1.11: Función de Ejemplo Homotecia

Así obtenemos (con p seleccionado de manera random como indica en la Figura 1.11) la gráfica:

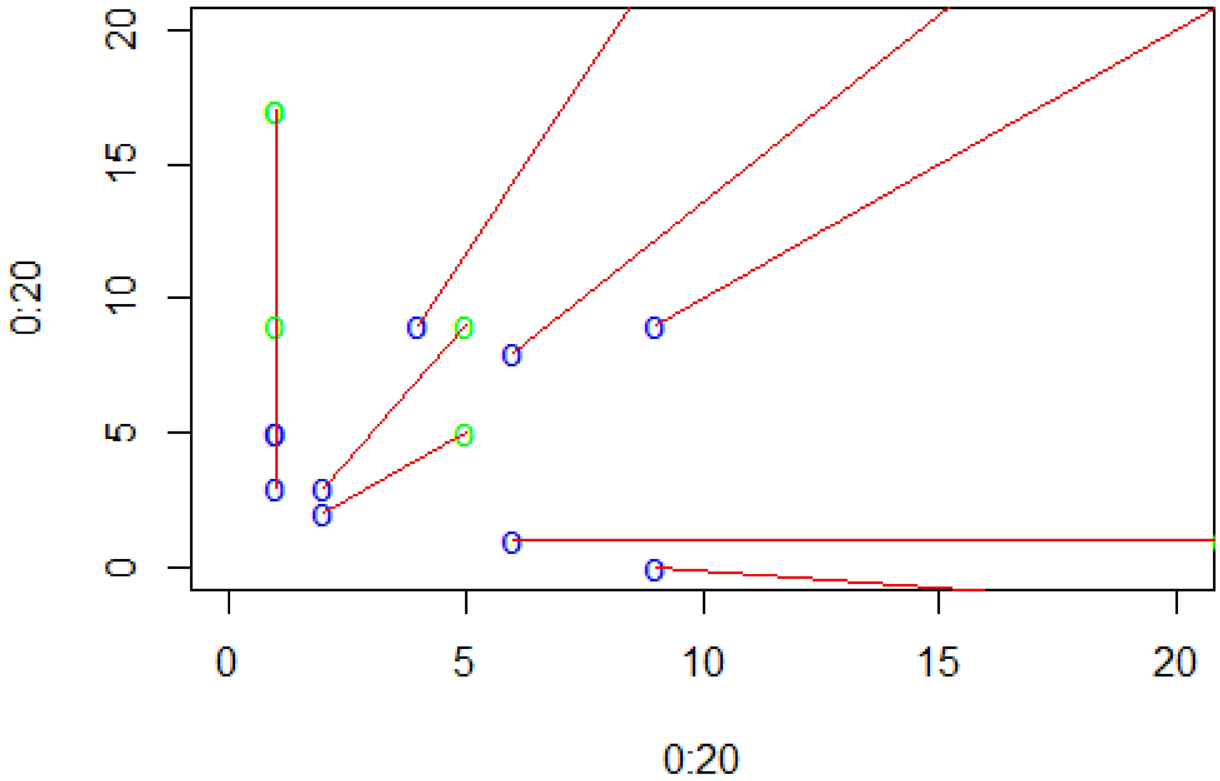

Figura 1.12: Gráfica función Homotecia

Donde los puntos azules serán los puntos originales y los puntos verdes las homotecias.

Capítulo 2

R3

Dado el conjunto de puntos

P = (x1 , xn , xm) en R^3

realizaremos:

Traslación respecto (-2 , 2 , 1)

Rotación respecto $\pi/3$

Simetría respecto $y = 2x + 2y - 1$

Homotecia de centro (1 , 1 , 1) y razón 4

2.1. Traslación Respecto (-2,2,1)

Una traslación es una transformación afín para las que la matriz M es la identidad y p = (p1,p2,p3). Así, a cada punto P le corresponde otro punto P'. Por tanto, una traslación es una aplicación de la forma:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 x_3 \end{bmatrix}$$

Esto lo conseguiremos en R mediante:

```r
TraslacionR3<-function(p,x){
  y=c()
  y[1]=p[1]+x[1]
  y[2]=p[2]+x[2]
  y[3]=p[3]+x[3]
  y
}
```

Figura 2.1: Función traslaciónR3

Introduciendo en nuestra función traslación p = (-2 , 2 , 1) y x creado con un random. Además, aprovechando la llamada a la función para mostrarlo gráficamente y utilizando la librería plot3Drgl:

```r
install.packages('plot3Drgl', dependencies=TRUE)
library("plot3Drgl")

EjemploTraslacionR3<-function(){
  X=round(runif(10,0,10))
  Y=round(runif(10,0,10))
  Z=round(runif(10,0,10))

  #plot3D(-2:12, -2:12, -2:12,col="blue", type="p")
  plot3d(replicate(2, 1:12), type= 'n',xlim= c(-1,1),ylim=c(-1,1),zlim=c(-3,3))
  planes3d(3,3,0,-3, col = 'red', alpha= 0.6)
  for (i in 1:10) {
    points3d(X[i], Y[i] ,Z[i], col="blue", pch=paste("o",i) )
    p=TraslacionR3(c(-2,2,1),c(X[i],Y[i],Z[i]))
    x=c(X[i],p[1])
    y=c(Y[i],p[2])
    z=c(Z[i],p[3])

    points3d(p[1], p[2] ,p[3], col="green", pch=paste("o",i) )
    lines3d(x, y,z, col="red",lty=1)
    decorate3d()

  }

}
```

Figura 2.2: Función de Ejemplo Traslación

2.2. Rotación Respecto π/3 en R3

Para realizar la rotación deberemos elegir una de las siguientes 3 matrices, cada matriz realiza rotaciones de vectores alrededor de los ejes x, y o z respectivamente, en el espacio de R3:

$$\begin{bmatrix} R_(x)(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(t) & -sin(t) \\ 0 & sin(t) & cos(t) \end{bmatrix}$$

$$\left[\ R_(y)(t)\ \right] = \begin{bmatrix} cos(t) & 0 & sin(t) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin(t) & 0 & cos(t) \end{bmatrix}$$

$$\left[\ R_(z)(t)\ \right] = \begin{bmatrix} cos(t) & -sin(t) & 0 \\ sin(t) & cos(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cada una de estas 3 rotaciones se realiza en sentido antihorario alrededor del eje. Nosotros elegiremos la rotación respecto al eje y. Esto lo conseguiremos en R mediante:

```
#Rotacion respecto al eje Y
RotacionR3<-function(p,t){
  Ay=matrix(c(cos(t),0,-sin(t),0,1,0,sin(t),0,cos(t)),3,3)
  y=A%*%p
  y
}
```

Figura 2.3: Función rotación R3

Introduciendo en nuestra función rotación t $=\pi/3$ y p creado con un random. Además, aprovechando la llamada a la función para mostrarlo gráficamente y utilizando la librería plot3Drgl:

```
EjemploRotacionR3<-function(){
  X=round(runif(10,0,10))
  Y=round(runif(10,0,10))
  Z=round(runif(10,0,10))
  plot3d(replicate(2, 1:12), type= 'n',xlim= c(-1,1),ylim=c(-1,1),zlim=c(-3,3))
  planes3d(3,3,0,-3, col = 'red', alpha= 0.6)
  for (i in 1:10) {
    points3d(X[i], Y[i] ,Z[i], col="blue", pch=paste("o",i) )
    p=RotacionR3(c(X[i],Y[i],Z[i]),pi/3)
    x=c(X[i],p[1])
    y=c(Y[i],p[2])
    z=c(Z[i],p[3])
    points3d(p[1], p[2] ,p[3], col="green", pch=paste("o",i) )
    lines(x, y,z,col="red",lty=1)
    decorate3d()
  }
}
```

Figura 2.4: Función de Ejemplo Rotación

2.3. Simetría y Homotecia R3

No hemos conseguido resolverlo.