

Užrašykite imties dažnį ir santykinį dažnį pasiskirstymo eilutes. Apskaičiuokite skaitines imties charakteristikas. Nubrėžkite empirinės pasiskirstymo funkcijos ir santykinį dažnį histogramos grafikus. Atsižvelgdami į santykinį dažnį histogramos formą ir skaitines imties charakteristikas, iškelkite atsitiktinio dydžio pasiskirstymo hipotezę. Raskite taškinis pasiskirstymo dėsnio parametrų įverčius (momentų arba maksimalaus tikėtumo metodais). Pasinaudodami χ^2 arba Kolmogorovo suderinamumo kriterijais, patikrinkite neparametrinę empirinės pasiskirstymo funkcijos suderinamumo su teorine hipotezę. Paaškindite gautus rezultatus. Užrašykite generalinės aibės pasiskirstymo ir tankio funkcijų išraiškas.

Duomenys:

7.53	0.14	2.69	2.68	1.77	12.72	1.57	4.19	0.66	4.26
6.76	5.57	1.38	1.62	1.59	9.82	0.86	0.82	0.27	4.79
3.49	0.76	4.13	8.23	0.55	4.44	10.01	5.59	0.52	1.59
9.33	2.72	0.64	3.49	3.37	0.11	0.24	0.15	4.33	4.84
1.25	1.78	1.11	2.37	0.52	0.58	0.64	0.56	2.47	0.31
3.06	8.20	0.19	1.14	1.75	7.24	0.53	3.15	2.67	0.32
0.22	1.00	1.97	0.84	3.25	4.91	3.05	5.71	2.46	1.42
0.76	2.20	7.26	0.83	0.82	2.41	0.22	7.97	2.38	3.07
0.51	1.89	2.80	3.31	4.37	3.86	2.45	2.18	1.97	1.54
0.92	3.05	5.21	2.13	3.47	0.22	0.82	0.13	1.74	8.72

◆ Šis uždavinys buvo išspręstas su Microsoft Excel programa.

Duomenų skaičius $n = 100$

Variacinė eilutė :

0,11	0,13	0,14	0,15	0,19	0,22	0,22	0,22	0,24	0,27	0,31	0,32	0,51
0,52	0,52	0,53	0,55	0,56	0,58	0,64	0,64	0,66	0,76	0,76	0,82	0,82
0,82	0,83	0,84	0,86	0,92	1	1,11	1,14	1,25	1,38	1,42	1,54	1,57
1,59	1,59	1,62	1,74	1,75	1,77	1,78	1,89	1,97	1,97	2,13	2,18	2,2
2,37	2,38	2,41	2,45	2,46	2,47	2,67	2,68	2,69	2,72	2,8	3,05	3,05
3,06	3,07	3,15	3,25	3,31	3,37	3,47	3,49	3,49	3,86	4,13	4,19	4,26
4,33	4,37	4,44	4,79	4,84	4,91	5,21	5,57	5,59	5,71	6,76	7,24	7,26
7,53	7,97	8,2	8,23	8,72	9,33	9,82	10,01	12,72				

Imties dažnių eilutė :

0,11	0,13	0,14	0,15	0,19	0,22	0,24	0,27	0,31	0,32	0,51	0,52	0,53
1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	2	1
0,55	0,56	0,58	0,64	0,66	0,76	0,82	0,83	0,84	0,86	0,92	1	1,11
1	1	1	2	1	2	3	1	1	1	1	1	1
1,14	1,25	1,38	1,42	1,54	1,57	1,59	1,62	1,74	1,75	1,77	1,78	1,89
1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1
1,97	2,13	2,18	2,2	2,37	2,38	2,41	2,45	2,46	2,47	2,67	2,68	2,69
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2,72	2,8	3,05	3,06	3,07	3,15	3,25	3,31	3,37	3,47	3,49	3,86	4,13

1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1
4,19	4,26	4,33	4,37	4,44	4,79	4,84	4,91	5,21	5,57	5,59	5,71	6,76
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7,24	7,26	7,53	7,97	8,2	8,23	8,72	9,33	9,82	10,01	12,72		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		

IŠVADA: imties dažnių skirstinys parodo, kiek imtyje pasikartoja ta pati reikšmė, pvz.:0,82 pasikartoja imtyje 3 kartus (jos dažnis lygus 3), reikšmė 3,49 – 2 kartus (jos dažnis 2).

Imties santykių dažnių eilutė :

0,11	0,13	0,14	0,15	0,19	0,22	0,24	0,27	0,31	0,32	0,51	0,52	0,53
0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,03	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01
0,55	0,56	0,58	0,64	0,66	0,76	0,82	0,83	0,84	0,86	0,92	1	1,11
0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02	0,03	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
1,14	1,25	1,38	1,42	1,54	1,57	1,59	1,62	1,74	1,75	1,77	1,78	1,89
0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
1,97	2,13	2,18	2,2	2,37	2,38	2,41	2,45	2,46	2,47	2,67	2,68	2,69
0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
2,72	2,8	3,05	3,06	3,07	3,15	3,25	3,31	3,37	3,47	3,49	3,86	4,13
0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01
4,19	4,26	4,33	4,37	4,44	4,79	4,84	4,91	5,21	5,57	5,59	5,71	6,76
0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
7,24	7,26	7,53	7,97	8,2	8,23	8,72	9,33	9,82	10,01	12,72		
0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01		

IŠVADA: imties santykių dažnių eilutė parodo, kokia tikimybė iš imties paaimti vieną konkrečią reikšmę.

Imties charakteristikos :

Imties vidurkis $\bar{X} = 2,841$

Imties apatinis kvartilis $X_{0,25} = 0,82$

Imties viršutinis kvartilis $X_{0,75} = 3,9275$

Imties mediana $X_{me} = 2,155$

Imties moda $X_{mo} = 0,22$

Mažiausia reikšmė $X_{min} = 0,11$

Didžiausia reikšmė $X_{max} = 12,72$

Imties dispersija $S^2 = 6,961591$

Imties standartinis nuokrypis $S = 2,638482708$

Duomenis grupuojame :

$$k = 1 + 3,22 \lg(n) = 7,644$$

Prenkame intervalų skaičių $k = 7$

$$X_{min} = 0,11 \quad X_{max} = 12,72$$

Prenkame intervalą kuris padengtų visas imties reikšmes :

$$a_0 = 0 \quad a_k = 13$$

Šį intervalą daliname į 7 intervalus, su pločiu $h = \frac{a_k - a_0}{k} = 3.14$

Randame intervalinius dažnius v ir santykinius dažnius ω :

(a_i, a_{i+1})	(0, 1,5)	(1,5, 3)	(3, 4,5)	(4,5, 7)	(7, 8,5)	(8,5, 10)	(10, 13)
v_i	37	26	18	8	6	3	2
ω_i	0,37	0,26	0,18	0,08	0,06	0,03	0,02

Grupotų duomenų vidurkis :

$$\bar{X}_{gr} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k \frac{a_i + a_{i+1}}{2} v_i = 2,97$$

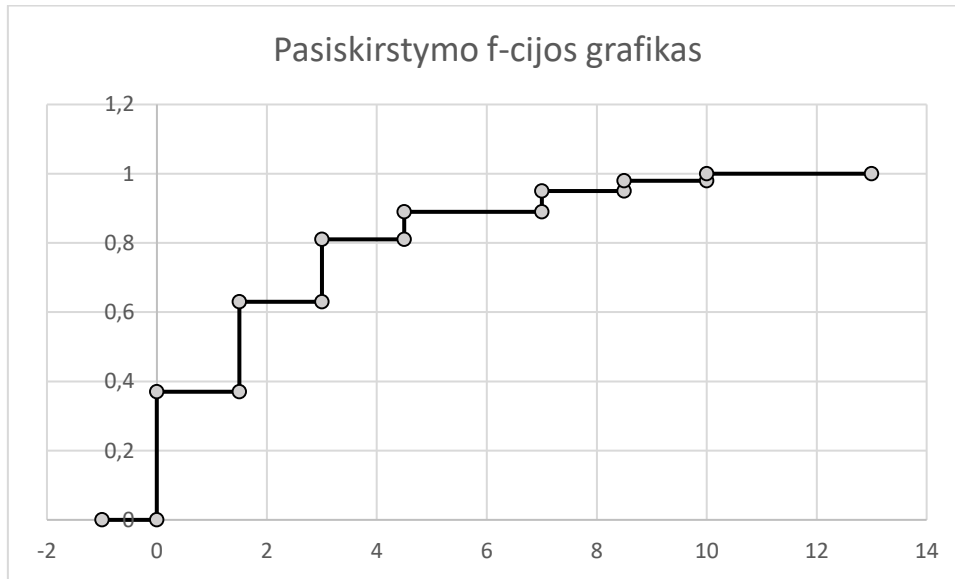
Grupotų duomenų dispersija :

$$S_{gr}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k \left(\frac{a_i + a_{i+1}}{2} - \bar{x}_{gr} \right)^2 v_i = 6,761$$

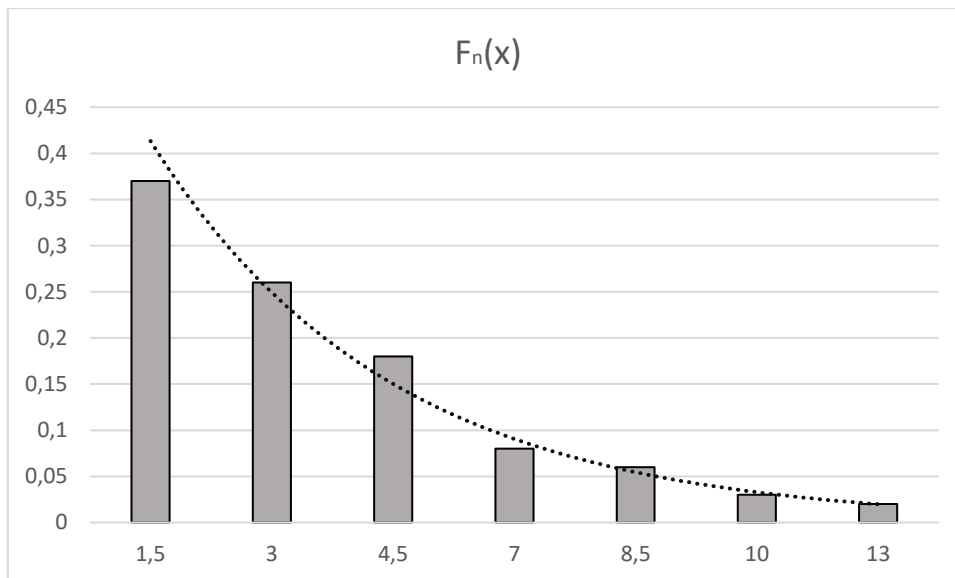
Pasiskirstymo funkcija :

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{kai } x \leq 0 \\ 0,37 & \text{kai } 0 < x \leq 1,5 \\ 0,63 & \text{kai } 1,5 < x \leq 3 \\ 0,81 & \text{kai } 3 < x \leq 4,5 \\ 0,89 & \text{kai } 4,5 < x \leq 7 \\ 0,95 & \text{kai } 7 < x \leq 8,5 \\ 0,98 & \text{kai } 8,5 < x \leq 10 \\ 1 & \text{kai } 10 < x \leq 13 \end{cases}$$

Ir jos grafikas :



Brėžiame santikinių dažnių histogramą ir spėjame teorinį tankį



Pagal gautą histogramą darome prielaidą, kad duomenys yra pasiskirstę pagal eksponentinį dėsnį.

Keliame hipotezę:

$$H_0 : X \sim E(\lambda)$$

$$H_a : X \text{ nepasiskirstęs pagal } E(\lambda) .$$

Momentų metodu randame eksponentinio pasiskirstymo nežinomo parametro įvertį λ :

$$MX = \bar{x}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{x}$$

$$\lambda = \frac{1}{\bar{x}}$$

Pasirenkame reikšmingumo lygmenį $\alpha = 0,1$.

Hipotezės tikrinimui parenkame statistiką, kuri turi skirstinį χ^2 su parametru $v = k - r - 1$, čia $r = 1$ nežinomų parametrų skaičius, $k = 7$ – intervalų skaičius.

$$X^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(o_j - e_j)^2}{e_j}$$

Čia o_j – intervaliniai dažniai, e_j – teoriniai dažniai.

Apskaičiuojame teorinius dažnius e_j , laikydami $\lambda = \frac{1}{\bar{x}_{gr}} = 100/297 = 0,3367$.

$(a_i; a_{i+1})$	(0, 1,5)	(1,5, 3)	(3, 4,5)	(4,5, 7)	(7, 8,5)	(8,5, 10)	(10, +∞)
e_i	39,65245991	23,92928414	14,44073434	12,5061836	3,755618505	2,266423383	3,449296116

Apskaičiuojame statistikos χ^2 įvertį

$$X^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(o_j - e_j)^2}{e_j} = 5,04$$

Kai reikšmingumo lygmuo $\alpha = 0.1$ iš lentelės randame χ^2 skirstinio $v = k - r - 1 = 5$

$$\chi^2_{1-\alpha}(v) = \chi^2_{0.99}(5) = 9,24$$

Gavome :

$$X^2 = 5,04 < 9,24 = \chi^2_{1-\alpha}$$

Taigi, nėra pagrindo atmesti hipotezės H_0 apie eksponentinį X skirstinį.

Generalinės aibės tankio ir pasiskirstymo funkcijos:

$$p(x) = \lambda e^{-\lambda x} = 0,3367 e^{-0.3367x}, \text{ kai } x \geq 0,$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-0.3367x}, \text{ kai } x \geq 0.$$