

1. Slenkamasis judėjimas, jo charakteristikos, lygtys ir grafikai.

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k};$$

Judėjimą apibūdina **padėtis, kryptis ir greitis**.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

**Judėjimo kitimą** apibūdina **pagreitis**.  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

### **Judėjimo kitimą lemiantys faktoriai:**

1. Pagrindinė priežastis, dėl kurios atsiranda ar kinta kūnų judėjimas yra **jėga**.
2. Pagrindinė priežastis, dėl kurios judėjimas nekinta ar priešinasi pokyčiui yra **masė**.

Judėjimas visada aprašomas kokioje nors atskaitos sistemoje.

Kad galima būtų įvertinti judėjimo pokyčių dėsningumą, atskaitos sistema turi tenkinti vieną reikalavimą – būti inercine.

**Inercinės atskaitos sistemos** - tai sistemos, kurios yra reliatyvioje rimtyje arba juda viena kitos atžvilgiu tolygiai ir tiesiaiegiai, t.y. be pagreičio.

Materialiojo taško greitis nejudančios sistemos atžvilgiu lygus jo greičio judančios sistemos atžvilgiu ir pačios šios sistemos greičio sumai – Greičių sudėties teorema.

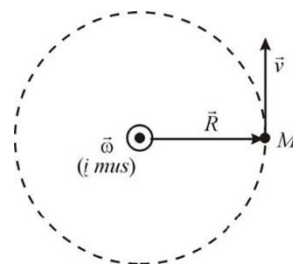
Materialiojo taško pagreitis nejudančios sistemos atžvilgiu yra lygus jo pagreičiui bet kokios kitos judančios sistemos atžvilgiu.

2. Kreivaeigiam judėjime pagreičio skaidymas į normalinį ir tangentinį pagreičius.

Normalinio ir tangentinio pagreičio ryšys su linijiniu greičiu:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(R\omega) = R\varepsilon$$



3. Judesio kiekis. Judesio kiekio tvermės dėsnis.

Masės  $m$  kūnas, judantis pastoviu greičiu  $v$  pasižymi mechanine būseną, kuri vadinama impulsu arba judesio kiekiu.  $\vec{p} = m\vec{v}$

Impulsas yra vektorinis dydis, kurio kryptis sutampa su kūno judėjimo kryptimi.

Sudėtinio kūno impulsas yra lygus sumai visų tą kūną sudarančių elementariųjų materialųjų taškų impulsų

$$\text{sumai: } \vec{p} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i$$

Trijų kūnų sąveika aprašoma 3 II Niutono dėsniais (čia  $F_1, F_2, F_3$ - išorinės jėgos, o  $f_{ij}$  – kūnų sąveikos jėgos):

Impulso tvermės dėsnis teigia, kad uždaro sistemos impulsas nekinta, kai jos viduje vyksta bet kokie procesai.

4. Slenkamojo judėjimo dinamikos dėsniai.

**Pirmasis Niutono dėsnis** - inercijos dėsnis, teigia, kad jei kūno neveikia jokie pašaliniai poveikiai, jis judės tolygiai ir tiesiaiegiai amžinai. Ši kūno savybė vadinama **inercija**.

**Antrasis Niutono dėsnis** – materialiojo taško impulso kitimo sparta tiesiogiai proporcinga jį veikiančiai

jėgai. 
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

Antrojo Niutono dėsnio matematinė (kiekybinė) išraiška formuluojama taip:  $m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$

Taigi, kūno įgytas pagreitis tiesiog proporcingas jį veikiančiai jėgai ir atvirkščiai proporcingas masei.

Jeigu kūną veikia kelios jėgos, jų poveikį galima pakeisti atstojamuoju poveikiu.  $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{ats}}{m}$

5. Jėgų momentas ir judesio kiekio momentas taško ir ašies atžvilgiu.

**Sukamajame judėjime** mechaninio poveikio matas, sukantis materialųjį tašką apie kokią nors ašį yra jėgos momentas.

**Jėgos momento** fizikinė prasmė yra jėgos gebėjimas sukti.

Jėgos momentas yra vektorinis dydis M, lygus materialaus taško spindulio vektoriaus r ir jėgos vektoriaus F, veikiančio tą tašką vektorinei sandaugai.  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Jėgos momento vektoriaus kryptis yra statmena vektorių r ir F plokštumai.

Jėgos momento modulis, kai Jėga F tašką veikia ne statmenai spinduliui vektoriui:

$$M = rF \sin(\vec{r}, \vec{F}) = rF \sin \varphi = dF$$

$d = r \sin \varphi$  vadinamas jėgos petimi sukimosi ašies atžvilgiu

6. Materialaus taško ir kūno inercijos momentas. Heigenso ir Šteinerio teorema.

7. Pagrindinis dinamikos dėsnis sukamajam judėjimui. Judesio kiekio momento tvermės dėsnis.

Dėsnis teigia, kad kūno judesio kiekio momento nejudančio taško atžvilgiu kitimo sparta yra lygi jį veikiančių išorinių jėgų atstojamajam momentui to paties taško atžvilgiu.

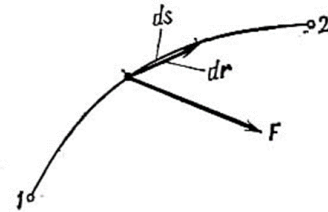
## 8. Pastoviosios ir kintamosios jėgos darbas.

Nekintant laike ir erdvėje jėgai atliekamas darbas yra vadinamas pastovios jėgos darbu. Jėgos kryptis nebūtinai turi sutapti su trajektorijos kryptimi.  $A = \vec{F} \sum_{i=1}^N \Delta \vec{r}_i = \vec{F} \Delta \vec{r}_{12} = F \cos \alpha_i \Delta r_{12} = F \cos \alpha_i S_{12}$

Jėga, atliekanti darbą gali kisti laike ir erdvėje.

Šiuo atveju jėga patampa koordinatės ir laiko funkcija:  $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, t)$

Elementarusis darbas kelyje  $ds$ :  $dA = \vec{F} d\vec{r} = \vec{F} |d\vec{r}| \cos(\vec{F}, d\vec{r}) = F_\tau ds$



Elementarusis poslinkis erdvėje išsiskaido į komponentes:  $dA = \vec{F} d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$

Kad surasti pilną darbą, reikia visus elementarius darbus integruoti išilgai erdvinės kreivės kreiviniu integralu:  $A = \int_s \vec{F} d\vec{r} = \int_s F_\tau ds$

## 9. Kinetinė ir potencinė energija.

**Kinetinė energija** yra kūno mechaninio judėjimo būsenos funkcija, ir yra lygi darbui, kurį reikia atlikti, kad šį kūną sustabdyti.  $W_k = \frac{mv^2}{2}$

$$W_{ki} = \frac{m_i v_i^2}{2}, \text{ jei } v_i = R_i \omega, \text{ tai } W_{ki} = \frac{m_i R_i^2 \omega^2}{2} = \frac{I_{zi} \omega^2}{2}$$

Apie nejudamą ašį besisukančio kietojo kūno kinetinė energija lygi visų jį sudarančių materialijų taškų

$$\text{kinetinių energijų sumai: } W_k = \sum_{i=1}^N W_{ki} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^N I_{zi} = \frac{I_z \omega^2}{2}$$

Kūno padėties erdvėje funkcija, apibūdinanti jo energetinę būseną ir turinti energijos dimensiją, vadinama kūno **potencine energija**.  $W_p(\vec{r}) = W_p(x, y, z)$

Potencialinių jėgų atliktas darbas yra lygus potencinės energijos pokyčiui:  $A_{pot} = W_{p1} - W_{p2} = -\Delta W_p$

Potencinės energijos tikroji vertė lygi potencialių jėgų atliktam darbui perkeltant kūną į tą erdvės padėtį, kur potencialinių jėgų poveikis lygus nuliui. Šis dydis vadinamas potencialu.

Paprastai įvertinant kūno potencinę energiją, nulinis lygmuo pasirenkamas laisvai. Pavyzdžiui, sunkio jėgos  $P$  veikiamo kūno, nedideliame aukštyje  $h$  nuo Žemės paviršiaus potencinė energija išreiškiama:

$$W_p(\vec{r}) = Ph = mgh = -(W_{p2} - W_{p1})$$

Potencinę energiją turi ne tik kūnai esantys jėgų lauke, bet ir tarpusavyje sąveikaujančių tarpatominėmis jėgomis dalelių sistema – tamprusis kūnas. Tamprųjų kūną deformuojant, atsiranda tamprumo jėga, veikianti kūną sudarančių dalelių poslinkiams priešinga kryptimi.

Mažoms deformacijoms tamprumo jėgai nusakyti tinka Huko dėsnis: tamprumo jėga  $F$  tiesiogiai proporcinga deformacijos didumui:  $F = -kx$ ,  $x = x_1 - x_2$

$$W_{p1} - W_{p2} = \int_{x_2}^{x_1} kx dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} \text{ deformuotos spyruoklės potencinės energijos pokytis}$$

10. Energijos tvermės dėsnis.

11. Visuotinis traukos dėsnis, gravitacinis laukas. Jo stipris ir potencialas.

Visuotinės traukos dėsnio vektorinė išraiška:  $\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}$

Gravitacijos lauko stipris – pagrindinė lauko charakteristika, savo modulių ir kryptimi lygi jėgai, kuria tas laukas veikia tame taške vienetinės masės kūną.  $E = G \frac{m}{r^2}$

Jeigu erdvėje yra daug kūnų, jų suminis laukas apsirašo pagal laukų superpozicijos principą, t.y. lygus atskirų laukų stiprių sumai.  $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$

Lauką vadiname vienalyčiu, jeigu lauko stiprumo vektorius vienodas bet kokiame to lauko taške. Lauką vadiname stacionariu, jeigu lauko stiprumo vektorius nekinta laike.

Gravitacijos laukas, perkeldamas  $m$  masės kūną iš padėties  $R$  į padėtį  $R+h$ , lygus:

$$A = - \int_R^{R+h} G \frac{Mm}{r^2} dr = \frac{GMm}{R+h} - \frac{GMm}{R} = m \left( \frac{GM}{R+h} - \frac{GM}{R} \right)$$

Kadangi potencialinių jėgų darbas lygus sistemos potencinės energijos sumažėjimui, gauname:

$$A_{1 \rightarrow 2} = -\Delta W_p = \Delta W_{p2} - \Delta W_{p1} = m(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Lauko potencialas – energinė lauko charakteristika, apibūdinanti darbą perkeltant vienetinės masės kūną iš nagrinėjamo lauko taško į begalybę.  $\varphi = \frac{A_{\infty \rightarrow 1}}{m} = -G \frac{m}{r}$

12. Harmoniniai svyravimai. Harmoninių svyravimų diferencialinės lygties sudarymas, jos sprendinys ir jo grafinis vaizdavimas.

Veikiančios jėgos čia yra spyruoklės tamprumo jėga (Huko dėsnis):  $F = -kx$

Dinamikos lygtis bus:  $-kx = \frac{dp}{dt} = \frac{dmv}{dt} = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$ . T.y. II eilės diferencialinė lygtis  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$  arba

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ .  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ . Šios lygties sprendinys yra vadinamo harmoninio svyravimo lygtis:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

13. Harmoningai svyruojančio kūno greitis, pagreitis, energija. Šių charakteristikų matematinės išraiškos ir grafikai.

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$v = \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = v_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$a = -\omega_0^2 A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -a_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Spyruoklinės svyruoklės svyruojančio kūno energijas gausime įstatę poslinkį į kinetinės ir potencinės

$$\text{energijos išraiškas. } W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0), W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ tai } W_p = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Pilna svyruojančios sistemos energija yra lygi sumai:  $W = W_k + W_p$ . Kadangi

$$\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = 1, \text{ tai } W = W_k + W_p = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}$$

14. Matematinės, fizinės, spyruoklinės ir sukamosios svyruoklės. Šių svyruoklių svyravimų charakteristikos ir jų priklausomybė nuo svyruoklių parametrų.

**Matematinė svyruoklė** – materialus taškas, pakabintas ant nesvaraus ir netąsaus siūlo.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Esant mažam mosto kampui, matematinės svyruoklės svyravimo periodas nepriklauso nei nuo amplitudės, nei nuo svyruoklės masės.

**Fizinė svyruoklė** – absoliučiai kietas kūnas, kuris veikiamas savojo svorio, svyruoja aplink ašį, neeinančią

per jo svorio centrą.  $T = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega_0}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$

**Spyruoklinė svyruoklė** – kietas kūnas, pakabintas ant įtvirtintos spyruoklės.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  (nepriklauso nuo g)

**Sukamoji svyruoklė** - horizontalioje plokštumoje svyruojantis kūnas, pritvirtintas prie vertikalios

spyruoklės ar strypo.  $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$

15. Vienos krypties harmoninių svyravimų sudėtis. Mūša.

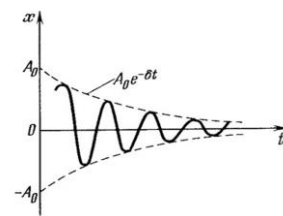
Sudėjus artimų dažnių vienos krypties harmoninius svyravimus gaunamas efektas, vadinamas mušimais.

$$\text{Suminė amplitudė kinta pagal: } s = \left| 2s_m \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \right|$$

16. Slopnamieji svyravimai. Slopnamųjų svyravimų diferencialinė lygtis, jos sprendinys, grafikas ir paaiškinimas.

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

Sprendinys:  $s = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$ ;  $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$  - slopnamųjų svyravimų amplitudės mažėjimas eksponentiniu dėsniu.



Slopnamieji svyravimai yra neharmoniniai ir neperiodiniai.

Slopnamųjų svyravimų periodą vadiname laiko tarpą, per kurį pasikartoja didžiausias nuokrypis.

17. Priverstiniai svyravimai. Diferencialinės lygties sudarymas, jos galutinis sprendinys (be išvedimo) ir paaiškinimas. Rezonansas.

**Priverstiniai svyravimai** – atsiranda veikiant sistemą išorine periodine jėga, priverčiant sistemą svyruoti.

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = F_0 \cos \Omega t$$

Vykstant priverstiniais svyravimams, nusistovėjus pusiausvyrai dažnis ir amplitudė nekinta. Svyravimai tampa stacionarūs. Todėl dif. lygties dalinis sprendinys yra harmoninis svyravimas:  $s = s_m \cos(\Omega t - \varphi_0)$

$$s_m = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2}}, \text{ jėgos ir nuokrypio fazių skirtumas: } \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2\delta \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

Priverstinių svyravimų amplitudė priklauso nuo:

1. svyruoklę veikiančios jėgos,
2. tos jėgos poveikio dažnio,
3. svyruoklės savojo svyravimų dažnio ir
4. slopinimo koeficiento.

Esant tam tikram dažniui amplitudė pasidaro didžiausia. Priverstiniai svyravimai didžiausia amplitude vadinami rezonansiniais, o svyravimų “įsisiūbavimo” iki maksimalios amplitudės reiškinys – rezonansu.

18. Bangų samprata. Bangų tipai ir pagrindinės charakteristikos.

**Banga** – svyravimų sklidimas aplinka. Kad susidarytų banga, turi būti išpildyta sąlyga – turi vykti lygiavertūs mainai tarp kinetinės ir potencinės energijos.

Bangomis gali būti pernešama arba nepernešama energija, tačiau sklindant bangoms nepernešama medžiaga.

**Bangos pagal tipus gali būti klasifikuojamos į:**

1. Skersinės
2. Išilginės
3. Elementarios
4. Vienmatės
5. Paviršinės
5. Erdvinės
6. Sferinės
7. Plokščiąsias
8. Harmonines (Sinusines)
9. Sudėtinės (Susidedančias iš daugelio harmoninių dažnių)

10. Pagal tai, kas svyruoja (Vandens paviršius, elektromagnetinis laukas, medžiagos tankis, t.t.)

1. **Svyravimo periodas T** – laikas, per kurį įvyksta pilnas vienas svyravimas.
1. **Svyravimo dažnis n** – svyravimų skaičius per laiko vienetą (SI sistemoje - 1 s), matuojamas Hercais – Hz. (1 Hz – 1 svyravimas per 1 s).
3. **Svyravimo amplitudė A** – didžiausias nuokrypis nuo pusiausvyros padėties.
4. **Svyravimo fazė i** – dydis, apibūdinantis svyruojančio taško padėtį ir kryptį konkrečiu judėjimo kryptį konkrečiu laiko momentu.
5. **Bangos ilgis l** – bangos fronto nueitas kelias per periodą.
6. **Bangos sklidimo greitis v** – bangos fronto nueitas kelias per laiko vienetą.
7. **Ciklinis bangos skaičius k** - bangos ilgių skaičius, telpantis 2p ilgio atkarpoje

19. Vienmatės ir plokščiosios bangos lygties sudarymas. Bangos ilgis.

Bangos ilgis - bangos fronto nueitas kelias per periodą. Bangos ilgis aplinkoje priklauso nuo bangos dažnio ir bangos sklidimo greičio. Kadangi greitis priklauso nuo aplinkos, toje pačioje aplinkoje bangos ilgis priklauso tik nuo dažnio.  $\lambda = VT = \frac{V}{\nu}$

Pereidama iš vienos aplinkos į kitą, banga pakeičia sklidimo greitį ir bangos ilgį.

Plokščiosiomis bangomis vadiname tokias bangas, kurių visų svyravimų, sudarančių erdvinę bangą, spindulių kryptys yra lygiagrečios. Plokščiosios bangos visų taškų fazės svyruoja vienodai **plokštumos**, statmenos bangos sklidimo kryptčiai, atžvilgiu.

20. Bangos energija. Energijos tūrinis tankis, intensyvumas, galingumas.

Vidutinis energijos tūrinis tankis:  $\bar{w} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$

Garso stiprumu fizikiniu požiūriu vadiname garso bangos **intensyvumu**. Garso bangos **intensyvumu** I vadiname dydį, kuris yra lygus energijos kiekiui, kurį banga perneša, per ploto vienetą (SI sistemoje 1 m<sup>2</sup>), per laiko vienetą (SI sistemoje – 1 s).  $I = \bar{w} v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v$

Garso bangos **galingumu** vadiname dydį, kuris yra lygus energijos kiekiui, kurį banga perneša, per visą plotą S, per laiko vienetą.  $P = IS = \frac{1}{2} S \rho \omega^2 A^2 v$

21. Garso bangos ir jų pagrindinės charakteristikos.

**Garsas** – mechaninės bangos, sklindančios tamproje aplinka ir sukeliančios žmogui garso pojūtį.

Girdimu garsu vadinamos mechaninės bangos, kurių dažnis telpa intervale 20-20000 Hz.

Infragarsas [lot. Infra – žemiau] - garsas, kurio dažnis yra žemiau 20 Hz.

Ultragarsas [lot. Ultra – aukščiau] – garsas, kurio dažnis yra intervale 20000 Hz –  $10^9$  Hz

Hypergarsas [lot. Hyper – virš] – garsas, kurio dažnis yra intervale  $10^9$  Hz -  $10^{13}$  Hz

Garsas atsiranda kūno paviršiui periodiškai perduodant energiją aplinkos dalelėms, kurių periodinis sutankėjimas ir praretėjimas sukelia bėgančią bangą.

Dalelės svyruoja išilgai bėgančios bangos krypties. Todėl garsas yra išilginės bangos.

Kadangi dažniausiai garsą stebime izotropinėje aplinkoje (kurios savybės vienodos visomis kryptimis), o šaltinio matmenys yra maži, palyginus su aplinkos tūriu, nuo šaltinio garsas sklinda vienodai visomis kryptimis. Todėl garsas yra sferinės bangos.

**Garso greitis** priklauso tik nuo aplinkos savybių ir nepriklauso nuo dažnio, bangos ilgio ir amplitudės.

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{\mathcal{P}}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$$
 Garso greitis toje pačioje aplinkoje tiesiogiai priklauso nuo tos aplinkos temperatūros ir slėgio.

## 22. Doplerio efektas.

- Garso šaltinis generuoja vieno dažnio  $n$  garso bangas.
- Jei imtuvas nejuda šaltinio atžvilgiu, jis fiksuos tą patį dažnį  $n$ .
- Jei garso šaltinis ir (ar) imtuvas judės aplinkos (ar vienas kito) atžvilgiu, imtuvas registruos kitokį dažnį, kuris išreiškiamas: 
$$v = v_0 \frac{V + V_I}{V - V_S}$$
,  $V$  – garso greitis aplinkoje
- Esant judėjimui kampu vienas kito atžvilgiu: 
$$v = v_0 \frac{V + V_I \cos \theta_1}{V - V_S \cos \theta_2}$$

## 23. Skysčio paviršiaus įtempis, jo atsiradimo priežastys. Kapiliariniai reiškiniai.

Skysčio viduje esančias molekules veikia jėgos iš visų pusių, todėl jos kompensuoja viena kitą. Skysčio paviršiuje esančias molekules veikia nekompensuotos sąveikos jėgos. Jos yra nukreiptos į skysčio vidų ir paviršiaus liestinės kryptimi siekdamos sumažinti paviršiaus plotą. Šios jėgos vadinamos paviršinės įtempties jėgomis. Dėl nekompensuotų jėgų (potencialinių jėgų) veikimo paviršinės molekulės turi padidintą potencinės energijos kiekį.

Priklausomai su koku kitu paviršiumi liečiasi skystis, galimi to susilietimo skirtingi variantai.

Dėl vidinių tarpmolekulinių sąveikos jėgų skirtingų paviršių sąveikos energija gali būti teigiama, neigiama arba lygi nuliui. Tai lemia reiškinį, vadinamą drėkinimu. Jis vyksta, kai sąveikos energija yra teigiama. Priklausomai nuo energijos ženklo skiriamos hidrofilinė ir hidrofobinė sąveika. Abiem atvejais paviršius susilietimo riboje yra iškreivinamas – šis iškreivinimas vadinamas menisku.

Paviršiaus laisvoji energija visada siekia minimizuotis, t.y. sumažinti iki minimumo plotą. Paviršiaus iškreivinimas sukelia papildomą slėgį, kurio ženklas priklauso nuo drėkinimo ar nedrėkinimo. Paviršinis

papildomas slėgis išreiškiamas **Laplaso lygtimi**: 
$$\Delta p = \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



Kadangi kylant skysčiui susidaro hidrostatinis slėgis, nukreiptas priešinga kryptimi. Jis sustos, kai nusistovės pusiausvyra:  $\rho gh = \frac{2\alpha}{R}$ , tada pakilimo aukštis bus lygus:  $h = \frac{2\alpha}{\rho g R}$

24. Molekulinės kinetinės teorijos pagrindinė lygtis.

$$p = \frac{1}{3} nm \bar{v}^2 = \frac{2}{3} n \bar{w}_k$$

25. Molekulių pasiskirstymas pagal greičius – Maksvelio skirstinys.

Molekulių greičiai idealiose dujose pasiskirstę pagal atitinkamą funkciją vadinama Maksvelio skirstiniu:

$$f(v) = \frac{dn}{ndv} = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Šildant dujas, skirstinio funkcijos maksimumas slenka didesnių greičių link.

26. Molekulių koncentracijos pasiskirstymas pagal potencines energijas – Bolcmano skirstinys. Barometrinė formulė.

Dujų molekulės ne tik nuolat ir netvarkingai juda, bet jas veikia ir Žemės traukos jėgos. Gravitaciniame potencialinių jėgų lauke kylant molekulių koncentracija ir dujų slėgis mažėja.

$p = p_0 e^{-\frac{Mg}{RT}h}$  - vadinama Barometrinė formulė, pagal ją apskaičiuojamas atmosferos slėgis p aukštyje h arba atvirkščiai. Dėl Saulės šiluminės apšvitos atmosfera nėra stacionari, todėl Barometrinė formulė tinka tik apytiksliai.

$$f(w_p) = \frac{dN}{Ndxdydz} = A_1 e^{-\frac{w_p(x,y,z)}{kT}}$$

- vadinama Bolcmano skirstiniu, išreiškiančiu santykinį molekulių skaičių erdvės

tūrio vienetu.

Statistinėje fizikoje abu skirstiniai, t.y. Maksvelio ir Bolcmano yra apjungiami į vieną, išreiškiamą tokia dalelės pilnutinės energijos funkcija, dar vadinamą Maksvelio ir Bolcmano skirstiniu:  $f(w) = A e^{-\frac{w}{kT}}$

27. Molekulės laisvės laipsnių skaičius ir idealiųjų dujų energija. Kietai ir tampriai surištos molekulės l.l.s.

Mechanikoje kūno judėjimo pobūdį galima apibūdinti pagal nepriklausomų judėjimo krypčių skaičių, vadinamų laisvės laipsnių skaičiumi. Laisvės laipsnių skaičius apibūdina nepriklausomų koordinačių skaičių, kuriomis galima aprašyti kūno padėtį ir judėjimą erdvėje.

Pagal kiekvieno atskiro judėjimo tipą koordinatės yra:

1. Slenkamajam judėjimui – trys padėties koordinatės x, y, z.
2. Sukamajam judėjimui – trys sukimosi ašys ir posūkio kampai.
3. Svyruojamajam arba virpamajam – trys virpėjimo kryptys.

Laisvai judančiam materialiajam taškui jo judėjimą apibūdina trys slenkamojo judėjimo koordinatės, t.y. trys laisvės laipsniai. Todėl idealiom vienuatomėms dujoms kinetinė energija:  $\bar{w}_k = \frac{3}{2} kT$ . Termodinaminės

pusiausvyros būsenoje slenkamojo, sukamojo ir virpamojo judėjimo vienam laisvės laipsniui tenka vidutinis lygiavertis kinetinės energijos kiekis, lygus:  $\frac{1}{2}kT$  (Kinetinės energijos pasiskirstymo pagal laisvės laipsnius statistinis dėsnis arba Bolcmano dėsnis.)

Kietai ar tvirtai surištai molekulei, kuri negali virpėti, vidutinė kinetinė energija išreiškiama pagal laisvės laipsnių

skaičių:  $\bar{w} = (i_{sl} + i_{suk}) \frac{1}{2}kT = \frac{i}{2}kT$

## 28. Molekulių vidutinis laisvasis lėkis ir susidūrimų dažnis.

Molekulių, turinčių kinetinės energijos, judėjimas yra chaotinis. Tokio judėjimo metu molekulės patiria pastovius susidūrimus, keisdamos kryptį, impulsą ir energiją. Tarp susidūrimų kiekviena molekulė nulekia skirtingus kelius. Tačiau galima apibrėžti molekulės vidutinį nueitą kelią.

Molekulei nuėjus kelią  $s$ , per 1 sekundę vidutinis atstumas tarp susidūrimų, bus:  $\bar{l} = \frac{s}{z} = \frac{\bar{v}}{z}$  (molekulės vidutinis laisvasis lėkis)

Jeigu cilindre yra  $n$  molekulių centrų, tai susidūrimų skaičius per sekundę bus:  $z = V_c n = \pi d^2 s n = \pi d^2 \bar{v} n$

Taigi vienos molekulės susidūrimų dažnis proporcingas molekulės efektiniam skersmeniui, jos vidutiniam greičiui ir molekulių koncentracijai.

## 29. Termodinamika – sistema ir būseną, būsenos lygtis, procesas.

Svarbiausia termodinaminio metodo sąvoka – termodinaminės sistemos būseną apibūdinama termodinaminiais parametrais (medžiagos tankis  $\rho$  (arba specifinis tūris  $v$ ), slėgis  $p$  ir temperatūra  $T$ ). Šiuos būsenos parametrus siejanti lygtis yra vadinama būsenos lygtimi.

Termodinaminė būseną vadinama stacionari, kai visų jos parametų vertės laikui bėgant nekinta.

Kai visų stacionarios būsenos sistemos dalių parametų vertės vienodos, tai tokia būseną vadinama pusiausvyra.

Jei dėl kokių nors priežasčių ši būseną sutrinka, sistema savaime grįžta į pusiausvyrą būseną. Šis procesas vadinamas relaksacija.

Idealiosioms dujoms būsenos lygtis yra Klapeirono lygtis:  $pV = \frac{m}{M}RT$ .

Kai sistema iš vienos pusiausvyros būsenos pereina į sekančią, sakoma, kad sistemoje vyksta pusiausvyros termodinaminis procesas.

## 30. Pirmasis termodinamikos dėsnis.

Termodinaminėms sistemoms, kuriose nevyksta mechaninės energijos pokyčiai, formuluojamas energijos tvermės dėsnis, vadinamas pirmu termodinamikos dėsniu:

Termodinaminės sistemos vidinės energijos pokytis yra lygus jos atžvilgiu atlikto darbo ir jai

perduoto šilumos kiekio sumai.  $\Delta U = A' + Q$

Termodinaminė sistema, gavusi šilumos kiekį, pati atlieka darbą ir tuo pačiu keičia savo vidinę

energiją:  $Q = A + \Delta U$

31. Dujų savitoji ir molinė šilumos.

Molinė šiluma – šilumos kiekis, reikalingas vieno molio medžiagos temperatūrą pakeisti 1 laipsniu  $C = \frac{\delta Q}{\nu dT}$   
(  $J / mol \cdot K$  )

Savitoji šiluma – šilumos kiekis, reikalingas vieno kilogramo medžiagos masės temperatūrą pakeisti 1 laipsniu.  $c = \frac{\delta Q}{m dT}$  (  $J / kg \cdot K$  )

32. Pirmojo termodinamikos dėsnio taikymas izobariniam procesui.

33. Pirmojo termodinamikos dėsnio taikymas izochoriniam procesui.

Vykstant izochoriniam procesui, t.y. nekintant tūriui, mechaninis darbas neatliekamas, todėl, pritaikę pirmą termodinamikos dėsnį, kai  $dA=0$ .  $Q = U_{m2} - U_{m1} = C_V (T_2 - T_1)$

Vykstant izochoriniam procesui, sistemai suteiktas šilumos kiekis lygus jos vidinės energijos padidėjimui.

34. Pirmojo termodinamikos dėsnio taikymas izoterminiam procesui.

$\delta Q = \delta A = p dV_m$  Pirmas termodinamikos dėsnis izoterminiam procesui teigia, kad visas idealiosioms dujoms suteikiamas šilumos kiekis suvartojamas jų plėtimosi darbui.

35. Adiabatinis procesas. Jo lygtis ir grafikas.

Adiadinio proceso metu termodinaminėje sistemoje vyksta procesai be šilumos mainų su aplinka.

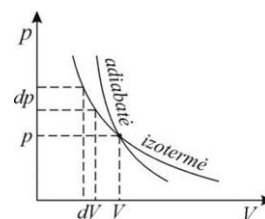
$\delta Q = 0$ , tada tada pirmas termodinamikos dėsnis užrašomas:  $C_V dT + p dV_m = 0$  Iš šios lygties matome, kad idealiosios dujos adiabatiskai besiplėsdamos ( $dV_m > 0$ ) atšąla ( $dT < 0$ ), o adiabatiskai slegiamos ( $dV_m < 0$ ), įšyla ( $dT > 0$ ).

$TV_m^{\gamma-1} = const$  - adiabatės arba Puasono lygtis

Adiabatės kreivė statesnė dėl to, kad slegiant dujas izotermiškai, jų slėgis didėja dėl to, kad didėja jų tankis.

Adiadinio suslėgimo metu, slėgiui didėjant, didėja ne tik dujų tankis, bet ir temperatūra.

Adiabatiskai plečiantis dujoms, dėl to, kad sumažėja temperatūra, slėgis nukrinta daugiau negu joms plečiantis izotermiškai.



36. Karno ciklas ir jo naudingumo koeficientas.

Prancūzų inžinierius S. Karno 1824 metais įrodė, kad idealios (kurioje nėra trinties) šiluminės mašinos naudingumo koeficientas bus didžiausias, jei ji dirbs atitinkama tvarka, t.y. etapais, kurių seka sudaro vadinamą Karno ciklą.

Karno ciklą sudaro du izoterminiai ir du adiabatiniai procesai.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{Išvada: idealiuoju Karno ciklu veikiančio šiluminio variklio naudingumo koeficientas priklauso tik}$$

nuo šildytuvo ir aušintuvo temperatūrų  $T_1$  ir  $T_2$ . Norint didinti naudingumo koeficientą, reikia didinti temperatūrų skirtumą, tačiau realiojo šiluminio variklio  $\eta$  riboja aplinkos temperatūra ir paties variklio medžiagų lydymosi temperatūra.

Realioje šiluminėje mašinoje neišvengiama trinties, šilumos laidumo, spinduliavimo ir kitų reiškinių, dėl kurių termodinaminiai procesai pasidaro negrįžtamieji. Jiems sunaudojama iš šildytuvo gauta energija. Todėl realios šiluminės mašinos, dirbančios tame pačiame temperatūrų intervale, kaip ir idealioji Karno mašina, terminis

$$\text{naudingumo koeficientas } \eta_r \text{ yra mažesnis, nei pastarosios. } \eta_r = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

### 37. Grįžtamieji ir negrįžtamieji procesai. Entropija.

Termodinaminis ciklas vadinamas grįžtamuoju, jeigu įvykus tiesioginiam, o po to tokiam pat atvirštiniam ciklui, į pradinę buseną grįžta ir sistema, ir išoriniai kūnai, su kuriais sistema sąveikavo. Bet kuris pusiausvyros procesas yra grįžtamasis.

Visi realūs procesai pasižymi didesniais ar mažesniais energijos nuostoliais (dėl trinties, šiluminio laidumo ar kt.). Todel jie yra negrįžtamieji. Šilumos apykaitos procesai, esant baigtiniam temperatūrų skirtumui, taip pat yra negrįžtamieji.

Gauto šilumos kiekio ir šilumos šaltinio temperatūros santykis vadinamas redukuotuoju šilumos kiekiu  $Q^*$ .  
 $Q^* = Q/T$ .

Grįžtamojo Karno ciklo redukuotų šilumos kiekių suma lygi nuliui:  $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$ , o bet kurio realiojo, negrįžtamojo, ciklo – mažesnė už nulį, neigiama.

Būsenos funkcija, kurios diferencialas yra  $dQ/T$ , , vadinamas sistemos entropija  $S$ . Jos elementarusis pokytis  $dS = \frac{dQ}{T}$ , lygus elementariajam redukuotajam šilumos kiekiui. Entropijos pokytis, sistemai grįžtamai perėjus iš 1

busenos į 2, lygus:

$$\Delta S_{12, gr} = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

Grįžtamojo proceso izoliuotoje sistemoje entropija nekinta, o negrįžtamojo proceso izoliuotoje sistemoje entropija didėja. Entropijos pokytis yra izoliuotoje sistemoje vykstančių procesų negrįžtamumo kiekybinė charakteristika. Entropija yra sistemos netvarkos matas.

### 38. Entropija. Antrasis ir trečiasis termodinamikos dėsniai.

$$\Delta S \geq 0$$

Izoliuotose sistemose vyksta savaiminiai, t.y. negrįžtamieji procesai. Todėl šių sistemų entropija didėja, didėja iki savo maksimalios vertės, kuri būdinga sistemos pusiausvyrai būsenai. II t.d. – izoliuotų sistemų entropija nemažėja. II t.d. gali būti formuluojamas ir kitaip: negalimas toks procesas, kurio vienintelis rezultatas – energijos perdavimas šilumos pavidalu iš šaltiesniojo kūno šiltesniajam. Ši izoliuotų sistemų savybė parodo, kad termodinaminiai procesai, vykstantys gamtoje turi kryptį, kuri sutampa su entropijos didėjimo kryptimi. Entropija gali ir nedidėti, bet tam reikalingas nesavaiminis procesas, reikalaujantis papildomo darbo. Gyvybė šiuo požiūriu – entropiją mažinanti termodinaminė sistema. Entropija gali būti lygi nuliui, bet tik ties 0 K temperatūra – tai III termodinamikos dėsnis.

### 39. Pernešimo reiškiniai – difuzija, šilumos laidumas ir dujų klampa.

Medžiagos sklidimas dėl jos dalelių chaotiškojo judėjimo vadinamas difuzija.

Fiko dėsnis: masės difuzinis srautas (molekulių srautas, nukreiptas dalinio tankio mažėjimo kryptimi), praeinantis pro įsivaizduojamo paviršiaus plotą  $dS$ , tiesiogiai proporcingas šio ploto ir dalinio tankio

gradiento sandaugai:  $d\Phi_m = -D \frac{d\rho}{dx} dS$ , jei plotas  $1 \text{ m}^2$  ir srautas jame tolygus tai:  $m = -D \frac{dn}{dx}$ . Joje esantis

proporcingumo koeficientas  $D$  vadinamas difuzijos koeficientu, kuris priklauso nuo medžiagos tipo, temperatūros ir agregatinės būsenos. Sparčiausiai difuzija vyksta dujose, lėčiausiai – kietuosiuose kūnuose.

Kūnai, judėdami erdvėje, kurioje yra dujos, panašiai, kaip ir skysčiai, patiria vidinę trintį arba klampą. Ši klampa atsiranda dėl gretimų sluoksnių skirtingų greičių vidinės trinties jėgos  $F$ . Ši, lygiagrečiai sluoksniams veikianti jėga,

greitesnįjį sluoksnį stabdo, o lėtesnį greitina. Kaip ir skysčiams, ji išreiškiama:  $|d\vec{F}| = \eta \left| \frac{d\vec{u}}{dx} \right| dS$ . Dydis  $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle l \rangle \langle v \rangle$

yra dujų dinaminės klamos koeficientas.  $\left| \frac{d\vec{u}}{dx} \right|$  – dujų sluoksnių tekėjimo greičio modulis.

Savaiminis ir negrįžtamasis šilumos kiekio pernešimas iš vieno kūno į kitą arba tame pačiame kūne iš vienos vietos į kitą vadinamas šilumos mainais. Yra trys šilumos mainų būdai: konvekcinis, spinduliavimo ir laidumo. Šiluminio laidumo reiškinio esmė – nuolat susidurdamos dujų molekulės perduoda savo kinetinę energiją ir todėl “karštos” lėtėja, o šaltos “greitėja”. Tokiam šilumos pernešimui šilumos pavidalu galioja J. Furjė šilumos laidumo dėsnis:

$d\Phi_Q = -\lambda \frac{dT}{dx} dS$ , jei plotas  $1 \text{ m}^2$  ir srautas jame tolygus tai:  $Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$ .  $\lambda = \frac{1}{3} \rho c_v \langle l \rangle \langle v \rangle$  šilumos laidumo koeficientas.

### 40. Molekulių sąveikos tipai realiose dujose.

Molekulių sąveikos traukos jėgos vadinamos van der Valso jėgomis.

Jos yra elektromagnetinės prigimties ir skirstomos į tris tipus.

1. Orientacinės, būdingos polinėms molekulėms, kurių teigiamų ir neigiamų krūvių centrai nesutampa. Šios

$$F_{or} = -\frac{4p_e}{kTr^7},$$

traukos jėgos modulis:  $p_e = ql$  – dipolio elektrinio momento modulis,  $r$  – atstumas tarp molekulių centrų,  $T$  – būsenos temperatūra.

$$F_{ind} = -\frac{12\alpha p_e^2}{r^7},$$

2. Indukcinės, atsiranda, kai nepolinę molekulę veikia elektrinio dipolio sukurtas elektrinis laukas.

$\alpha$  – molekulės poliarizuojamumas.

3. Dispersinės jėgos būdingos visoms molekulėms, kaip „momentiniams“ elektriniams dipoliams, atsirandantiems

dėl elektronų svyravimų molekulėse.  $F_{disp} \sim r^{-7}$ .

