KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

INFORMATIKOS FAKULTETAS

COMPUTER DEPARTMENT

Skaitinių metodų ir algoritmų 4-a projektinė užduotis

Darbą atliko:

IFF 6/8 grupės studentas

Tadas Laurinaitis

Darbą vertino:

Lekt. Dalia Čalnerytė

Užduotys

1 Bendroji sąlyga.

1. Žemiau pateikti uždaviniai paprastųjų diferencialinių lygčių sistemų sprendimui. Remdamiesi tame pačiame faile pateiktų fizikinių dėsnių aprašymais, nurodytam variantui sudarykite diferencialinę lygtį arba lygčių sistemą. Lygties ar lygčių sistemos sudarymą paaiškinkite ataskaitoje ir išspręskite pasirinktu skaitiniu metodu. Atsakykite į uždavinyje pateiktus klausimus.
2. Keisdami metodo žingsnį įsitikinkite, kad gavote tikslų sprendinį. Sprendinius, gautus naudojant skirtingus žingsnius, pavaizduokite grafike.
3. Keisdami metodo žingsnį nustatykite didžiausią žingsnį, su kuriuo metodas išlieka stabilus. Sprendinius, gautus naudojant skirtingus žingsnius, pavaizduokite grafike.
4. Patikrinkite gautą sprendinį su MATLAB standartine funkcija ode45 ar kitais išoriniais šaltiniais.

Pav. #1 Užduočių sąrašas

8 Uždavinys variantams 26-30

Iš vazos, kurios skerspjūvio forma yra skritulys, o spindulys aukštyje h apskaičiuojamas pagal dėsnį $R(h)$, pro dugne esančią apvalią ertmę, kurios spindulys r_H, bėga skystis, kurio proporcingumo daugiklis lygus c. Pradiniu laiko momentu skysčio aukštis inde lygus h_0. Praėjus laikui t_s, ertmės spindulys r_H pradeda mažėti pagal nurodytą dėsnį $r_H(t)$ iki momento, kai ertmės nebelieka. Raskite, kaip kinta skysčio lygis inde ir ištekėjusio skysčio tūris laikotarpiu nuo pradinio laiko momento iki t_{max}. Koks skysčio aukštis inde laiko momentu t_{max}? Koks skysčio tūris ištekėjo iš indo?

8 Lentelė. Uždavinyje naudojami dydžiai.

Varianto numeris	r_H, m	c	h_0, m	t_s, s	t_{max}, s
26	0,01	0,6	0,3	25	50
27	0,01	0,6	0,3	30	50
28	0,005	0,6	0,5	30	50
29	0,01	0,6	0,15	20	50
30	0,0075	0,6	0,4	30	50

9 Lentelė. Uždavinyje naudojami dėsniai.

Varianto numeris	$R(h)$	Paveikslo nr.	$r_H(t)$
26	$R(h) = \frac{h}{2} + \frac{1}{50}\cos\left(\frac{50\pi h}{3}\right) + 0{,}02$	3 pav.	$r_H(t) = 0{,}035 - 0{,}001t$
27	$R(h) = \frac{1}{10}\left(1{,}5 + \sin\left(\frac{20\pi h}{3}\right)\right)$	4 pav.	$r_H(t) = 0{,}025 - 0{,}0005t$
28	$R(h) = \frac{11}{200} + \frac{\cos(4\pi h)}{40}$	5 pav.	$r_H(t) = 0{,}0025\left(1 + \cos\left(\frac{\pi(t-30)}{20}\right)\right)$
29	$R(h) = 0{,}5\sqrt{h} + 0{,}01$	6 pav.	$r_H(t) = 0{,}005\left(1 + \cos\left(\frac{\pi(t-20)}{20}\right)\right)$
30	$R(h) = 0{,}0875 - \frac{\cos(5\pi h)}{40}$	7 pav.	$r_H(t) = \frac{3}{400} - \frac{3(t-30)^2}{10000}$

Pav. #2 Užduočių variantų sąrašas

Užduočių sprendimai:

Spręstas variantas: 30 (Uždavinys, kintamieji ir formulės matomi Pav. #2)

Diferencialinėms lygtims sudaryti buvo naudojamas Torricelli dėsnis, į jį buvo įsistatyti man duotos funkcijos R(h) ir rH(t) :

2.3 Torricelli dėsnis

Torricelli dėsnis teigia, kad pro atviros talpos, pripildytos iki aukščio h, dugne esančią A_h ploto ertmę skystis teka tokiu greičiu v, koks būtų pasiekiamas numetus objektą iš aukščio h. Dėl trinties ir susidarančių skysčio srautų šalia ertmės, ištekančio vandens tūris yra mažesnis, todėl įvedama empirinė konstanta c. Skysčio tūris V talpoje kinta pagal dėsnį $\frac{dV}{dt} = -cA_h\sqrt{2gh}$. Iš kitos pusės, tūrio kitimo greitį galima išreikšti $\frac{dV}{dt} = A_w(h)\frac{dh}{dt}$, kur $A_w(h)$ – skerspjūvio plotas aukštyje h. Taigi, aukščio kitimo greitis talpoje gali būti užrašomas diferencialine lygtimi $\frac{dh}{dt} = -\frac{cA_h}{A_w(h)}\sqrt{2gh}$.

Uždaviniuose naudokite laisvojo kritimo pagreitį $g = 9{,}8\ m/s^2$.

Diferencialinės lygties realizacija:

```
        public double dhdt(double h, double t, double c)
        {
            double g = 9.8;
            double dhdt = -1 * ((c * Math.Pow(rHt(t), 2)) / Math.Pow(Rh(h), 2)) *
(Math.Sqrt((2*g*h)));
            return dhdt;
        }
```

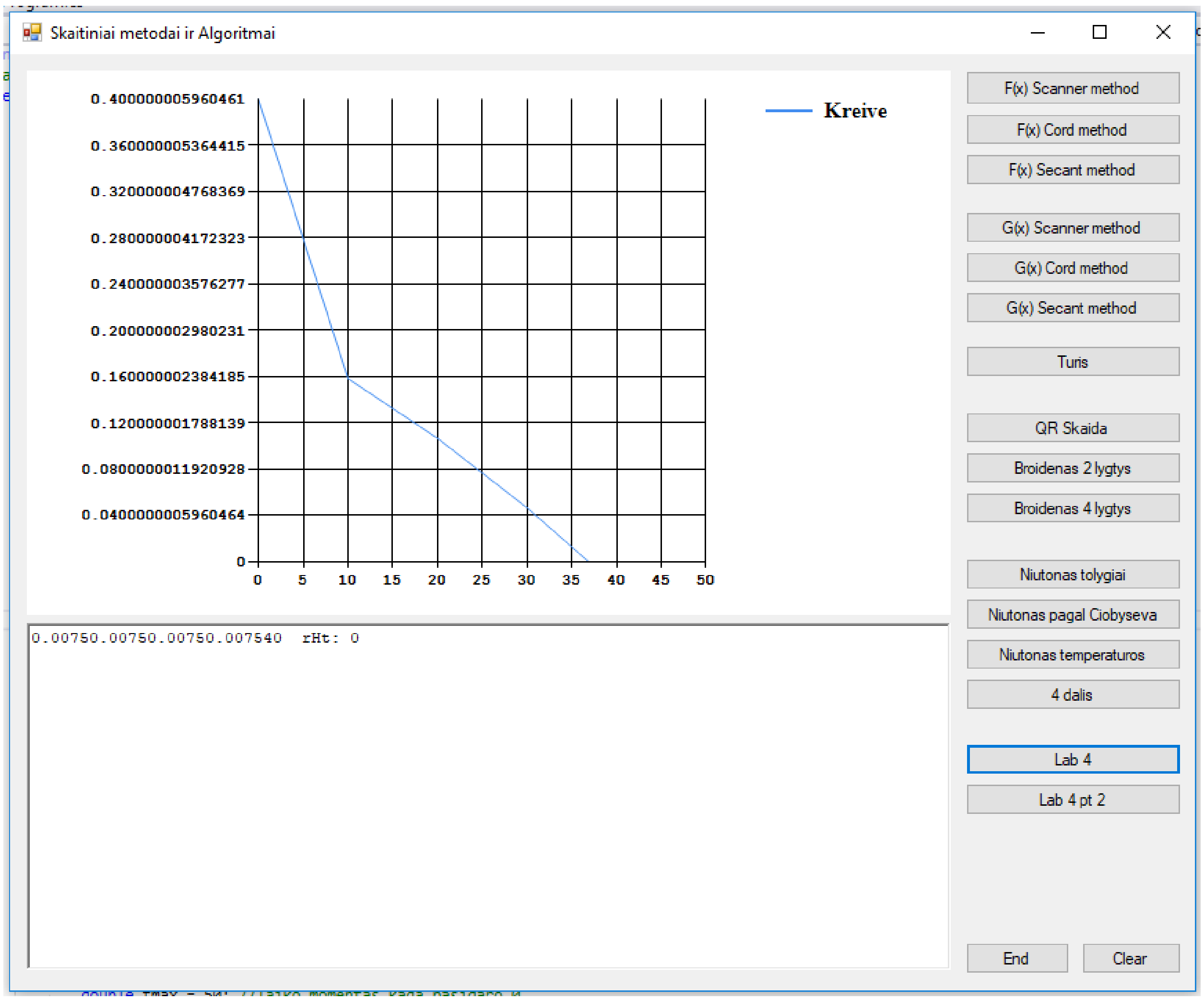
R(h) formulės realizacija:

```
        public double Rh(double h)
        {
            double Rh = 0;
            Rh = 0.0875 - (Math.Cos(5 * Math.PI * h) / 40);
            return Rh;
        }
```

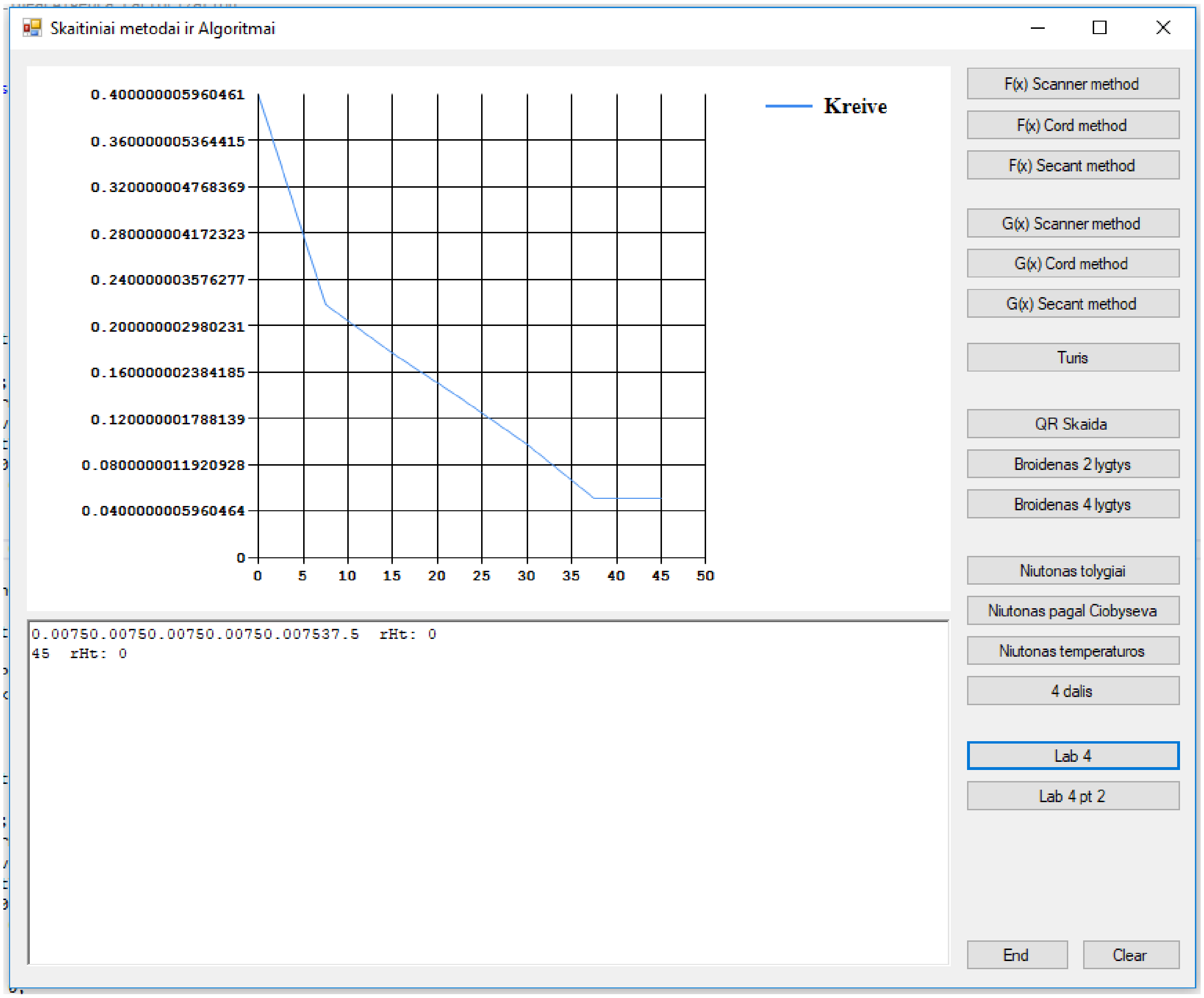
$rH(t)$ formulės realizacija:

```
        public double rHt(double t)
        {
            double rHt = 0;
            if(t <= 30)
            {
                rHt = 0.0075;
                richTextBox1.AppendText(rHt.ToString());
            }
            else if (t > 30 && t <= 50)
            {
                rHt = (3.0 / 400) - ((3 * Math.Pow(t - 30, 2)) / 10000);
                if(rHt < 0)
                {
                    rHt = 0;
                }
                richTextBox1.AppendText(t.ToString() + "  rHt: " +rHt.ToString() +"\n");
```

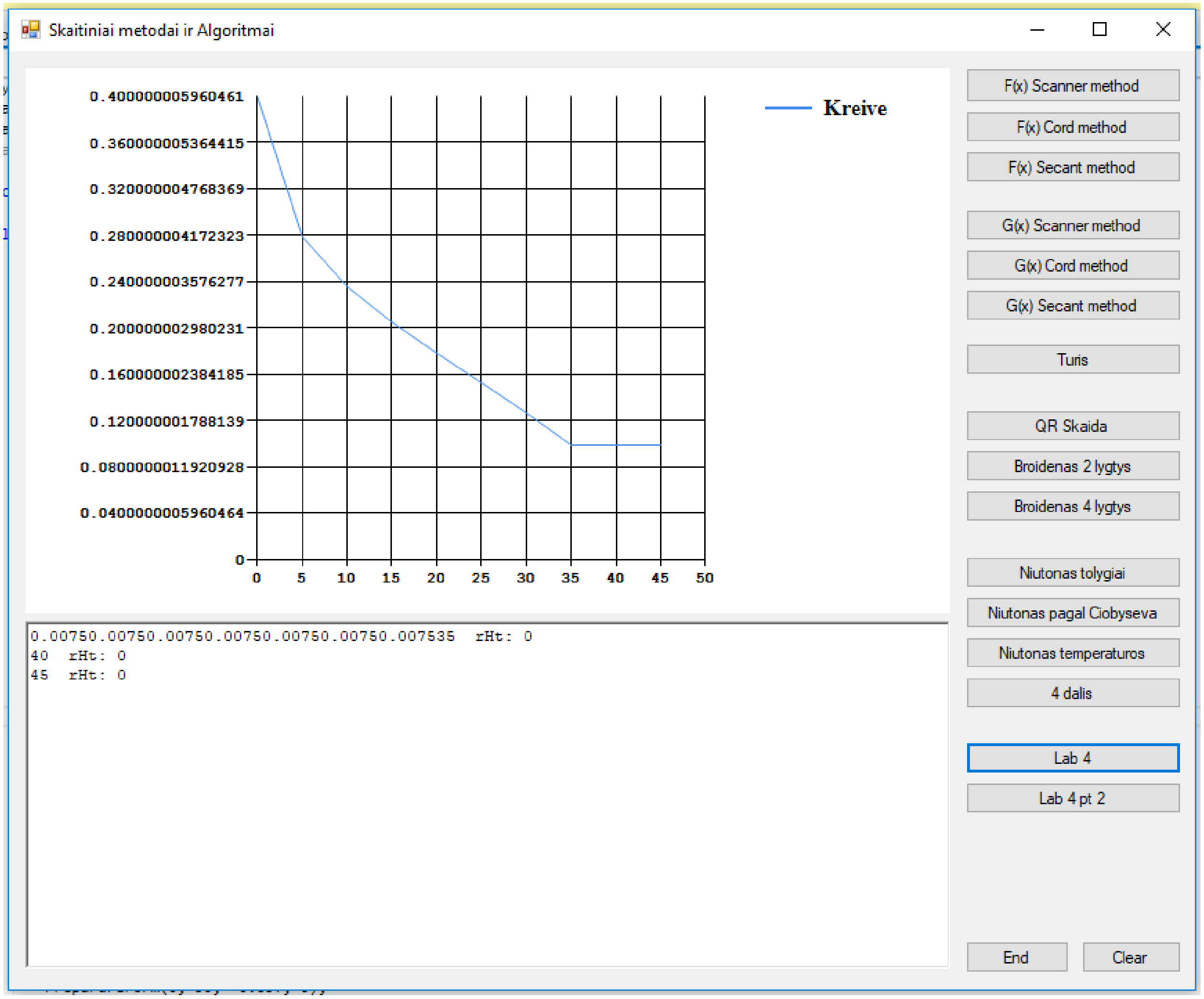
```
            }
            return rHt;
        }
```



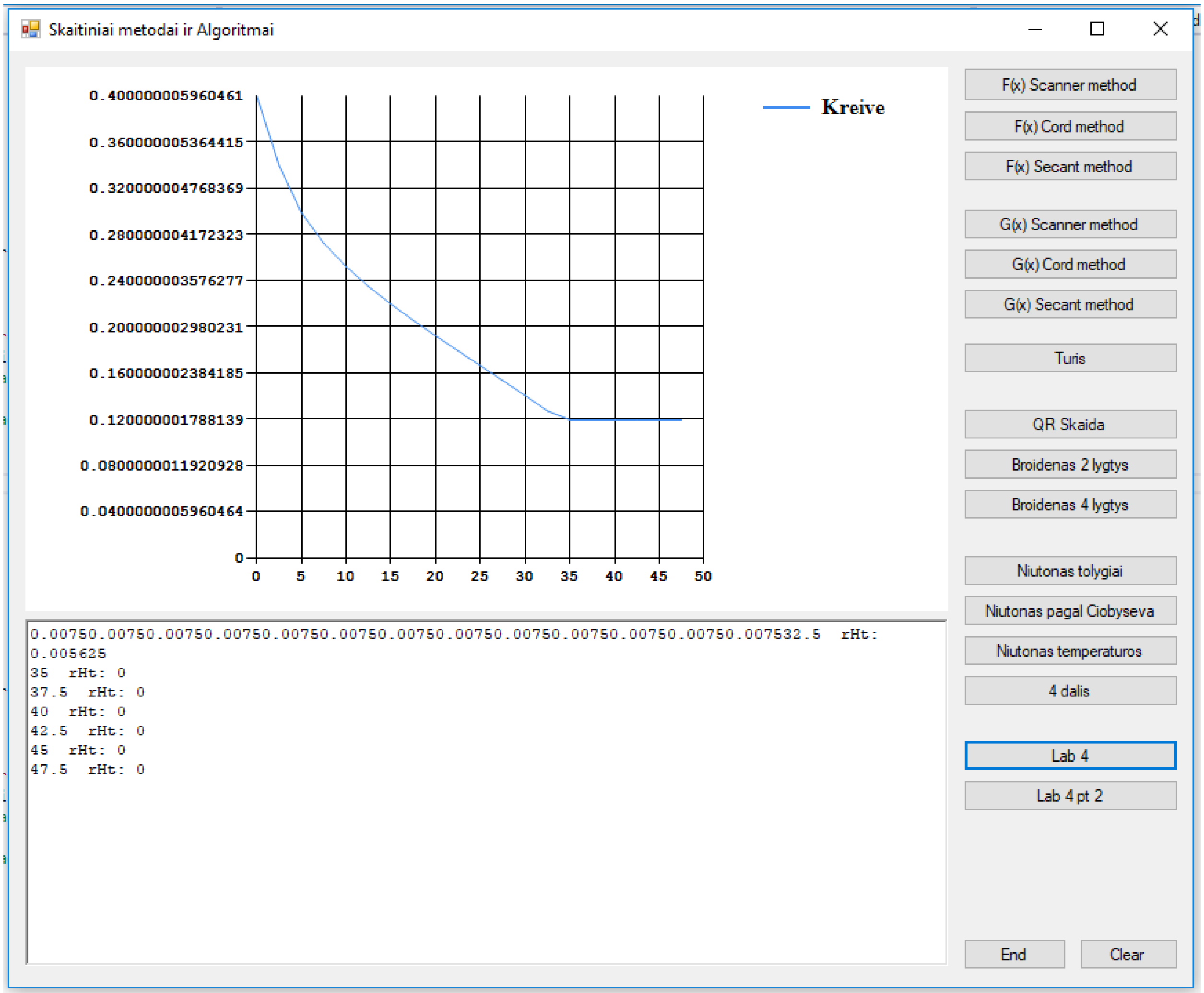
Pav. #3 Grafikas parodantis skysčio lygį inde naudojant žingsnį, kurio dydis yra 10



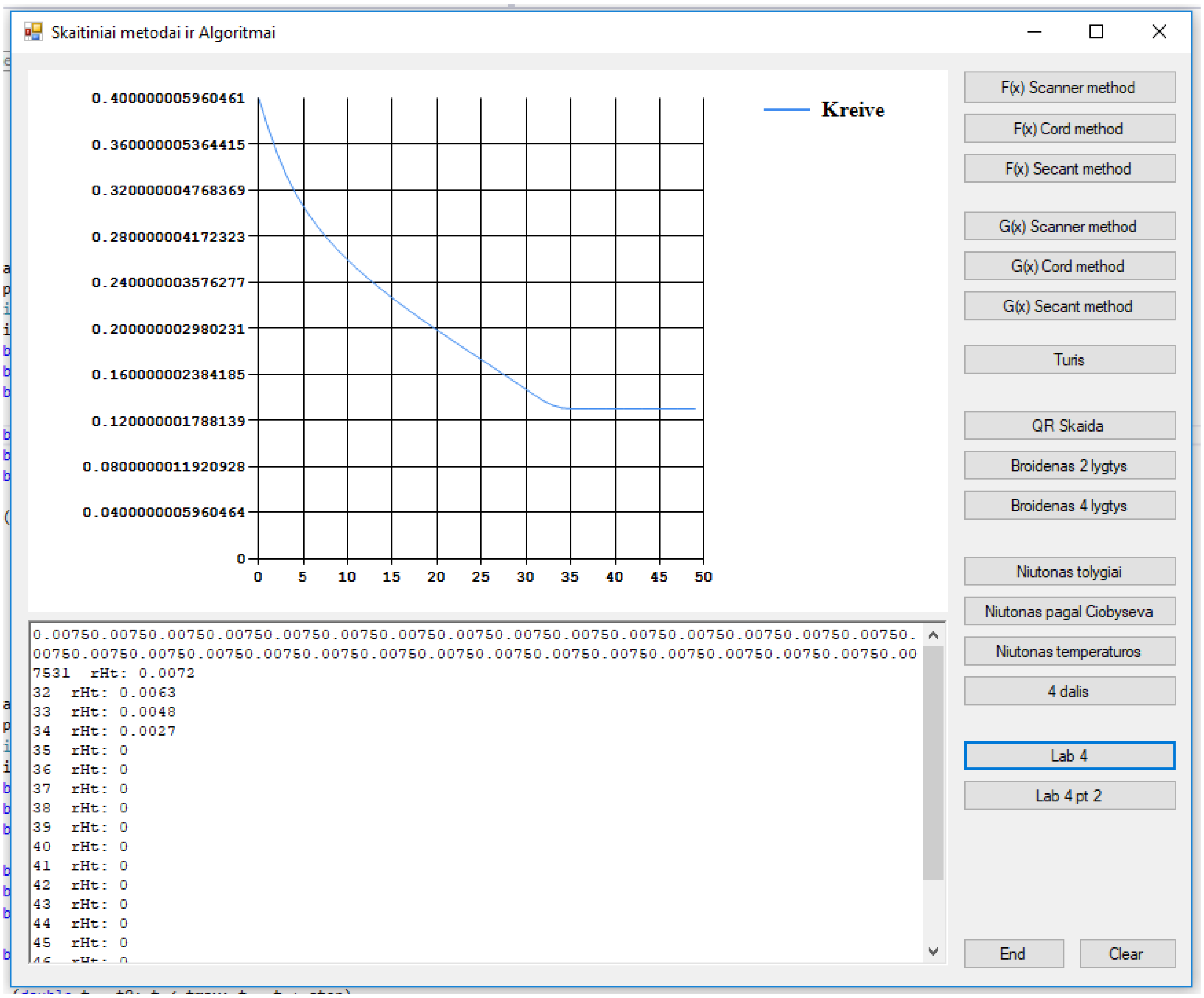
Pav. #4 Grafikas parodantis skysčio lygį inde naudojant žingsnį, kurio dydis yra 7.5



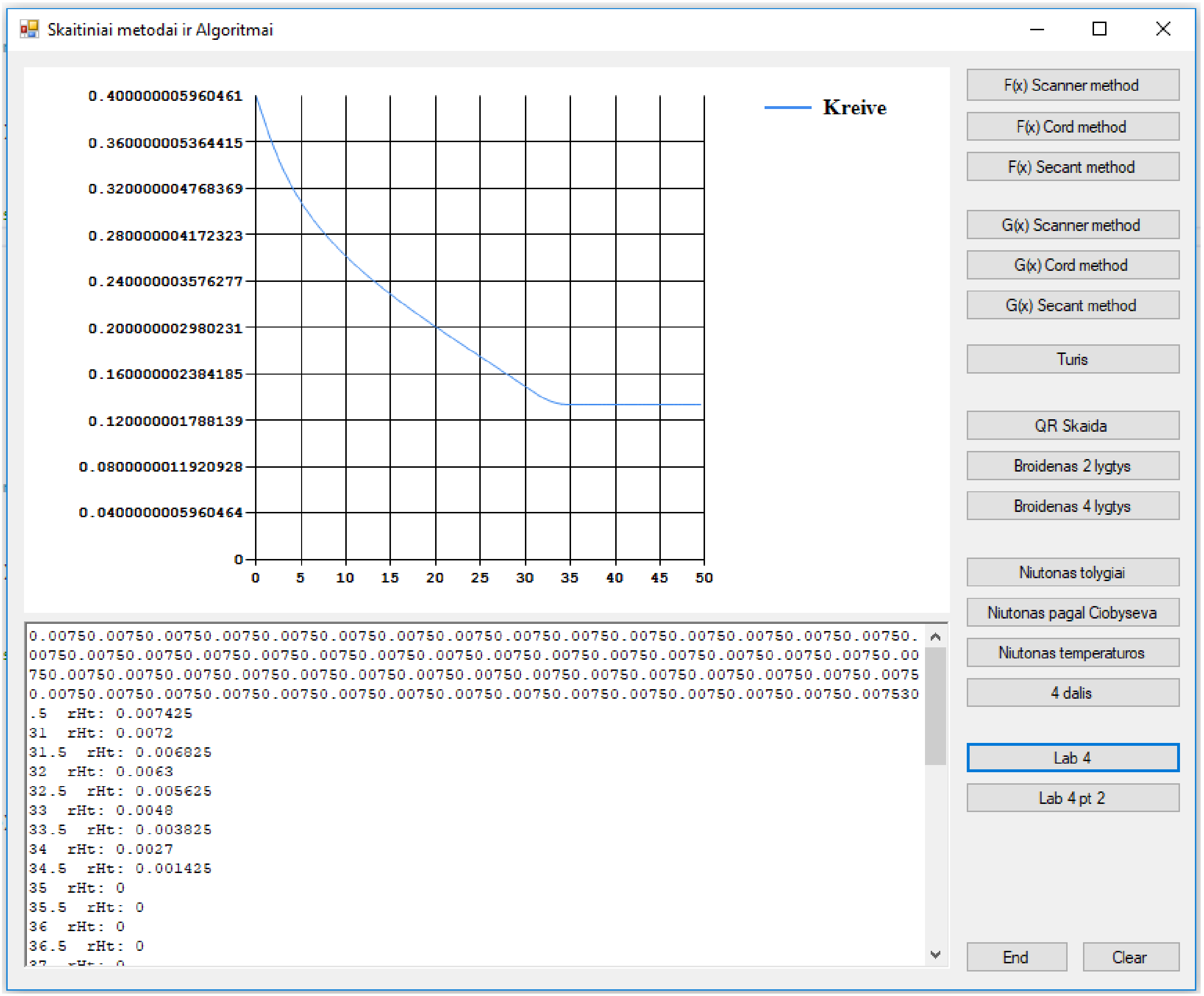
Pav. #5 Grafikas parodantis skysčio lygį inde naudojant žingsnį, kurio dydis yra 5



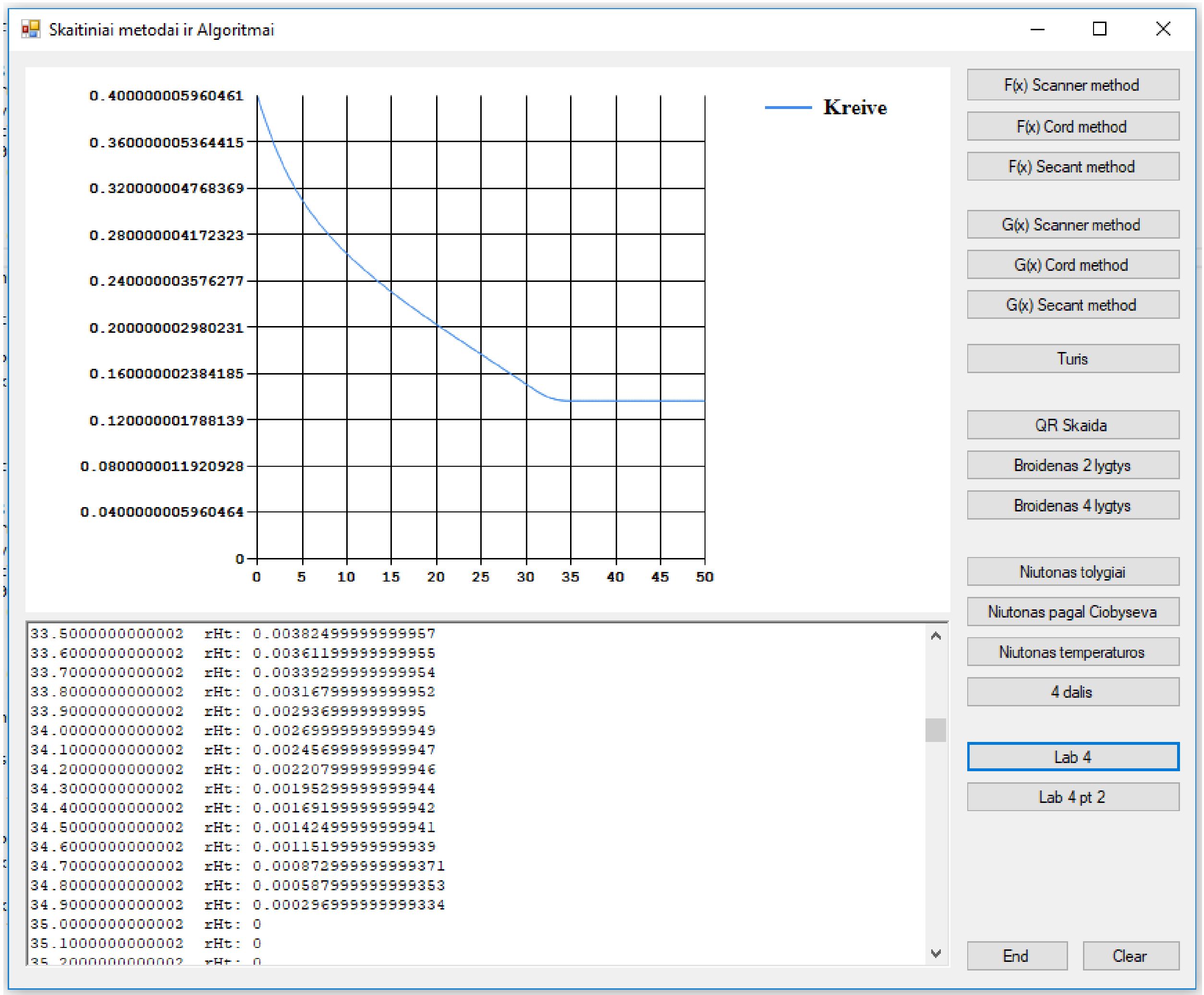
Pav. #6 Grafikas parodantis skysčio lygį inde naudojant žingsnį, kurio dydis yra 2.5



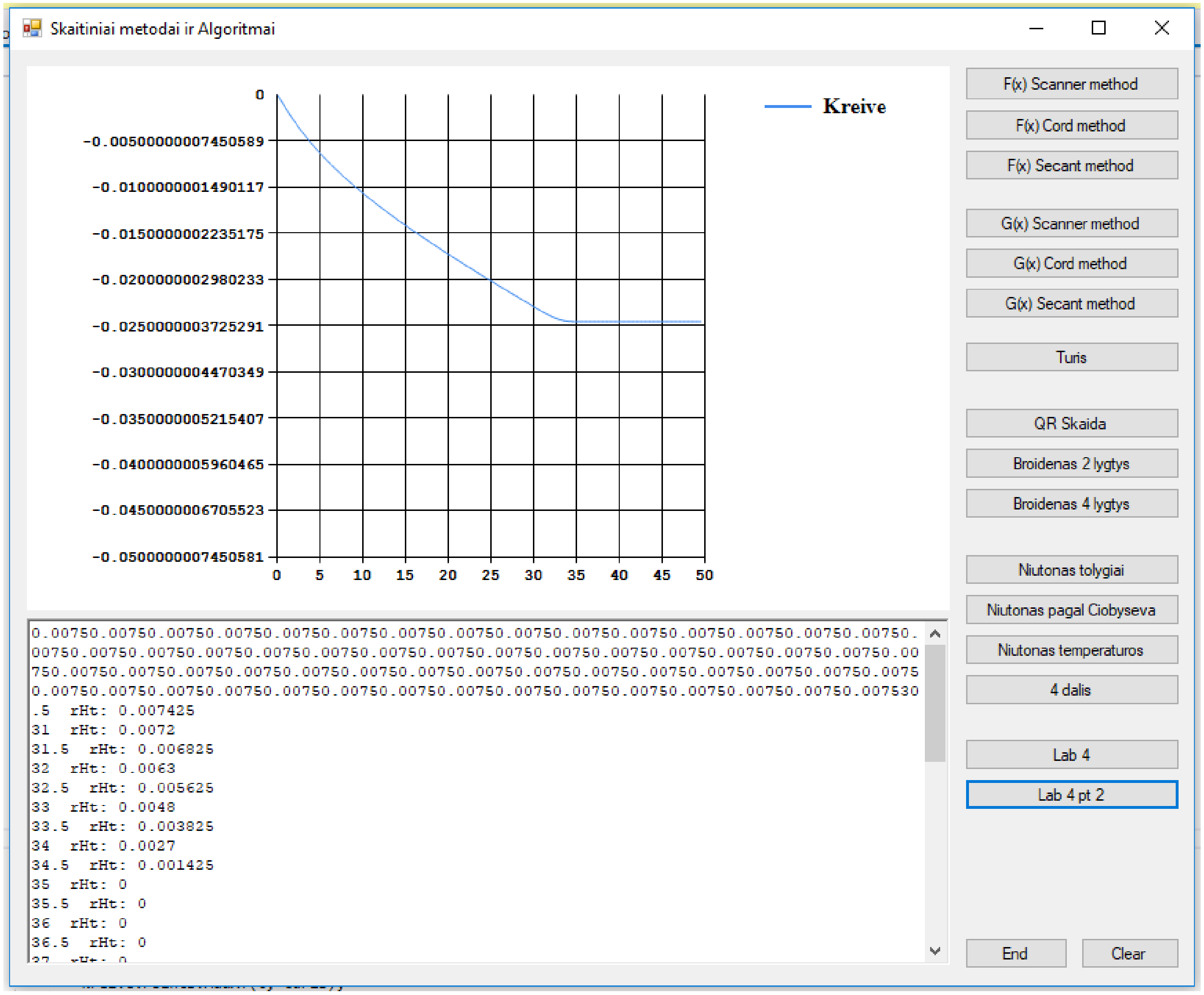
Pav. #7 Grafikas parodantis skysčio lygį inde naudojant žingsnį, kurio dydis yra 1



Pav. #8 Grafikas parodantis skysčio lygį inde naudojant žingsnį, kurio dydis yra 0.5



Iš grafikų pastebime, kad šiam uždaviniui spręsti optimalus žingsnis yra 0.5, kadangi po šio žingsnio, grafiko pasikeitimai yra beveik nepastebimi, o rezultatas t.y. skysčio lygis išlieka toks pats.



Pav. #8 Grafikas, kuriame parodomas išbėgusio skysčio tūris priklausomai nuo laiko, naudojant žingsnį, kurio dydis 0.5

Skysčio aukštis momentu tmax ~ 0.139

Išbėgusio skysčio tūris ~ 0.245

Darbo apibendrinimas:

Darbo metu užduočiai buvo pritaikytas Torricelli dėsnis ir pagal jį sudaryta diferencialinė lygtis. Į šią lygtį buvo įstatytos turimos funkcijos, o vėliau duotos reikšmės ir galiausiai sukurti grafikai. Iš grafikų pastebėjome, kad optimaliausias šiam uždaviniui žingsnis yra 0.5, kadangi jį didinant nepastebimi jokie žymūs pokyčiai grafike ar atsakyme.

Programos kodo fragmentai:

```
private void Button17_click(object sender, EventArgs e)
{
    ClearForm();
    PreparareForm(0, 50, 0f, 0.4f);
    Series kreive = chart1.Series.Add("Kreive");
    kreive.ChartType = SeriesChartType.Line;
    double c = 0.6; // kazkokia konstanta
    double h0 = 0.4; //pradinis aukstis
    double tmax = 50; //laiko momentas kada pasidaro 0

    double t0 = 0;
    double step = 0.5;
    double h = h0;

    for(double t = t0; t < tmax; t = t + step)
    {
        kreive.Points.AddXY(t, h);
        double kazkas = dhdt(h, t, c);
        h = h + step * kazkas;
    }
}
private void Button18_click(object sender, EventArgs e)
{
    ClearForm();
    PreparareForm(0, 50, -0.05f, 0);
    Series kreive = chart1.Series.Add("Kreive");
    kreive.ChartType = SeriesChartType.Line;
    double c = 0.6; // kazkokia konstanta
    double h0 = 0.4; //pradinis aukstis
    double tmax = 50; //laiko momentas kada pasidaro 0

    double t0 = 0;
    double step = 0.5;
    double h = h0;

    double turis = 0;

    for (double t = t0; t < tmax; t = t + step)
    {
        kreive.Points.AddXY(t, turis);
        double kazkas = dhdt(h, t, c);

        double kazkas2 = Rh(h) * kazkas;
        turis = turis + kazkas2 * step;
        h = h + step * kazkas;
    }
}
```

```
        public double Rh(double h)
        {
            double Rh = 0;
            Rh = 0.0875 - (Math.Cos(5 * Math.PI * h) / 40);
            return Rh;
        }

        public double rHt(double t)
        {
            double rHt = 0;
            if(t <= 30)
            {
                rHt = 0.0075;
                richTextBox1.AppendText(rHt.ToString());
            }
            else if (t > 30 && t <= 50)
            {
                rHt = (3.0 / 400) - ((3 * Math.Pow(t - 30, 2)) / 10000);
                if(rHt < 0)
                {
                    rHt = 0;
                }
                richTextBox1.AppendText(t.ToString() + "  rHt: " +rHt.ToString() +"\n");
            }
            return rHt;
        }

        public double dhdt(double h, double t, double c)
        {
            double g = 9.8;
            double dhdt = -1 * ((c * Math.Pow(rHt(t), 2)) / Math.Pow(Rh(h), 2)) *
(Math.Sqrt((2*g*h)));
            return dhdt;
        }

        #endregion
    }
```