

## Tarea 8

1. Demuestre que las siguientes tripletas Hoare son correctas:

a)  $\{ A[i]=X \wedge A[j]=Y \} A[i] := A[i]+A[j] \{ A[i]=X+Y \}$

b)  $\{ (\forall i: 0 \leq i < k: A[i] = 2^i) \wedge 0 \leq k \leq N \wedge k \neq N \}$   
 $A[k] := 2^k$   
 $\{ (\forall i: 0 \leq i < k: A[i] = 2^i) \wedge 0 \leq k \leq N \}$

c)  $\{ (\forall i: 0 \leq i < k: S[i]=V[i]*V[i]) \wedge 0 \leq k \leq N \wedge k \neq N \}$   
 $S[k], k := V[k]*V[k], k+1$   
 $\{ (\forall i: 0 \leq i < k+1: S[i]=V[i]*V[i]) \wedge 0 \leq k \leq N \}$

d)  $\{x>0\} P(x) \{x \bmod 2 = 1\}$  donde se tiene que

```
proc P(in-out a:entero)
{pre: a≥0} {post: a=2*a0+1}
```

e)  $\{i \geq 0 \wedge i < N-1 \wedge A[i]=X \wedge A[i+1]=Y\}$  Intercambio  $(N, A, i) \{A[i]=Y \wedge A[i+1]=X\}$  donde se tiene que

```
proc Intercambio (in M: entero, in-out A:arreglo [0..M] de enteros,
in r:entero)
{pre: 0≤r<M-1} {post: A[r]=A0[r+1] ∧ A[r+1]=A0[r]}
```

f)  $\{n \geq m \wedge m \geq 0\} P_{\text{factorial}}(n, c) \{c = (\prod_{i: 1 \leq i \leq n} i)\}$  donde se tiene que

```
proc Pfactorial(in x: entero, out f:entero)
{pre: x≥0} {post: f = ( $\prod_{i: 1 \leq i \leq x} i$ )}
```

g)  $\{0 \leq k \leq N \wedge s = (\sum_{i: 0 \leq i < k} (\prod_{i: 0 \leq i < k} x^i)) / (\prod_{i: 1 \leq i < k} i)\}$   
 $s, k := s + \text{potencia}(x, k) / \text{factorial}(k), k+1$   
 $\{ s = (\sum_{i: 1 \leq i \leq k} (\prod_{i: 0 \leq i \leq k} x^i)) / (\prod_{i: 1 \leq i \leq k} i) \}$

donde se tiene que

```
func potencia(y: real, n:entero) -> real
{pre: n≥0} {post: potencia = ( $\prod_{i: 0 \leq i < n} y^i$ )}
```

```
func factorial(x: entero) -> entero
{pre: x≥0} {post: factorial = ( $\prod_{i: 1 \leq i \leq x} i$ )}
```

2.- Usando la técnica de sustitución de constante por variable, sustituyendo la constante cero (0) del cuantificador, obtenga el invariante y el ciclo de las siguientes especificaciones de programa

```

a)  [
    const N: enteros;
    var s: entero;
    { N > 0 }
    SumaPotenciasDe2
    { s = ( $\sum_{i: 0 \leq i < N} 2^i$ ) }
  ]

b)  [
    const
      N:entero;
      X:real;
    var
      p:real;

    {N > 0}
    Productoria
    {p = ( $\prod_{i: 0 \leq i < N} X+1$ ) }
  ]

c)  [
    const
      N:entero;
      D:arreglo [0..N) de caracteres;
      X:caracter;
    var
      estaX:boolean;

    {N > 0}
    EstaXenArreglo
    { estaX  $\equiv$  ( $\exists j: 0 \leq j < N: D[j] = X$ ) }
  ]

```

### 3.- Resuelva los siguientes problemas usando subprogramas:

- Dado un arreglo A y un elemento e, eliminar todas las ocurrencias del elemento e en el arreglo A y mueva los demás elementos hacia la izquierda. Ejemplo, si  $A = \langle 1, 3, 2, 4, 3, 7 \rangle$  luego de eliminar  $e=3$  quedaría  $A = \langle 1, 2, 4, 7 \rangle$ .
- Dado un arreglo A de enteros sustituya todas las ocurrencias del valor x por el valor y
- Dado un arreglo A ordenado insertar un elemento e en la posición que corresponda para que mantenga el orden.
- Compactar un arreglo A para que todos los elementos diferentes de cero estén en la parte inicial. Ejemplo, si  $A = \langle 1, 0, 3, 0, 2, 4, 0, 0, 3, 7, 0 \rangle$  el resultado sería  $A = \langle 1, 3, 2, 4, 3, 7, 0, 0, 0, 0, 0 \rangle$ .
- Dados dos arreglos A y B de tamaño N, encontrar el vector C que resulta de la mezcla ordenada de los dos arreglos. A y B están ordenados ascendentemente.