

Tarea 4

1. Pruebe que los siguientes programas son correctos:

- a) $\{A \geq 0 \wedge B > 0\} \quad q, r := A \text{ div } B, A \text{ mod } B \quad \{A = q*B + r \wedge 0 \leq r < B\}$
- b) $\{X \geq 0 \wedge Y > 0\}$
 if $(X \text{ mod } Y = 0) \vee (Y \text{ mod } X = 0) \rightarrow d := \text{true}$
 [] $(X \text{ mod } Y \neq 0) \wedge (Y \text{ mod } X \neq 0) \rightarrow d := \text{false}$
 fi
 $\{d \equiv (X \text{ mod } Y = 0) \vee (Y \text{ mod } X = 0)\}$
- c) $\{A \neq 0 \wedge B^2 \geq 4AC\}$
 $x, y := (-B + \text{sqrt}(B^2 - 4AC)) / 2A, (-B - \text{sqrt}(B^2 - 4AC)) / 2A$
 $\{Ax^2 + Bx + C = 0 \wedge Ay^2 + By + C = 0\}$
- d) $\{N > 0\}$
 $\text{pal}, k := \text{true}, 0;$
 $\{\text{inv: pal} \equiv (\forall i: 0 \leq i < k: S[i] = S[N-i-1]) \wedge 0 \leq k \leq N\} \quad \{\text{cota: } N-k\}$
 do $(k \neq N) \wedge \text{pal} \rightarrow$
 $\text{pal}, k := (S[k] = S[N-k-1]), k+1$
 od
 $\{\text{pal} \equiv (\forall i: 0 \leq i < N: S[i] = S[N-i-1])\}$
- e) $\{N > 0\}$
 $\text{sum}, k := 0, 0;$
 $\{\text{inv: sum} = (\sum i: 0 \leq i < k: V[i] * V[i]) \wedge 0 \leq k \leq N\} \quad \{\text{cota: } N-k\}$
 do $(k \neq N) \rightarrow$
 $\text{sum}, k := \text{sum} + V[k] * V[k], k+1$
 od
 $\{\text{sum} = (\sum i: 0 \leq i < N: V[i] * V[i])\}$
- f) $\{P > 1\}$
 $\text{ep}, k := \text{true}, 2;$
 $\{\text{inv: ep} \equiv (\forall i: 2 \leq i < k: P \text{ mod } i \neq 0) \wedge 0 \leq k \leq P\} \quad \{\text{cota: } P-k\}$
 do $(k \neq P) \wedge \text{ep} \rightarrow$
 $\text{ep}, k := (P \text{ mod } k \neq 0), k+1$
 od
 $\{\text{ep} \equiv (\forall i: 2 \leq i < P: P \text{ mod } i \neq 0)\}$

2. Escriba el invariante y la función de cota de las iteraciones, para los siguientes problemas:

- Dado una secuencia de caracteres de tamaño N, diga cuantas veces aparece cada una de las vocales.
- Dada una secuencia de enteros, calcular el total de números positivos.
- Calcular el índice académico de un trimestre. Suponga que en un arreglo de enteros de tamaño N se almacena la nota obtenida en cada materia y en otro arreglo se almacena el número de créditos correspondientes a esas materia. N representa el número de materias inscritas en el trimestre.
- Dadas dos matrices de dimensiones N×N, calcular la suma de ellas.

3. Escriba las obligaciones de prueba para los siguientes programas. No debe probar que los programas son correctos.

- a) $\{N > 0\}$
 $\text{num}, k := 0, 0;$
 $\{\text{inv}: \text{num} = (\#i: 0 \leq i < k: S[i] > 0) \wedge 0 \leq k \leq N\} \{\text{cota}: N - k\}$
do $(k \neq N) \rightarrow$
 if $(S[k] > 0) \rightarrow \text{num} := \text{num} + 1$
 [] $(S[k] \leq 0) \rightarrow \text{skip}$
 fi;
 $k := k + 1$
od
 $\{\text{num} = (\#i: 0 \leq i < N: S[i] > 0)\}$
- b) $\{N > 0\}$
 $\text{ind}, k := 0, N;$
 $\{\text{inv}: \text{ind} = (\sum i: k \leq i < N: A[i] * B[i]) \wedge 0 \leq k \leq N\} \{\text{cota}: k\}$
do $(k \neq 0) \rightarrow$
 $k := k - 1;$
 $\text{ind} := \text{ind} + A[k] * B[k]$
od
 $\{\text{ind} = (\sum i: 0 \leq i < N: A[i] * B[i])\}$
- c) $\{N > 0\}$
 $\text{ei}, k := \text{true}, N;$
 $\{\text{inv}: \text{ei} \equiv (\forall i: k \leq i < N: A[i] = B[N - i - 1]) \wedge 0 \leq k \leq N\} \{\text{cota}: k\}$
do $(k \neq N) \rightarrow$
 $k := k - 1;$
 if $(A[k] \neq B[N - k - 1]) \rightarrow \text{ei} := \text{false};$
 [] $(A[k] = B[N - k - 1]) \rightarrow \text{skip}$
 fi
od
 $\{\text{ei} \equiv (\forall i: 0 \leq i < N: A[i] = B[N - i - 1])\}$