Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
CI 2611 Algoritmos 1
Abril-julio 2012

Tarea 5

1) Escriba las obligaciones de prueba para los siguientes programas:

a)
```
{N >0}
num,k := 0,0;
{inv: num = (#i: 0≤i<k: S[i] > 0) ∧ 0≤k≤N} {cota: N-k}
do (k≠N) →
   if (S[k] > 0) → num:=num+1
   [] (S[k] ≤ 0) → skip
   fi;
   k := k+1
od
{num = (#i: 0≤i<N: S[i] > 0)}
```

b)
```
{N >0}
ind,k := 0,N;
{inv: ind = (Σi: k≤i<N: A[i]*B[i]) ∧ 0≤k≤N} {cota: k}
do (k≠0) →
   k:=k-1;
   ind := ind+A[k]*B[k]
od
{ ind = (Σi: 0≤i<N: A[i]*B[i])}
```

c)
```
{N >0}
ei,k := true,N;
{inv: ei ≡ (∀i: k≤i<N: A[i] = B[N-i-1]) ∧ 0≤k≤N} {cota: k}
do (k≠N) →
   k:=k-1;
   if (A[k] ≠ B[N-k-1]) → ei := false;
   [] (A[k] = B[N-k-1]) → skip
   fi
od
{ ei ≡ (∀i: 0≤i<N: A[i] = B[N-i-1])}
```

2) Pruebe que los siguientes programas son correctos:

a)
```
{N >0}
pal,k := true,0;
{inv: pal ≡ (∀i: 0≤i<k: S[i] = S[N-i-1]) ∧ 0≤k≤N} {cota: N-k}
do (k≠N) ∧ pal→
   pal,k := (S[k] = S[N-k-1]), k+1
od
{pal ≡ (∀i: 0≤i<N: S[i] = S[N-i-1])}
```

b)
```
{N >0}
sum,k := 0,0;
{inv: sum = (Σi: 0≤i<k: V[i]*V[i]) ∧ 0≤k≤N} {cota: N-k}
do (k≠N) →
   sum,k := sum+V[k]*V[k], k+1
```

```
    od
    {sum = (Σi: 0≤i<N: V[i]*V[i])}

c) {P > 1}
    ep,k := true,2;
    {inv: ep ≡ (∀i: 2≤i<k: P mod i ≠ 0) ∧ 0≤k≤P} {cota: P-k}
    do (k≠P) ∧ ep →
       ep,k := (P mod k ≠ 0), k+1
    od
    {ep ≡ (∀i: 2≤i<P: P mod i ≠ 0)}
```

3) Determinar un algoritmo para resolver cada uno de los siguientes problemas y demuestre formalmente la correctitud de los mismos.:

a) Dado una secuencia de caracteres de tamaño N, diga cuantas veces aparece cada una de las vocales.
b) Dada una secuencia de enteros, calcular el total de números positivos.
c) Dado un vector V, calcular su norma $\sqrt{v_1^2 + \ldots + v_n^2}$. Puede asumir que existe la función "sqrt(x)" que calcula el valor de la raiz cuadrada de un número x.
d) Calcular el índice académico de un trimestre. Suponga que en un arreglo de enteros de tamaño N se almacena la nota obtenida en cada materia y en otro arreglo se almacena el número de créditos correspondientes a esas materia. N representa el número de materias inscritas en el trimestre.
e) Dada un arreglo de enteros de tamaño N, y dos enteros p y q, calcular la suma de los elementos del arreglo que están en el segmento [p,q).
f) Decidir si una palabra es palíndrome, es decir, si al invertirla se obtiene la misma palabra.
g) Verificar si dos vectores son linealmente independientes.
h) Verificar si un número es primo.

4) Suponga que se han probado las siguientes propiedades:
   – $(\forall i: i \geq 0: i^2 \bmod 4 = 0 \vee i^2 \bmod 4 = 1)$
   – $(\forall i: i \geq 0: (i^2 \bmod 4 \neq 1 \wedge i^4 \bmod 4 = 1) \equiv \text{false})$

Para una postcondición Q se define wp(if i mod 4 ≠ 1 → i:=i*i fi).Q≡(i mod 4 ≠ 1) ∧ (i mod 4 ≠ 1 ⇒ Q(i:=i*i)).

Dada la siguiente recurrencia:

$H_0 \equiv (i \bmod 4 = 1)$

$H_k \equiv H_0 \vee wp(\text{if } i \bmod 4 \neq 1 \rightarrow i:=i*i \text{ fi}).H_{k-1}$, para k>0

a) Calcule los predicados H_1 y H_2.
b) Usando las propiedades enunciadas, demuestre que $H_1 \equiv H_2$ y describa una fórmula cerrada para H_k con k > 0.
c) Demuestre que $(\exists k|\ k \geq 0 : H_k) \equiv H_1$