

# 제어시스템설계

## Final Project

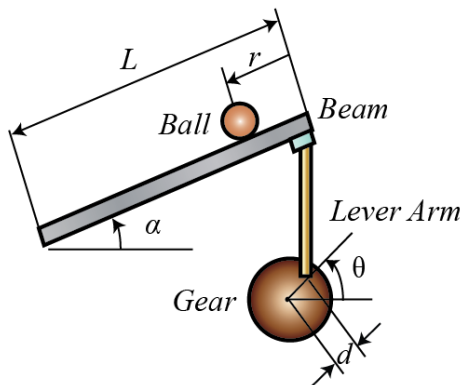


제출일	20.12.18
2016124058 김용성	
2016124103 박상준	
2016124145 양해찬	

# 서론

## 1. 주제 선정 동기

제어시스템의 기본적인 시스템인 ball on beam 제어시스템은 현재 학습하는 제어시스템 설계 과목에 적합한 주제라고 생각되었고 배운 것을 활용하기에 적당한 난이도라고 생각되어 선정하게 project 주제로 선정함. 또한 ball on beam system은 PID 컨트롤을 통해 output을 컨트롤하기에 적합한 예제이다. 직접 matlab으로 시스템을 구현해보고 PID parameter들을 조절해 봄으로써 각 parameter들이 어떻게 기존 시스템에 영향을 주는지 탐구할 수 있다.



## 2. 설계 대상

Ball on beam 시스템은 상하 왕복 운동을 하는 beam 위에 ball이 올려져 있고, ball이 beam의 기울어짐에 따라 beam의 위를 구르게 되는데 이에 따라 ball의 위치를 feedback 해주는 Closed loop system이다.

## 3. 설계 목표

- A. Beam을 회전시키는 gear의 회전 각도를 제어한다. ball의 위치가 system의 출력이며 입력은 gear의 회전각이다.
- B. 안정적으로 이 Ball on beam 시스템을 제어하는데 중요하다고 생각하는 요소는 %OS, settling time 이므로 Overshoot 5%이내로 설계할 것, settling time은 2.5초이내가 되게 할 것.

## 4. Physical setup

위 그림과 같이 ball은 beam위에 위치하며 beam을 따라 1degree씩 자유롭게 roll한다. beam의 기울기를 조절해주는 Lever arm은 beam의 한쪽 끝과 서보기어의 한쪽 끝과 연결된다. 서보기어가  $\theta$  각도 만큼 회전하면 레버가 빔의 각도를 변경하는 구조이다. 수평위치에서 각도가 변경되면 중력으로 인해 공이 빔을 따라 굴러가게 되므로 공의 위치를 gear의 각도로 control할 수 있는 시스템을 설계할 수 있다.

## 5. System parameters

아래의 매개변수들은 기본적인 ball on beam의 physical parameter이다.

(m)	mass of the ball	0.1 kg
(R)	radius of the ball	0.01 m
(d)	lever arm offset	0.0254 m
(g)	gravitational acceleration	9.8 m/s <sup>2</sup>
(L)	length of the beam	0.4318 m
(J)	ball's moment of inertia	9.99e <sup>-6</sup> kg.m <sup>2</sup>

## 6. 업무분담

김용성 : 전달함수 계산, 방정식, 변수 유도

양해찬 : 코드설계, 그래프출력, report 서술

박상준 : 요구되는 값을 만족하는 파라미터 유도, 제어기 설계

## 본론

### 1. 수학적 모델링

볼에 대한 운동방정식은  $(\frac{J}{R^2} + M)\ddot{x}(t) = -Mg\alpha(t)$  가 된다.

beam의 각과 원판의 각 사이에는 다음과 같은 근사식이 성립한다.  $\alpha(t) = \frac{d}{L}\theta(t)$

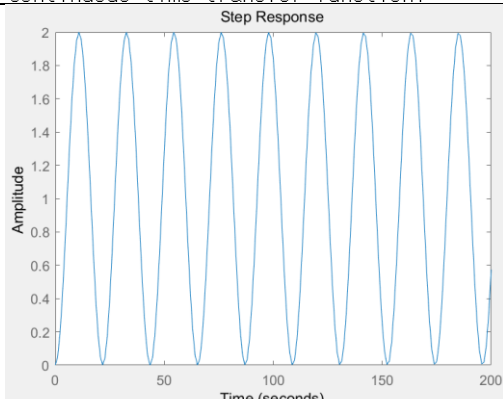
이를 Laplace transform 하면  $(\frac{J}{R^2} + M)X(S)S^2 = -Mg\frac{d}{L}\theta(S)$

따라서 원판의 각과 ball의 위치 사이의 transfer function은

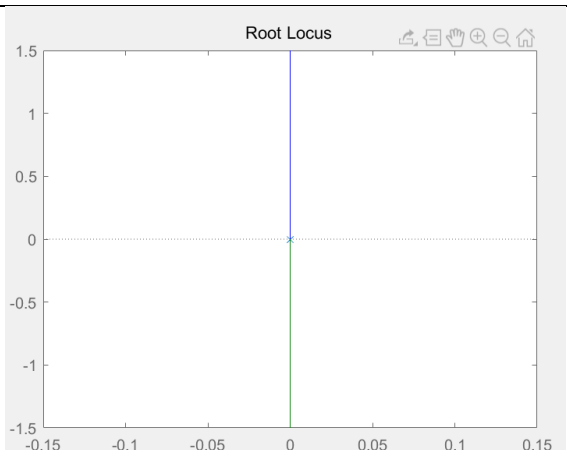
$$\frac{X(S)}{\theta(S)} = -\frac{Mgd}{L(\frac{J}{R^2} + M)} \frac{1}{S^2}$$

이다.

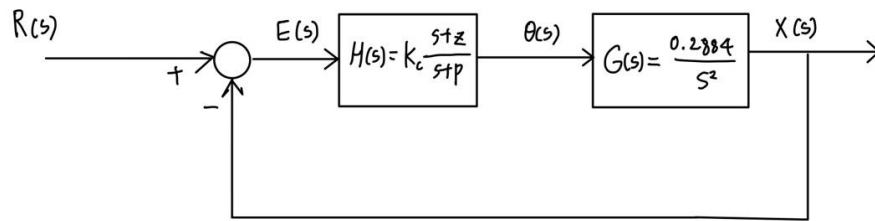
## 2. 제어기 설계

스텝 입력에 대한 ball의 위치 응답	
<pre>&gt;&gt; ball  sys =      0.2884     -----     s^2  Continuous-time transfer function.</pre>	<pre>M=0.1; R=0.01; d=0.0254; g=-9.8; L=0.4318; J=9.99e-6; num = -M*g*d / (L*(J/R^2 + M)); den =[1 0 0]; sys = tf(num, den) loop =feedback(sys, 1);</pre>
	<pre>num = 0.2884; %전달함수의 분자의 계수 den =[1 0 0]; sys = tf(num, den) GT=feedback(num*sys,1) step(GT,200)</pre>

스텝 입력에 대해 undamped 하는 것을 볼 수 있다. 따라서 어떤 종류의 제어기가 필요함을 알 수 있다.

근궤적을 이용한 위치제어	
	<pre>num = 0.2884; %전달함수의 분자의 계수 den =[1 0 0]; %전달함수의 분모의 계수 g = tf(num, den); rlocus(g); axis('개루프 시스템의 근궤적');</pre>

그림에서 보는 바와 같이 원점에 두 개의 극점을 가지고 있으며, 허수축을 따라 무한히 변화하는 불안정한 시스템을 보여주고 있다. 따라서 극점과 영점을 갖는 진상 제어기를 추가하여 근의 궤적을 원하는 영역으로 이동시켜야 한다.



전달함수:  $H(s) = K_c \frac{s+z}{s+p}$

오버슈트 P.O는 5이므로 감쇠비는 0.69이다

또한 settling time은 3이므로 고유 주파수는 1.93 이다

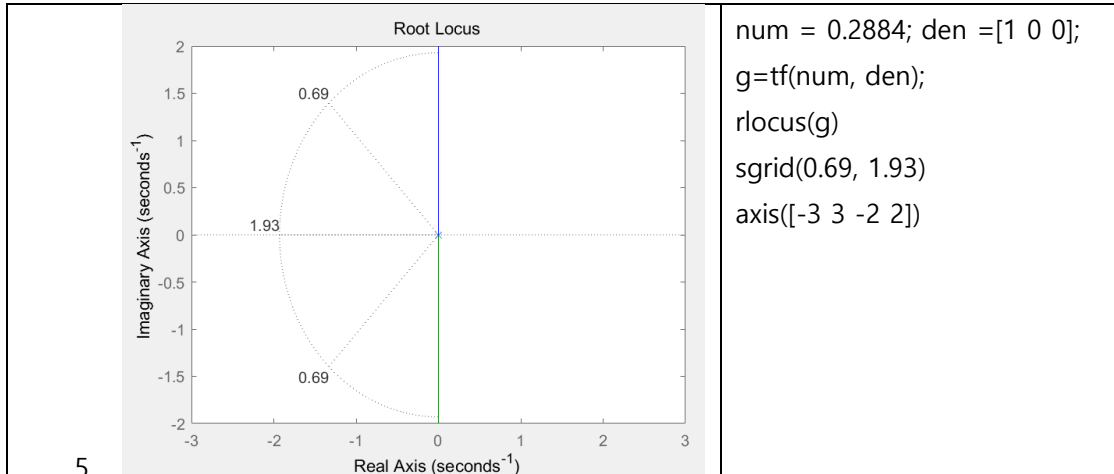
따라서  $p=-5.17$ ,  $z=-1.22$   $K_c=45.45$

### 3. MATLAB을 활용한 설계 검증 및 시뮬레이션

진상 제어를 포함한 개루프 시스템에 대한 근궤적	
	<pre> num = 0.2884; den = [1 0 0]; g = tf(num, den); Kc = 45.45; z=1.22; p=5.17; numh=Kc * [1 z]; denh = [1 p]; h=tf(numh, denh); n = series(h,g); rlocus(n) </pre>
진상 제어를 포함한 단위피드백 시스템의 시스템 응답	
	<pre> num = 0.2884; den = [1 0 0]; g = tf(num, den); Kc = 45.45; z=1.22; p=5.17; numh=Kc * [1 z]; denh = [1 p]; h=tf(numh, denh); n = series(h,g); m = feedback(n,1); t = [0 : 0.01 : 5]; step(m, t), grid </pre>

오버슈트와 settling time이 설계 사양을 만족하지 않는다. 따라서 설계 사양을 만족하는 파라미터를 구해야한다.

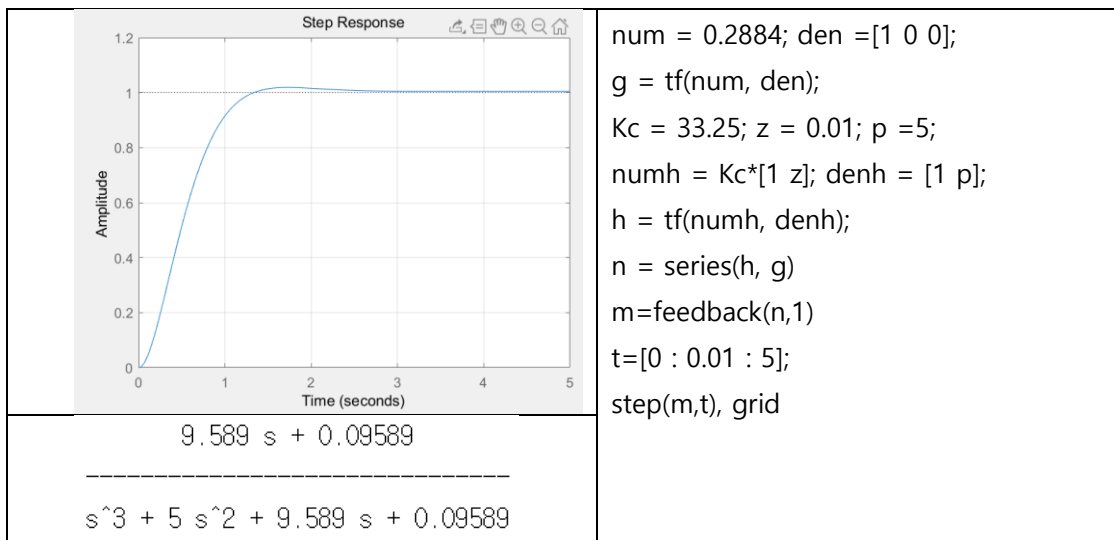
### 4. 설계 결과 분석 및 튜닝



고유주파수와 감쇠비를 이용하여 시스템의 근의 궤적을 이동시키기 위하여 위와 같이 실행하면 설계 기준 영역이 만들어진다. 위의 그림에서 보는 바와 같이 5% 이내의 오버슈트를 만족하는 영역인 두 개의 대각선 사이와 3초 이내의 settling time을 만족하는 곡선의 외부영역들의 공통부분이 설계기준을 만족하는 근궤적 영역이 된다.

## 결론

### 1. 설계 결과 분석 및 토의



위와 같이 실행하면 진상 제어를 갖는 단위 피드백 시스템의 전달함수가 구해지고, 페루프 시스템의 스텝 응답을 얻을 수 있다. 설계된 제어기는 시스템의 settling time과 오버슈트를 만족하며 볼의 위치를 잘 제어함을 알 수 있다.

제어 시스템에서 배운 피드백 시스템 개념과 전달함수, 시스템 응답 등등을 해당 시스템 (ball on beam)에 대한 수학적, 물리적 모델에 응용하여 초기 설계목표에 맞는 feedback closed-loop system을 설계하고 검증, 분석하였다. 먼저 해당 parameters를 이용하여 ball의

위치 응답을 출력하는 loop를 설계하고 step 입력에 의한 ball의 위치를 확인해 보았다. Ball의 위치는 step 입력에 의해 undamped하는 것을 확인할 수 있었고, 이 상황에서 제어시스템의 필요성을 인지하였다. 그 후 전달함수  $H(s)$ 를 가지는 진상 제어를 추가하고, 단위 피드백 시스템을 만들었다. 이 시스템에 대한 step 입력의 응답을 살펴보았는데 undamped되는 상황이 해결되는 것을 볼 수 있었다. 하지만 설계 사양에 있어 오버슈트와 settling time이 만족되지 않았다. 그래서 마지막으로 고유 주파수와 감쇠비를 사용하여 설계사양에 맞게 수정을 함으로써 설계 목표에 맞는 system을 설계할 수 있었다.

## 2. 향후 과제

여러가지 입력을 포함한 좀 더 random한 입력에서 더 뛰어난 성능을 가진 CL시스템을 설계해볼 수 있을 것이다. 여러가지 performance 요소들을 원하는 조건에 맞추어 더 안정적인 closed-loop system을 구현해보고 싶다. 나아가 프로그램으로 구현이 아닌 실제 설계를 위한 소자들이나 물리적인 계를 사용하여 이 ball on beam system을 실제로 구현을 하고싶다.