[2D151580]Điểm A và B nằm trên đồ thị hàm số $y = 4x^2 + 7x - 1$. Biết rằng gốc tọa độ O là trung điểm của AB. Tính độ dài của đoạn thẳng AB.

(A) $AB = 5 + \sqrt{2}$. (B) $AB = 5\sqrt{2}$. (C) $AB = 5 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $AB = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Gọi $A(a; 4a^2 + 7a - 1)$ với $a > 0$, khi đó $B(-a; -4a^2 - 7a + 1)$.
Do B nằm trên đồ thị hàm số đã cho, nên ta có

$$4a^2 - 7a - 1 = -4a^2 - 7a + 1 \Leftrightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $A\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{7}{2}\right)$, do đó $AB = 2OA = 5\sqrt{2}$.

[2D151581]Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Gọi A và B là hai điểm thay đổi trên đồ thị sao cho tiếp tuyến của đồ thị tại A và B song song với nhau. Biết rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định. Tọa độ điểm đó là

A $(1;1)$. B $(1;-1)$. C $(-1;-1)$. D $(-1;1)$.

Lời giải

Ta có $A\left(a;1+\dfrac{2}{a-1}\right)$; $B\left(b;1+\dfrac{2}{b-1}\right)$ thuộc đồ thị hàm số.

$y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$

Vì tiếp tuyến của đồ thị tại A và B song song với nhau

$\Rightarrow \dfrac{-2}{(a-1)^2}=\dfrac{-2}{(b-1)^2}\Leftrightarrow (a-1)^2=(b-1)^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a-1=b-1\\a-1=1-b\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=b\\b=2-a.\end{array}\right.$

Vì A khác B nên $b=2-a$.

Suy ra $B\left(2-a;1-\dfrac{2}{a-1}\right)$; $A\left(a;1+\dfrac{2}{a-1}\right)$.

Trung điểm I của AB có tọa độ $I\left(\dfrac{a+2-a}{2};\dfrac{1+\dfrac{2}{a-1}+1-\dfrac{2}{a-1}}{2}\right)=(1;1)$.

[2D151582]Gọi $M(a;b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x}$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $d\colon y=2x+6$ nhỏ nhất. Tính $(4a+5)^2+(2b-7)^2$.

Ⓐ 162. Ⓑ 2. **C** 18. Ⓓ 0.

Lời giải

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x}$.

Ta có $\mathrm{d}(M;d)\ge 0$, $\forall M \Rightarrow \mathrm{d}(M;d)=0$ khi $M\in d$, mà $M\in(C)\Rightarrow M=d\cap(C)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d là

$$\frac{x-2}{x}=2x+6\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2+5x+2=0\\ x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=-\dfrac{1}{2}.\end{array}\right.$$

Suy ra đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $M_1(-2;2)$, $M_2\left(-\dfrac{1}{2};5\right)$.

- Với $M(-2;2)\Rightarrow a=-2$, $b=2\Rightarrow(4a+5)^2+(2b-7)^2=18$.
- Với $M\left(-\dfrac{1}{2};5\right)\Rightarrow a=-\dfrac{1}{2}$, $b=5\Rightarrow(4a+5)^2+(2b-7)^2=18$.

[2D151583]Gọi M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$, sao cho tổng khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đạt giá trị nhỏ nhất. Tọa độ điểm M là

A $(4;3)$. Ⓑ $(0;-1)$. Ⓒ $(1;-3)$. Ⓓ $(3;5)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ có đường tiệm cận đứng $x=2$, đường tiệm cận ngang $y=1$.

Gọi $M(a;\dfrac{a+2}{a-2}), a>0$ thuộc đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ M đến đường tiệm cận đứng là $|a-2|$.

Khoảng cách từ M đến đường tiệm cận ngang là $\left|\dfrac{a+2}{a-2}-1\right|=\left|\dfrac{4}{a-2}\right|$.

Tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận $|a-2|+\left|\dfrac{4}{a-2}\right|\geq 2\sqrt{|a-2|\times\left|\dfrac{4}{a-2}\right|}=4$.

Đẳng thức xảy ra khi $|a-2|=\left|\dfrac{4}{a-2}\right|\Leftrightarrow (a-2)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&a-2=2\\&a-2=-2\end{aligned}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&a=4(\text{thỏa})\\&a=0(\text{loại}).\end{aligned}\right.$

Vậy $M(4;3)$.

[2D151584]Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Xét tam giác IAB là tam giác cân tại I và có hai đỉnh $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ thuộc đồ thị (C) sao cho $y_A-y_B=2(x_A-x_B)$. Đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. 6. **D** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Do I là giao của hai đường tiệm cận nên $I(1;1)$.

Ta có $(C)\colon y=\dfrac{x+1}{x-1}=1+\dfrac{2}{x-1}$.

Do $A,B\in(C)\Rightarrow y_A=1+\dfrac{2}{x_A-1}$; $y_B=1+\dfrac{2}{x_B-1}$.

Theo giả thiết

$$\begin{aligned}
y_A-y_B=2(x_A-x_B) &\Leftrightarrow 1+\frac{2}{x_A-1}-1-\frac{2}{x_B-1}=2(x_A-x_B)\\
&\Leftrightarrow \frac{2}{x_A-1}-\frac{2}{x_B-1}=2(x_A-x_B)\\
&\Leftrightarrow (x_A-1)(x_B-1)=-1\\
&\Leftrightarrow x_A\cdot x_B-(x_A+x_B)+1=-1\\
&\Leftrightarrow x_Ax_B-(x_A+x_B)+2=0. \qquad (1)
\end{aligned}$$

Mặt khác $\overrightarrow{IA}=\left(x_A-1;\dfrac{2}{x_A-1}\right)$; $\overrightarrow{IB}=\left(x_B-1;\dfrac{2}{x_B-1}\right)$.

Do $\triangle IAB$ cân tại I nên $IA=IB$ hay

$$\begin{aligned}
IA^2=IB^2 &\Leftrightarrow (x_A-1)^2+\frac{4}{(x_A-1)^2}=(x_B-1)^2+\frac{4}{(x_B-1)^2}\\
&\Leftrightarrow (x_A-1)^2-(x_B-1)^2+\frac{4}{(x_A-1)^2}-\frac{4}{(x_B-1)^2}=0\\
&\Leftrightarrow \left[(x_A-1)^2-(x_B-1)^2\right]\left[1-\frac{4}{(x_A-1)^2(x_B-1)^2}\right]=0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x_A-1)^2=(x_B-1)^2\\ \dfrac{4}{(x_A-1)^2(x_B-1)^2}=1\end{array}\right.\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_A+x_B=2\\ x_A=x_B\ \text{(Loại)}\\ (x_A-1)(x_B-1)=\pm2\ \text{(Loại)}\end{array}\right.\\
&\Leftrightarrow x_A+x_B=2.
\end{aligned}$$

Từ (1) suy ra $x_A\cdot x_B=0$.

Khi đó $\begin{cases}x_A+x_B=2\\ x_A\cdot x_B=0\end{cases}\Rightarrow x_A=0; x_B=2\Rightarrow A(0;-1)$ và $B(2;3)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;4)\Rightarrow AB=2\sqrt{5}$.

[2D151585]Cho hàm số $y=(m+1)x^3-(2m+1)x-m+1$ có đồ thị (C_m) luôn đi qua ba điểm cố định A, B, C thẳng hàng. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-10;10]$ để (C_m) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng chứa ba điểm A, B, C?

A 19. B 1. C 20. D 10.

Lời giải

Đồ thị (C_m) luôn đi qua điểm cố định khi và chỉ khi phương trình sau luôn có vô số nghiệm với mọi giá trị của m

$$\begin{aligned} & y=(m+1)x^3-(2m+1)x-m+1, \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow\ & m(x^3-2x-1)+x^3-x+1-y=0, \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} x^3-2x-1=0 \\ x^3-x+1-y=0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} x-y+2=0 \\ (x+1)(x^2-x-1)=0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \\ y=x+2. \end{cases} \end{aligned}$$

Như vậy đồ thị (C_m) luôn đi qua ba điểm cố định A, B, C và ba điểm này cùng nằm trên đường thẳng $d\colon y=x+2$.
Ta có $y'=3(m+1)x^2-2m-1$.
Rõ ràng, nếu $m=-1$ thì đồ thị (C_m) là đường thẳng $y=x+2$, không có tiếp tuyến, vậy để đồ thị (C_m) có tiếp tuyến thì $m\neq -1$.
Gọi $(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Để đồ thị (C_m) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d thì phương trình $y'(x_0)=-1$ phải có nghiệm.
Ta lại có

$$y'(x_0)=-1 \Leftrightarrow 3(m+1)x_0^2-2m-1=-1 \Leftrightarrow x_0^2=\frac{2m}{3(m+1)}. \qquad (*)$$

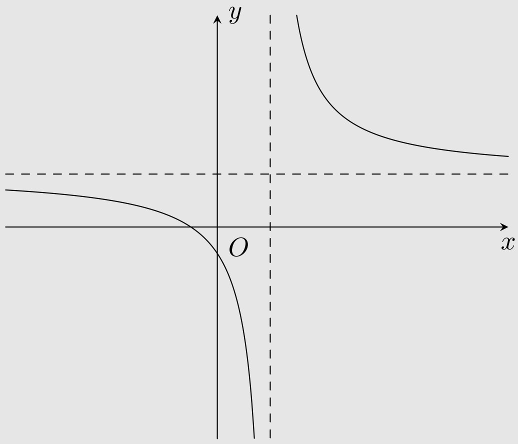
Phương trình $(*)$ có nghiệm khi và chỉ khi

$$\frac{2m}{3(m+1)}\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m\geq 0. \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện m là số nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ ta được $m \in \{-10;-9;-8;\ldots;-2;0;1;2;\ldots;10\}$.

[2D151586]

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $bd < 0, ad > 0$.

B $ab < 0, cd < 0$.

C $bc > 0, ad < 0$.

D $ac > 0, bd > 0$.

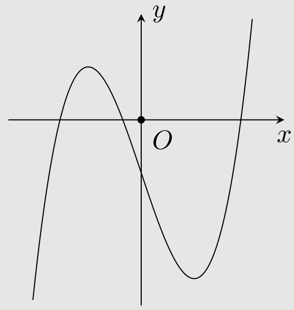
Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$, tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$, cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $-\dfrac{b}{a}$, cắt trục Oy tại điểm có tung độ $\dfrac{b}{d}$. Từ hình dáng đồ thị ta có

$$\begin{cases} -\dfrac{d}{c} > 0 \\ \dfrac{a}{c} > 0 \\ -\dfrac{b}{a} < 0 \\ \dfrac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} cd < 0 \\ ac > 0 \\ ab > 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0. \end{cases}$$

[2D151587]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = -x^4 + x^2 - 1$.
(B) $y = x^4 - 3x^2 - 1$.
(C) $y = -x^3 - 3x - 1$.
(D) $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Đường cong trên hình là đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$ nên chỉ có $y = x^3 - 3x - 1$ là đúng.

[2D151588]Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ là

A. Đường thẳng $x = 2$.

B. Đường thẳng $x = -1$.

C. Trục hoành.

D. Trục tung.

Lời giải

Hàm số đã cho là hàm chẵn nên đồ thị hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng.

[2D151589]Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ bên

A $y = x^3 - 3x + 2$.

B $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

C $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

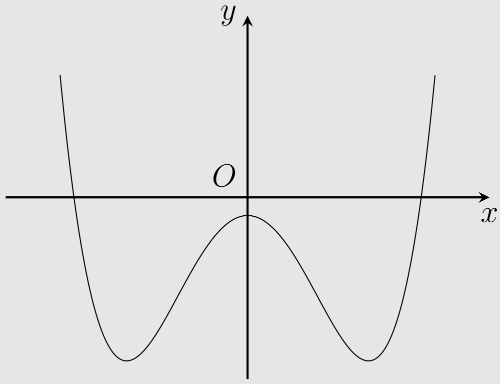
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Lời giải

Từ bảng biến thiên $x = 0 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow y = -x^3 + 3x^2 - 2$ là hàm số cần tìm.

[2D151590]

Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



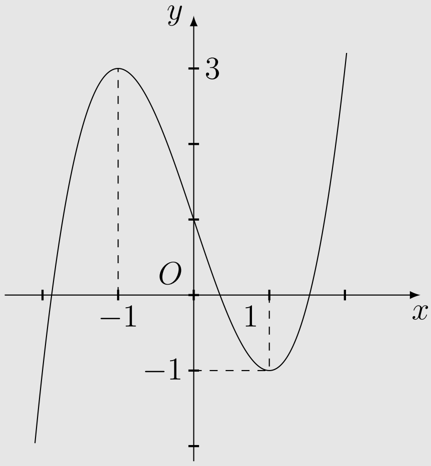
A $y=-x^4+8x^2-2$. **B** $y=x^4-8x^2-2$.

C $y=x^3-3x^2-2$. **D** $y=-x^3+3x^2-2$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty \\ \text{Hàm số } y \text{ có 3 cực trị} \end{cases}$ $\Rightarrow$ hàm số cần tìm $y=x^4-8x^2-2$.

[2D151591]Đồ thị như hình bên là của hàm số nào?



A $y=-x^3+3x^2+1$. **B** $y=x^3-3x+1$.

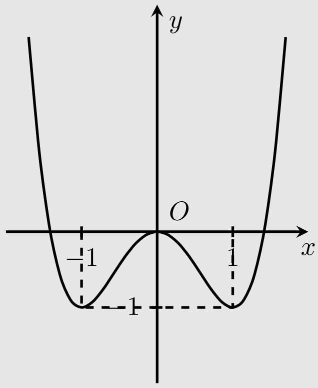
C $y=-x^3-3x^2-1$. **D** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hệ số $a>0$ và đồ thị qua điểm $(1,-1)$.

[2D151592]

Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = -x^4 + 2x^2$.

B $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

C $y = x^4 + 2x^2$.

D $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, suy ra $a > 0$; đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ và điểm $(1; -1)$ nên chọn hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

[2D151593]Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình dưới:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = 2x^3 + 6x^2 + 1$.

C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

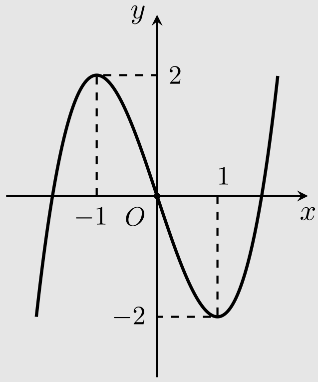
D. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Nhận thấy $y(-2) = -3$ nên chỉ có hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ thoả mãn.

[2D151594]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê trong bốn phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A $y = x^3 - 3x$.

B $y = -x^3 + 3x$.

C $y = x^4 - 2x^2$.

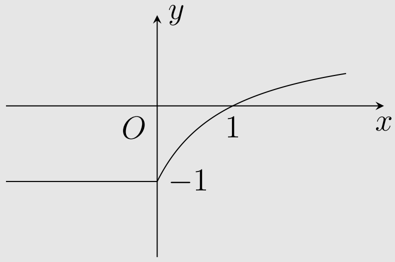
D $y = x^3 - x^2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$ nên loại đáp án $y = -x^3 + 3x$ và $y = x^4 - 2x^2$.

Từ đồ thị, ta có $y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$. Vậy ta chọn đáp án $y = x^3 - 3x$.

[2D151595]
Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?



A $y = \dfrac{x-1}{|x|+1}$.

B $y = \dfrac{x-1}{|x+1|}$.

C $y = \dfrac{x}{|x|+1}$.

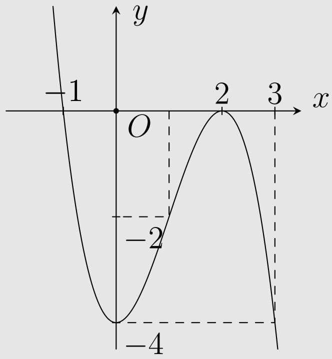
D $y = \dfrac{-x-1}{|x|+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ và hàm số bằng -1 với $x \leq 0$ nên chỉ có hàm số $y = \dfrac{x-1}{|x|+1}$ thoả mãn.

[2D151596]

Đồ thị hình bên là của hàm số nào dưới đây?



A $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

B $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

C $y = x^3 - 3x - 4$.

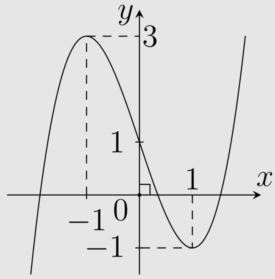
D $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

Lời giải

Đồ thị đi qua các điểm $(0; -4)$, $(1; -2)$, $(2; 0)$. Hàm số có hai cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$.

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ có $y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

[2D151597]
Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A $y = -x^3 - 3x + 1$.
B $y = -x^3 + 3x + 1$.
C $y = x^3 + 3x + 1$.
D $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

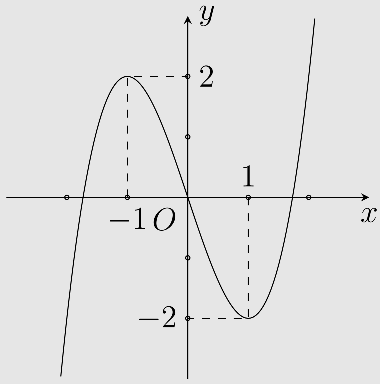
Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm bậc ba, có hệ số $a > 0$ và có hai điểm cực trị.

- Xét $y = x^3 + 3x + 1$, ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ với mọi $x \Rightarrow$ hàm số không có cực trị.
- Xét $y = x^3 - 3x + 1$, ta có $y' = 3x^2 - 3$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy đồ thị của hình vẽ bên là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

[2D151598]
Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



(A) $y = -x^3 - 3x$.
(B) $y = x^3 + 3x$.
C $y = x^3 - 3x$.
(D) $y = -x^3 + 3x$.

Lời giải

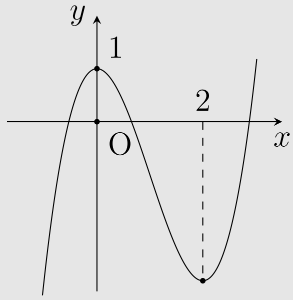
Đồ thị hàm số nhận $x = -1$ và $x = 1$ là các điểm cực trị nên

$$f'(x) = a(x-1)(x+1) = a(x^2-1) \Rightarrow f(x) = \frac{ax^3}{3} - ax + C.$$

Đồ thị hàm số đi qua $O(0;0)$ và điểm $(1;-2)$ nên $\begin{cases} C = 0 \\ -2 = -\dfrac{2a}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 0 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x.$

[2D151599]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. (B) $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

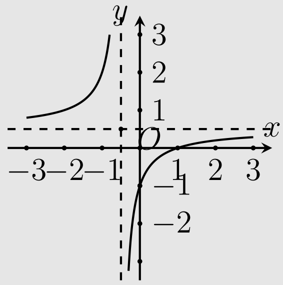
C $y = x^3 - 3x^2 + 1$. (D) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Nhìn hình vẽ ta thấy đồ thị là hàm bậc 3 và hệ số $a > 0$ suy ra $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

[2D151600]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

B $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$.

C $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

D $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$.

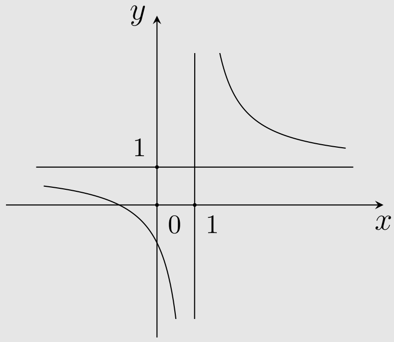
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{1}{2}$ tiệm cận ngang $y = \dfrac{1}{2}$.

Do đó các hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$, $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$, $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ không thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

[2D151601]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

(B) $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

(C) $y = x^3 - 3x + 2$.

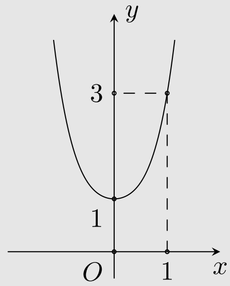
D $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm phân thức có dạng $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, hơn nữa, đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 1$ nên đó là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

[2D151602]

Đồ thị được biểu diễn như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = 3x^3 + 1$.

B $y = x^2 + 1$.

C $y = x^4 + x^2 + 1$.

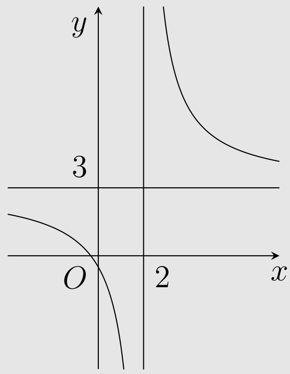
D $y = x^4 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Do đồ thị hàm số qua điểm $(1; 3)$, nên chỉ có đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ thỏa mãn.

[2D151603]

Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A $y' > 0,\ \forall x \neq 2$.

B $y' > 0,\ \forall x \neq 3$.

C $y' < 0,\ \forall x \neq 2$.

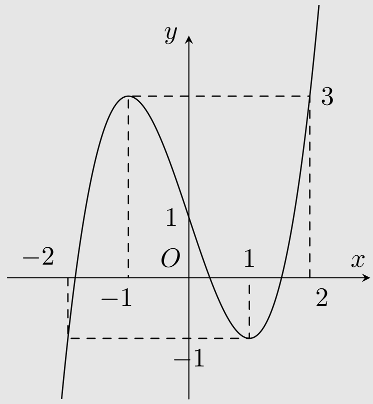
D $y' < 0,\ \forall x \neq 3$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$ và hàm số giảm trên từng khoảng xác định nên $y' < 0,\ \forall x \neq 2$.

[2D151604]

Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây có đồ thị như hình bên?



(A) $y = x^3 - 3x - 1$.

(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C $y = x^3 - 3x + 1$.

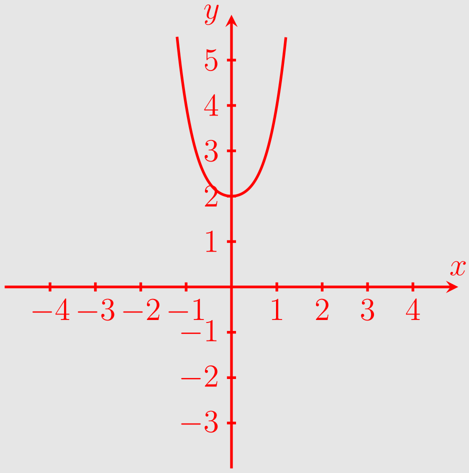
(D) $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

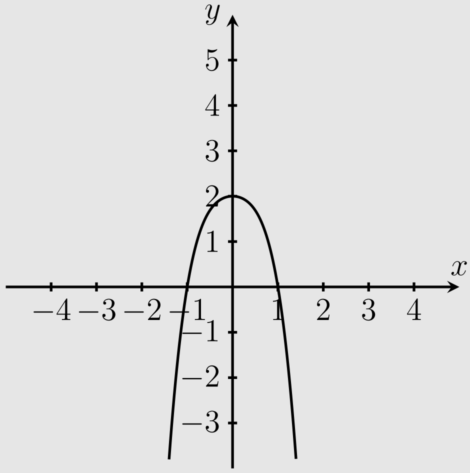
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hệ số $a > 0$.

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 1)$ nên hệ số $c = 1$.

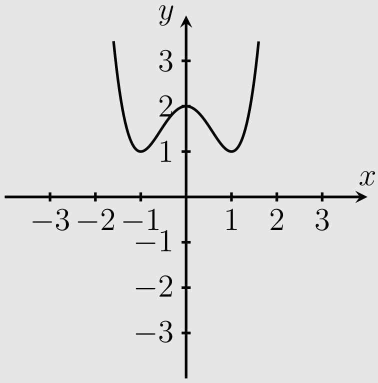
[2D151605]Đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 + 2$ có dạng

A 

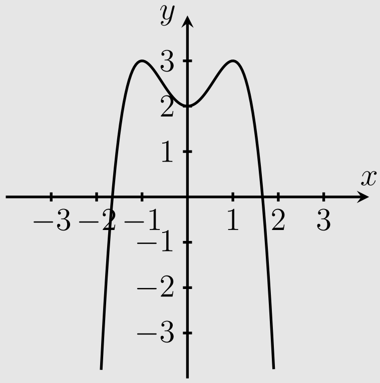
.

B 

.

C 

.

D 

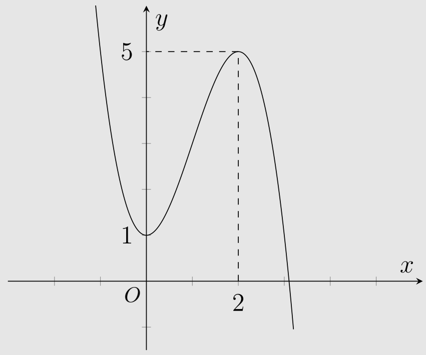
.

Lời giải

Hàm số $y = x^4 + x^2 + 2$ có hệ số $a = 1 > 0$, $b = 1 > 0$ nên đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu.

[2D151606]

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

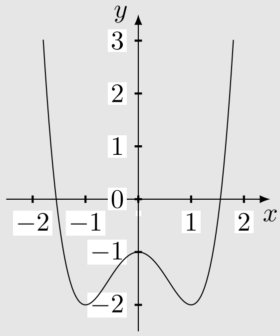
Lời giải

Quan sát hình và các đáp án ta thấy hàm số cần tìm có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa

- Hệ số $a < 0$.
- Tại $x = 0$ thì $y = 1$.
- Tại $x = 2$ thì $y = 5$.

Do đó chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ thỏa.

[2D151607]
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

B $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

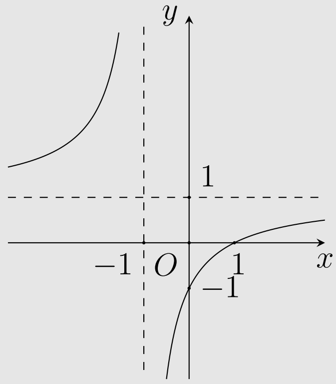
D $y = -x^3 + 4x^2 + 1$.

Lời giải

Hình vẽ cho thấy đồ thị của hàm $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$, loại 2 hàm bậc 3.
Bề lõm quay lên nên $a > 0$. Vậy đáp án $y = x^4 - 2x^2 - 1$ đúng.

[2D151608]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

B $y = x - 1$.

C $y = x^2 + 2$.

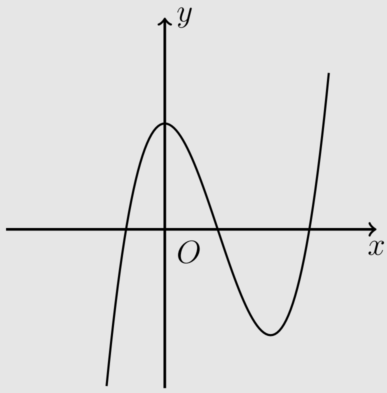
D $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên đáp án đúng là $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

[2D151609]

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm dưới đây?



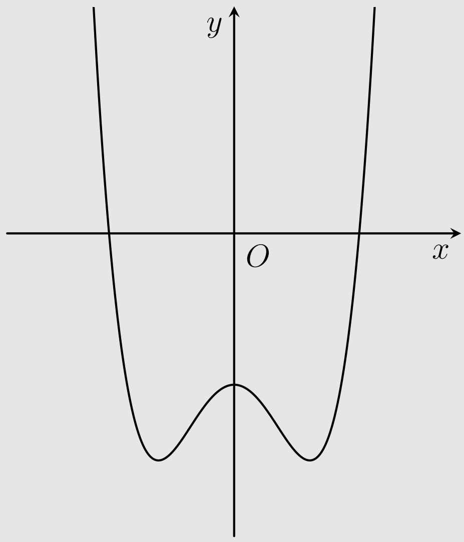
(A) $y = x^3 - 3x + 2$.
(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.
(C) $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.
D $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Do $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên đồ thị là hàm số bậc 3 với hệ số bậc ba dương. Đồng thời hàm số đạt cực đại tại $x_1 = 0$ và cực tiểu tại $x_2 > 0$ suy ra $y = x^3 - 3x^2 + 2$ thỏa mãn.

[2D151610]

Đường cong như hình bên là đồ thị của một trong các hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



A $y = x^4 + x^2$.

B $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

C $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

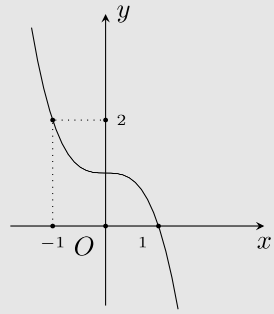
D $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra $\begin{cases} a > 0 \\ y' = 0 \text{ có 3 nghiệm.} \end{cases}$

[2D151611]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = -x^3 + 1$. **B** $y = -4x^3 + 1$.

C $y = 3x^2 + 1$. **D** $y = -2x^3 + x^2$.

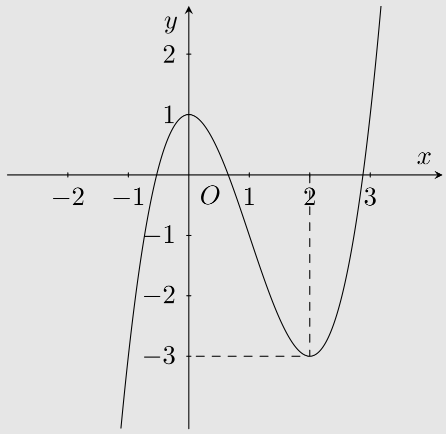
Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy đó là hàm số nghịch biến trên toàn miền xác định nên ta sẽ loại hai đáp án $y = 3x^2 + 1$ và $y = -2x^3 + x^2$.

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 2)$ nên ta chọn đáp án $y = -x^3 + 1$.

[2D151612]

Đồ thị hình bên là của hàm số nào trong các hàm số sau?



(A) $y = -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + 1$.
B $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
(C) $y = x^3 + 3x^2 + 1$.
(D) $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị thì $a > 0$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

[2D151613]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y			2				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

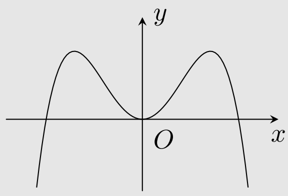
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

[2D151614]Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $f(x) = x^4 - 2x^2$.

(B) $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C $f(x) = -x^4 + 2x^2$.

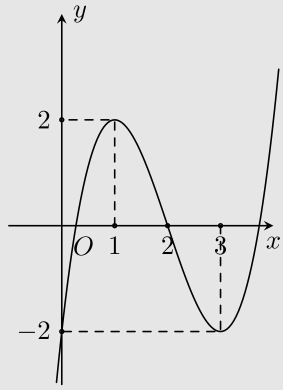
(D) $f(x) = x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với hệ số $a < 0$ nên $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$ hoặc $f(x) = -x^4 + 2x^2$. Đồ thị đi qua gốc tọa độ nên nó là đồ thị của hàm số $f(x) = -x^4 + 2x^2$.

[2D151615]

Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Ⓐ $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 2$.

Ⓑ $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

C $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.

Ⓓ $y = -x^3 + 6x^2 + 9x - 2$.

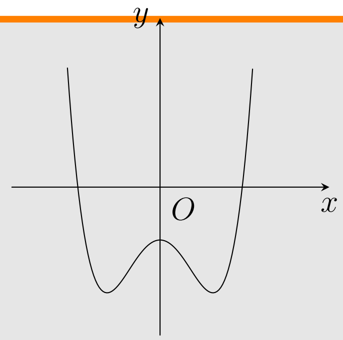
Lời giải

Vì đồ thị đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ nên đáp án đúng là $y = x^3 - 3x^2 - 2$ hoặc $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 2)$ nên chọn đáp án $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.

[2D151616]

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $a < 0; b > 0; c < 0$.

B $a > 0; b > 0; c < 0$.

C $a > 0; b < 0; c < 0$.

D $a > 0; b < 0; c > 0$.

Lời giải

Quan sát đồ thị, ta thấy $\lim\limits_{x \to \infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$.

Mặt khác, đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên b, a khác dấu, kết hợp với $a > 0$ ta được $b < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có hoành độ âm nên $c = y(0) < 0$.

[2D151617]Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) đi qua điểm nào?

A $M(1;3)$. **B** $M(0;-2)$. **C** $M\left(-1;\dfrac{1}{3}\right)$. **D** $M(3;5)$.

Lời giải

- Khi $x = 1 \Rightarrow y = -1$.
- Khi $x = 0 \Rightarrow y = \dfrac{1}{2}$.
- Khi $x = -1 \Rightarrow y = 1$.
- Khi $x = 3 \Rightarrow y = 5$.

Vậy đồ thị (C) đi qua điểm $M(3;5)$.

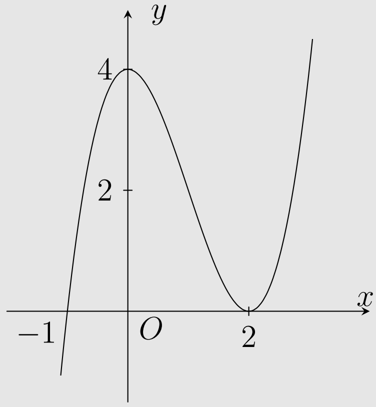
[2D151618]Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?

(A) $y = -x^3 + 3x + 4$.

(B) $y = x^4 - 2x^2 + 4$.

$\boxed{\text{C}}$ $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

(D) $y = -x^4 + 2x^2 + 4$.

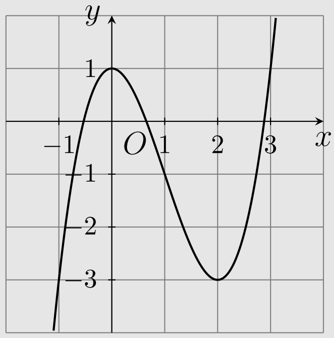


Lời giải

Đây là dạng đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + c$ với hệ số $a > 0$. Nên loại các phương án A, B, D.

[2D151619]

Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong 4 hàm số sau?



(A) $y = -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

(B) $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$.

(C) $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

D $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

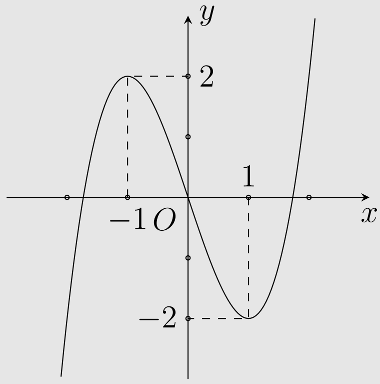
Lời giải

Gọi $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ.

- Do $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$ nên suy ra $a > 0$.
- Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; -3)$, nên hàm số đã cho là $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

[2D151620]

Đồ thị trong hình vẽ bên là đồ thị của của hàm số nào trong các hàm số sau?



A $y = -2x^3 - 6x$.

B $y = -4x^3 + 6x + 2$.

C $y = x^3 - 3x$.

D $y = -x^3 + 3x$.

Lời giải

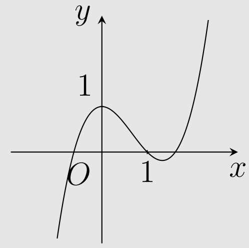
Đồ thị hàm số nhận $x = -1$ và $x = 1$ là các điểm cực trị nên

$$f'(x) = a(x-1)(x+1) = a(x^2-1) \Rightarrow f(x) = \frac{ax^3}{3} - ax + C.$$

Đồ thị hàm số đi qua $O(0;0)$ và điểm $(1;-2)$ nên $\begin{cases} C = 0 \\ -2 = -\dfrac{2a}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 0 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x.$

[2D151621]

Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



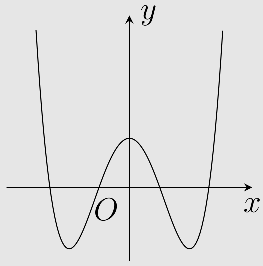
(A) $y = x^4 - x^2 + 1$.
(B) $y = x^3 - x^2 + 2x + 1$.
(C) $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
D $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Hình bên là đồ thị của hàm số bậc 3, hơn nữa đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $x = 1$. Từ đó ta có hàm số cần tìm là $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

[2D151622]

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

B $y = x^2 - 3x + 1$.

C $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

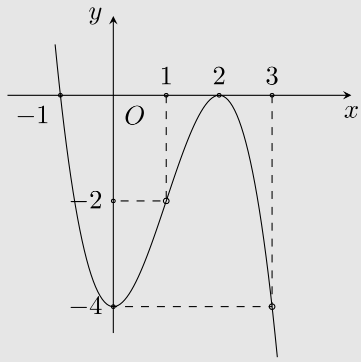
D $y = -x^4 + 3x + 1$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số của x^4 dương. Do đó nó là đồ thị của hàm số hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

[2D151623]

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



(A) $y = x^3 - 3x - 4$.

B $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

(C) $y = x^3 - 3x + 4$.

(D) $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

Lời giải

Từ dáng điệu đồ thị ta có hệ số của x^3 là số âm nên loại các phương án $y = x^3 - 3x - 4$ và $y = x^3 - 3x + 4$.

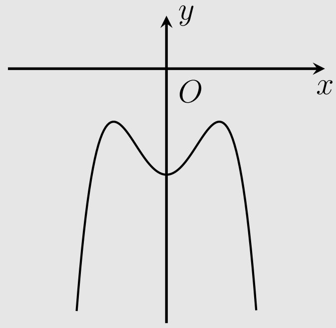
Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$. Do đó phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt là $x = 0$ và $x = 2$.

Xét phương án $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ ta có $y' = -3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0. \end{array}\right.$

Xét phương án $y = -x^3 - 3x^2 - 4$ ta có $y' = -3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0. \end{array}\right.$

[2D151624]

Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



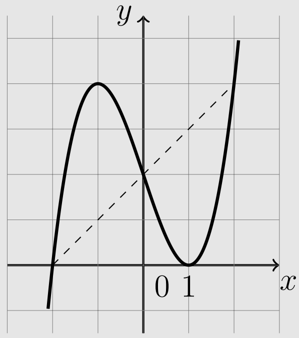
(A) $y = -x^4 - 2x^2 + 2$.
(B) $y = -x^3 + 3x - 2$.
(C) $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.
(D) $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

Lời giải

Nhận thấy đồ thị là của một hàm trùng phương, có hệ số $a < 0$, có ba điểm cực trị và $f(0) < 0$.
Do đó, đây là đồ thị của hàm $y = f(x) = -x^4 + 2x^2 - 2$.

[2D151625]

Hình vẽ bên là đồ thị của một trong các hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



(A) $y = x^3 - x^2 + 2$.

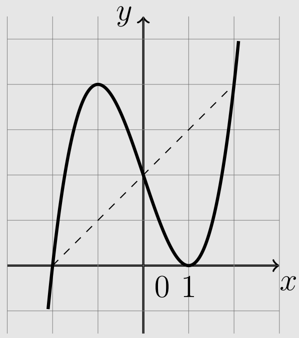
B $y = x^3 - 3x + 2$.

(C) $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

(D) $y = x^3 - x + 2$.

Lời giải

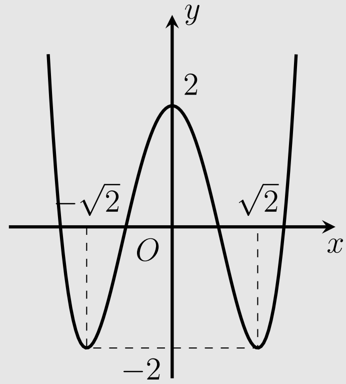
Hàm số có tâm đối xứng là $(0; 2)$ và đi qua điểm $(1; 0)$. Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có $y'' = 6x \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0$. Do đó hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên thỏa mãn điều kiện đề bài.



[2D151626]Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = -x^4 + 4x^2 + 2$. (B) $y = -x^4 - 2x^2 + 2$.

(C) $y = x^4 + 4x^2 + 2$. **D** $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

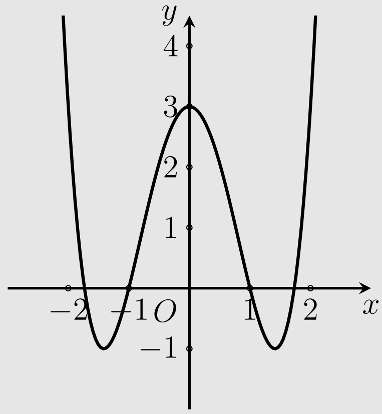


Lời giải

Đồ thị hàm số hướng lên và có 3 điểm cực trị nên hệ số $a > 0$ và $b < 0$.

[2D151627]

Hàm số $y = f(x)$ (có đồ thị như hình vẽ) là hàm số nào trong các hàm số sau



A $y = (x^2+2)^2 - 1$.

B $y = (x^2-2)^2 - 1$.

C $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

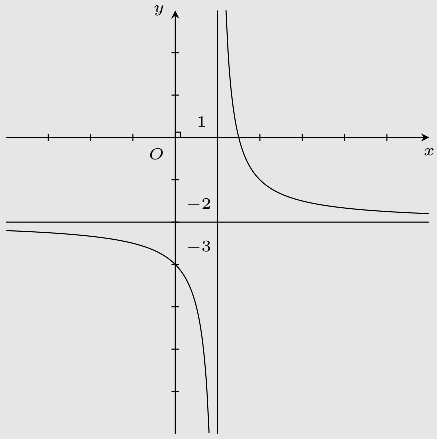
D $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Do đồ thị cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt nên chọn hàm số mà phương trình $y = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $(x^2-2)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2-3)(x^2-1) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

[2D151628]
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$.

B $y = \dfrac{-2x-5}{x-1}$.

C $y = \dfrac{2x-3}{-x-1}$.

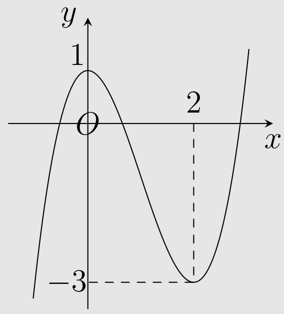
D $y = \dfrac{-2x+3}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và đi qua điểm $(0; -3)$. Suy ra hàm số thỏa mãn là $y = \dfrac{-2x+3}{x-1}$.

[2D151629]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **B** $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D** $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

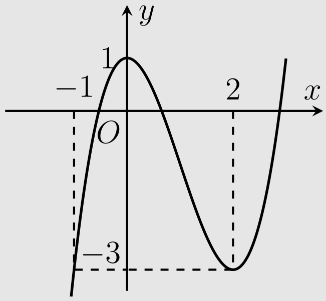
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$ nên loại $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$, điểm cực đại là $x = 0$. Do đó $x = 0$, $x = 2$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$. Nên ta loại $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Vậy đó là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

[2D151630]

Đường cong như hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

(B) $y = x^4 - x^2 + 1$.

(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

D $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Nhận thấy đây là đồ thị của hàm bậc ba có hệ số $a > 0$ nên đồ thị đã cho là của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

[2D151631]

Cho bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1 $\searrow$	$-\infty$	||	$+\infty$ $\searrow$	1

(A) $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$.

(B) $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

(C) $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

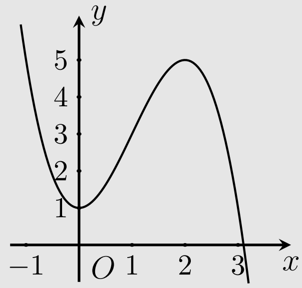
(D) $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nhận đường thẳng các $x=1$, $y=1$ lần lượt tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Mặt khác, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng xác định. Vậy hàm số cần tìm là $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

[2D151632]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

B $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

D $y = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$.

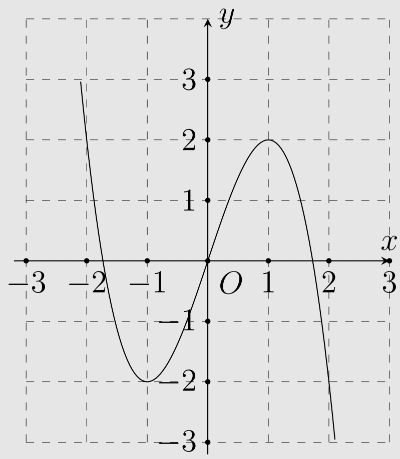
Lời giải

Hình dáng đồ thị suy ra hệ số của x^3 âm, lại có một điểm cực trị có hoành độ dương, một điểm cực trị nằm trên trục tung, từ đó có hệ số của x^2 dương.

[2D151633]Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

Ⓐ $y = x^3 - 3x$. **B** $y = -x^3 + 3x$.

Ⓒ $y = -x^3 - 3x^2$. Ⓓ $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.



Lời giải

Nhìn hình ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1; 2)$ nên trong 4 hàm số trên chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x$ thỏa đề.

[2D151634]

Bảng biến thiên hình bên là của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Các hàm số đã cho đều có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$.

Từ bảng biến thiên, ta suy ra $a > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

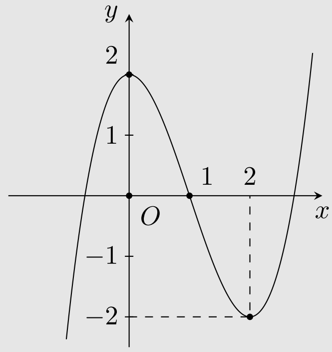
Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ không thỏa mãn vì $a = -1 < 0$.

Các hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ và $y = x^4 + 2x^2 + 3$ không thỏa mãn vì $y' = 0$ chỉ có đúng 1 nghiệm.

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có $a = 1 > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x = -1; x = 0; x = 1$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[2D151635]

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

C $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

D $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

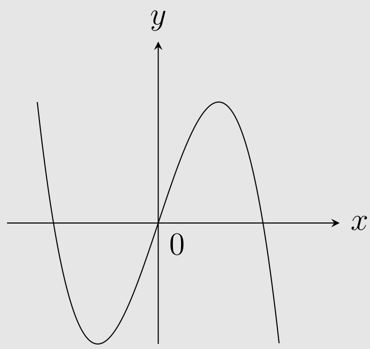
Lời giải

Từ đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có $a > 0$. Đồ thị cắt trục Oy tại $(0; 2)$ nên $d = 2$. Hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.

Vậy hàm số có đồ thị như hình trên là $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

[2D151636]

Biết đồ thị của một trong bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** như hình vẽ. Đó là hàm số nào?



A $y = -x^3 + 3x$.
B $y = x^3 - 3x$.
C $y = x^4 - 2x^2$.
D $y = -x^4 - 3x$.

Lời giải

Dựa vào hình dạng của đồ thị, ta có thể thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$. Trong các đáp án đề bài cho, ta thấy chỉ có đáp án $y = -x^3 + 3x$ là phù hợp.

[2D151637]Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có đồ thị (C). Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C)?

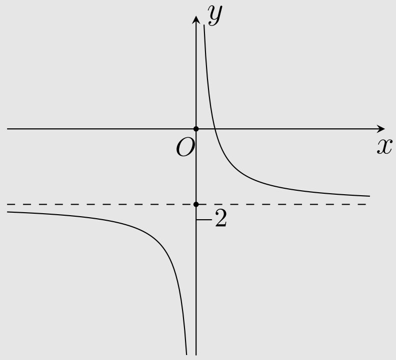
A $A(1; 0)$. **B** $D(2; 13)$. **C** $C(-1; 3)$. **D** $B(-2; -13)$.

Lời giải

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào biểu thức $y = x^4 - x^2 + 1$, ta nhận điểm $D(2; 13)$.

[2D151638]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = \dfrac{2x}{x+1}$.

B $y = \dfrac{-2x+1}{x}$.

Ⓒ $y = \dfrac{2x+1}{x}$.

Ⓓ $y = \dfrac{-x+1}{2x}$.

Lời giải

Đồ thị trong hình vẽ có đường tiệm cận ngang $y = -2$ nên chỉ có hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x}$ thỏa mãn.

[2D151639]Bảng biến thiên như hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A $y = x^3 + 3x - 1$.

B $y = x^3 - 3x - 1$.

C $y = -x^3 + 3x + 3$.

D $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đây là hàm số bậc ba, có hệ số $a > 0$ và có hai điểm cực trị.

[2D151640]Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + x^2 - 5$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $K(-5; 0)$.
B. $M(0; -2)$.
C. $P(0; -5)$.
D. $N(1; -3)$.

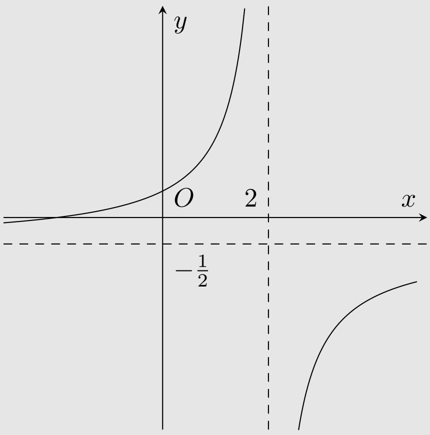
Lời giải

Thay $x = 0$ vào $y = -x^3 + x^2 - 5$ ta được $y = -5$.

Vậy đồ thị của hàm số $y = -x^3 + x^2 - 5$ đi qua điểm $P(0; -5)$.

[2D151641]

Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A $y=\dfrac{x+2}{-2x+4}$.

B $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$.

C $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$.

D $y=\dfrac{-x+3}{2x-4}$.

Lời giải

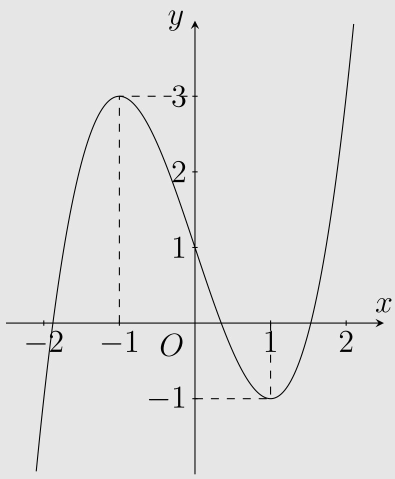
Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy có một số đặc điểm sau

- Tiệm cận đứng là $x=2$; tiệm cận ngang là $y=-\dfrac{1}{2}$;
- Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định;
- Giao điểm với trục tung là điểm có tung độ dương;
- Giao điểm với trục hoành là điểm có hoành độ âm.

Dựa vào những đặc điểm trên ta thấy hàm số $y=\dfrac{x+2}{-2x+4}$ có đồ thị hàm số như hình đã cho.

[2D151642]

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



A $y = x^3 - 3x + 1$.

B $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C $y = -x^3 + 3x - 1$.

D $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

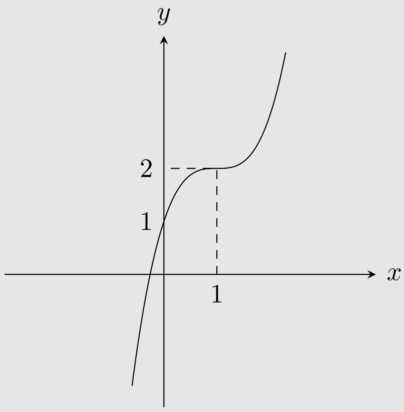
Lời giải

Từ hình vẽ, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$, từ đó ta loại hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và $y = -x^3 + 3x + 1$.

Mặt khác đồ thị đi qua điểm $(1; -1)$, kiểm tra với hàm số $y = 2x^3 - 3x + 1$ ta có $f(1) = 2 - 3 + 1 = 0$, nên ta loại.

Vậy đồ thị hình bên là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

[2D151643]Đồ thị sau đây là của hàm nào?



(A) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

(B) $y = x^3 - 3x + 1$.

(C) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

(D) $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

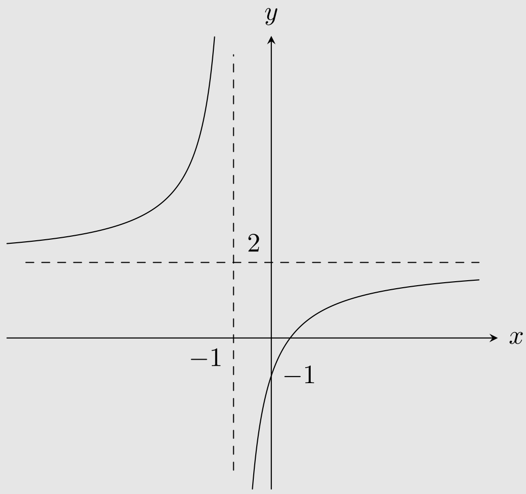
Lời giải

Quan sát đồ thị và các đáp án ta thầy hàm số đã cho dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa

- $a > 0$.
- $x = 1$ thì $y = 2$.

Vậy chỉ có $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ thỏa.

[2D151644]Đồ thị sau là của hàm số nào?



Ⓐ $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$. Ⓑ $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$. $\boxed{\text{C}}$ $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Ⓓ $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

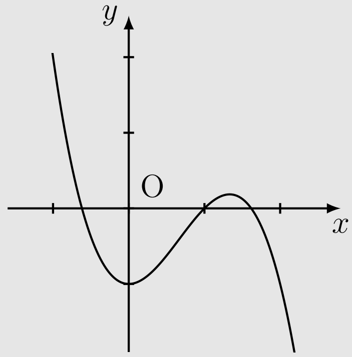
Lời giải

Ta thấy hàm số có

- $x = -1$ là tiệm cận đứng.
- $y = 2$ là tiệm cận ngang.
- $x = 0$ thì $y = -1$.

Vậy chỉ có $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ thỏa các điều kiện trên.

[2D151645]Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Ⓑ $y = -x^3 + 2x^2 - 1$.

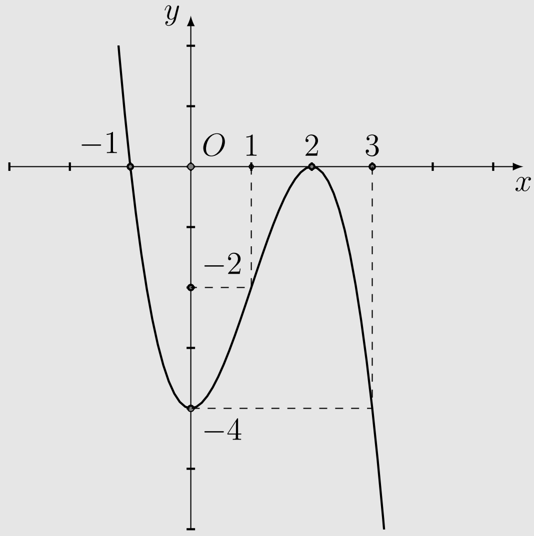
Ⓒ $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Ⓓ $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

- $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$. Do đó có hai hàm số thỏa mãn $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ và $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
- $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Nên hàm số cần tìm là $y = -x^3 + 2x^2 - 1$.

[2D151646]Đồ thị sau đây là của hàm số nào? Chọn câu trả lời đúng.



(A) $y = x^3 + 3x - 4$.

B $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

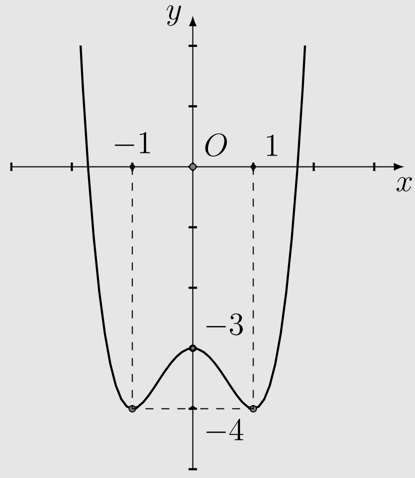
(C) $y = x^3 - 3x - 4$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

Lời giải

Từ hình ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 với hệ số $a < 0$ và đi qua các điểm $(1; -2)$ và $(3; -4)$. Do đó đây là đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

[2D151647]Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Ⓑ $y = x^4 + 3x^2 - 3$.

C $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

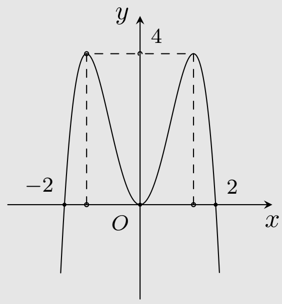
Ⓓ $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

Lời giải

Từ hình ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + b^2 + c$ $(a \neq 0)$ với hệ số $a > 0$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là $(-1; -4)$, $(1; -4)$ và $(0; 3)$ nên đây là đồ thị của hàm $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

[2D151648]

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y = x^4 - 3x^2$.

Ⓑ $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2$.

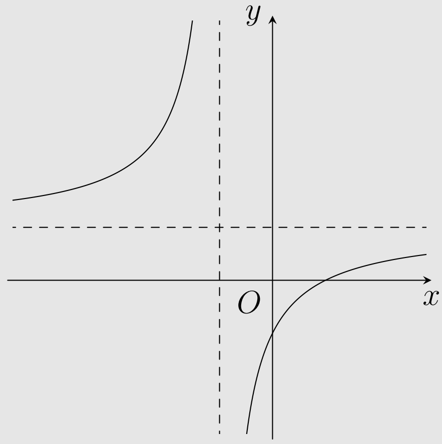
Ⓒ $y = -x^4 - 2x^2$.

D $y = -x^4 + 4x^2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, suy ra: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = -\infty$, hàm số có ba điểm cực trị, đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 0)$. Vậy hàm số cần tìm là $y = -x^4 + 4x^2$.

[2D151649]
Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{1-x}{x+1}$.

Ⓒ $y = \dfrac{x-1}{x}$.

Ⓓ $y = \dfrac{1-x}{x}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số khác trục Oy, nên loại hai hàm số $y = \dfrac{1-x}{x}$, $y = \dfrac{x-1}{x}$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nằm trên trục Ox, nên loại hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+1}$.

[2D151650]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm sau đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

B $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

C $y = -\dfrac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.

D $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

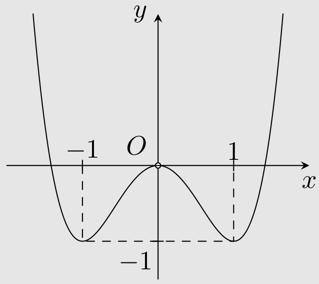
Lời giải

Theo bảng biến thiên ta thấy, đồ thị hàm số có 3 cực trị nên loại hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Chiều Parabol quay lên trên nên loại hai hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ và $y = -\dfrac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.

[2D151651]

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A $y = x^4 - 2x^2$.
B $y = x^4 - 2x^2 - 3$.
C $y = -x^4 + 2x^2$.
D $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

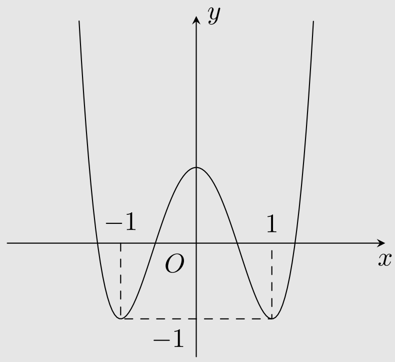
Lời giải

Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $x = 1$ và $y = -1$.

Thay vào các đáp án ta thấy hàm số $y = x^4 - 2x^2$ thay $x = 1$ thì $y = -1$.

[2D151652]

Đường cong bên là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **B** $y = -2x^4 + 4x^2$.

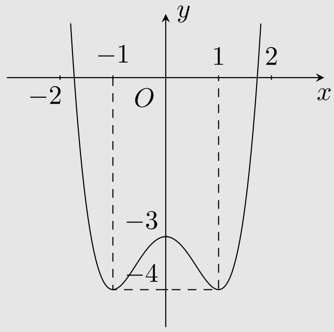
C $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **D** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Đây là đồ thị hàm số bậc 4 mà $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên hệ số của x^4 dương. Vậy chỉ có hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ thoả mãn.

[2D151653]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + x^2 - 2$.
B. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.
D. $y = -x^2 + x - 1$.

Lời giải

Dựa vào bảng trang 38 SGK Giải tích 12, vì đồ thị có 3 cực trị và bề lõm quay lên nên ta chọn $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

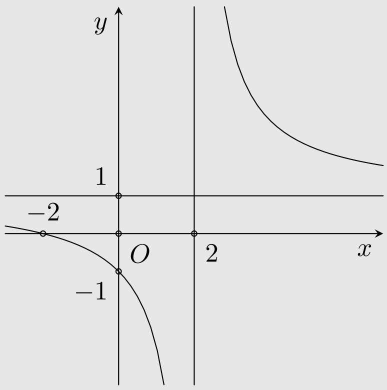
[2D151654]Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

Ⓐ $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

B $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.

Ⓒ $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

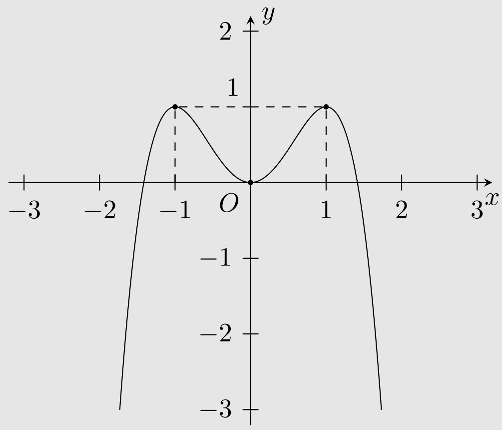
Ⓓ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.



Lời giải

Nhìn hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 2$ nên hàm số cần tìm là $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.

[2D151655]
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



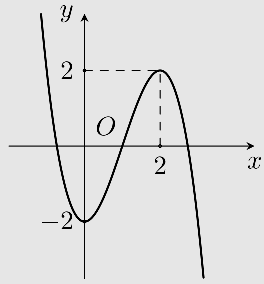
(A) $y = -x^2 + 2x$.
(B) $y = -x^3 + 3x$.
(C) $y = -x^4 + 2x^2$.
(D) $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Dựa vào hình dáng đồ thị, suy ra hàm số là hàm trùng phương có hệ số $a < 0$, do đó, chỉ còn hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ thỏa yêu cầu bài toán.

[2D151656]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



(A) $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. (B) $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

(C) $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **D** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

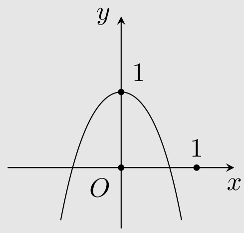
Hình dáng đồ thị đã cho là của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} = -\infty$ nên $a < 0$.

Từ đồ thị ta thấy hàm số có hai điểm cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$.

Duy nhất hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ thỏa mãn hai điều trên.

[2D151657]Đường cong dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

B $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

D $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Hàm số cần tìm có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$. Từ đồ thị hàm số ta thấy $a < 0$ và hàm số chỉ có một điểm cực trị nên $ab \geq 0$ hay $b \leq 0$. Từ đó suy ra hàm số cần tìm là $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

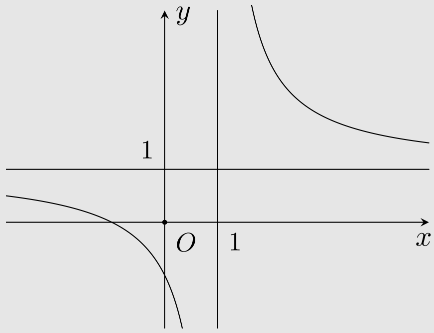
[2D151658]Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** đi qua điểm $A(1;1)$?

A. $y = x$.
B. $y = 2x^2 - 1$.
C. $y = 2x^3 - x - 1$.
D. $y = -x^4 + 2$.

Lời giải

Do $2 \cdot 1^3 - 1 - 1 \neq 1$ nên đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x - 1$ không đi qua điểm $A(1;1)$.

[2D151659]
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

B $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

C $y = x^4 + x^2 + 1$.

D $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

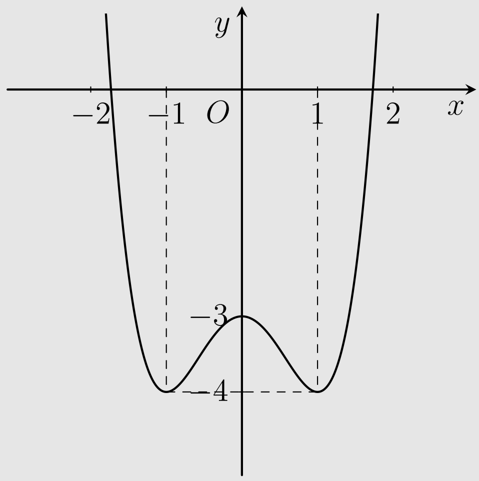
Đường cong có đường tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên nó không thể là đồ thị của hàm đa thức. Ta xét các trường hợp sau:

1. Xét $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$, có
   $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-1}{x-1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Do đó đường cong trên không thể là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

2. Xét $y = \dfrac{x+1}{x-1}$, có
   $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{x-1} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
   $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{x+1}{x-1} = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{x+1}{x-1} = -\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
   Do đó đường cong trên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

[2D151660]

Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên?



A $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

B $y = x^4 - 3x^2 - 3$.

C $y = x^2 + 2x^2 - 3$.

D $y = -\dfrac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có dạng đồ thị hàm bậc bốn dạng trùng phương với hệ số x^4 dương và có ba điểm cực trị $(-1; -4)$; $(0; -3)$, $(1; -4)$. Suy ra, phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm là $x = 0; x = \pm 1$. Do đó đáp án của bài toán là $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

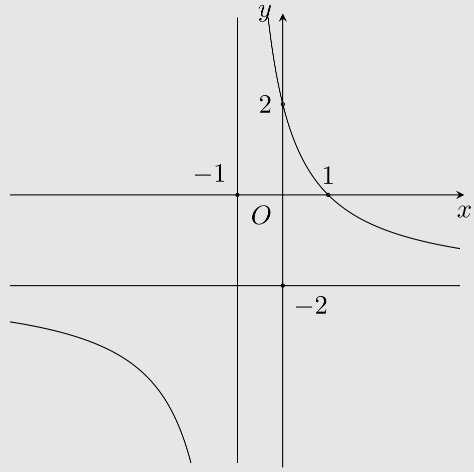
[2D151661]Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?

A $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$.

B $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

C $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$.

D $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$.

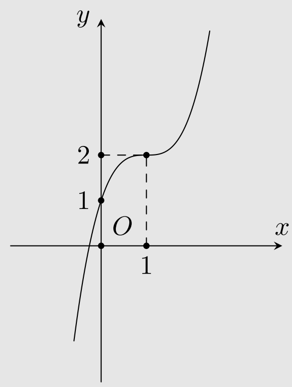


Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-2$ nên chỉ có hàm số $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$ thỏa mãn.

[2D151662]

Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

B $y = x^3 - 3x + 1$.

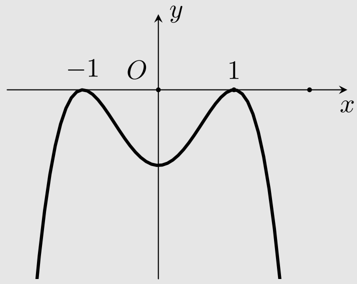
C $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

D $y = y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ đi qua điểm có tọa độ $(1; 2)$ nên trong bốn phương án chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ thỏa mãn.

[2D151663]Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



(A) $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.

B $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

(C) $y = -x^4 + x^2 - 1$.

(D) $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Trong các hàm số thì chỉ có hàm số $y = -x^4 + 2x^1 + 1$ nhận $A\,(-1; 0)$, $B\,(1; 0)$ là điểm cực trị $\Rightarrow$ Đồ thị đã cho ở trên là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

[2D151664]

Cho bảng biến thiên bên.

Hỏi bảng biến thiên này là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	
y	$+\infty$				$-\infty$

A $y=-x^3+6x^2-12x$.

B $y=x^3-6x^2+12x$.

C $y=-x^3+4x^2-4x$.

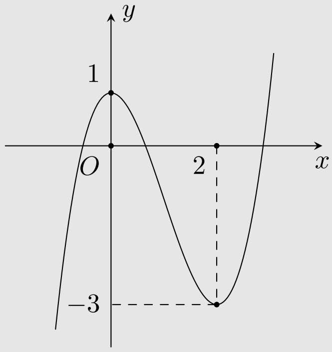
D $y=-x^2+4x-4$.

Lời giải

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm có nghiệm là 2, không đổi dấu khi đi qua 2. Trong bốn hàm số trên, chỉ có một hàm số thỏa mãn tất cả các điều kiện này, đó là hàm số $y=-x^3+6x^2-12x$.

[2D151665]

Đồ thị hình bên là của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

B. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta suy ra

- Hệ số $a > 0$. Suy ra loại đáp án A, C.
- Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $(0; 1)$ và $(2; -3)$.

Loại đáp án B vì hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ không có cực trị.

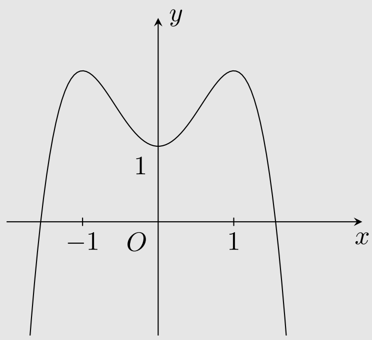
Hàm số ở đáp án D là hàm số cần tìm.

[2D151666]

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?

A $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B** $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

C $y = x^4 - 3x^2 + 1$. **D** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

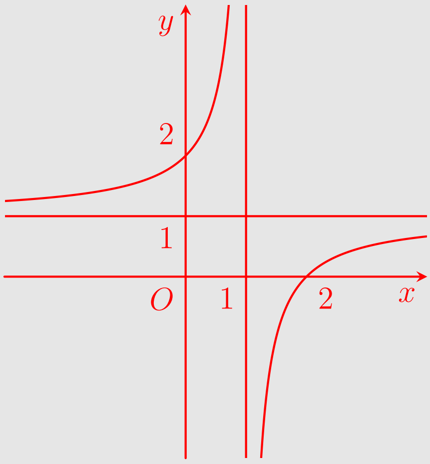


Lời giải

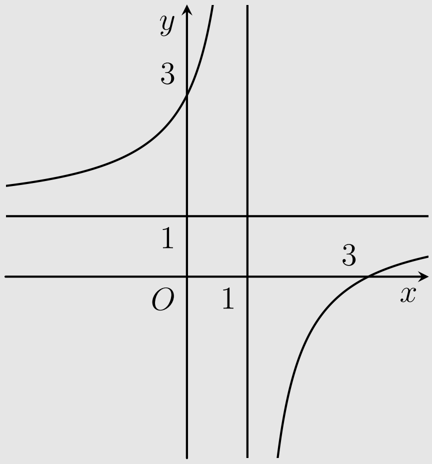
Cách 1. Hàm số đã cho có $y(1) > 0$ nên chỉ có hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ thoả mãn.

Cách 2. Ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ và đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị nên chỉ có hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ thỏa mãn.

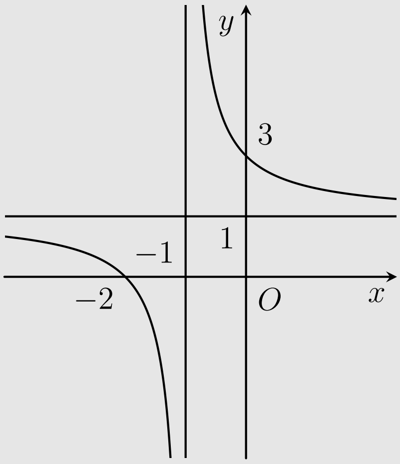
[2D151667]Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình nào sau đây?

A 

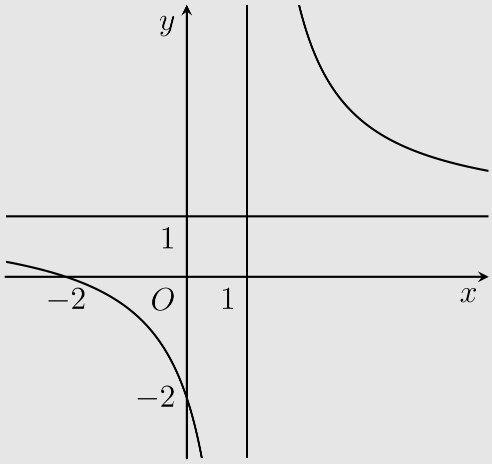
.

Ⓑ 

.

Ⓒ 

.

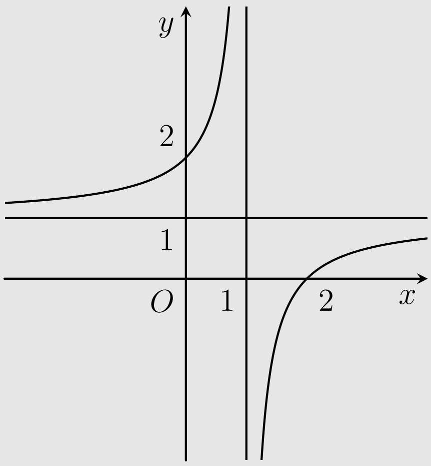
Ⓓ 

.

Lời giải

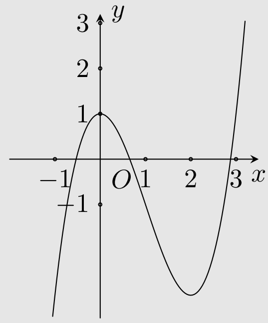
TXĐ: $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $y' = \dfrac{1}{(x-1)^2} > 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$ và tiệm cận đứng $x = 1$ giao với Oy tại điểm có tung độ $y = 2$ nên có đồ thị



[2D151668]

Đường cong trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B,C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A $y=-x^3+3x+1$.

B $y=x^3-3x^2+1$.

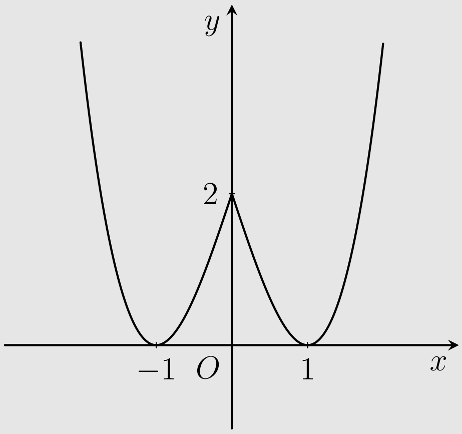
C $y=x^3+3x^2+1$.

D $y=-x^3-3x^2-1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có hệ số bậc ba dương (đồ thị hàm số đi lên trước), có điểm cực đại $(0;1)$ và điểm cực tiểu $(2;-3)$ nên chọn hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

[2D151669]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây.



Xét các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

c) Hàm số có ba điểm cực trị.

d) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A 4. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

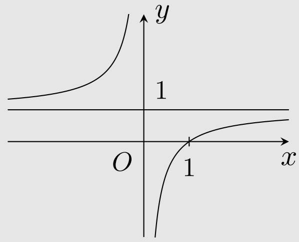
Lời giải

1. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ là đúng.
2. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$ là **sai**.
3. Hàm số có ba điểm cực trị là đúng.
4. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 là **sai**.

Số mệnh đề đúng là 2.

[2D151670]

Đồ thị như hình bên là đồ thị của hàm số nào?



Ⓐ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.
Ⓑ $y = \dfrac{2x-2}{x}$.
Ⓒ $y = \dfrac{x+1}{x}$.
D $y = \dfrac{x-1}{x}$.

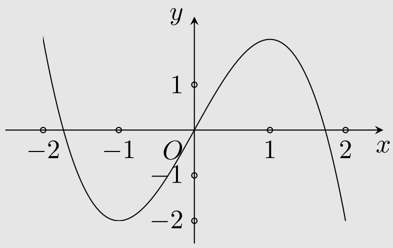
Lời giải

Ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 0$, tiệm cận ngang là $y = 1$ và đi qua điểm $M(1;0)$.

Vậy đồ thị hình bên là của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x}$.

[2D151671]

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A $y = x^3 - 3x$.

B $y = -x^3 + 3x$.

C $y = -x^2 + 2x$.

D $y = x^2 - 2x$.

Lời giải

Đồ thị trong hình vẽ là hình dáng của đồ thị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Do $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$.

Vậy trong các hàm số đã cho, hàm số $y = -x^3 + 3x$ có đồ thị như hình vẽ.

[2D151672]

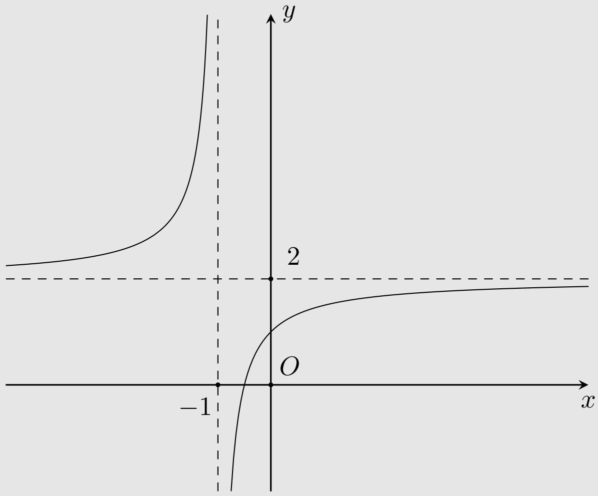
Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

Ⓐ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

B $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

Ⓒ $y = \dfrac{x+3}{1-x}$.

Ⓓ $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$.



Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy $y = 2$ là tiệm cận ngang và $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, do đó ta loại đáp án A và đáp án C.

Ta nhận thấy hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó nên loại đáp án D.

[2D151673]

Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	
y	-2	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	-2

A $y = \dfrac{x-4}{2x+2}$.

B $y = \dfrac{2-x}{x+1}$.

C $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$.

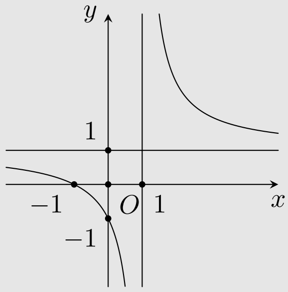
D $y = \dfrac{-2x-4}{x+1}$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy, đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$, tiệm cận ngang là $y = -2$ và hàm số đã cho nghịch biến. Chỉ có hàm số $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$ thỏa mãn các tính chất trên.

[2D151674]

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A $y=\dfrac{x+2}{1-x}$.

B $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

C $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

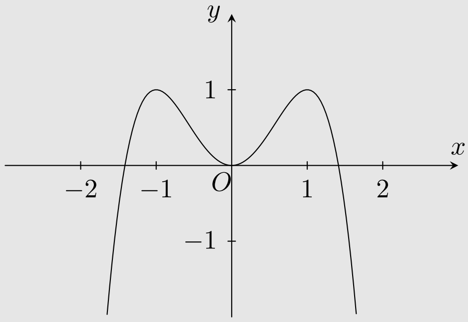
D $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho đi qua các điểm $(-1;0)$ và $(0;-1)$. Chỉ có hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ thỏa mãn.

[2D151675]

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A $y = -x^4 + 2x^2$.

B $y = x^4 - 2x^2$.

C $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

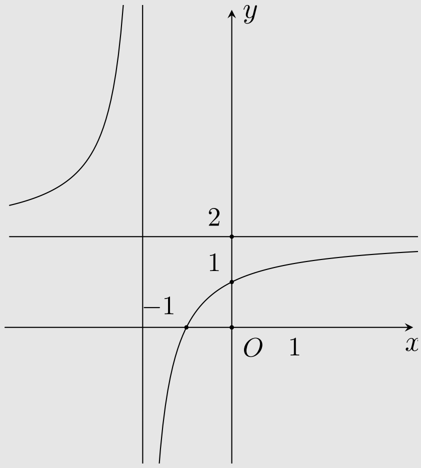
D $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải

Ta có dạng hàm số là $y = ax^4 + bx^2 + c$. Từ đồ thị ta suy ra $a < 0$; đồ thị có 3 cực trị nên a, b trái dấu, tức là $b > 0$; đồ thị qua gốc tọa độ nên $c = 0$. Trong 4 đáp án chỉ có đáp án $y = -x^4 + 2x^2$ phù hợp nhất.

[2D151676]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$.

Ⓑ $y=\dfrac{2x-2}{x-2}$.

$\boxed{\text{C}}$ $y=\dfrac{2x+2}{x+2}$.

Ⓓ $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.

Lời giải

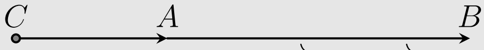
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận ngang $y=2$ và giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là điểm $A(-1;0)$.

Vậy hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{2x+2}{x+2}$.

[2D151677]Cho 3 điểm phân biệt A, B, C thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây luôn đúng?

A $\overrightarrow{BC} = -3\overrightarrow{AC}$. **B** $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AB}$. **C** $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AC}$. **D** $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$.

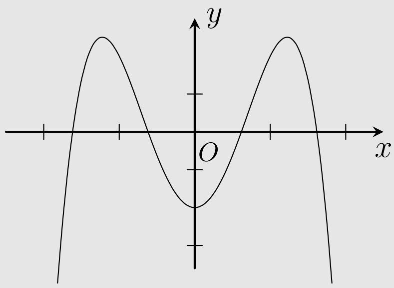
Lời giải

Từ hình vẽ 

Hoặc từ biến đổi tương đương: $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AC}$.

[2D151678]Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào trong 4 hàm số dưới đây?

A $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.
B $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
C $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
D $y = x^4 - 3x^2 - 1$.



Lời giải

Hình đã cho là đồ thị của hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$.

[2D151679]Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				3				$+\infty$
			-2				-2		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

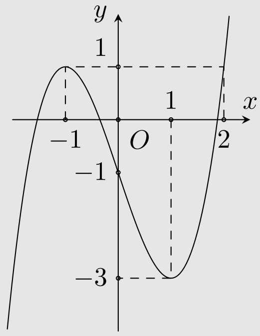
A. $(-1; 0)$. B. $(-2; 3)$. **C.** $(0; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Trong khoảng $(0; 1)$ đạo hàm của $f(x)$ luôn âm.

[2D151680]

Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên?



A $y = x^3 - 3x - 1$.

B $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$.

C $y = \dfrac{1}{3}x^3 + 3x - 1$.

D $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

Lời giải

Hàm số đạt cực trị tại $x = \pm 1$ nên suy ra đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.

[2D151681]Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

B $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

C $y = x^3 - 3x + 2$.

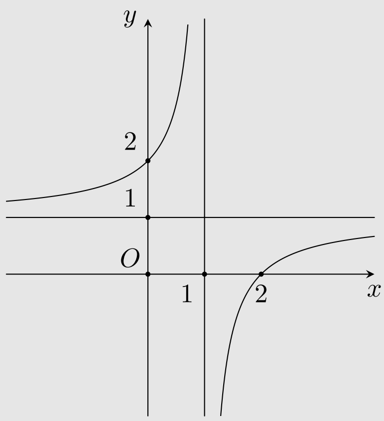
D $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Hàm số cho bởi bảng biến thiên đạt cực trị tại các điểm $x = 0; x = 2$ và $y(0) = 2; y(2) = -2$. Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ thỏa mãn các điều kiện đó.

[2D151682]

Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



Ⓐ $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

C $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

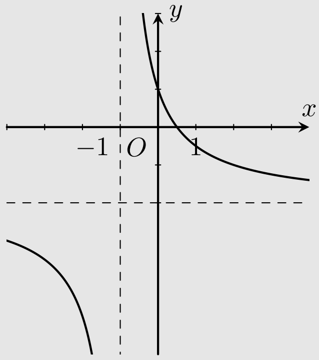
Ⓓ $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Lời giải

Dễ thấy đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số có 2 tiệm cận là $x = 1,\ y = 1$ và là đồ thị của hàm số đồng biến. Từ đó suy ra đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

Lời giải

[2D151683]
Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = \dfrac{3-2x}{x+1}$.

(B) $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$.

(C) $y = \dfrac{1-2x}{1-x}$.

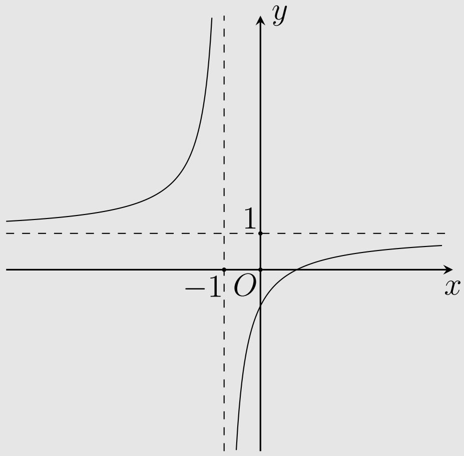
D $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị đã cho có tiệm cận đứng $x = -1$ và cắt Oy tại điểm $(0; 1)$ nên đây là đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

[2D151684]

Đường cong trong hình bên phải là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

B $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

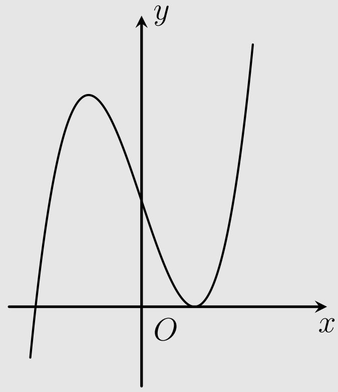
D $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

- Đây là dạng của đồ thị của hàm phân thức $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ nên hai hàm đa thức $y = x^4 - 2x^2 - 1$ và $y = x^3 - 3x^2 + 2$ bị loại.
- Nhận thấy đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = -1$ nên hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ bị loại.

  Hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như đường cong của đề cho.

[2D151685]
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

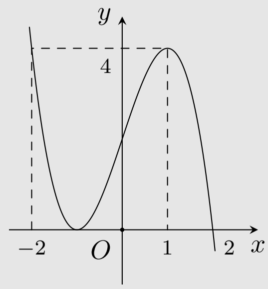


A $y = x^4 - x^2 + 1$.
B $y = -x^4 + x^2 + 1$.
C $y = -x^3 + 3x + 2$.
D $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

- Đây là dạng đồ thị hàm bậc ba nên loại các hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$; $y = -x^4 + x^2 + 1$.
- Nhìn vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên chọn hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

[2D151686]Hình bên là đồ thị của hàm số nào?



(A) $y = x^3 + 3x - 2$.

(B) $y = x^3 - 3x + 2$.

C $y = -x^3 + 3x + 2$.

(D) $y = -x^3 - 3x - 2$.

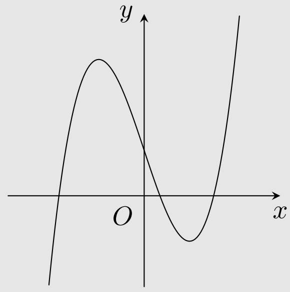
Lời giải

Quan sát đồ thị, ta thấy nhánh cuối của đồ thị hướng xuống dưới nên $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$, suy ra hệ số $a < 0$. Như vậy hai hàm số $y = x^3 + 3x - 2; y = x^3 - 3x + 2$ không thỏa mãn.

Mặt khác hàm số có hai điểm cực trị nên hàm số $y = -x^3 - 3x - 2$ có $y' = -3x^2 - 3 < 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ không thỏa mãn.

[2D151687]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



(A) $y = -x^2 + x - 1$.

(B) $y = -x^3 + 3x + 1$.

(C) $y = x^4 - x^2 + 1$.

(D) $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} = +\infty$ và đồ thị có dạng đồ thị của hàm số bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

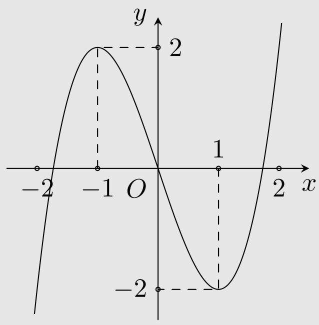
[2D151688]Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong 4 phương án A,B,C,D?

(A) $y = -x^3 - 2x$.

(B) $y = x^3 - 3x$.

(C) $y = -x^3 + 2x$.

(D) $y = x^3 + 3x$.



Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0$. Loại B, D.

Đồ thị có hoành độ điểm cực trị là $x = \pm 1$. Loại C.

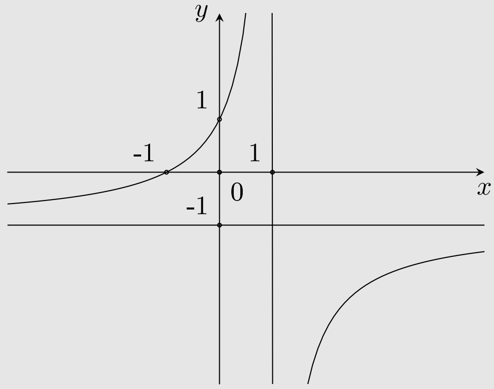
[2D151689]Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A $y = \dfrac{-x-1}{x-1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Ⓒ $y = \dfrac{-x+1}{x+1}$.

Ⓓ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.



Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang có phương trình $y = -1$, tiệm cận đứng có phương trình $x = 1$.

Mặt khác các giao điểm của đồ thị với trục Ox, Oy lần lượt là $A(-1; 0)$, $B(0; 1)$.

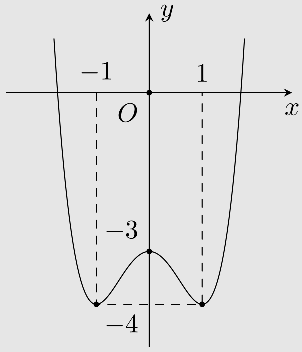
Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = \dfrac{-x-1}{x-1}$ thỏa mãn.

Vậy đồ thị trên là của hàm số $y = \dfrac{-x-1}{x-1}$.

• **Lưu ý:** *Với đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, ngoài các yếu tố đặc trưng trên nếu cần ta còn phải căn cứ thêm vào tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.*

[2D151690]

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y = x^4 + 2x^2 - 3$.
Ⓑ $y = x^4 - 3x^2 - 3$.
C $y = x^4 - 2x^2 - 3$.
Ⓓ $y = -\dfrac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.

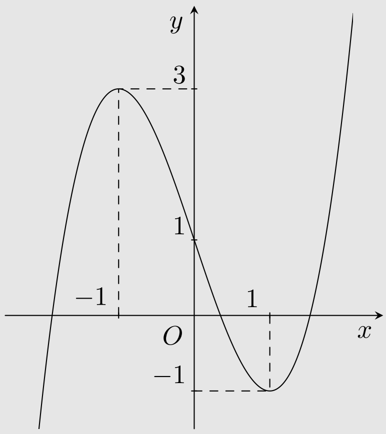
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $(-1; -4)$, $(0; -3)$ và $(1; -4)$.

- Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ có $y' = 4x^3 + 4x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Hàm số có các điểm cực trị khác với đồ thị như hình vẽ nên **loại** đáp án này.
- Hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ có $y' = 4x^3 - 6x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{\sqrt{6}}{2} \\ x = -\dfrac{\sqrt{6}}{2} \end{array}\right.$. Hàm số có các điểm cực trị khác với đồ thị như hình vẽ nên **loại** đáp án này.
- Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có $y' = 4x^3 - 4x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$. Từ đó ta tính được các điểm cực trị của đồ thị hàm số thỏa mãn yêu cầu đề bài.
- Hàm số $y = -\dfrac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$ có $y' = -x^3 + 9x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 0 \\ x = -3 \end{array}\right.$. Hàm số có các điểm cực trị khác với đồ thị như hình vẽ nên **loại** đáp án này.

[2D151691]

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = x^3 - 3x$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x + 1$.

Ⓒ $y = x^3 - 3x + 3$. **D** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Gọi hàm số cần tìm $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

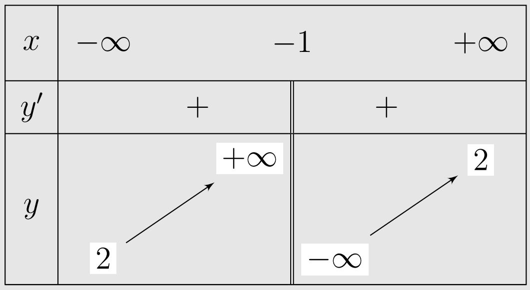
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ đồ thị suy ra $\begin{cases} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1 \\ y(0) = 1 \\ y'(-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ d = 1 \\ 3a - 2b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1. \end{cases}$

Vậy $y = x^3 - 3x + 1$.

[2D151692]

Bảng biến thiên của hình bên là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó



A $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$. **B** $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$.

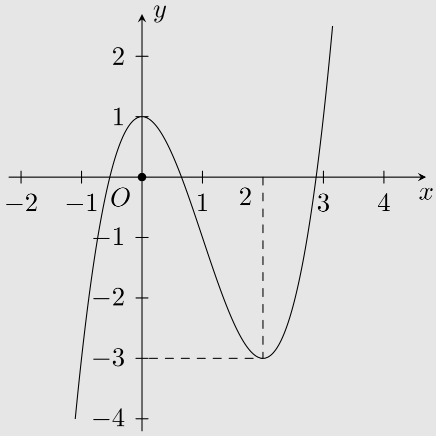
C $y = \dfrac{-2x-3}{x+1}$. **D** $y = \dfrac{-x+1}{x-2}$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 2$. Vậy hàm số thỏa mãn là $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$.

[2D151693]

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$.

C $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

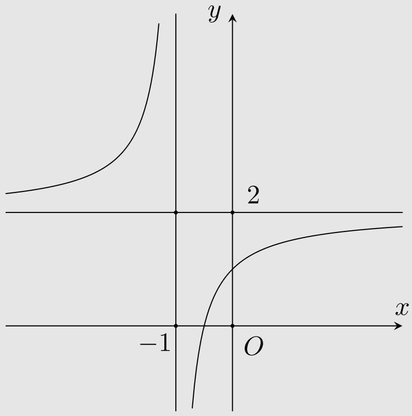
D $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + x^2 + 1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ và đồ thị đi qua điểm $(2; -3)$ nên chọn hình vẽ bên là của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

[2D151694]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các phương án được cho dưới đây?



(A) $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

B $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

(C) $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

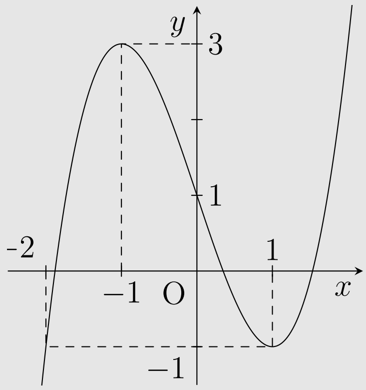
(D) $y = \dfrac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số trong hình vẽ có đường tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$, nên hàm số thỏa mãn là $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

[2D151695]

Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



(A) $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

(B) $y = x^3 - 3x + 1$.

(C) $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

(D) $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm bậc ba với hệ số $a > 0$ và hàm số có hai cực trị tại $x = \pm 1$.

1. Xét $y = x^3 - 3x + 1$, ta có $y' = 3x^2 - 3$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$, suy ra bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

   Do đó hàm số đạt cực trị tại $x = \pm 1$.

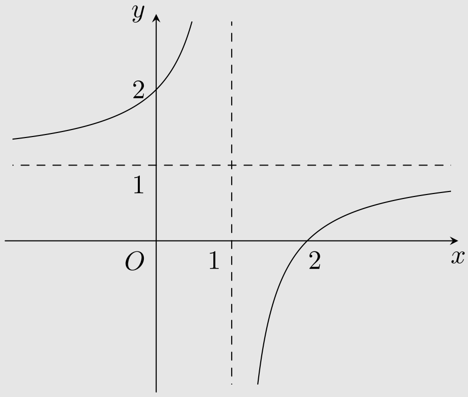
2. Xét $y = x^3 - 3x^2 + 1$, ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0,\ x = 2$, suy ra bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

   Do đó hàm số đạt cực trị tại $x = 0$, $x = 2$.

[2D151696]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A $y = \dfrac{x-2}{1-x}$. **B** $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

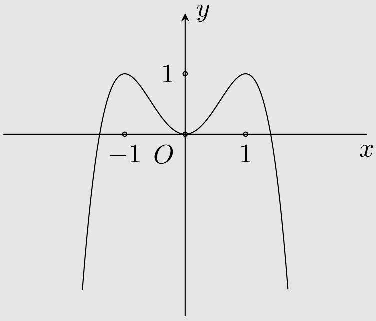
C $y = \dfrac{x+2}{x-1}$. **D** $y = \dfrac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

- Đồ thị hình bên có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.
  Do đó hàm số $y = \dfrac{x-2}{1-x}$ và $y = \dfrac{x-3}{x-2}$ không thỏa mãn.
- Đồ thị hình bên đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; \infty)$ nên hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ không thỏa mãn vì có $y' = \dfrac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.
- Hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ có $y' = \dfrac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$ và có $x = 1$ là tiệm cận đứng, $y = 1$ là tiệm cận ngang, đi qua điểm $A(2; 0)$ và $B(0; 2)$. Thỏa mãn đồ thị hình bên.

[2D151697]

Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



A $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

B $y = -x^4 + 2x^2$.

C $y = x^4 - 2x^2$.

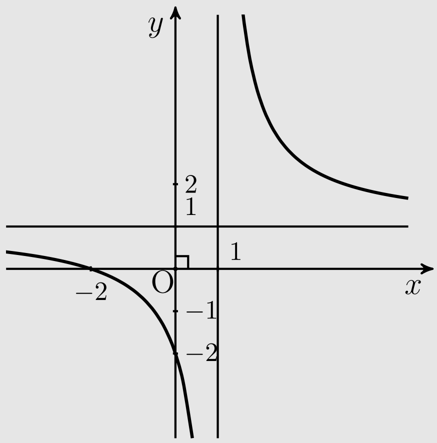
D $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$, $c = 0$ nên chỉ có đáp án $y = -x^4 + 2x^2$ thỏa mãn.

[2D151698]

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Ⓐ $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{x+2}{1-x}$.

C $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Ⓓ $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị có tiệm cận ngang $y = 1$.

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $I(0; 2)$.

[2D151699]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A Hàm số có đúng 1 cực trị.

B Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

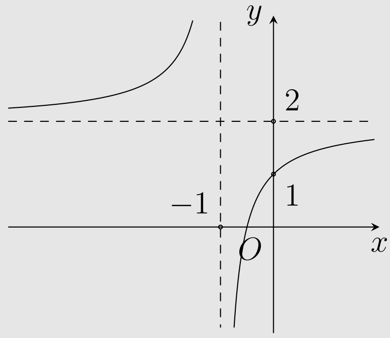
D Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

Rõ ràng hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

[2D151700]

Đồ thị hàm số sau đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

C $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

Ⓓ $y = \dfrac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

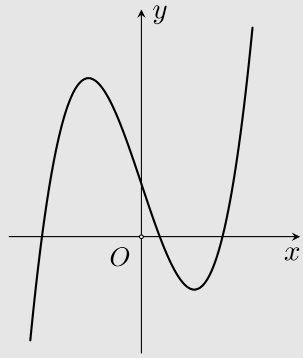
Từ đồ thị trên ta thấy:

- Tiềm cận ngang của hàm số là $y = 2 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} y = 2$.
- Tiềm cận đứng của hàm số là $x = -1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to -1} y = \pm\infty$.
- Hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0;1)$.

Từ ba yếu tố trên, ta thấy chỉ có hàm số duy nhất thỏa mãn là $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

[2D151701]

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình bên?



A $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C $y = x^3 - 3x + 1$. **D** $y = -x^3 + 3x + 1$.

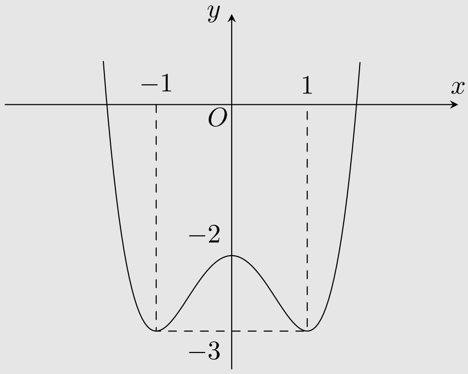
Lời giải

Đồ thị đã cho có dạng đồ thị của một hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a > 0$.

Vậy $y = x^3 - 3x + 1$ là hàm số có đồ thị đã cho.

[2D151702]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



Ⓐ $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

B $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Ⓒ $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

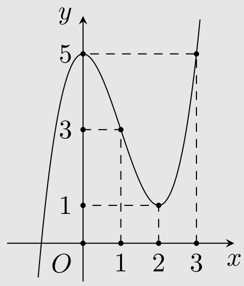
Ⓓ $y = x^3 - 2x^2 - 2$.

Lời giải

Đồ thị trên là đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương có hệ số $a > 0$, nên ta chọn hàm $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

[2D151703]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = x^3 - 3x^2 + 5$.

B $y = x^4 - 2x^2$.

C $y = x^3 - 3x + 5$.

D $y = -x^3 + 3x^2 + 5$.

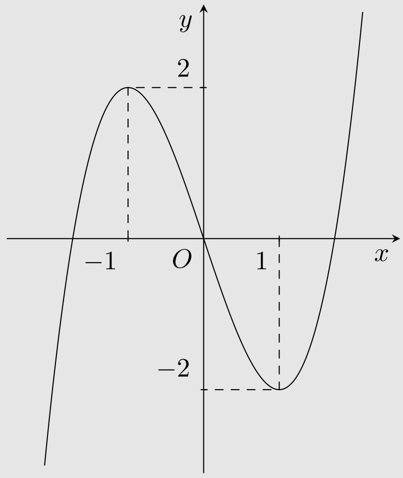
Lời giải

Đường cong hình bên là đồ thị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$.

- Có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$.
- Đi qua điểm $(2; 1)$.

Suy ra hàm số thỏa mãn là hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$.

[2D151704]Đồ thị trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



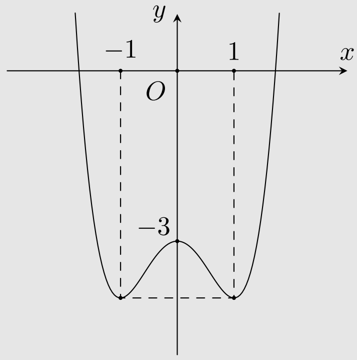
A $y = x^3 - 3x$. **B** $y = x^4 - 2x^2$. **C** $y = -x^4 + 2x^2$. **D** $y = -x^3 + 3x$.

Lời giải

Nhìn hình dạng đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
Do đó loại các hàm số $y = x^4 - 2x^2$, $y = -x^4 + 2x^2$.
Hàm số có 2 cực trị là $x = \pm 1$ và hệ số bậc ba là dương nên suy ra đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$.

[2D151705]

Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào trong 4 hàm số được liệt kê ở dưới?



(A) $y = x^4 - 3x^2 - 3$.

(B) $y = -\dfrac{1}{4}x^3 + 3x^2 - 3$.

(C) $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

(D) $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Lời giải

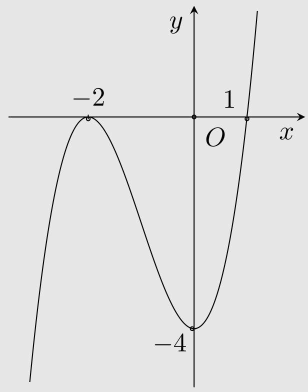
Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ và

- $a > 0$.
- $a \cdot b < 0$.
- $y' = 0$ có ba nghiệm $x = 0,\ x = 1$ và $x = -1$.

Vậy hàm số thỏa mãn đề bài là $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

[2D151706]

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

B $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

Ⓒ $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

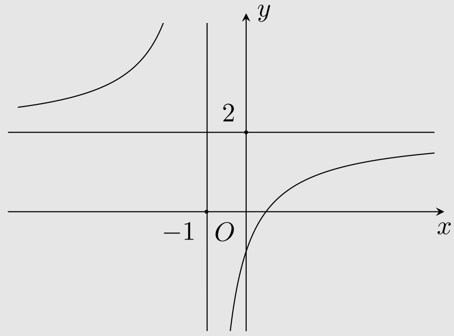
Ⓓ $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị suy ra $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ và đồ thị đi qua điểm $A(0; -4)$.

Vậy hàm số có đồ thị hình bên là $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

[2D151707]Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong 4 hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



Ⓐ $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Ⓑ $y = x^3 - 3x - 2$.

C $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

Ⓓ $y = \dfrac{-2x+1}{x+1}$.

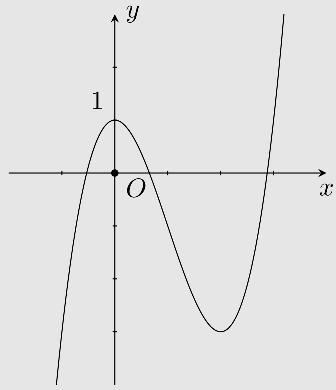
Lời giải

Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Do đó, đồ thị đã cho là của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

[2D151708]

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

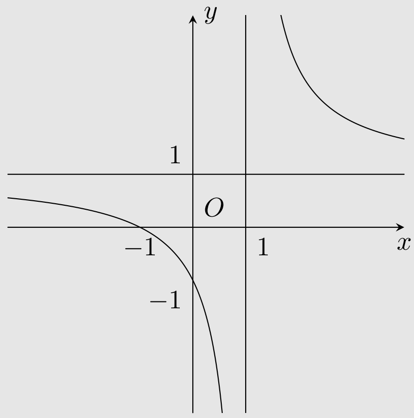
Lời giải

Đường cong đã cho có dạng đồ thị của một hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với hệ số $a > 0$.

Từ các phương án đã cho suy ra đường cong đã cho là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

[2D151709]

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

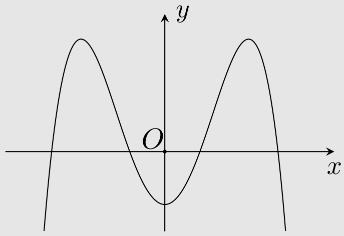
D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

Từ đồ thị đã cho suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
Vậy $y' < 0, \forall x \neq 1$.

[2D151710]

Đường cong trong hình vẽ bên minh họa đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = \dfrac{2x-1}{x+3}$.

B $y = -x^4 - 5x^2 - 2$.

C $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

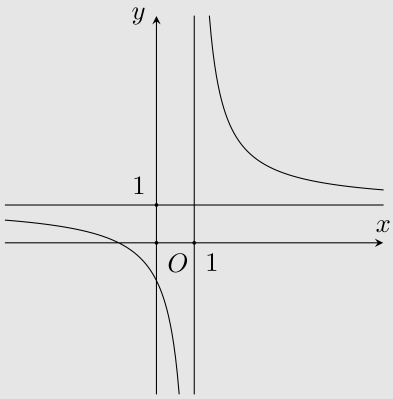
D $y = -x^4 + 5x^2 - 2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số trong hình vẽ, là đồ thị của hàm trùng phương có hệ số $a < 0$ và có 3 điểm cực trị nên hàm số đó là $y = -x^4 + 5x^2 - 2$.

[2D151711]

Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = -x^3 + 3x + 1$.

B $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Ⓒ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

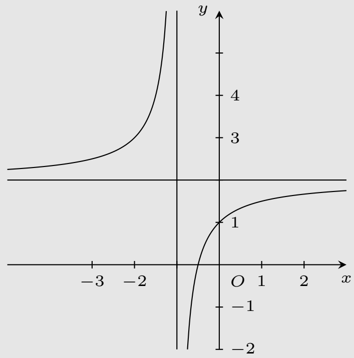
Ⓓ $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy tiệm cận ngang $y = 1$, tiệm cận đứng $x = 1$ nên suy ra đường cong đã cho là đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

[2D151712]

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A $y = \dfrac{2x+5}{x+1}$.

B $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

C $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

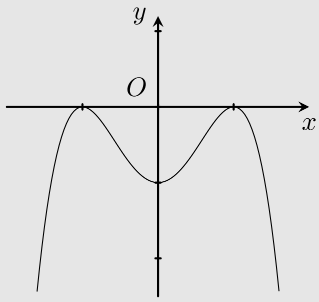
D $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$, đi qua điểm $(0; 1)$ và hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Suy ra hàm số thỏa mãn là $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

[2D151713]

Đồ thị ở hình bên là của hàm số nào?



Ⓐ $y = x^3 - 3x - 1$.
Ⓑ $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
Ⓒ $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
Ⓓ $y = -x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Dựa vào dáng đồ thị thì đồ thị có hàm số là $y = ax^4 + bx^2 + c$, loại $y = x^3 - 3x - 1$.
Bề lõm của đồ thị quay xuống nên $a < 0$, loại $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
Các điểm trên đồ thị có tung độ $y \leq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$, loại $y = -x^4 - 2x^2 - 1 \leq -1$.
Vậy ta chọn $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

[2D151714]Hàm số $y = x^4 - 10x^2 + 1$ có đồ thị là đường cong đối xứng qua

A. gốc tọa độ.

B. trục hoành.

C. đường thẳng $y = x$.

D. trục tung.

Lời giải

Đây là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

[2D151715]Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$.

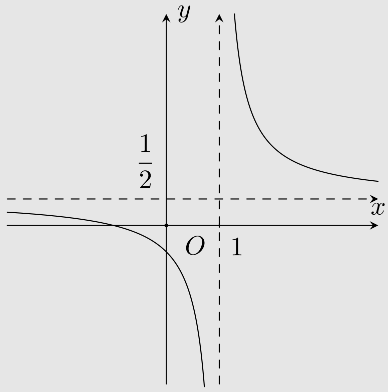
A. $O(0;0)$.
B. $B(1;1)$.
C. $C(1;2)$.
D. $D(0;1)$.

Lời giải

Ta thấy đây là hàm số lẻ nên đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

[2D151716]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



Ⓐ $\dfrac{x+2}{2x-1}$. Ⓑ $\dfrac{2x}{3x-3}$. **C** $\dfrac{x+1}{2x-2}$. Ⓓ $\dfrac{2x-4}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \dfrac{1}{2}$.

Dễ thấy đây là đồ thị hàm số $\dfrac{x+1}{2x-2}$.

[2D151717]Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$.

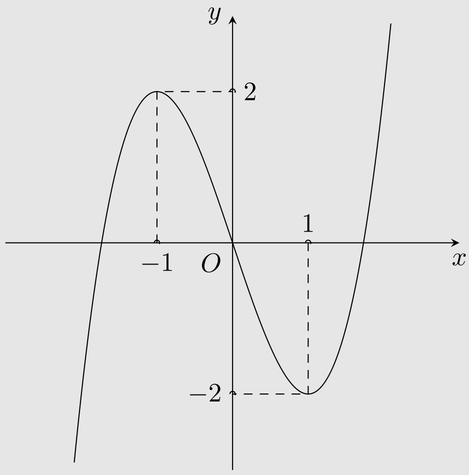
A $A(3;2)$. B $B(-3;2)$. C $C(-1;3)$. D $D(1;-3)$.

Lời giải

Tâm đối xứng của đồ thị là giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và ngang.
Dễ thấy tiệm cận đứng có phương trình $x = 3$, tiệm cận ngang có phương trình $y = 2$.
Vậy tâm đối xứng của đồ thị là điểm $A(3;2)$.

[2D151718]

Đồ thị hàm số như hình bên là của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = -x^3 + 3x$. (B) $y = x^3 - 3x - 2$.

(C) $y = -x^3 + 3x - 2$. **D** $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Đồ thị hàm số trên là hàm bậc ba, dựa vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ nên ta loại $y = -x^3 + 3x$ và $y = -x^3 + 3x - 2$. Ta lại thấy đồ thị cắt Oy tại điểm có $O(0;0)$ nên ta chọn $y = x^3 - 3x$.

[2D151719]

Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1 ↘ $-\infty$		||	$+\infty$ ↘ 1	

A $y = \dfrac{x+1}{x-2}$.

B $y = \dfrac{x+3}{2+x}$.

C $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$.

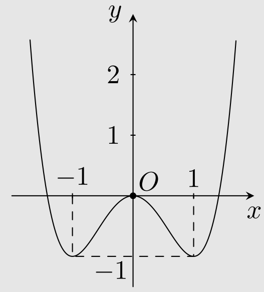
D $y = \dfrac{x-1}{2x+2}$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\infty} y = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang. $\lim\limits_{x\to 2^+} y = +\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Do đó ta chọn $y = \dfrac{x+1}{x-2}$.

[2D151720]

Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A $y = x^4 + 2x^2$.

B $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C $y = x^4 - 2x^2$.

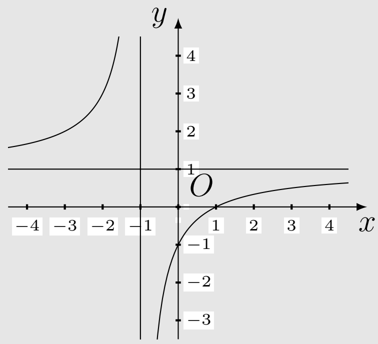
D $y = x^2 - 2x^4$.

Lời giải

Đồ thị hình bên là hàm trùng phương có hệ số $a > 0$ và có tọa độ các điểm cực trị là $(-1, -1)$, $(1, -1)$ và $(0, 0)$ nên ta chọn $y = x^4 - 2x^2$.

[2D151721]

Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

B $\dfrac{-2x+1}{2x+2}$.

C $y = x^4 - 3x^2$.

D $y = x^3 - 3x^2$.

Lời giải

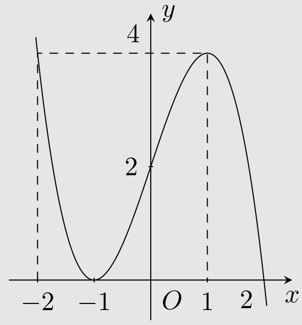
Nhận thấy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm bậc nhất/ bậc nhất. Vậy chỉ có thể chọn A hoặc B.

Mà đồ thị đã cho có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Nên đồ thị là của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

[2D151722]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây?



A $y = -x^3 + 3x + 2$.

B $y = x^3 - 3x + 2$.

C $y = -x^3 - 3x + 2$.

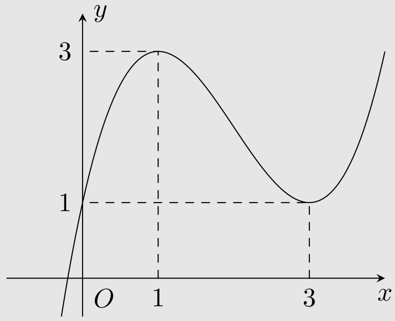
D $y = x^3 + 3x - 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$; đồ thị đi qua $A(-2; 4)$ và $B(1; 4)$. Chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ thỏa mãn.

[2D151723]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A $y = \dfrac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \dfrac{9}{2}x + 1$.

B $y = \dfrac{1}{2}x^3 + \dfrac{3}{2}x^2 - 2x + 1$.

C $y = -\dfrac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \dfrac{9}{2}x + 1$.

D $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 3)$ nên chỉ có hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \dfrac{9}{2}x + 1$ thỏa mãn.

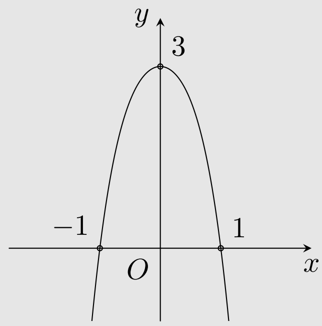
[2D151724]Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?

A $y = x^2 - 3$.

B $y = x^3 - 2x - 3$.

C $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

D $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

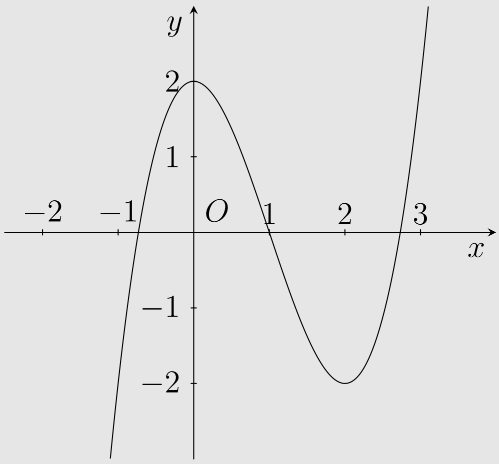


Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại các điểm $(-1; 0)$ và $(1; 0)$ nên là đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

[2D151725]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

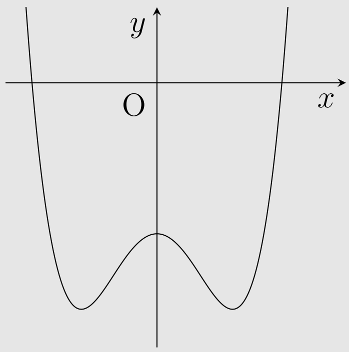


A $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.
B $y = x^4 - x^2 + 2$.
C $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
D $y = -x^4 + x^2 + 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy là đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a > 0$ và có hai cực trị.

[2D151726]
Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



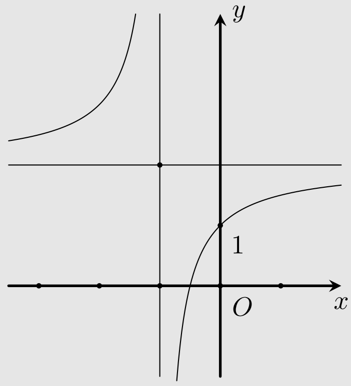
A. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.
B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.
D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$, suy ra đây là đồ thị của $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

[2D151727]

Đồ thị trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



(A) $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

(B) $y = \dfrac{x+3}{1-x}$.

C $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

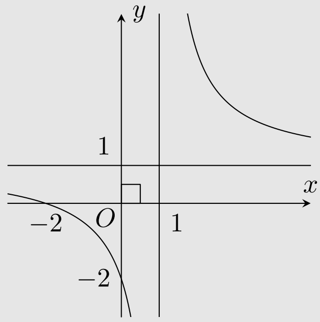
(D) $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số có tiệm cận đứng $x = a$, với $a < 0$ và tiệm cận ngang $y = b$, với $b > 1$. Do đó chỉ có hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ thỏa mãn.

[2D151728]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



(A) $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

(B) $y = \dfrac{x+2}{1-x}$.

(C) $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

(D) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

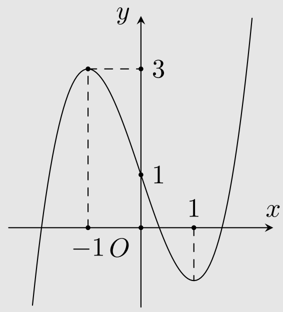
Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$.

Do đó loại các hàm số $y = \dfrac{x+2}{1-x}$, $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ và $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

[2D151729]

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B $y = -x^3 + 3x + 1$.

C $y = x^3 - 3x + 1$.

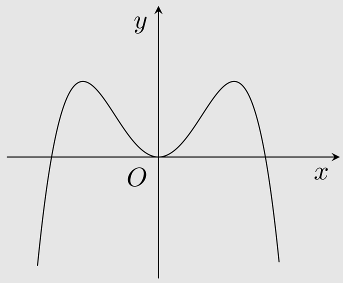
D $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Vì đường cong đã cho đi qua điểm $(-1; 3)$ nên suy ra nó là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

[2D151730]

Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



A $y = x^4 - 2x^2$.

B $y = -x^3 + 2x^2$.

C $y = -x^4 + 2x^2$.

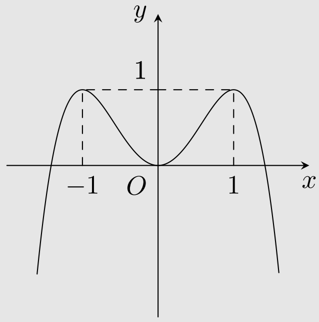
D $y = x^3 - 2x^2$.

Lời giải

- Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ nên không thỏa mãn.
- Hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ có 2 điểm cực trị nên không thỏa mãn.
- Hàm số $y = x^3 - 2x^2$ có 2 điểm cực trị nên không thỏa mãn.
- Hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$, đồng thời đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên thỏa mãn.

[2D151731]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



(A) $y = x^3 + 2x^2 - x - 1$.

(B) $y = x^4 - 2x^2$.

(C) $y = -x^2 + 2x$.

(D) $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Đồ thị trong hình là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có dạng $y = ax^4 + bx + c$.

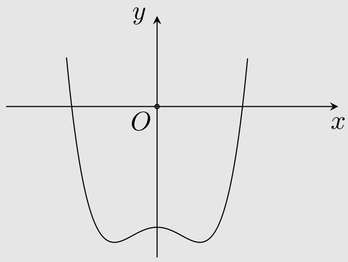
Đồ thị đi qua O nên $c = 0$.

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$.

Từ các đáp án của đề ta thấy hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ thỏa mãn $a < 0$ và $c = 0$.

[2D151732]

Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng đường cong như trong hình vẽ bên?



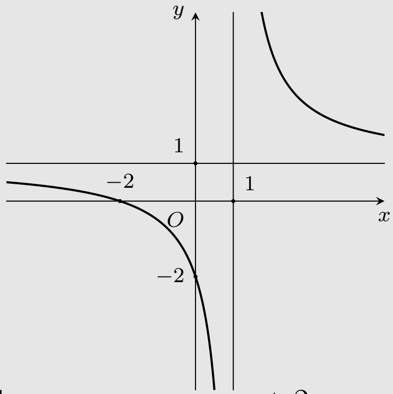
(A) $y = -x^3 + x^2 - 2$.
(B) $y = -x^4 + x^2 - 2$.
C $y = x^4 - x^2 - 2$.
(D) $y = x^3 - x^2 - 2$.

Lời giải

Dựa vào hình dáng đồ thị thì đây là đồ thị của hàm số trùng phương. Hơn nữa $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$, suy ra hàm số cần tìm là $y = x^4 - x^2 - 2$.

[2D151733]

Đồ thị trên hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



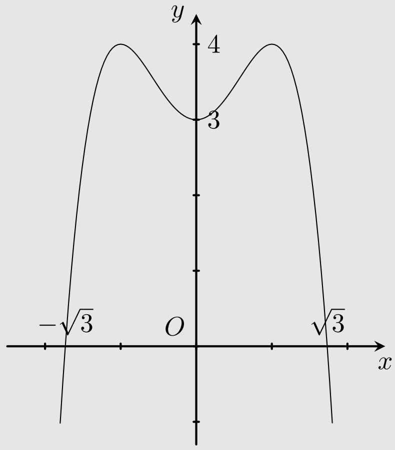
A $y = \dfrac{x+2}{x-1}$. **B** $y = \dfrac{x-2}{x-1}$. **C** $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. **D** $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$, cắt trục hoành tại $(-2; 0)$, cắt trục tung tại $(0; -2)$, tiệm cận đứng là $x = 1$, tiệm cận ngang là $y = 1$. Hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ thỏa yêu cầu.

[2D151734]

Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.
B $y = x^4 + 2x^2 + 3$.
C $y = x^4 - 2x^2 - 3$.
D $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

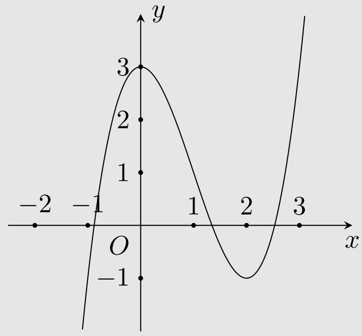
Lời giải

Dáng của đồ thị giống đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c = 0$.

Vì bề lõm quay xuống nên $a < 0$. Mặt khác đồ thị đi qua điểm $(\sqrt{3}; 0)$ nên ta chọn $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

[2D151735]

Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



(A) $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
(C) $y = x^3 - 3x^2 + 3$.
(D) $y = x^3 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

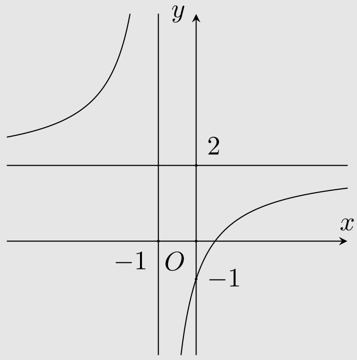
Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 nên loại hai đáp án $y = x^4 - 2x^2 + 1$, $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên loại đáp án $y = x^3 + 2x^2 + 3$.

Vậy đáp án đúng là $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

[2D151736]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số được cho bên dưới?



A $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$. **B** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$.

C $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **D** $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

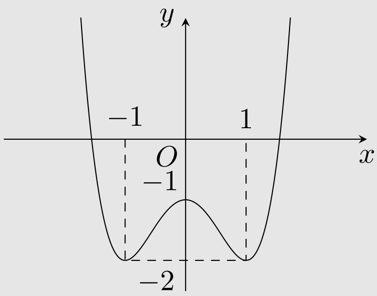
Lời giải

Dựa vào đồ thị đã cho ta suy ra

- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$.
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1.

Vậy hàm số thỏa mãn là $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

[2D151737]Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = x^2 - 2x - 1$.

Ⓑ $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Ⓒ $y = x^3 - 2x^2 - 1$.

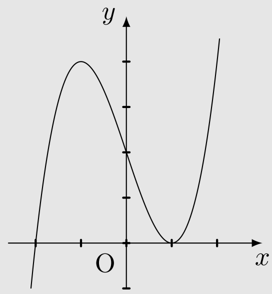
D $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

[2D151738]

Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



(A) $y = -x^3 - 3x + 2$.

(B) $y = x^3 - 3x + 2$.

(C) $y = x^2 - 3x + 2$.

(D) $y = x^4 - x^2 + 2$.

Lời giải

Đồ thị là của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x + 2$.

[2D151739]

Bảng biến thiên ở hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x + 4$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = \dfrac{x-1}{2x-1}$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

Lời giải

Ta có, đồ thị có 2 điểm cực trị và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ nên $a < 0$. Vậy hàm cần tìm là $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

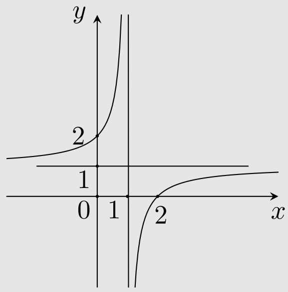
[2D151740]Đường cong trong hình vẽ phía dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Ⓒ $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Ⓓ $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.

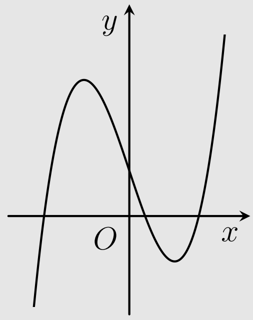


Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang $y = 1$, tiệm cận đứng $x = 1$ và cắt trục Ox tại $(2;0)$. Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ thỏa mãn.

[2D151741]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = x^4 + x^2 + 1$. (B) $y = x^3 - 3x$.

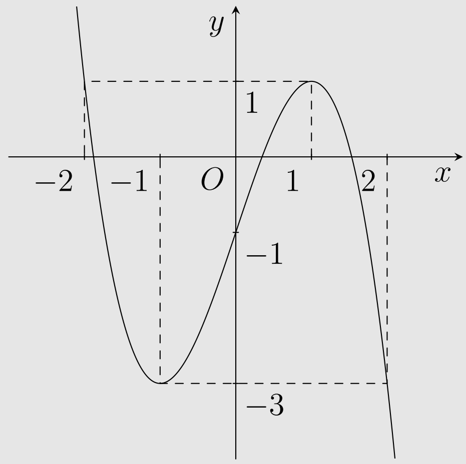
(C) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **D** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Đồ thị của hàm số trên là hàm bậc ba và cắt trục Oy tại điểm có tung độ $d > 0$ nên ta chọn $y = x^3 - 3x + 1$.

[2D151742]

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y = x^3 - 3x - 1$. (B) $y = -x^3 + 3x - 1$.

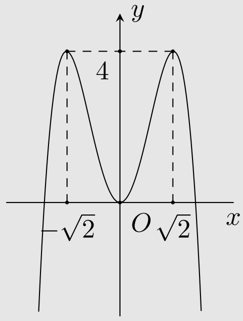
(C) $y = x^3 - 3x + 1$. (D) $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Dựa vào hình dạng đồ thị, đây là đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$. Đồng thời đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$.

[2D151743]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A $y = -x^4 - 2x^2$.

B $y = -x^4 + 4x^2$.

C $y = \dfrac{1}{4}x^4 - 2x^2$.

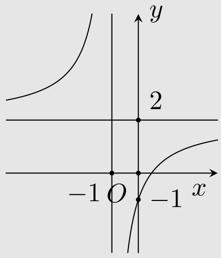
D $y = x^4 + 3x^2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có $a < 0$ suy ra loại đáp án $y = \dfrac{1}{4}x^4 - 2x^2$, $y = x^4 + 3x^2$.

Vì điểm $\left(\sqrt{2}; 4\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta chọn đáp án $y = -x^4 + 4x^2$.

[2D151744]
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.

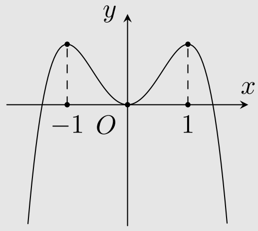
Lời giải

Đồ thị đã cho có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$, cắt trục hoành tại $\left(\dfrac{1}{2};0\right)$, cắt trục tung tại $(0;-1)$.

Do đó đồ thị đã cho là của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

[2D151745]

Biết rằng đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A $y = -x^4 + 2x^2$. **B** $y = -x^3 + 2x^2$.
C $y = -x^4 - 2x^2$. **D** $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

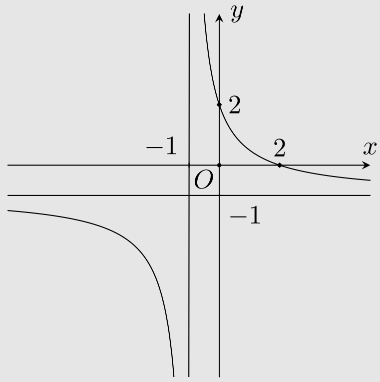
Từ đường cong đã cho, ta có

- Đường cong đã cho là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$, với $a < 0$.
  Do đó các hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ và $y = x^4 - 2x^2$ không thỏa mãn.
- Mặt khác, đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0$.
  Do đó hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ thỏa mãn, hàm số $y = -x^4 - 2x^2$ không thỏa mãn.

Vậy đường cong trong đã cho là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2$.

[2D151746]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

(B) $y = x^3 - 3x + 2$.

C $y = \dfrac{-x+2}{x+1}$.

(D) $y = x^4 + x^2 + 2$.

Lời giải

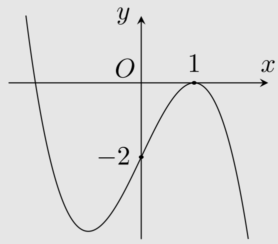
Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm ngang là $y = -1$.

Ta có

- Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm ngang là $y = 1$.
- Đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và $y = x^4 + x^2 + 2$ không có tiệm cận.
- Đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x+2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm ngang là $y = -1$.

[2D151747]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = -x^3 + 3x - 2$.

B $y = x^3 - 3x - 2$.

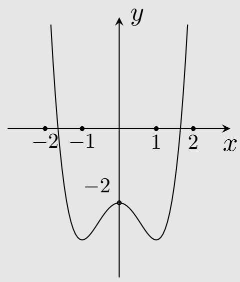
C $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

D $y = -x^4 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị đi qua $(1;0)$ nên đồ thị đó là của hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$.

[2D151748]Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

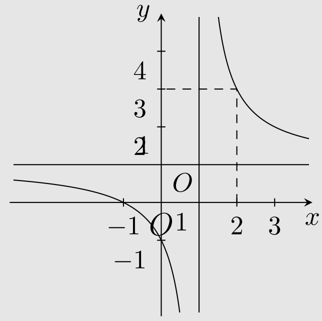
D. $y = -2x^4 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Trong các hàm số đã cho thì chỉ có hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ có các điểm cực trị $x = \pm 1$ và cắt Oy tại $M(0; -2)$.

Do đó hàm số thỏa mãn là $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

[2D151749]Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào trong các đáp án dưới đây?



Ⓐ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{x}{x-1}$.

C $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Ⓓ $y = \dfrac{2x-3}{2x-2}$.

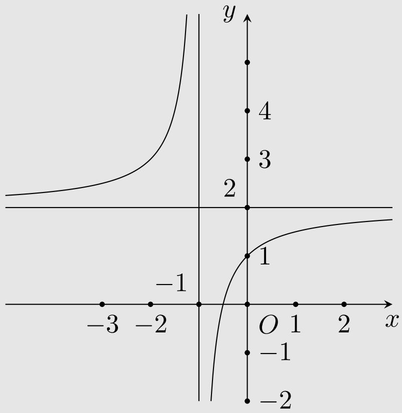
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy, đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1. Do đó hàm số thỏa mãn là $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

[2D151750]

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



Ⓐ $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$.

Ⓑ $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

C $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Ⓓ $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$, đi qua điểm $(0;1)$ và hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Suy ra hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

[2D151751]

Bảng biến thiên như hình bên là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	2

Ⓐ $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Ⓑ $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

C $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$. Ⓓ $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$.

Lời giải

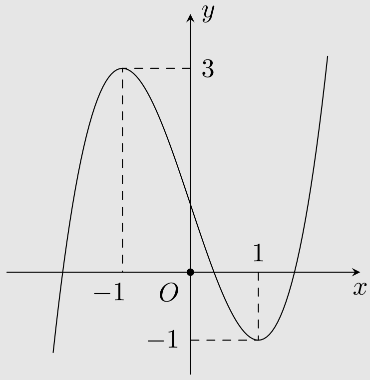
Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số cần tìm không xác định tại $x = -1$ và hàm số giảm trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Trong 4 phương án trên chỉ có hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$ thỏa mãn.

Vậy bảng biến thiên trong hình là của hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$.

[2D151752]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B** $y = x^3 - 3x + 1$.

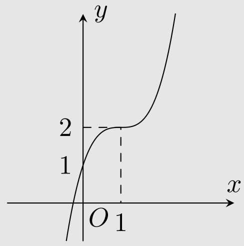
C $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **D** $y = -x^2 - 3x - 1$.

Lời giải

Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a < 0$. Trong các hàm số đã cho, chỉ có duy nhất hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn.

[2D151753]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

B $y = x^3 + x + 1$.

C $y = x^3 + 2x + 1$.

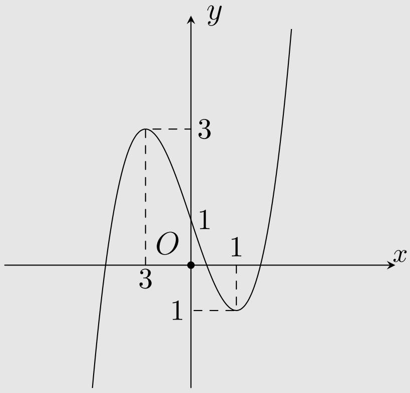
D $y = x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 2)$ nên loại các phương án $y = x^3 + x + 1$, $y = x^3 + 2x + 1$ và $y = x^3 + 3x + 1$. Vậy chọn phương án $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

[2D151754]

Đường cong sau đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A $y = x^3 - 3x + 1$. **B** $y = x^3 - 3x - 1$.

C $y = -x^3 + 3x + 1$. **D** $y = -x^3 + 3x - 1$.

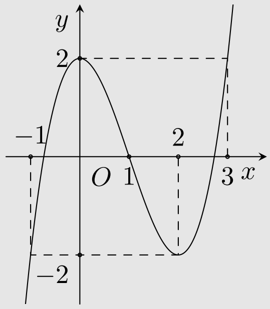
Lời giải

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$, do đó loại các hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ và $y = -x^3 + 3x - 1$.

Mặt khác, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$ nên loại hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.

[2D151755]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Ⓑ $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

C $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Ⓓ $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$.

[2D151756]Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

B $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

C $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

D $y = x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Các hàm số đã cho đều có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$.

Từ bảng biến thiên, ta suy ra $a > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

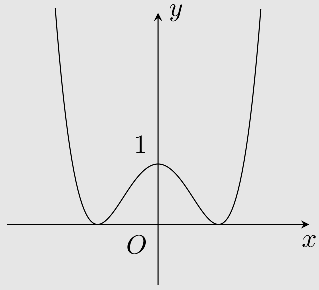
Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ không thỏa mãn vì $a = -1 < 0$.

Các hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ và $y = x^4 + 2x^2 + 3$ không thỏa mãn vì $y' = 0$ chỉ có đúng 1 nghiệm.

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có $a = 1 > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x = -1; x = 0, x = 1$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[2D151757]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

B $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

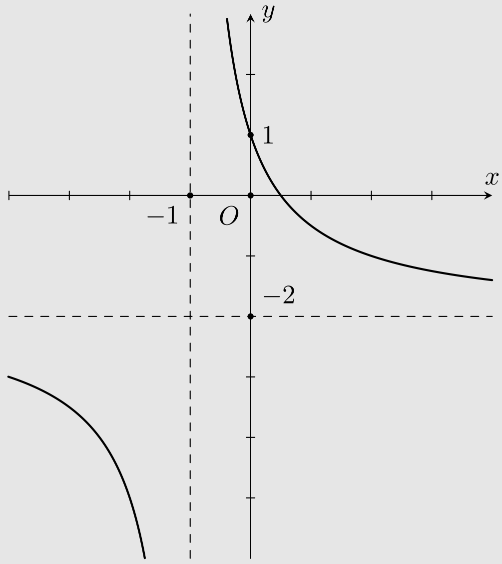
C $y = x^4 - 2x + 1$.

D $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số của x^4 dương và đi qua điểm $(0; 1)$. Do đó đây là đồ thị của hàm số hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

[2D151758]
Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



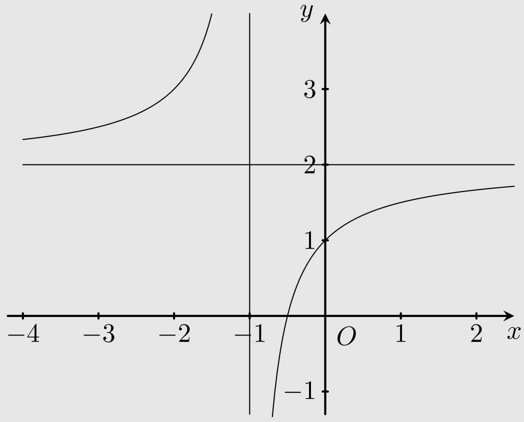
Ⓐ $y = \dfrac{3-2x}{x+1}$.
Ⓑ $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$.
Ⓒ $y = \dfrac{1-2x}{1-x}$.
D $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị đã cho có tiệm cận đứng $x = -1$ và cắt Oy tại điểm $(0;1)$ nên đây là đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

[2D151759]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

B $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

C $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

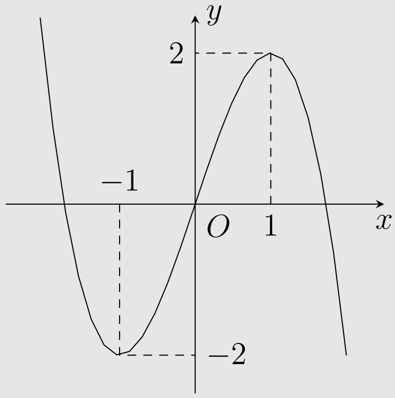
D $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$, loại đáp án $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ và $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

Dựa vào dáng của đồ thị nên $ad - bc > 0$, suy ra $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ thỏa mãn.

[2D151760]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình



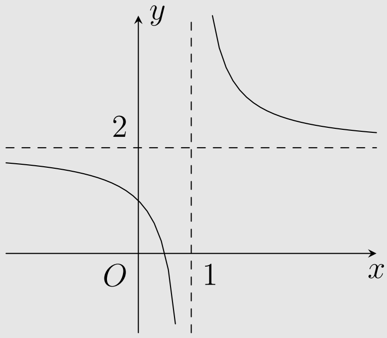
Khẳng định đúng là

- **A** Hàm số đồng biến trên $(-2; 2)$.
- **B** Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.
- **C** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- **D** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$ do đồ thị hàm số đi lên.

[2D151761]
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số



(A) $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

B $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

(C) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

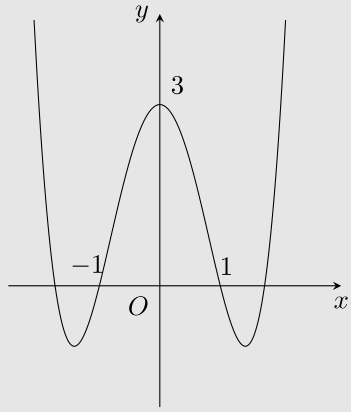
(D) $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Tiệm cận ngang $y = 2 \Rightarrow$ loại phương án A và C.
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow$ loại phương án D.

[2D151762]

Đường cong trong hình bên là của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = x^4 + 4x^2 - 5$.

(B) $y = x^3 + 4x^2 + 3$.

C $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

(D) $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

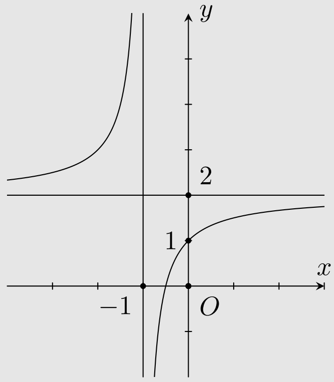
Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho là hàm trùng phương nên ta loại hàm số $y = x^3 + 4x^2 + 3$. Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy có 3 điểm cực trị nên ta loại hàm số $y = x^4 + 4x^2 - 5$.

Hơn nữa dựa vào đồ thị cho thấy hệ số $a > 0$ nên ta loại hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 3$.

[2D151763]

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



(A) $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

(B) $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

(C) $y = \dfrac{x+3}{1-x}$.

D $\dfrac{2x+1}{x+1}$.

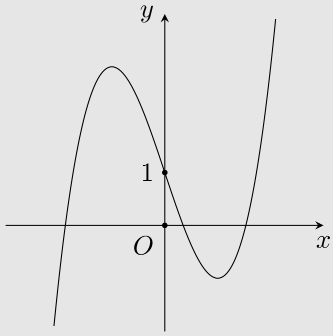
Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$. Ta có

- đồ thị hàm số $\dfrac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$.
- đồ thị các hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$, $y = \dfrac{x-1}{x+1}$, $y = \dfrac{x+3}{1-x}$ không có tiệm cận ngang $y = 2$.

[2D151764]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A $y = x^4 - x^2 + 1$. **B** $y = -x^2 + x - 1$.

C $y = -x^3 + 3x + 1$. **D** $y = x^3 - 3x + 1$.

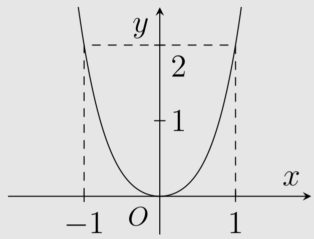
Lời giải

Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba ứng với hệ số $a > 0$, có hai điểm cực trị và cắt trục Oy tại điểm $(0; 1)$.

Từ 4 đáp án đã cho, ta suy ra hàm số đó là $y = x^3 - 3x + 1$.

[2D151765]

Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



(A) $y = x^2 + x$.

(B) $y = x^4 + x$.

C $y = x^4 + x^2$.

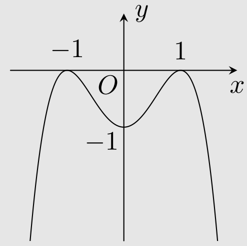
(D) $y = x^3 + x^2$.

Lời giải

Do đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-1; 2)$ và $(1; 2)$ nên đây là đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2$.

[2D151766]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+3x^2-2$.

B. $y=-x^4+2x^2-1$.

C. $y=-x^4+3x^2-3$.

D. $y=-x^4+x^2-1$.

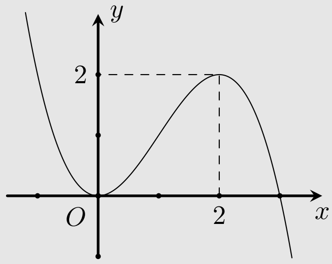
Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy, đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0;-1)$ nên loại các phương án $y=-x^4+3x^2-2$ và $y=-x^4+3x^2-3$.

Từ hình vẽ ta thấy, đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên loại phương án $y=-x^4+x^2-1$.

[2D151767]

Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = -x^3 + 3x^2$.

Ⓑ $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2$.

Ⓒ $y = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{3}{2}x^2$.

D $y = -\dfrac{1}{2}x^3 + \dfrac{3}{2}x^2$.

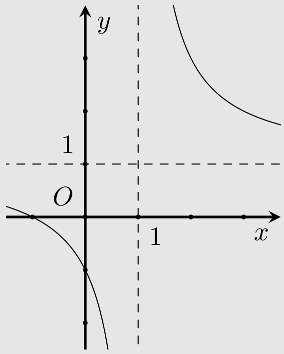
Lời giải

Nhận xét, đồ thị là đồ thị của hàm số bậc ba, có hệ số $a < 0$, đi qua các điểm có tọa độ $(0; 0)$ và $(2; 2)$.

Hàm số $-\dfrac{1}{2}x^3 + \dfrac{3}{2}x^2$ thỏa .

[2D151768]

Hàm số nào dưới đây, có đồ thị như hình kèm theo?



(A) $y = \dfrac{x}{1-x}$. (B) $y = \dfrac{2x}{x-1}$. **(C)** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. (D) $y = \dfrac{x}{x-1}$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 1$ và đường tiệm cận ngang $y = 1$. Ngoài ra, quan sát đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị cắt trục Ox tại điểm $(0; -1)$.

Vậy hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ thỏa.

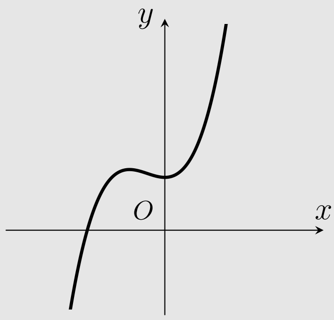
[2D151769]Đường cong trong hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

(B) $y = x^3 + x^2 - 1$.

(C) $y = x^3 + x^2 + 1$.

(D) $y = x^3 - 2x^2 - 1$.



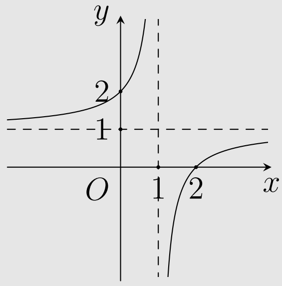
Lời giải

Ta thấy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đi các hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$ và $y = x^3 - 2x^2 - 1$.

Cũng dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có các điểm cực trị thỏa mãn $x_{\text{CĐ}} < 0$ và $x_{\text{CT}} = 0$ nên hàm số thỏa mãn là $y = x^3 + x^2 + 1$.

[2D151770]

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào sau đây?



Ⓐ $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.

C $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

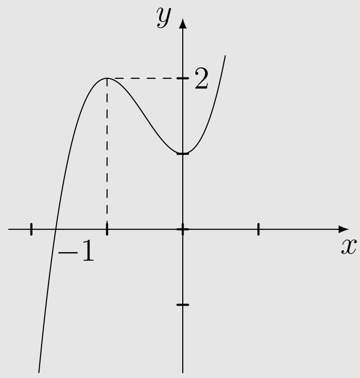
Ⓓ $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy, đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang $y = 1$. Do đó, loại "$y = \dfrac{x+2}{x-2}$" và "$y = \dfrac{x-2}{x+1}$".

Mặt khác, đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$ nên chọn "$y = \dfrac{x-2}{x-1}$".

[2D151771] Đồ thị như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Ⓐ $y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$.

Ⓑ $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$.

C $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$.

Ⓓ $y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên hệ số $a > 0$ nên loại đáp án $y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$ và $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 2)$ nên $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$.

[2D151772]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A $m < -1$ hoặc $m > -\dfrac{1}{3}$.

B $-1 < m < -\dfrac{1}{3}$.

C $m = -\dfrac{1}{3}$.

D $m \leqslant -1$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2 - 3m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2 - 3m$.

Để phương trình $f(x) = 2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt thì $3 < 2-3m < 5 \Leftrightarrow -1 < m < -\dfrac{1}{3}$.

[2D151773]Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$+\infty$

(A) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

B Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng -1.

(C) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng 0.

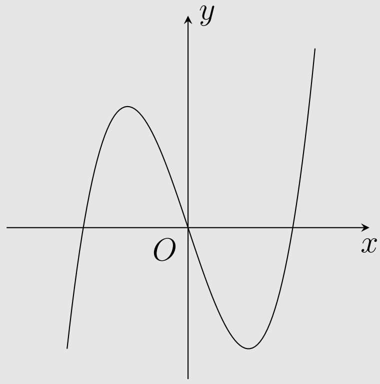
(D) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.

Lời giải

Theo bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ nên hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Do đó mệnh đề giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng -1 sai.

[2D151774]
Đường cong bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



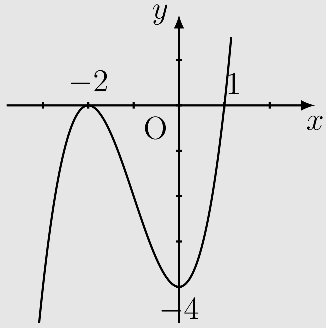
Ⓐ $y = x^3 + 3x$.
Ⓑ $y = x^3 - 3x - 1$.
C $y = x^3 - 3x$.
Ⓓ $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ (loại).
Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ đi qua điểm $(0; -1)$ (loại).
Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ đi qua điểm $(0; 1)$ (loại).

[2D151775]

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = \dfrac{x-4}{x+1}$.

B $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

Ⓒ $y = x^4 + 3x^2 - 4$.

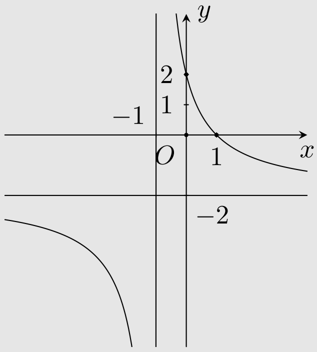
Ⓓ $y = x^3 + 6x^2 - 4$.

Lời giải

- Đồ thị là của hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 0)$, $(1; 0)$ nên chọn $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

[2D151776]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?



A $y = \dfrac{-2x+2}{x+1}$. **B** $y = \dfrac{-x+2}{x+2}$.

C $y = \dfrac{2x-2}{x+1}$. **D** $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

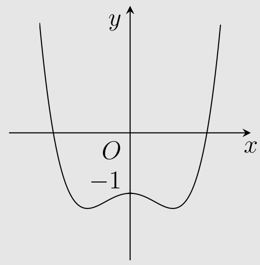
Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;2)$. Ta có

- Đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x+2}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm $(0;2)$.
- Đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x+2}{x+2}$ cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.
- Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm $(0;-2)$.
- Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm $(0;-2)$.

[2D151777]

Đường cong bên hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây?



(A) $y = x^4 + x^2 - 1$.
B $y = x^4 - x^2 - 1$.
(C) $y = -x^4 + x^2 - 1$.
(D) $y = x^2 + 2x - 1$.

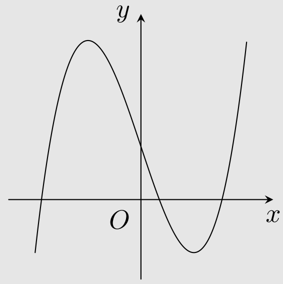
Lời giải

Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương với $a > 0$. Do đó loại phương án $y = -x^4 + x^2 - 1$ và $y = x^2 + 2x - 1$.

Xét hàm số trong phương án $y = x^4 - x^2 - 1$. Ta có $a = 1; b = -1 \Rightarrow a \cdot b < 0$ nên hàm số có 3 cực trị. Do đó đáp án là hàm số $y = x^4 - x^2 - 1$.

[2D151778]

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình bên?



A $y = x^3 - 3x + 1$.

B $y = -x^2 + x - 1$.

C $y = -x^3 + 3x + 1$.

D $y = x^4 - x^2 + 1$.

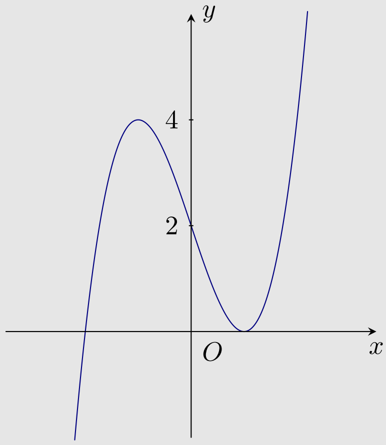
Lời giải

Đồ thị đã cho là của hàm số bậc 3 $\Rightarrow$ Loại $y = -x^2 + x - 1$ và $y = x^4 - x^2 + 1$.

Từ đồ thị, ta thấy hệ số của x^3 dương $\Rightarrow$ chọn $y = x^3 - 3x + 1$.

[2D151779]
Đồ thị sau của hàm số nào?

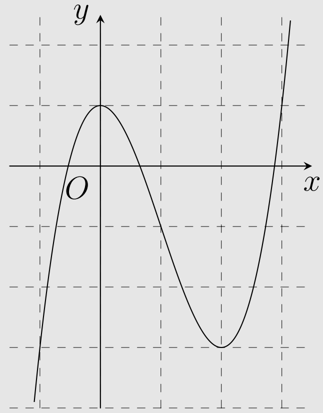
Ⓐ $y = -x^3 - 3x + 2$.
B $y = x^3 - 3x + 2$.
Ⓒ $y = x^3 + 3x + 2$.
Ⓓ $y = x^3 - 3x - 2$.



Lời giải

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Rightarrow$ loại các hàm số $y = -x^3 - 3x + 2$ và $y = x^3 + 3x + 2$.
Đồ thị đi qua điểm $(0; 2) \Rightarrow$ loại hàm số $y = x^3 - 3x - 2$.
Vậy đồ đồ thị đã cho là của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

[2D151780]Đồ thị hình bên là của hàm số



Ⓐ $y = -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

B $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Ⓓ $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

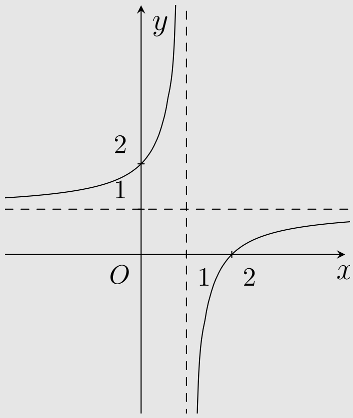
Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hệ số $a > 0$.

Vậy đồ thị là của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

[2D151781]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

B $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

Ⓒ $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.

Ⓓ $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

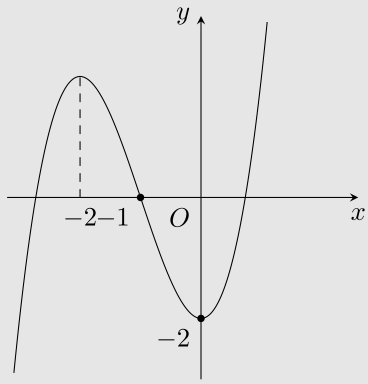
Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ và đi qua các điểm $(0;2), (2;0)$. Do đó $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ thoả mãn.

[2D151782]
Đồ thị bên là đồ thị hàm số nào

A $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **B** $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.

C $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D** $y = x^3 - 3x^2 - 2$.



Lời giải

Đồ thị bên nếu là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + c$ với $a > 0$. Ta loại được hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 2$ và $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Đồ thị đi qua điểm $(-1; 0)$ nên ta chọn hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

[2D151783]

Một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D có bảng biến thiên như sau. Đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

A. $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$.

B. $y = \dfrac{2x+3}{x-2}$.

C. $y = \dfrac{x-4}{x-2}$.

D. $y = \dfrac{x+1}{x-2}$.

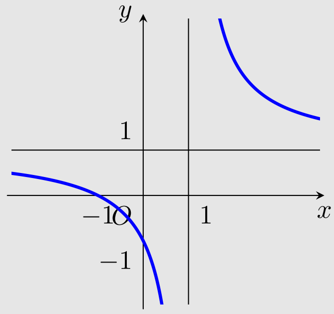
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị có:

- Tiệm cận đứng $x = 2$.
- Tiệm cận ngang $y = 2$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = \dfrac{2x+3}{x-2}$.

[2D151784]
Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

B $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

C $y = x^4 + x^2 + 1$.

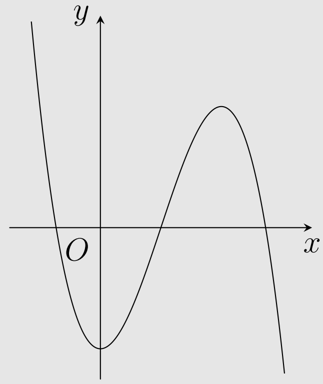
D $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

[2D151785]

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - x^2 - 2$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

C. $y = -x^4 + x^2 - 2$.

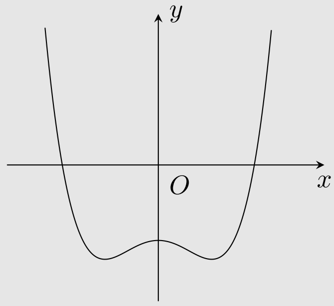
D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Nhìn vào hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a < 0$ nên chọn đáp án là $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

[2D151786]

Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng đường cong như hình vẽ.



A $y = -x^3 + x^2 - 2$.

B $y = -x^4 + x^2 - 2$.

C $y = x^4 - x^2 - 2$.

D $y = x^3 - x^2 - 2$.

Lời giải

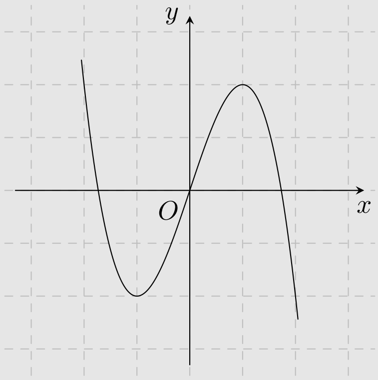
Nhận xét đồ thị trên là đồ thị hàm số trùng phương nên loại hàm số $y = -x^3 + x^2 - 2$ và $y = x^3 - x^2 - 2$.

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.

Vậy ta chọn hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$.

[2D151787]

Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y = x^3 - 3x$.

(B) $y = -x^3 + 3x - 1$.

(C) $y = x^4 - x^2 + 1$.

D $y = -x^3 + 3x$.

Lời giải

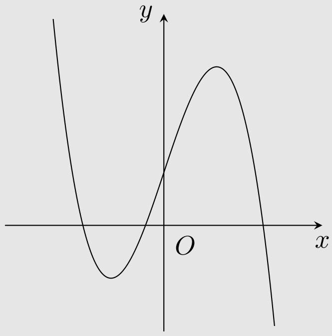
\+ Đây là dạng đồ thị của hàm số bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + \mathrm{d}\,(a \neq 0) \Rightarrow$ loại $y = x^4 - x^2 + 1$.

\+ Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nên $d = 0 \Rightarrow$ loại $y = -x^3 + 3x - 1$.

\+ Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;2) \Rightarrow$ loại $y = x^3 - 3x$.

[2D151788]

Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình bên?



A $y = -x^4 + 1$.

B $y = -x^2 + 1$.

C $y = -x^3 + 3x + 1$.

D $y = -x^3 + 1$.

Lời giải

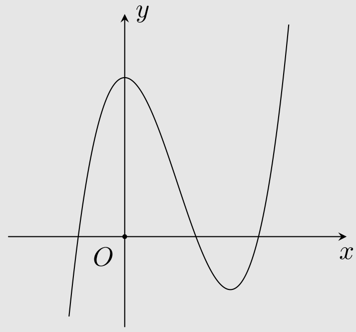
Dựa vào đồ thị ta thấy:

Đây là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại phương án $y = -x^4 + 1$ và $y = -x^2 + 1$.

Xét hàm số $y = -x^3 + 1$, ta có $y' = -3x^2 \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị (loại).

[2D151789]

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



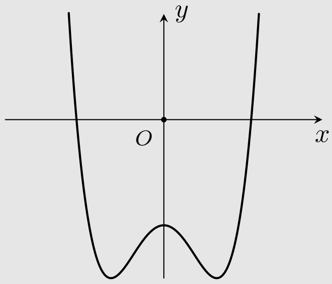
A $y = x^3 - 3x^2 + 3$.
B $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.
C $y = x^4 - 2x^2 + 3$.
D $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Đường cong đã cho là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$.
Vậy hàm số thỏa mãn là $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

[2D151790]

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



Ⓐ $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

B $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

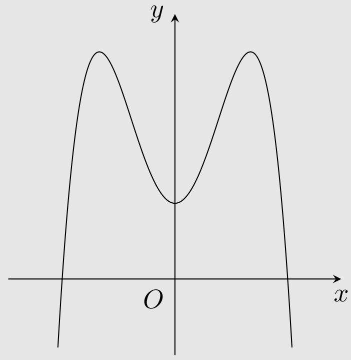
Ⓓ $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị có dạng bậc 4 và $a > 0$ nên $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

[2D151791]

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = 2x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

C. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

D. $y = -2x^3 + 3x + 1$.

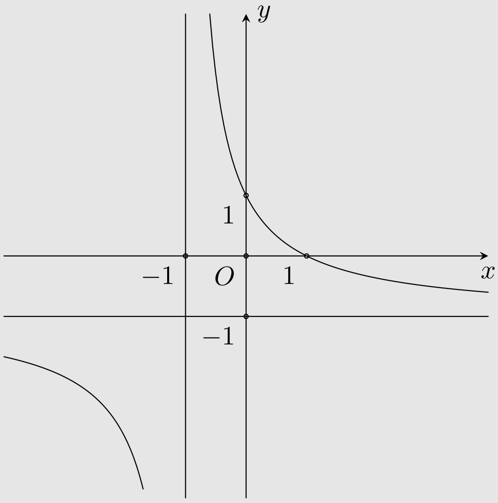
Lời giải

Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a < 0$.

Do đó, chỉ có đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$ là thỏa mãn.

[2D151792]

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



Ⓐ $y = \dfrac{-2x+1}{x+1}$.

Ⓑ $y = \dfrac{-x}{x+1}$.

C $y = \dfrac{-x+1}{x+1}$.

Ⓓ $y = \dfrac{-x+2}{x+1}$.

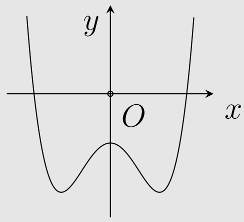
Lời giải

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $(0; 1)$ và trục hoành tại $(1; 0)$, suy ra đồ thị đó là của hàm số $y = \dfrac{-x+1}{x+1}$.

[2D151793]

Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

B $y = x^3 - 3x - 2$.

C $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

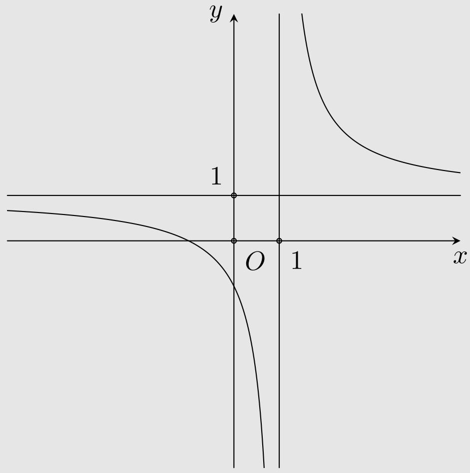
Lời giải

Dựa vào đồ thị, suy ra hàm số có ba điểm cực trị. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{array}\right.$$

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có ba điểm cực trị.

[2D151794]
Đường cong dưới hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. (B) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. (C) $y = x^4 + x^2 + 1$. (D) $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

[2D151795]Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	5	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$				-1		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

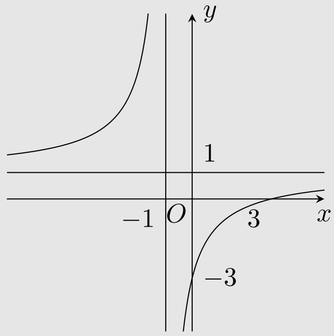
A 0. **B** -1. **C** 3. **D** 5.

Lời giải

Theo định nghĩa giá trị cực tiểu của hàm số ta có $y_{\text{CT}} = -1$.

[2D151796]

Đường cong trong hình vẽ bên dưới đây là của đồ thị hàm số nào?



A $y = \dfrac{x-3}{x+1}$.

B $y = x^4 - x^2 - 3$.

C $y = \dfrac{x+3}{x-3}$.

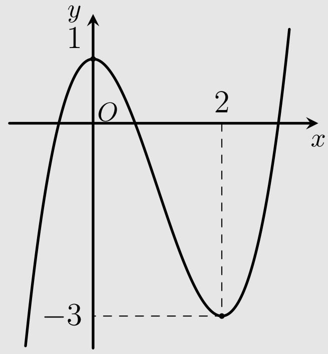
D $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$.

[2D151797]

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



A. Phương trình không có nghiệm.

B. Phương trình có đúng một nghiệm.

C. Phương trình có đúng hai nghiệm.

D. Phương trình có đúng ba nghiệm.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với trục hoành.

Dựa vào hình vẽ, phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có đúng ba nghiệm.

[2D151798]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$	
			$-1 \,\|\, -1$				$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

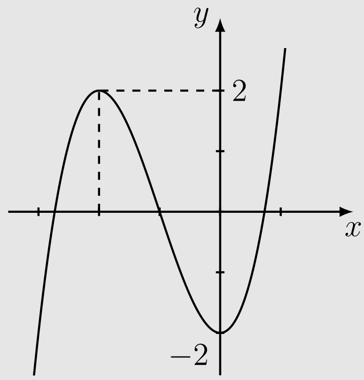
A 1. **B** 0. **C** 3. **D** 2.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$. Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) - 3 = 0$ có 2 nghiệm.

[2D151799]

Cho đồ thị hàm số $(C)\colon y = f(x)$. Số giá trị m nguyên để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt là



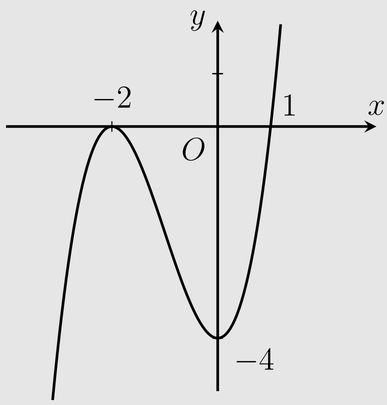
- **A** 4.
- **B** 5.
- **C** vô số.
- **D** 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị $y = f(x)$ ta có, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $-2 < m < 2$.
Vậy $m \in \{-1; 0; 1\}$.

[2D151800]

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1$.



Ⓐ 2. **B** 1. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đường thẳng $y = 1$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$. Đường thẳng $y = 1$ qua điểm $(0; 1)$ song song với Ox nên cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 1 điểm. Do đó phương trình $f(x) = 1$ có đúng 1 nghiệm.

[2D151801]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 7 = 0$ là

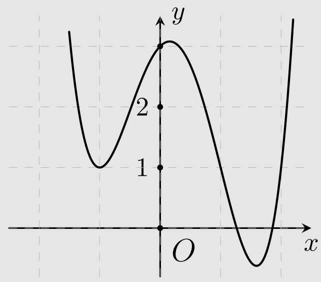
A 2.   **B** 3.   **C** 0.   **D** 1.

Lời giải

Ta nhận thấy hàm số nhận giá trị -7 tại đúng một điểm trong mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ nhưng không nhận giá trị -7 trong $(-1; 1)$. Do đó, phương trình $f(x) + 7 = 0$ có 2 nghiệm.

[2D151802]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong hình bên. Phương trình $f(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?



A 2. **B** 4. **C** 1. **D** 3.

Lời giải

Số nghiệm phương trình $f(x) = 2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x) = 2$ có 4 nghiệm phân biệt.

[2D151803]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A 3. **B** 4. **C** 2. **D** 5.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, nhận thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt. Do đó, phương trình $f(x) = 1$ có 4 nghiệm phân biệt.

[2D151804]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4				$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 4 = 0$ là

A 0. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

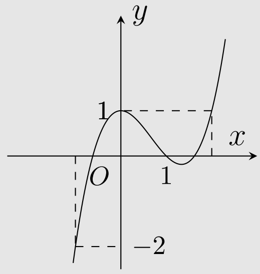
Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) - 4$ như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			0				$-\infty$
	$-\infty$				-6		

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) - 4 = 0$ có hai nghiệm.

[2D151805]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.



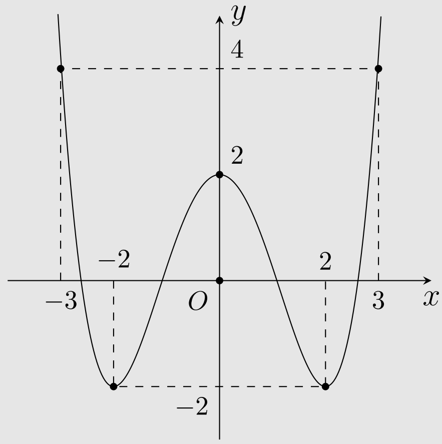
A 0. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $(C)\colon y = f(x)$ với đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi chỉ khi m nhận giá trị nguyên bằng 0.

[2D151806]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là



A 2. **B** 4. **C** 3. **D** 5.

Lời giải

Ta có $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Từ đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt. Do đó phương trình $f(x) - 1 = 0$ có 4 nghiệm.

[2D151807]Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^3 - 3$ cắt trục tung tại mấy điểm?

$\boxed{\text{A}}$ 1 điểm.   (B) 2 điểm.   (C) 4 điểm.   (D) 3 điểm.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm duy nhất có tọa độ $(0; -3)$.

[2D151808]

Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y	5	$\searrow$	$2 \parallel +\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Ⓐ Trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.

B Phương trình $f(x) - 4 = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ⓒ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y = 2$, $y = 5$ và một tiệm cận đứng $x = -1$.

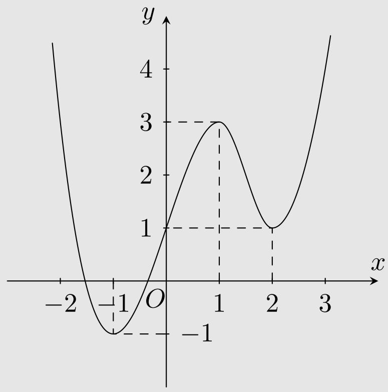
Ⓓ Trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) - 4 = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

[2D151809]

Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.



(A) $m = 2$.

(B) Không có giá trị nào của m thỏa.

C $1 < m < 3$.

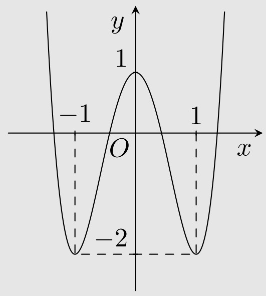
(D) $-1 < m < 3$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số suy ra phương trình $f(x)$ có 4 nghiệm phân biệt khi $1 < m < 3$.

[2D151810]

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là



A 0. **B** 2. **C** 4. **D** 3.

Lời giải

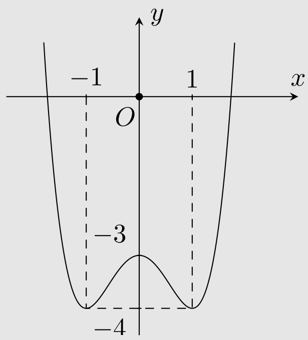
Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{3}{2}$ tại hai điểm phân biệt.

Suy ra phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

[2D151811]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x) + m = 0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt?



Ⓐ 4. **B** 3. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Lời giải

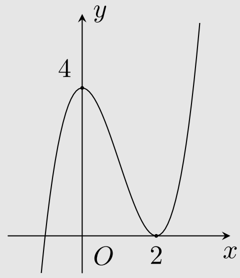
Ta có $4f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{m}{4}$.

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-4 < -\dfrac{m}{4} < -3 \Leftrightarrow 12 < m < 16$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

[2D151812]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 7 = 0$ là



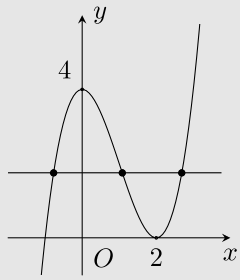
A 2. **B** 4. **C** 3. **D** 1.

Lời giải

Phương trình tương đương với $f(x) = \dfrac{7}{4}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đường thẳng $y = \dfrac{7}{4}$ và đồ thị (C).

Số giao điểm bằng 3 $\Rightarrow$ phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.



[2D151813]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A 0. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$ có ba nghiệm phân biệt.

[2D151814]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A 4. B 0. C 3. D 2.

Lời giải

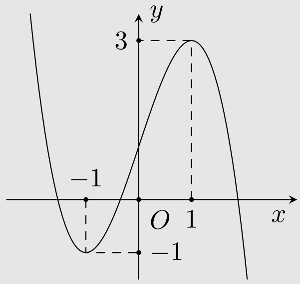
Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$. (1)

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 4 nghiệm.

[2D151815]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là

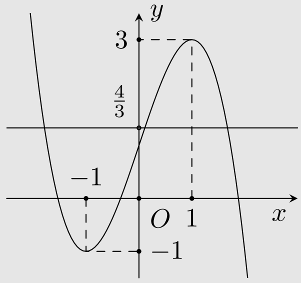


Ⓐ 1. **B** 3. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Lời giải

Ta có

$$3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}.$$



Suy ra số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{4}{3}$.

Vậy số nghiệm của phương trình đã cho là 3.

[2D151816]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có hai cực trị, cực tiểu là $x = -1$ và cực đại là $x = 0$.

[2D151817]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	-1

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 4.

Lời giải

$$2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}.$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình đã cho có 2 nghiệm.

[2D151818]

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là?

x	$-\infty$		-3		4		5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số, suy ra phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm phân biệt.

[2D151819]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A $(4; +\infty)$.

B $(-\infty; -2)$.

C $[-2; 4]$.

D $(-2; 4)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m < 4$.

[2D151820]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A 2. **B** 4. **C** 1. **D** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -3$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) + 3 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

[2D151821]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↗	2	↘	1

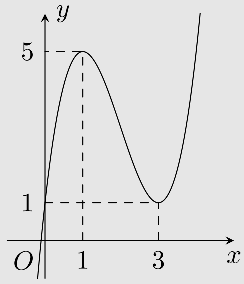
A $m \in (-1; 1)$. **B** $m \in (1; 2)$.
C $m \in [1; 2)$. **D** $m \in (-1; 2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m \in (1; 2)$.

[2D151822]

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$ là

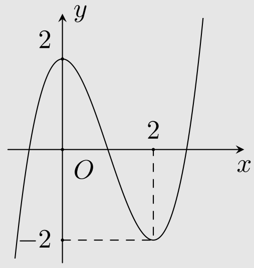


Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 1. **D** 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$. Từ hình vẽ ta thấy, đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

[2D151823]Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \mathrm{d}\,(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $4 \cdot f(x) + 3 = 0$.



A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 0.

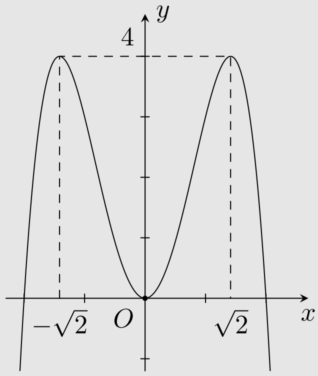
Lời giải

$4 \cdot f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{4}$

Từ đồ thị của hàm số ta suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm thực phân biệt.

[2D151824]

Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.



A $0 < m < 4$. **B** $0 \leqslant m < 4$. **C** $2 < m < 6$. **D** $0 \leqslant m \leqslant 6$.

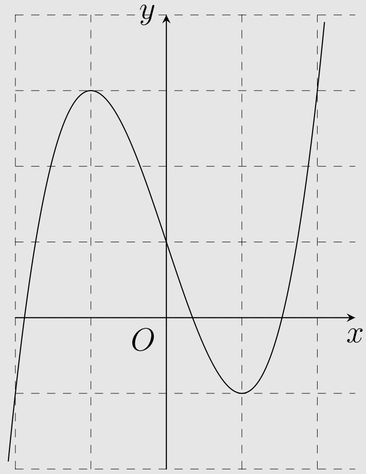
Lời giải

Ta có $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow m - 2 = -x^4 + 4x^2$.

Dựa vào đồ thị, phương trình đã cho có 4 nghiệm khi và chỉ khi $0 < m - 2 < 4 \Leftrightarrow 2 < m < 6$.

[2D151825]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3 = 0$ là

A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.



Lời giải

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$

Ta thấy $-\dfrac{3}{2} < -1$ nên phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất.

[2D151826]Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y			$+\infty$ $\|\|$ 1				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$	$\|\|$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A 0. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

Xét phương trình: $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ tại 2 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

[2D151827]Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị hàm số là (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A 2.
B 3.
C 1.
D 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$

Vậy (C) và trục hoành cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

[2D151828]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 0.

Lời giải

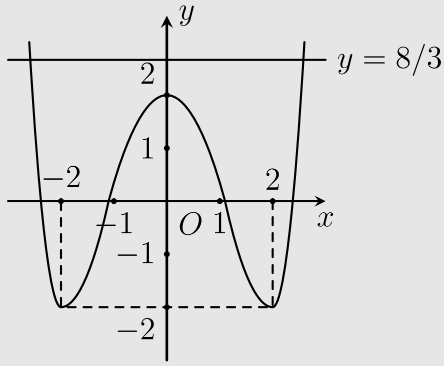
Ta có $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
							$y=-\frac{3}{2}$
	$-\infty$				-2		

Nhìn bảng biến thiên ta thấy phương trình này có ba nghiệm

[2D151829]
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.
Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 8 = 0$ bằng

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.



Lời giải

Ta có $3f(x) - 8 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{8}{3}$. Số nghiệm thực của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{8}{3}$.

Quan sát hình vẽ ta thấy, đường thẳng $y = \dfrac{8}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $3f(x) - 8 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

[2D151830]

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 4$ là

x	$-\infty$		-3		4		5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	3	↘	-3	↗	$+\infty$

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số, suy ra phương trình $f(x) = 4$ có hai nghiệm phân biệt.

[2D151831]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại bao nhiêu điểm?

A 1. **B** 2. **C** 1. **D** 0.

Lời giải

Vì $-2018 < -1$ nên từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y = -2018$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 2 điểm.

[2D151832]Đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

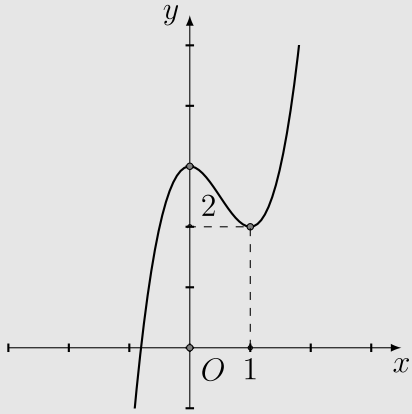
A 0. **B** 4. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{array}\right.$$

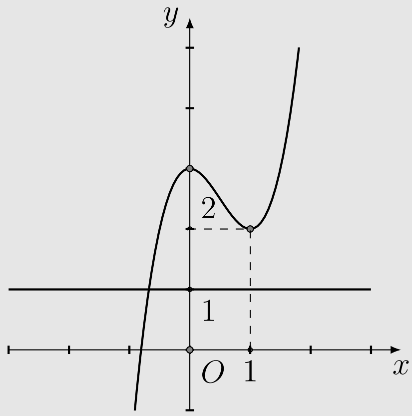
[2D151833]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$.



A 0.
B 1.
C 2.
D 3.

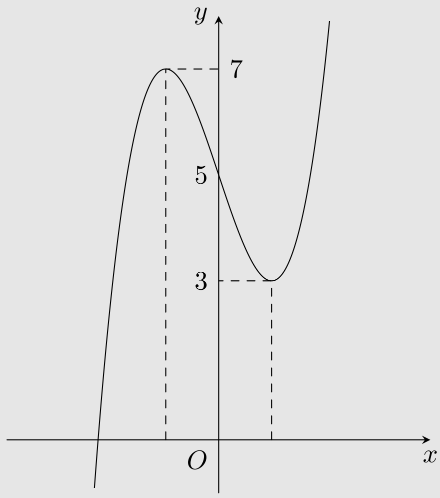
Lời giải

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 1$. Từ đồ thị của hai hàm số ta thấy số giao điểm của hai hàm số là 1.



[2D151834]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 6 = 0$ là



A 3.

B 2.

C 1.

D 4.

Lời giải

Ta có $f(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 6$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = 6$.

Dễ thấy đường thẳng $y = 6$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm nên phương trình $f(x) = 6$ có 3 nghiệm.

[2D151835]Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

(A) $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$. (B) $y = \dfrac{3x+4}{x-1}$. (C) $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. (D) $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+4}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $(0; -4)$.

[2D151836]Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là

A. 2.
B. 0.
C. 3.
D. 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 + 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Vậy đồ thị (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

[2D151837]Số giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 4x + 3$ với đồ thị hàm số $y = x + 3$ là

A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 4x + 3 = x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5}. \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị là 3.

[2D151838]Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt

(A) đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm.

B đường thẳng $y = \dfrac{5}{3}$ tại ba điểm.

(C) đường thẳng $y = -4$ tại hai điểm.

(D) trục hoành tại một điểm.

Lời giải

Dễ thấy phương trình $x^3 - 3x = \dfrac{5}{3}$ có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt đường thẳng $y = \dfrac{5}{3}$ tại ba điểm.

[2D151839]Đồ thị hàm số $y = -\dfrac{x^4}{2} + x^2 + \dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A 4. **B** 3. $\boxed{\textbf{C}}$ 2. **D** 0.

Lời giải

Xét phương trình $y = 0$. Ta có

$$y = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2+1)(x^2-3) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

Phương trình có 2 nghiệm, do đó đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

[2D151840]Tọa độ giao điểm của đồ thị các hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ và $y = x + 1$ là

$\boxed{\textbf{A}}$ $(-1; 0)$. Ⓑ $(3; 1)$. Ⓒ $(2; -3)$. Ⓓ $(2; 2)$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
Xét phương trình hoành độ giao điểm
$\dfrac{x^2 - 2x - 3}{x - 2} = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = x^2 - x - 2 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0$.

[2D151841]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2-3x+2)$ và trục hoành là

(A) 0. (B) 1. $\boxed{\text{C}}$ 2. (D) 3.

Lời giải

Phương trình $y = 0$ có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$.

[2D151842]Cho hàm số $y = (x-2)\left(x^2+4\right)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

D. (C) không cắt trục hoành.

Lời giải

Xét phương trình $(x-2)\left(x^2+4\right) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow (C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

[2D151843]Đồ thị hàm số nào sau đây không cắt trục hoành?

A. $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$.

B. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

D. $y = x^3 + 2x^2 + 4x - 5$.

Lời giải

Xét đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 - 3$ và trục hoành.

Phương trình hoành độ giao điểm

$-x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2+1)^2 + 2 = 0$ (vô nghiệm).

[2D151844]Tìm tọa độ giao điểm I của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 3x$ với đường thẳng $y = -x + 2$.

A $I(2;2)$. **B** $I(2;1)$. **C** $I(1;1)$. **D** $I(1;2)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$4x^3 - 3x = -x + 2 \Leftrightarrow 4x^3 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Với $x = 1$ suy ra $y = 1$. Vậy tọa độ giao điểm $I(1;1)$.

[2D151845]Đường cong $y = x^3 - 5x$ cắt đường thẳng $y = -2x - 2$ lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ tăng dần. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A $(3; -6)$.   **B** $(-3; 6)$.   **C** $(-3; -6)$.   **D** $(3; 6)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 5x = -2x - 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Với $x = -2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A = (-2; 2)$.

Với $x = 1 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow B = (1; -4)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (3; -6)$.

[2D151846]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 4x$ với trục hoành là

(A) 0. **B** 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

[2D151847]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ với trục hoành là

Ⓐ 0. Ⓑ 3. $\boxed{C}$ 2. Ⓓ 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 + x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = -2 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$

Vậy có 2 giao điểm.

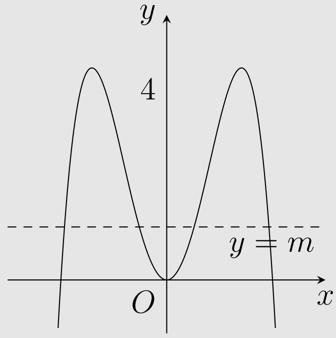
[2D151848]Đồ thị hình bên là của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2$. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 4x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A $0 < m < 4$.

B $0 \leq m \leq 4$.

C $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

D $-\sqrt{2} \leq m <\leq \sqrt{2}$.



Lời giải

Ta có $x^4 - 4x^2 + m = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 4x^2 = m$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình trên có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 4$.

[2D151849]Khẳng định nào sau đây là **sai** về hàm số $y = x^3 - 3x$?

Ⓐ Hàm số có hai điểm cực trị.

Ⓑ Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm.

Ⓒ Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O.

D Đồ thị hàm số cắt trục hoành đúng hai điểm.

Lời giải

- Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị.
- Ta có $y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right.$. Do đó đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm.
- Ta có $x = 0 \Rightarrow y = 0$. Do đó đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O.

[2D151850]Cho hàm số $y = (x^2 - 2)(x^3 + 1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại 5 điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại 4 điểm.

D. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm.

Lời giải

Số giao điểm của (C) với trục hoành là số nghiệm của phương trình

$$\left(x^2 - 2\right)\left(x^3 + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2} \\ x = -1. \end{array}\right.$$

[2D151851]Điểm nào dưới đây thuộc giao điểm của $(P)\colon y = x^2 - x + 1$ và đường thẳng $d\colon y = 2x - 1$.

A $P(3;5)$. **B** $N(2;3)$. **C** $M(1;-1)$. **D** $Q(0;1)$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của d và (P) là nghiệm phương trình $x^2-x+1 = 2x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 3. \end{array}\right.$

Vậy điểm $N(2;3)$ thuộc giao điểm của d và (P).

[2D151852]Đường thẳng $y = 2x + 2018$ và đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A 0. B 1. C 3. D 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số đã cho là

$$\frac{2x+1}{x-1} = 2x + 2018 \Leftrightarrow 2x + 1 = (2x + 2018)(x - 1) \Leftrightarrow 2x^2 + 2014x - 2019 = 0.$$

Phương trình trên có hai nghiệm nên đường thẳng $y = 2x + 2018$ và đồ thị hàm số đã cho có hai điểm chung.

[2D151853]Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d\colon y = x - 1$. Số giao điểm của d và (C) là

A 1. **B** 3. **C** 0. **D** 2.

Lời giải

Xét phương trình $2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ 2x^2 - x - 2 = 0. \quad (1) \end{array}\right.$

Mà (1) có hai nghiệm trái dấu khác 1 nên d và (C) có 3 giao điểm.

[2D151854]Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A\left(x_A; y_A\right)$và $B\left(x_B; y_B\right)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$.

A $x_B + y_B = -5$. B $x_B + y_B = -2$. C $x_B + y_B = 4$. D $x_B + y_B = 7$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và $y = x^3 - x + 3$ là

$$x^3 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = -3 \\ x = 1 \Rightarrow y = 3. \end{array}\right.$$

Do $x_B < x_A$ nên $A(1; 3)$ và $B(-2; -3)$. Do đó ta có $x_B + y_B = -5$.

[2D151855]Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d\colon y = -x + 2$. Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là

A 0. B 1. **C 2.** D 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x-1}{2x+1} = -x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \neq 0 \\ x-1 = (-x+2)(2x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\dfrac{1}{2} \\ 2x^2 - 2x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2} \\ x = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2} \\ x = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$$

Do đó đường thẳng d cắt (C) tại 2 điểm.

[2D151856]Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ và $y = 1 - x^2$. Số giao điểm của hai đồ thị của hai hàm số trên là

(A) 1. (B) 3. (C) 4. **D** 2.

Lời giải

Ta có $x^4 - 4x^2 - 3 = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$ nên số giao điểm của hai đồ thị của hai hàm số trên là 2.

[2D151857]Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = -4x + 8$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A 2. **B** 1. **C** 0. **D** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = -4x + 8$ là

$$x^3 - 3x^2 + 4 = -4x + 8 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = -4x + 8$ có 1 điểm chung.

[2D151858]Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - x + 2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 - x + 5$ cắt nhau tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0; y_0)$. Tìm y_0.

A 0. **B** 4. **C** 1. **D** 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị

$$x^3 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 3.$$

[2D151859]Hai đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và $y = 3x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 3x^2 - 2x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Vậy hai đồ thị có 3 điểm chung.

[2D151860]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau, khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-3		

(A) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là 1.

(B) Hàm số nghịch biến trên $(-3; 1)$.

(C) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận.

D Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ là $(0; 1)$, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-3; 1)$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận và đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

[2D151861]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là

A. 3.
B. 4.
C. 2.
D. 1.

Lời giải

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{array}\right.$$

Suy ra đồ thị hàm số có bốn giao điểm với trục hoành.

[2D151862]Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{2x-1}$ có tọa độ giao điểm với trục tung là

A $(0;-1)$. **B** $\left(-1;\dfrac{1}{3}\right)$. **C** $(0;1)$. **D** $(1;3)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{2x-1}$ có tọa độ giao điểm với trục tung là $(0;-1)$.

[2D151863]Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-5}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ

A $(0;-5)$. B $(5;0)$. C $(-5;0)$. D $(0;5)$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của $y = \dfrac{x-5}{x+1}$ với trục tung là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = \dfrac{x-5}{x+1} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -5. \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(0;-5)$.

[2D151864]Đường thẳng $y=2x-1$ cắt đường cong $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm có tung độ lần lượt là y_1, y_2. Khi đó y_1+y_2 bằng

A. -1. B. 1. C. -2. D. 2.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
Phương trình hoành độ giao điểm là

$$2x-1=\frac{x+3}{x-1}\Leftrightarrow(2x-1)(x-1)=x+3\Leftrightarrow 2x^2-4x-2=0\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=1+\sqrt{2}\\x_2=1-\sqrt{2}.\end{cases}$$

Với $x_1=1-\sqrt{2}$ thì $y_1=1-2\sqrt{2}$, $x_2=1+\sqrt{2}$ thì $y_2=1+2\sqrt{2}$.
Khi đó $y_1+y_2=2$.

[2D151865]Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A $y=-x^4+2x^2$. **B** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C** $y=x+3$. **D** $y=\dfrac{3-x}{x-2}$.

Lời giải

Ứng với $x=0$, chỉ có hàm số $y=\dfrac{3-x}{x-2}$ mang giá trị âm.

[2D151866]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ với trục Ox là

A 3. B 2. C 1. D 4.

Lời giải

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Do đó đồ thị có hai giao điểm với trục Ox.

[2D151867]Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình nào sau đây?

A $g(x) = 0$. **B** $f(x) + g(x) = 0$. **C** $f(x) - g(x) = 0$. **D** $f(x) = 0$.

Lời giải

Theo lý thuyết, số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$.

[2D151868]Biết rằng đường thẳng $y = 4x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + 1$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A $y_0 = 10$. B $y_0 = 13$. C $y_0 = 11$. D $y_0 = 12$.

Lời giải

Ta có x_0 là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + 2x + 1 = 4x + 5 \Leftrightarrow x^3 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Với $x_0 = 2$ thì $y_0 = 4 \cdot 2 + 5 = 13$.
Vậy $y_0 = 13$.

[2D151869]Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 3x^2 + 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?

A -3. **B** 1. **C** 0. **D** -1.

Lời giải

Với $x = 0$ ta có $y = 1$. Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

[2D151870]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0. B. 1. **C** 3. D. 2.

Lời giải

Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

[2D151871]Tìm tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ và đường thẳng $y = x+1$.

- **A** $M(0;1)$, $N(3;2)$.
- **B** $M(0;1)$, $N(2;3)$.
- **C** $M(0;-1)$, $N(2;-3)$.
- **D** $M(1;0)$, $N(3;2)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x-1}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Vậy tọa độ các giao điểm là $M(0;1)$, $N(2;3)$.

[2D151872]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A 3. **B** 4. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = \dfrac{3}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt.

[2D151873]Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là

A $(-1; 0)$. **B** $(0; -2)$. **C** $(0; 2)$. **D** $(2; 0)$.

Lời giải

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = x^3 - 3x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2. \end{cases}$

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0; -2)$.

[2D151874]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m - 4$ đi qua điểm $N(-2; 0)$.

A $m = -\dfrac{6}{5}$. **B** $m = 2$. **C** $m = -1$. **D** $m = 1$.

Lời giải

Vì điểm $N(-2; 0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m - 4$ nên ta có phương trình

$$(-2)^4 - 2m(-2)^2 + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

[2D151875]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $f(x) = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-4 \leqslant m \leqslant 1$. B. $-5 \leqslant m \leqslant 0$. C. $-4 < m < 1$. D. $-5 < m < 0$.

Lời giải

Để phương trình có bốn nghiệm phân biệt thì $-4 < m + 1 < 1 \Leftrightarrow -5 < m < 0$.

[2D151876]Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là

A 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

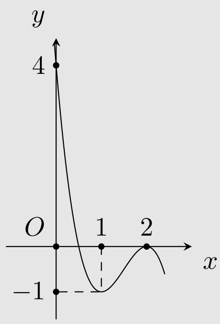
Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

[2D151877]

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với $d \neq 0$, có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 1 = 0$ bằng



Ⓐ 0. **B** 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương $f(x) = \dfrac{1}{3}$. Đường thẳng $y = \dfrac{1}{3}$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 1 điểm nên phương trình đã cho có 1 nghiệm.

[2D151878]Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = x + 1$ là

(A) 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - x^2 + 2x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^3 - x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x\left(x^2 - x + 1\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = x + 1$ có 1 điểm chung.

[2D151879]Đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 4.

Lời giải

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Do đó đồ thị cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

[2D151880]Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ cắt trục Ox tại mấy điểm?

(A) 3. $\boxed{\text{B}}$ 4. (C) 0. (D) 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox là

$$x^4 - 4x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 2 + \sqrt{3} \\ x^2 = 2 - \sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{3}} \\ x = \pm\sqrt{2 - \sqrt{3}}. \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số cắt Ox tại bốn điểm.

[2D151881]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục Ox bằng

A 2. **B** 1. **C** 4. **D** 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 1 = 0$.

Ta thấy phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$ có 3 nghiệm.

[2D151882]Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ cắt trục tung tại điểm nào?

A. $A(3;0)$. B. $B(1;1)$. C. $C(-1;-1)$. **D.** $D(0;3)$.

Lời giải

Giao với trục tung: $x = 0 \Rightarrow y = 3$.

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ cắt trục tung tại điểm $D(0;3)$.

[2D151883]Tính tổng hoành độ của các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x+6}{x+2}$ và đường thẳng $y = -x$.

A -7. Ⓑ -5. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{5x+6}{x+2} = -x\ (x \neq -2) \Leftrightarrow x^2 + 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -6. \end{array}\right.$

Tổng hoành độ của các giao điểm bằng: -7.

[2D151884]Đồ thị hàm số $y = -4x^4 - 5x^2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

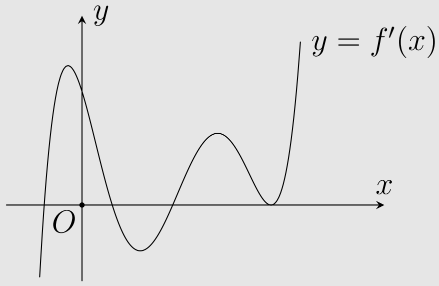
A 1. B 3. C 0. D 4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm : $-4x^4 - 5x^2 = 0 \Leftrightarrow -x^2(4x^2 + 5) = 0 \Rightarrow x = 0$.

[2D151885]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$.



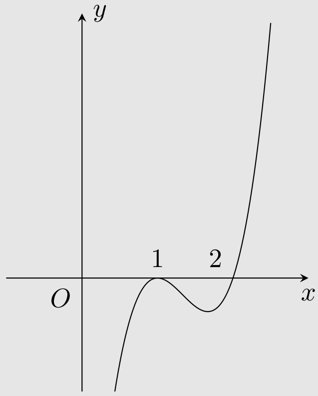
A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 4.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ chỉ một lần, do đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại.

[2D151886]

Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



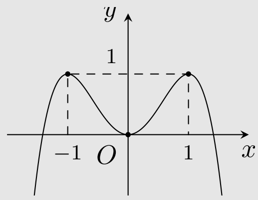
A $(2; +\infty)$. **B** $(0; 1)$. **C** $(1; 2)$. **D** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x) > 0$, $\forall x > 2$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

[2D151887]

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là



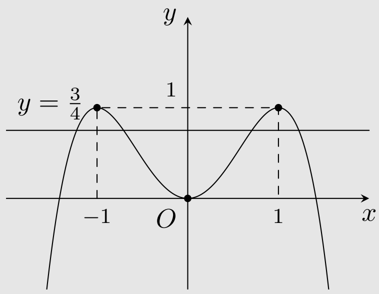
A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 0.

Lời giải

Ta có $4f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{4}$.

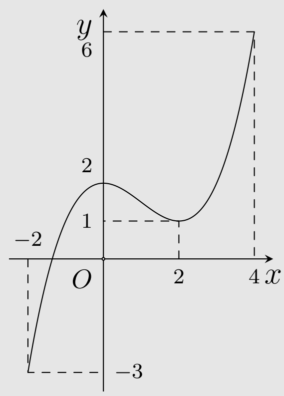
Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{4}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, suy ra số nghiệm phương trình là 4.



[2D151888]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ trên đoạn $[-2; 4]$ là

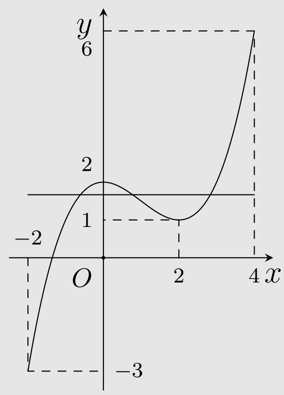


(A) 0. **B** 3. (C) 2. (D) 1.

Lời giải

Phương trình $f(x) = \dfrac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình này là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{5}{3}$. Quan sát hình bên ta thấy có 3 giao điểm do đó phương trình đã cho có ba nghiệm.



[2D151889]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	2	$\searrow$	‖ $+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	3
	-3				$-\infty$ ‖		-4		

Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

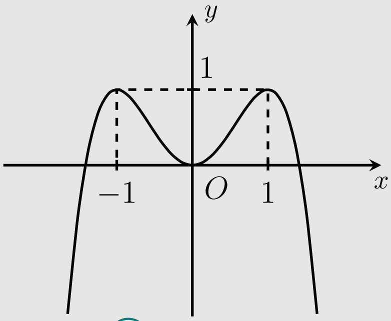
A $-4 < m < 3$. **B** $-3 < m < 3$. **C** $-4 < m < 2$. **D** $-3 < m < 2$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi $-3 < m < 2$.

[2D151890]

Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



A $m > 0$.
B $0 < m < 1$.
C $0 \leq m \leq 1$.
D $m < 1$.

Lời giải

Phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ và đường thẳng $y = m$.
Số nghiệm của phương trình trên là số giao điểm của hai đồ thị trên.
Qua đồ thị ta thấy, phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$.

[2D151891]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty \,\|\, -\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất.

A $(0; +\infty) \cup \{-1\}$. **B** $(0; +\infty)$. **C** $[0; +\infty)$. **D** $[0; +\infty) \cup \{-1\}$.

Lời giải

Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thì hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra điều kiện để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thì hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất là $m > 0$ hoặc $m = -1$.

[2D151892]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = 3m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A $[-1; 3]$. **B** $(-1; 3)$. **C** $\left(-\dfrac{1}{3}; 1\right)$. **D** $\left[-\dfrac{1}{3}; 1\right]$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, phương trình $f(x) = 3m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-1 < 3m < 3 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{3} < m < 1$.

[2D151893]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 5 = 0$ là

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 0.

Lời giải

Có $f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -5$.

Từ bảng biến thiên ta suy ra $f(x) \geq -4$, $\forall x \in \mathbb{R}$, vậy suy ra phương trình $f(x) = -5$ vô nghiệm.

[2D151894]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-2		

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

A $m < -2$. **B** $-2 < m < 4$. **C** $-2 \leq m \leq 4$. **D** $m > 4$.

Lời giải

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta có: $-2 < m < 4$.

[2D151895]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm phương trình $f(x) + 3 = 0$ là

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

Từ $f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -3$. Do đó dựa vào bảng biến thiên ta suy ra số nghiệm của phương trình là 2.

[2D151896]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ là

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A 2. **B** 0. **C** 1. **D** 3.

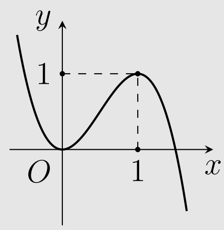
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm. Vậy phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm.

[2D151897]

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = x$.



Ⓐ 0.

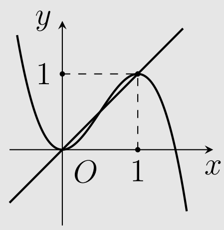
Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

D 3.

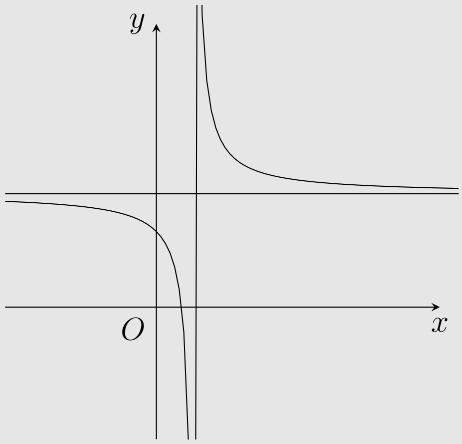
Lời giải

Ta vẽ thêm đường thẳng $y = x$. Quan sát hình vẽ thì hai đồ thị của các hàm số $y = f(x)$ và $y = x$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt, suy ra phương trình $f(x) = x$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



[2D151898]

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\dfrac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực?



A $-3 < m < 0$.

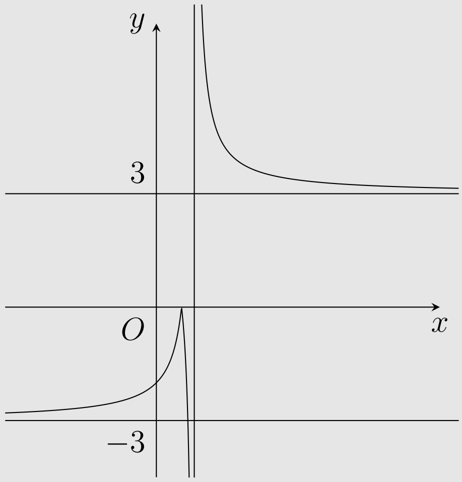
B $m < -3$.

C $0 < m < 3$.

D $m > 3$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{|3x-2|}{x-1}$ được tạo thành bằng cách:



- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x-1}$ với $x \geq \dfrac{2}{3}$;
- Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x-1}$ với $x < \dfrac{2}{3}$ qua trục Ox.

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $-3 < m < 0$.

[2D151899]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Phương trình $f(x) - 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

B. Phương trình $f(x) + 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình $f(x) = -3$ có 2 nghiệm phân biệt.

D. Phương trình $f(x) - 5 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 5$ vô nghiệm.

[2D151900]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m sao cho phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A $(-\infty; -1)$. **B** $(-\infty; 2)$. **C** $(-1; 2)$. **D** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Nhìn từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m < -1$.

[2D151901]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ tại bốn điểm phân biệt.

A $m > -1$. **B** $-1 < m < 1$. **C** $m < -4$. **D** $-4 < m < -3$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4		-3		-4		$+\infty$

Suy ra với $-4 < m < -3$ thì hai đồ thị đã cho cắt nhau tại 4 điểm phân biệt.

[2D151902] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A $\left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 5. \end{array}\right.$ **B** $1 < m < 5$.   **C** $m < 1$.   **D** $m > 5$.

Lời giải

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt khi $\left[\begin{array}{l} m - 1 < 0 \\ m - 1 > 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 5. \end{array}\right.$

[2D151903]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-1 \;\|\; +\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

(A) Hàm số có hai điểm cực trị.

(B) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

(D) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

Ta thấy hàm số không xác định tại $x = 1$ nên khẳng định hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ sai.

[2D151904]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$-$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A 0. B 3. C 4. **D** 2.

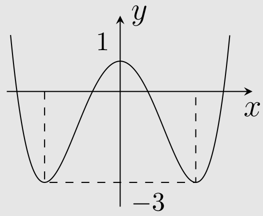
Lời giải

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$ suy ra số nghiệm của phương $f(x) = -2$ là 2.

[2D151905]

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là



A 3. **B** 2.

C 4. **D** 1.

Lời giải

Ta có $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

[2D151906]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm.

A $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

C $(-2; 2)$.

D $[-2; 2]$.

Lời giải

Qua bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm khi và chỉ khi $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

[2D151907]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m > 0$.

B. $m \geq -1$.

C. $m > 0$ hoặc $m = -1$.

D. $m \geq 0$ hoặc $m = -1$.

Lời giải

Phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt. Dựa vào bảng biến thiên, ta tìm được $m > 0$ hoặc $m = -1$.

[2D151908]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$ là

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A 3. **B** 5. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

Ta có $f^2(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 2 \\ f(x) = -2. \end{array}\right.$

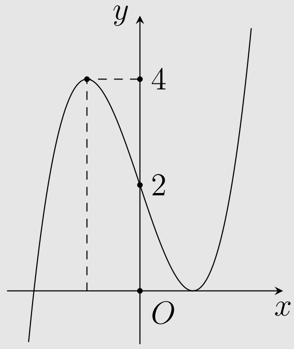
Dựa vào bảng biến thiên

- phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.
- phương trình $f(x) = -2$ có -2 có 2 nghiệm và không trùng với các nghiệm của phương trình $f(x) = 2$.

Vậy phương trình $f^2(x) - 4 = 0$ có 5 nghiệm.

[2D151909]

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có 3 nghiệm phân biệt.



A $0 < m < 4$.

B $0 < m < 5$.

C $1 < m < 5$.

D $-1 < m < 4$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = m - 1$.

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $0 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

[2D151910]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$2 \;\|\; +\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)+1 = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

A $(-4; 2)$. **B** $(-\infty; 2]$. **C** $[-4; 2)$. **D** $(-3; 3)$.

Lời giải

Phương trình $f(x) + 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m - 1$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y = m - 1$ và đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị m thỏa yêu cầu bài toán là $-4 < m-1 < 2 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

[2D151911]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$4 \,\|\, -\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A 1. **B** 2. **C** 0. **D** 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là số giao điểm của đồ thị $(C)\colon y = f(x)$ và đường thẳng $d\colon y = 2$. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là 2.

[2D151912]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là

A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 0.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm.

Đồ thị hàm số $y = f(x) + 3$ nhận được khi tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ theo véc-tơ $\overrightarrow{u} = (0; 3)$, do đó đồ thị hàm số $y = f(x) + 3$ cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất.

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là 1.

Hoặc: Phương trình $f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -3$. Dựa và đồ thị ta thấy đường thẳng $y = -3$ cắt đồ thị hàm số tại 1 điểm duy nhất.

[2D151913]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x+5) - 4 = 0$ là

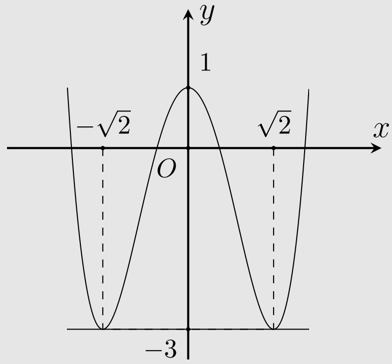
A 0. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x+5) - 4 = 0$ là số giao điểm của đường thẳng $d\colon y = 4$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$. Dựa vào bảng biến thiên, phương trình đã cho có 2 nghiệm.

[2D151914]

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là



A 4. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

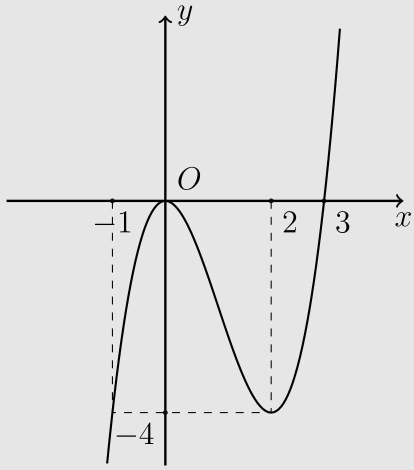
Lời giải

Ta có $f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -3. \quad (*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -3$.
Dựa vào đồ thị ta thấy có 2 giao điểm nên phương trình $(*)$ có 2 nghiệm.

[2D151915]

Đồ thị của hình bên là của hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 = m$ có nghiệm duy nhất.



A $m > 0$.

B $m = 0$ hoặc $m = 4$.

C $m < -4$.

D $m < -4$ hoặc $m > 0$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 = m$ tương ứng với số giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 3x^2$ và $y = m$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ để thỏa mãn bài toán khi $m > 0$ hoặc $m < -4$.

[2D151916]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m = -2, m \geq -1$.

B. $m > 0, m = -1$.

C. $m = -2, m > -1$.

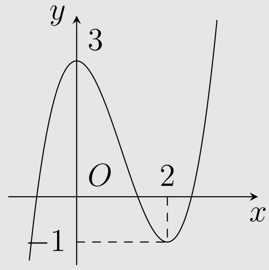
D. $-2 < m < -1$.

Lời giải

Ta có $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1$. Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m+1=-1 \\ m+1>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1. \end{array}\right.$

[2D151917]

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.



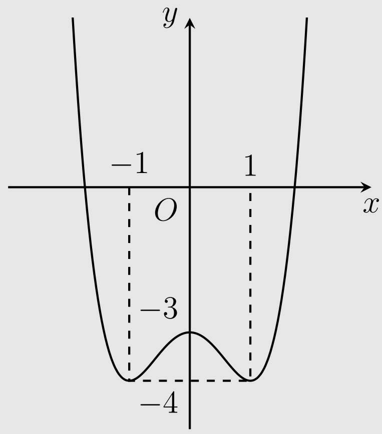
A $-3 < m < 1$.
B $-1 < m < 3$.
C $-3 \le m \le 1$.
D $-1 \le m \le 3$.

Lời giải

Ta có $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$.

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = -m$ tại ba điểm phân biệt. Hay $-1 < -m < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

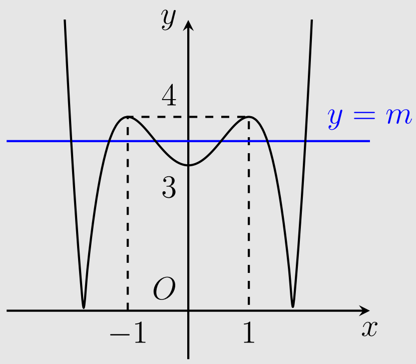
[2D151918]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.



Ⓐ $-4 < m < -3$. Ⓑ $0 < m < 3$. Ⓒ $m > 4$. **D** $3 < m < 4$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$



Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng $y = m$. Phương trình có 6 nghiệm phân biệt khi $3 < m < 4$.

[2D151919]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1 $\|$ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

A $m \in (1; 2)$. **B** $m \in (-2; -1)$.

C $m \in (1; 2]$. **D** $m \in [-2; -1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x)+m = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m \in (1; 2) \Leftrightarrow m \in (-2; -1)$.

[2D151920]Cho phương trình $3 - 2\sin 2x = -m$. Phương trình có nghiệm khi m thuộc tập giá trị sau

A $[-5; -3]$.　　B $[-5; -2]$.　　C $[-5; -1]$.　　D $[-5; 0]$.

Lời giải

Ta có $m = 2\sin 2x - 3$. Do $\sin 2x \in [-1; 1]$ nên $-5 \leq m \leq -1$.
Vậy để phương trình có nghiệm thì $-5 \leq m \leq -1$.

[2D151921]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	-2	$\searrow$	‖ $+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$ ‖	$\nearrow$	-2
			$-\infty$ ‖		1		‖ $-\infty$		

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

A $[-2; 1)$. **B** $[-2; 1]$. **C** $[1; +\infty)$. **D** $(-\infty; -2]$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $f(x) \in (-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$.

Do đó, phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm khi $m \in [-2; 1)$.

[2D151922]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				2				$+\infty$
			-3				-3		

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A $-3 < m < 2$. **B** $-3 \leq m \leq 2$. **C** $m < -2$. **D** $m > -3$.

Lời giải

Phương trình $f(x) - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-3 < m < 2$.

[2D151923]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A $-2 < m < 4$.

B $-2 \leq m \leq 4$.

C $m \in \mathbb{R}$.

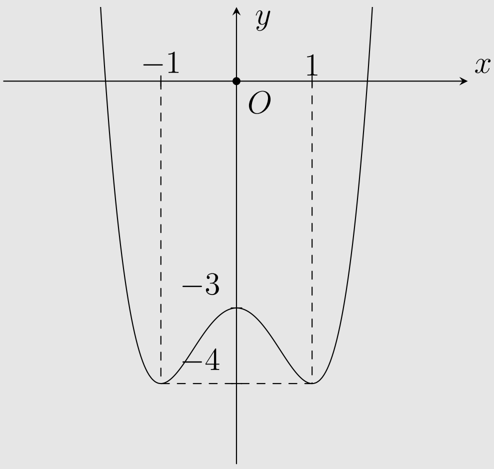
D $m \in \varnothing$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và $y = m$. Do vậy, để phương trình $f(x) = m$ thì $-2 < m < 4$.

[2D151924]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

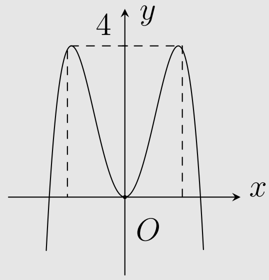


A $-4 < m < -3$.
B $m > -4$.
C $-4 \leq m < -3$.
D $-4 < m \leq -3$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = m$ có bốn ngiệm phân biệt khi $-4 < m < -3$.

[2D151925]
Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?



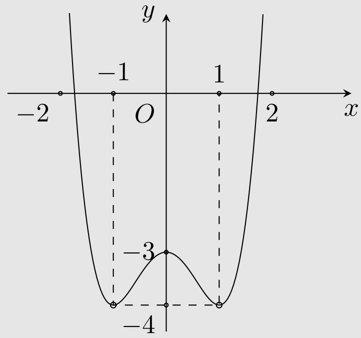
A $0 \leq m < 4$. **B** $0 < m < 4$. **C** $0 \leq m \leq 6$. **D** $2 < m < 6$.

Lời giải

$x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 4x^2 = m - 2$. Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ và đường thẳng $y = m - 2$. Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m - 2 < 4 \Leftrightarrow 2 < m < 6$.

[2D151926]

Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình bên. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?



A $m \le \dfrac{1}{2}$.

B $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m = \dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

C $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

D $0 < m < \dfrac{1}{2}$.

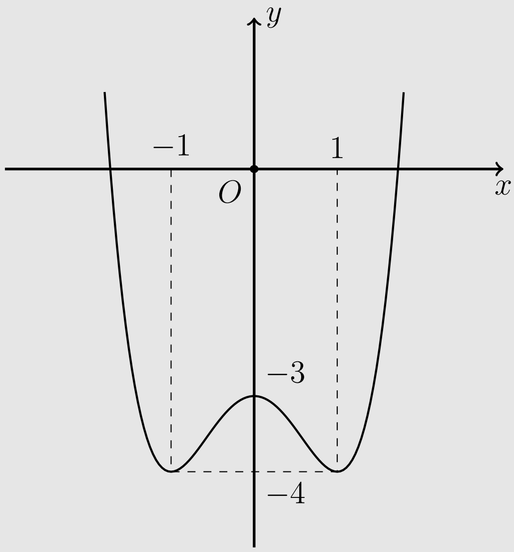
Lời giải

Phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt khi đồ thị hàm số $y = 2m - 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ tại hai điểm phân biệt.

Từ đồ thị ta được $\left[\begin{array}{l} 2m - 4 = -4 \\ 2m - 4 > -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

[2D151927]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)+m-2018 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.



A $2021 \leq m \leq 2022$.

B $2021 < m < 2022$.

C $\left[\begin{array}{l} m \geq 2022 \\ m \leq 2021 \end{array}\right.$.

D $\left[\begin{array}{l} m > 2022 \\ m < 2021 \end{array}\right.$.

Lời giải

Phương trình tương đương với

$$f(x) = 2018 - m \qquad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d\colon y = 2018 - m$. Dựa vào đồ thị ta có $-4 < 2018 - m < -3 \Leftrightarrow 2021 < m < 2022$ thì phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

[2D151928]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên và $f(-2) = 3$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 3$ là

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Ⓐ $S = (-2; 2)$.

B $S = (-\infty; -2)$.

Ⓒ $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

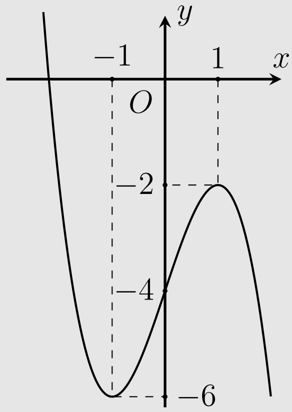
Ⓓ $S = (-2; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên và $f(-2) = 3$, ta có $f(x) > 3 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2)$.

[2D151929]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = -3$ có số nghiệm là



A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -3$. Dựa vào đồ thị của hàm số thì phương trình $f(x) = -3$ có 3 nghiệm phân biệt.

[2D151930]Đồ thị của hàm số $y = x^4 - x^3 - 2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A 2.   (B) 1.   (C) 0.   (D) 4.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 3x^2 = x^2(4x-3)$. Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{3}{4} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$			$-\frac{539}{256}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

[2D151931]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $f(x) - 2m = 0$ có 3 nghiệm khi và chỉ khi

A $-1 \leqslant m \leqslant 2$. **B** $-1 < m < 2$. **C** $-1 < m \leqslant 2$. **D** $-2 < m < 4$.

Lời giải

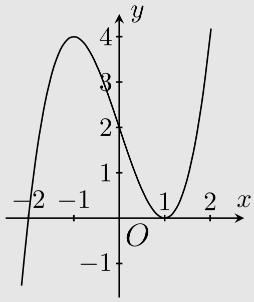
Ta có $f(x) - 2m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2m$ (1).

Số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m$.

Dựa vào bảng biến thiên: phương trình có 3 nghiệm khi và chỉ khi $-2 < 2m < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.

[2D151932]

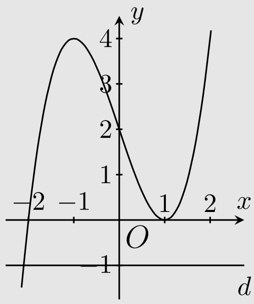
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là



Ⓐ 2. Ⓑ 0. **C** 1. Ⓓ 3.

Lời giải

Ta có $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$. Từ đó suy ra số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d\colon y = -1$.

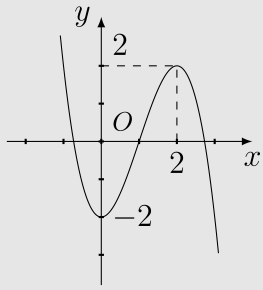


Nhìn vào đồ thị ta suy ra đường thẳng d cắt đồ thị tại đúng 1 điểm.

Vậy phương trình $f(x) + 1 = 0$ có đúng 1 nghiệm.

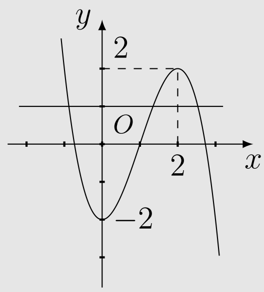
[2D151933]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt nhỏ hơn 2?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.



Lời giải

Ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt và có đúng hai giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 2.



[2D151934]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- (A) Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành.
- (B) Hàm số có hai cực trị.
- **C** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- (D) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

Lời giải

Hàm số đã cho không xác định tại điểm $-1 \in (-2; 0)$, do đó khẳng định "Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$" là khẳng định sai.

[2D151935]Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\dfrac{1}{3}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1, giá trị nhỏ nhất bằng $-\dfrac{1}{3}$.

D. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Lời giải

Vì hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ nên từ bảng biến thiên của hàm số suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x_{\text{CT}}=1$ và hàm số đạt cực đại tại $x_{\text{CĐ}}=3$.
Vậy, mệnh đề "Hàm số có hai điểm cực trị" là mệnh đề đúng.

[2D151936]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là

A 3. **B** 0. **C** 1. **D** 2.

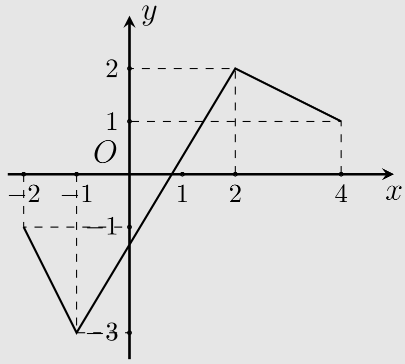
Lời giải

Ta có $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

[2D151937]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào trong bốn mệnh đề sau đây là đúng?



A $f'\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot f'(3) > 0$.

B $\min\limits_{x\in[-2;4]} f(x) = -2$.

C $\max\limits_{x\in[-2;4]} f(x) = 4$.

D Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt trên $[-2; 4]$.

Lời giải

1. $\min\limits_{x\in[-2;4]} f(x) = -2$. Mệnh đề này sai, vì giá trị nhỏ nhất bằng -3.
2. $\max\limits_{x\in[-2;4]} f(x) = 4$. Mệnh đề này sai, vì giá trị lớn nhất bằng 2.
3. Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt trên $[-2; 4]$. Mệnh đề này sai, vì chỉ có 1 nghiệm.
4. $f'\left(-\dfrac{3}{2}\right) \cdot f'(3) > 0$. Mệnh đề này đúng. Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(2; 4)$ nên $f'\left(-\dfrac{3}{2}\right) \cdot f'(3) > 0$.

[2D151938]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A 2. B 0. C 1. D 3.

Lời giải

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = -2$ có hai nghiệm phân biệt. Một nghiệm là $x = 3$ và một nghiệm là $x = x_0 < -1$.

[2D151939]Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

A $m \in (2; +\infty)$. **B** $m \in (-2; 2)$. **C** $m \in \mathbb{R}$. **D** $m \in (-\infty; -2)$.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3,\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-2		

Để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt thì đường thẳng $y = -m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ tại đúng ba điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên ta suy ra $-2 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

[2D151940]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm là

A $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

C $(-2; 2)$.

D $[-2; 2]$.

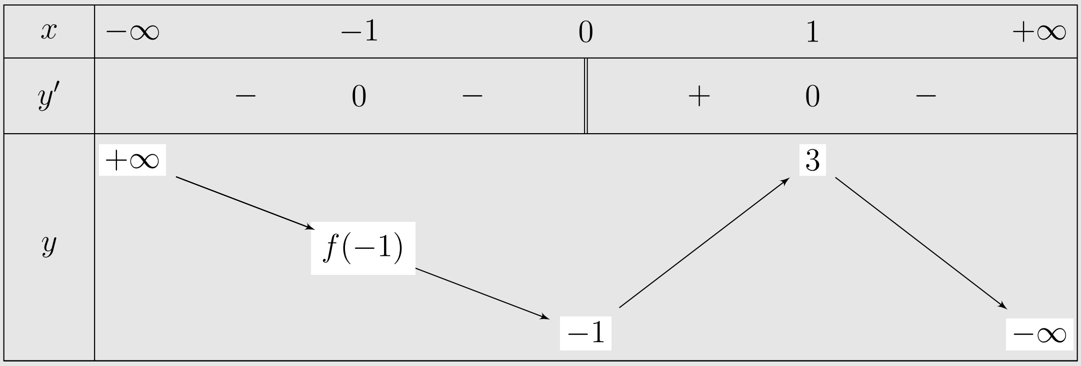
Lời giải

Để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại đúng một điểm.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại đúng một điểm.

Do đó $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

[2D151941]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) - 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

(A) 5. (B) 4. **(C) 3.** (D) 2.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với $f(x) = m + 2$. Từ bảng biến thiên, phương trình này có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m + 2 < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 1$. Do đó, có ba số nguyên m thỏa mãn là $-2, -1, 0$.

[2D151942]Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 3x - \cos 2x + m\cos x - 1 = 0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

A $1 \le m \le 3$. **B** $1 < m < 3$. **C** $3 < m < \dfrac{13}{4}$. **D** $3 \le m < \dfrac{13}{4}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}
& \cos 3x - \cos 2x + m\cos x - 1 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & 4\cos^3 x - 3\cos x - (2\cos^2 x - 1) + m\cos x - 1 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & 4\cos^3 x - 2\cos^2 x - 3\cos x + m\cos x = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \cos x(4\cos^2 x - 2\cos x - 3 + m) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l}\cos x = 0 \\ 4\cos^2 x - 2\cos x - 3 + m = 0.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Nếu $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. Phương trình này có 2 nghiệm thuộc $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Nếu $4\cos^2 x - 2\cos x - 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4\cos^2 x + 2\cos x + 3 = f(x)$.

Để phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ thì phương trình $m = f(x)$ phải có 6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ta có $f'(x) = -\sin x(-8\cos x + 2)$.

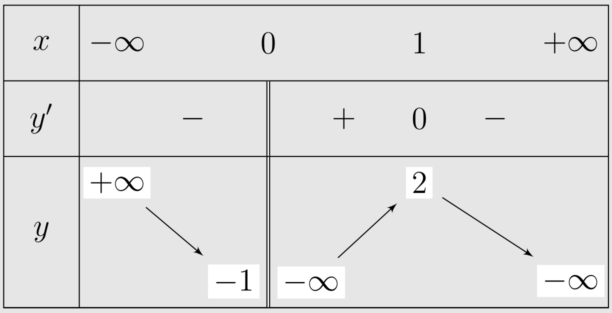
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0 \\ \cos x = \dfrac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi \\ x = \pm\arccos\dfrac{1}{4} + k2\pi = \pm\alpha + k2\pi.\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\dfrac{\pi}{2}$		$-\alpha$		0		α		π		$2\pi-\alpha$		2π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	3	$\nearrow$	$\dfrac{13}{4}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\dfrac{13}{4}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\dfrac{13}{4}$	$\searrow$	1

Phương trình $m = f(x)$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ khi $3 < m < \dfrac{13}{4}$.

[2D151943]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Phương trình $f(x) = m$, với $m \in (-1; 2)$ có số nghiệm là

A 3. **B** 1. **C** 0. **D** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có với $m \in (-1; 2)$, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

[2D151944]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$ $-\infty$	$\|$ 2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A $m \in [-2; 2)$. **B** $m \in (-2; 2)$. **C** $m \in (-2; 2]$. **D** $m \in [2; +\infty)$.

Lời giải

Từ BBT suy ra $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-2; 2)$.

[2D151945]Cho hàm số $y = \dfrac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = -m$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

A $\left[\dfrac{1}{3}; 1\right]$. **B** $\left[-1; -\dfrac{1}{3}\right]$. **C** $\left(\dfrac{1}{3}; 1\right)$. **D** $\left(-1; -\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^2 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $y = \dfrac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 1$ là

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\dfrac{1}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì $\dfrac{1}{3} < -m < 1 \Leftrightarrow -1 < m < -\dfrac{1}{3}$.

[2D151946]

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A. 4. B. 3. C. 1. **D. 2.**

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = 1$ có 2 nghiệm.

[2D151947]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$+\infty$	-1	0		2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	-2	2		-2	2	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt.

A $m \in (-1;3) \setminus \{0;2\}$.

B $m \in [-1;3] \setminus \{0;2\}$.

C $m \in (-1;3)$.

D $m \in (-2;2)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < f(m) < 2$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta nhận thấy $-2 < f(x) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3 \\ x \neq 0; x \neq 2 \end{cases}$.

Vậy phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-1;3) \setminus \{0;2\}$.

[2D151948]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = 2m$ có nhiều nhất hai nghiệm.

A $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup (0; +\infty)$.

B $m \in (0; +\infty) \cup \{-1\}$.

C $m \in (-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$.

D $m \in (0; +\infty) \cup \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m$. Ta xét các trường hợp sau:

- Phương trình $f(x) = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

  Từ bảng biến thiên ta có $\left[\begin{array}{l} 2m > 0 \\ 2m = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

- Phương trình $f(x) = 2m$ có một nghiệm duy nhất. Không có giá trị nào của m thỏa mãn.

- Phương trình $f(x) = 2m$ vô nghiệm: Ta có $2m < -1 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$.

[2D151949]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

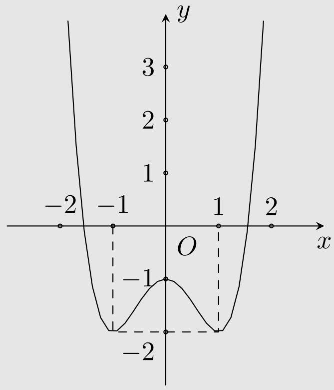
A $(-4; 0)$. **B** $\mathbb{R}$. **C** $(-3; 1)$. **D** $[-3; 1]$.

Lời giải

Ta có phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -4 < m - 1 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

[2D151950]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là



A 1. **B** 3. **C** 4. **D** 2.

Lời giải

Từ đồ thị ta có số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là 3.

[2D151951]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	$\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Giá trị của m để phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $-3 \geq m \geq 2$. **B.** $-3 < m < 2$. C. $-4 \geq m \geq 2$. D. $-4 < m < 2$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $-3 < m < 2$.

[2D151952]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

A $m = 2$. **B** $m = -2$. **C** $m > 2$. **D** $-2 < m < 2$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$. Để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì $m = 2$.

[2D151953]Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2+3+2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Ⓐ $-2 \leqslant m \leqslant \dfrac{-3}{2}$. Ⓑ $\dfrac{-3}{2} < m < 2$. **C** $-2 < m < \dfrac{-3}{2}$. Ⓓ $3 < m < 4$.

Lời giải

Ta có $-x^4+2x^2+3+2m=0 \Leftrightarrow 2m+3=x^4-2x^2$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ và đường thẳng $y=2m+3$.
Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của hai đồ thị.

Xét hàm số $y=x^4-2x^2$ có $y'=4x^3-4x$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để có bốn giao điểm thì

$$-1 < 2m+3 < 0 \Leftrightarrow -4 < 2m < -3 \Leftrightarrow -2 < m < -\frac{3}{2}.$$

[2D151954]Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và liên tục trên mỗi khoảng xác định, có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $4 - f(x) = 0$ là

A 1.   **B** 0.   **C** 3.   **D** 2.

Lời giải

Ta có $4 - f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 4 \Rightarrow$ dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $4 - f(x) = 0$ có 1 nghiệm.

[2D151955]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khi đó tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt là

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

A. $m \in [4; 6]$.

B. $m \in (3; 5)$.

C. $m \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$.

D. $m \in (4; 6)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, phương trình $f(x) = m - 1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi

$$3 < m - 1 < 5 \Leftrightarrow 4 < m < 6.$$

[2D151956]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		$+\infty$ $\|$ $-\infty$		-3		$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

A 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Lời giải

$f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$. Phương trình $f(x) = 1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 1$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x) = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là 1 nghiệm.

[2D151957]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $m = -1$.

B. $m = -1$ hoặc $m > 1$.

C. $m > 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x) - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$.

[2D151958]Số nghiệm của phương trình $x^4+2x^3-2=0$ là

A 0. **B** 4. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Xem số nghiệm của phương trình là số giao điểm của $y=f(x)=x^4+2x^3-2$ với đường thẳng $y=0$.

Đặt $f(x)=x^4+2x^3-2,\ f'(x)=4x^3+6x^2=2x^2(2x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{59}{16}$	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm.

[2D151959]Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$?

A $-1 \le m \le -\dfrac{2}{3}$. **B** $-\dfrac{11}{3} \le m \le -\dfrac{2}{3}$. **C** $-\dfrac{11}{3} \le m \le -1$. **D** $-1 \le m < -\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0 \Leftrightarrow 3m = -x^2 + 4x - 6 \quad (*)$.

Xét hàm số $y = -x^2 + 4x - 6$ trên đoạn $[1;5]$.

Ta có $y' = -2x + 4$.

Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Ta có bảng biến thiên

x	1		2		5
y'		$+$	0	$-$	
y	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-11

Phương trình $(*)$ có đúng hai nghiệm $\Leftrightarrow -3 \le 3m < -2 \Leftrightarrow -1 \le m < -\dfrac{2}{3}$.

[2D151960]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty; -2]$ và $[2; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$		-2		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'		$-$				$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	22		2	$\searrow$	$\frac{7}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

A $m \in \left(\frac{7}{4}; 2\right) \cup (22; +\infty)$.

B $m \in [22; +\infty)$.

C $m \in \left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$.

D $m \in \left(\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt thì $\left[\begin{array}{l} \frac{7}{4} < m \leq 2 \\ m \geq 22 \end{array}\right.$.

[2D151961]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $1 \leq m < 5$. **B.** $1 < m < 5$. C. $1 < m \leq 5$. D. $0 < m < 4$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên của hàm số như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Để đường thẳng cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt thì $0 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

[2D151962]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$2 \Vert +\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A $(-4; 2)$.　　**B** $[-4; 2)$.　　**C** $(-4; 2]$.　　**D** $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị tại đúng ba điểm phân biệt. Dựa vào bảng biến thiên ta có $-4 < m < 2$.

[2D151963]Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = m$ tại bốn điểm phân biệt.

A $m > -3$. **B** $m > -15$. **C** $m > 1$. **D** $-3 < m < 1$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = m$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $-3 < m < 1$.

[2D151964]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\dfrac{2}{3}$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $3f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 0.

Lời giải

$$3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3} \qquad (1)$$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có 3 nghiệm phân biệt $x_1 < -1 < x_2 = 0 < 1 < x_3$.

[2D151965]Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - m$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A $\left[\begin{array}{l} m \leq 0 \\ m \geq 4 \end{array}\right.$.

B $m \in [0; 4]$.

C $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 4 \end{array}\right.$.

D $m \in (0; 4)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^3 + 3x^2 = m$ có ba nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g(x) = x^3 + 3x^2$.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

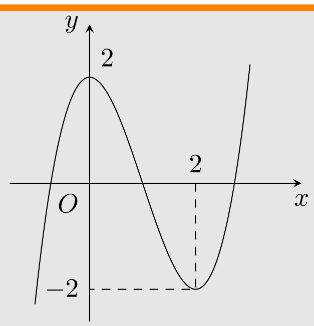
$g'(x) = 3x^2 + 6x$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên phương trình $x^3 + 3x^2 = m$ có ba nghiệm phân biệt khi $m \in (0; 4)$.

[2D151966]Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên đây. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)+4=0$ là



A 0.

B 3.

C 2.

D 1.

Lời giải

Ta có $3f(x)+4=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{4}{3}$. Phương trình này có 3 nghiệm thực phân biệt do đồ thị của hai hàm số $y=f(x)$ và $y=-\dfrac{4}{3}$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

[2D151967]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A 2. **B** 0. **C** 1. **D** 3.

Lời giải

Ta có $f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm. Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

[2D151968]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

A 0. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

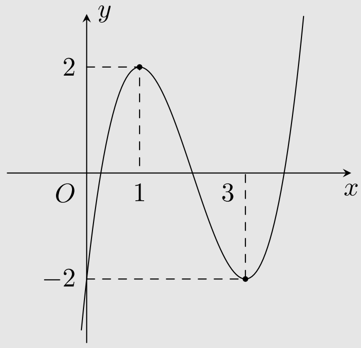
Lời giải

Ta có $2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -\dfrac{1}{2}$ tại 3 điểm phân biệt.

[2D151969]

Cho đồ thị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ như hình vẽ. Khi đó phương trình $|x^3 - 6x^2 + 9x - 2| = m$ (m là tham số) có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi



A $-2 \leq m \leq 2$.

B $0 < m < 2$.

C $0 \leq m \leq 2$.

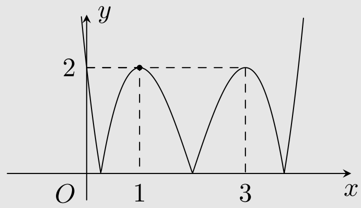
D $-2 < m < 2$.

Lời giải

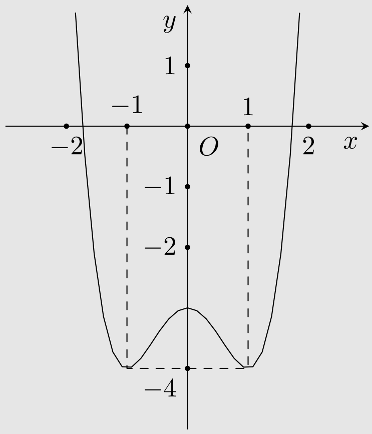
Đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x - 2|$ như hình vẽ.

Số nghiệm của phương trình $|x^3 - 6x^2 + 9x - 2| = m$ cũng chính là số giao điểm của đồ thị $y = |x^3 - 6x^2 + 9x - 2|$ và đường thẳng $y = m$.

Yêu cầu bài toán ứng với $0 < m < 2$.



[2D151970]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m + 2$ có bốn nghiệm phân biệt.



A $-4 < m < -3$.

B $-4 \leq m \leq -3$.

C $-6 \leq m \leq -5$.

D $-6 < m < -5$.

Lời giải

Ta có $f(x) = m + 2$ là phương trình hoành độ giao điểm của $(C)\colon y = f(x)$ và $(d)\colon y = m + 2$.
Khi đó phương trình $f(x) = m + 2$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (C) cắt (d) tại 4 điểm phân biệt.
Dựa vào đồ thị ta có $-4 < m + 2 < -3 \Leftrightarrow -6 < m < -5$.

[2D151971]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	-1

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = -1$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại hai điểm. Vậy số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là 2.

[2D151972]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 6 = 0$ là

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 0.

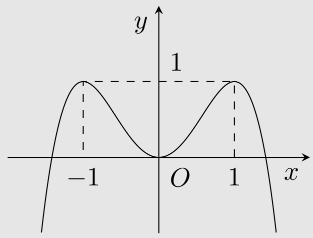
Lời giải

$f(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 6$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 6$ tại hai điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x) - 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

[2D151973]

Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m + 5$ có 4 nghiệm thực phân biệt.



A $-5 < m < -4$.

B $0 < m < 1$.

C $5 \leq m \leq 6$.

D $-5 \leq m \leq -4$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của (C) và đường thẳng $y = m + 5$. Nên phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0 < m + 5 < 1 \Leftrightarrow -5 < m < -4$.

[2D151974]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

(A) $m < -1$ hoặc $m > \dfrac{1}{3}$.

(B) $m \leq -1$.

C $-1 < m < -\dfrac{1}{3}$.

(D) $m = -\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra điều kiện để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt là $3 < 2 - 3m < 5 \Leftrightarrow -1 < m < -\dfrac{1}{3}$.

[2D151975]Cho hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có tập giá trị là đoạn $[-5; 2]$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $[1 + f(x)]^2 = m$ có nghiệm.

A $9 \leq m \leq 16$. **B** $0 \leq m \leq 16$. **C** $4 \leq m \leq 25$. **D** $0 \leq m \leq 25$.

Lời giải

Ta có $-5 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 1 + f(x) \leq 3 \Rightarrow 0 \leq [1 + f(x)]^2 \leq 16$.
Phương trình $[1 + f(x)]^2 = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow 0 \leq m \leq 16$.

[2D151976]Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $A(1; 2)$ và $B(-2; -1)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

A $(-2; 1)$. **B** $(-2; 2)$. **C** $(-1; 2)$. **D** $(-1; 1)$.

Lời giải

Vì $f(x)$ là hàm số bậc 3 có hai điểm cực trị là A và B nên đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$y_{\text{CT}} < m < y_{\text{CĐ}} \Leftrightarrow -1 < m < 2.$$

[2D151977]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt.

A $m < 0$. **B** $0 < m < 1$. **C** $-1 < m < 0$. **D** $m > 0$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt thì $-1 < m < 0$.

[2D151978]Cho phương trình $x^3 + 3x^2 - m - 2 = 0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị của m để phương trình có ba nghiệm phân biệt là

A $-2 < m < 2$. **B** $-2 < m < 0$. **C** $m > 2$. **D** $-3 < m < 2$.

Lời giải

Ta có $x^3 + 3x^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 2 = m$. (1)

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ trên $\mathbb{R}$.

Có $f'(x) = 3x^2 + 6x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$

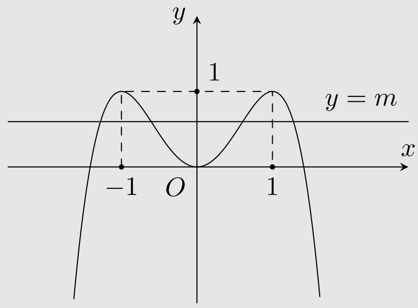
Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m < 2$.

[2D151979]

Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2 = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A $0 < m < 1$.

B $0 \leq m \leq 1$.

C $m < 1$.

D $m > 0$.

Lời giải

Phương trình có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ tại bốn điểm phân biệt. Do đó $0 < m < 1$.

[2D151980]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $y = 3$ là

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có số giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $y = 3$ là 3.

[2D151981]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right) + 3 = 0$ là

A 4. B 3. C 2. D 1.

Lời giải

$2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

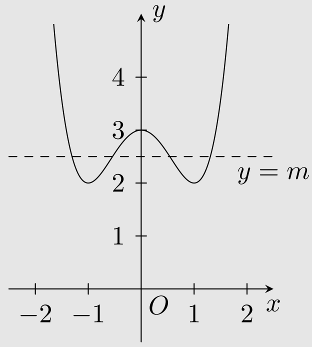
Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$.

Mà $-2 < -\dfrac{3}{2} < 1$ nên số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là 4.

[2D151982]Phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi

A $0 \leq m \leq 3$. **B** $2 < m < 3$. **C** $2 \leq m \leq 3$. **D** $0 < m < 3$.

Lời giải



Phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi đồ thị $y = x^4 - 2x^2 + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = m$ tại 4 điểm phân biệt.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ suy ra $2 < m < 3$.

[2D151983]Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2m - 1$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi

A $0 \leq m \leq \dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{5}{2} \leq m$. **C** $m = \dfrac{5}{2}$. **D** $\dfrac{1}{2} < m < \dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow 2m = 1 + 3x^2 - x^3$.
Bài toán xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y = 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = 1 + 3x^2 - x^3$ tại 3 điểm phân biệt.

Xét hàm số $f(x) = 1 + 3x^2 - x^3$ với $x \in \mathbb{R}$, ta có $f'(x) = 6x - 3x^2$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Do $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$.

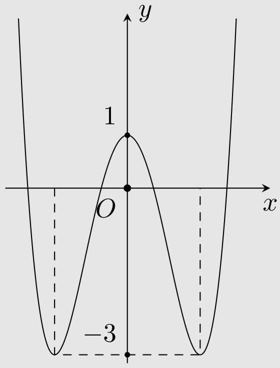
Bảng biến thiên

$$\begin{array}{c|ccccccc}
x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\
\hline
y' & & - & 0 & + & 0 & - & \\
\hline
y & +\infty & \searrow & & & 5 & \searrow & \\
 & & & 1 & \nearrow & & & -\infty
\end{array}$$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình đã cho 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $1 < 2m < 5 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} < m < \dfrac{5}{2}$.

[2D151984]

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là



A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 4.

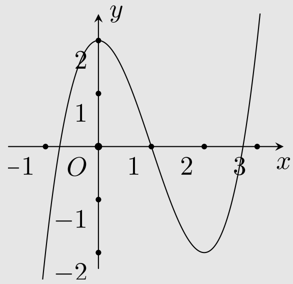
Lời giải

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $\Delta\colon y = -\dfrac{3}{2}$. Dựa vào đồ thị thì hàm số có cực đại là $y_{\text{CĐ}} = 1$ và cực tiểu là $y_{\text{CT}} = -3$. Mà $-3 < -\dfrac{3}{2} < 1$ nên đường thẳng Δ cắt đồ thị đã cho tại 4 điểm.

Vậy phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 4 nghiệm.

[2D151985]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi m là số nghiệm của phương trình $f\left(f(x)\right) = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A $m = 6$. **B** $m = 7$. **C** $m = 5$. **D** $m = 9$.

Lời giải

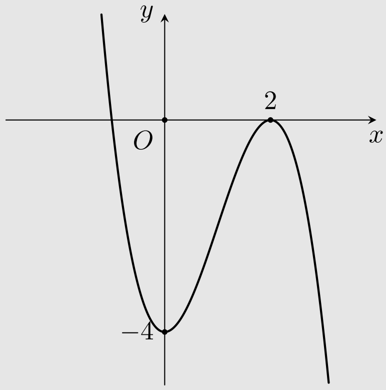
• Số nghiệm của phương trình $f\left(f(x)\right) = 1$ là số giao điểm của của đồ thị hàm số f và đường thẳng $y = 1$. Dựa vào đồ thị, ta thấy phương trình này có 3 nghiệm là $f(x) = m_1$ với $-1 < m_1 < 0$, $f(x) = m_2$ với $0 < m_2 < 1$, $f(x) = m_3$ với $2 < m_3 < 3$.

• Mặt khác, dựa vào đồ thị một lần nữa ta có phương trình $f(x) = m_1$ với $-1 < m_1 < 0$ có 3 nghiệm, phương trình $f(x) = m_2$ với $0 < m_2 < 1$ có 3 nghiệm, phương trình $f(x) = m_3$ với $2 < m_3 < 3$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $f\left(f(x)\right) = 1$ có tất cả 7 nghiệm.

[2D151986]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.



A $-4 \leq m \leq 0$.

B $\left[\begin{array}{l} m > -4 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

C $\left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -4 \end{array}\right.$.

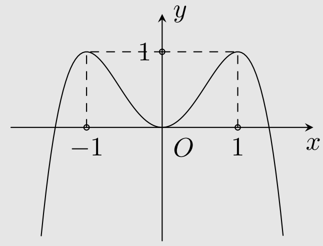
D $-4 < m < 0$.

Lời giải

Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt tương đương với đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt. Từ đồ thị suy ra $-4 < m < 0$.

[2D151987]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $1-2f(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

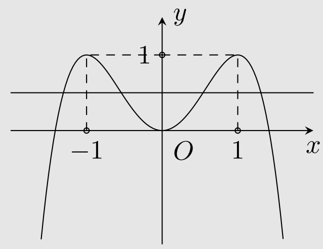


A 4.
B 3.
C Vô nghiệm.
D 2.

Lời giải

Phương trình $1 - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{1}{2} \quad (1)$.

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng (d): $y = \dfrac{1}{2}$.



Dựa vào đồ thị, đường thẳng (d) cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Nên phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

[2D151988]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty \| -\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty \| +\infty$	$\searrow$	3

Tìm tập hợp mọi giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

A $(1; 3]$.　　B $(-\infty; 3)$.　　C $[1; 3]$.　　D $(1; 3)$.

Lời giải

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = m$. Dựa vào bảng biến thiên ta có, phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm khi $1 < m \leq 3$.

[2D151989]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, có bảng biên thiên

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$\frac{27}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

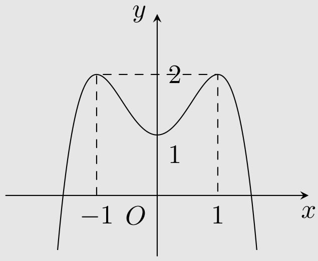
A $m > \dfrac{27}{4}$. **B** $m < 0$. **C** $0 < m < \dfrac{27}{4}$. **D** $m > 0$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi $m > \dfrac{27}{4}$.

[2D151990]

Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right) - 3 = 0$ là



A 0. **B** 2. **C** 4. **D** 1.

Lời giải

$2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$. Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = \dfrac{3}{2}$ có bốn nghiệm.

[2D151991]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định là liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình bên dưới. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2019$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

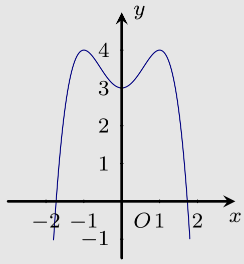
A 2. **B** 1. **C** 0. **D** 4.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $\max\limits_{x \in \mathbb{R}} y = 3$.

Nên đường thẳng $y = 2019$ không cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.

[2D151992]
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Phương trình $f(x) = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = \pi$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = \pi$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \pi$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt nên phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

[2D151993]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A 2. **B** 0. **C** 1. **D** 3.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Lời giải

Ta thấy $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_0 \in (-\infty; 1) \\ x = 3. \end{array}\right.$

Vậy phương trình $f(x) + 2 = 0$ có 2 nghiệm.

[2D151994]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên cho dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $m \in \{-2\} \cup [-1; +\infty)$.

B. $m \in (0; +\infty) \cup \{-1\}$.

C. $m \in (-1; +\infty) \cup \{-2\}$.

D. $m \in (-2; -1)$.

Lời giải

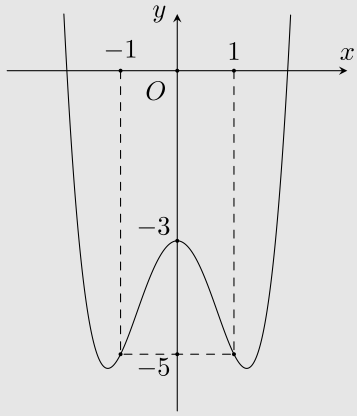
Số nghiệm của phương trình $f(x) = m + 1$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = m + 1$ và đồ thị của hàm số $y = f(x)$.
Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) \Rightarrow$ phương trình $f(x) = m + 1$ có đúng hai nghiệm

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m + 1 = -1 \\ m + 1 > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m \in (-1; +\infty) \cup \{-2\}.$$

Vậy tập giá trị cần tìm của tham số m là $S = (-1; +\infty) \cup \{-2\}$.

[2D151995]

Đồ thị ở hình bên là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?



A $m = -4$. **B** $m = 0$. **C** $m = -3$. **D** $m = 4$.

Lời giải

Ta có

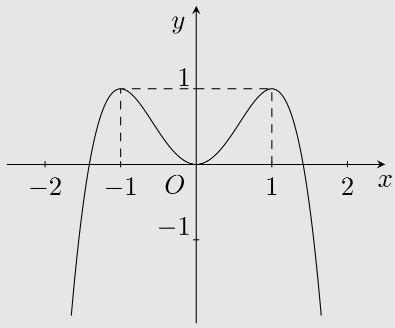
$$x^4 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = -m - 3. \quad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và $y = -m - 3$. Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khi

$$-m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0.$$

[2D151996]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $1 - 2f(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?



A 2. **B** 0. **C** 3. **D** 4.

Lời giải

Phương trình $1 - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{1}{2}$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x) = \dfrac{1}{2}$ có 4 nghiệm.

[2D151997]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

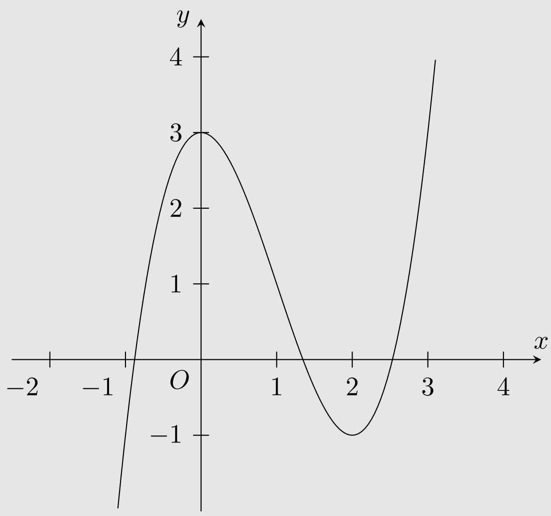
A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 0.

Lời giải

Phương trình $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$. Số nghiệm phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -2$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số giao điểm này bằng 2 nên phương trình đã cho có hai nghiệm.

[2D151998]

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 3 = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?



Ⓐ 2.

Ⓑ 4.

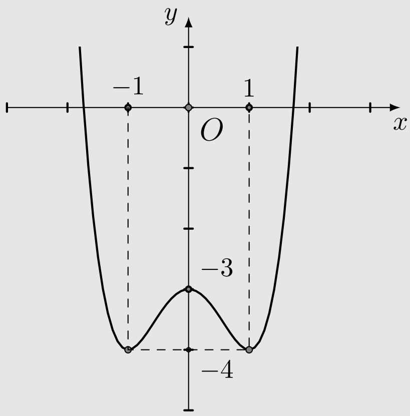
C 3.

Ⓓ 5.

Lời giải

Phương trình $x^3 - 3x^2 + 3 = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của (C) với đường thẳng $y = m$, số giao điểm cũng là số nghiệm của phương trình. Dựa vào đồ thị ta có với $m \in (-1; 3)$ thì đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt, suy ra có các giá trị $m = 0$, $m = 1$, $m = 2$ là 3 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

[2D151999]Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới. Với giá trị nào của tham số m phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?



A $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

B $0 < m < \dfrac{1}{2}$.

C $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

D $m \leq \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

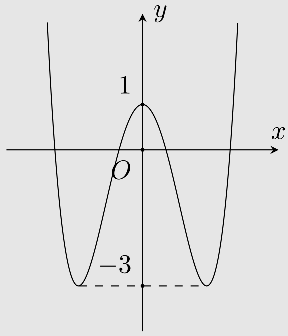
Số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = 2m - 4$ và đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Dựa vào đồ thị ta có phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} 2m - 4 = -4 \\ 2m - 4 > -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \dfrac{1}{2} \end{array}\right..$$

[2D152000]

Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương $y = f(x)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A $m < 1$.

B $m = 1$.

C $m > -1$.

D $-3 < m < 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-3 < m < 1$.

[2D152001]Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 + 3x^2 - 2 = m$ có ba nghiệm phân biệt.

A $m \in (2; +\infty]$. **B** $m \in (-\infty; -2]$. **C** $m \in (-2; 2)$. **D** $m \in [-2; 2]$.

Lời giải

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) = 3x^2 + 6x$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $m \in (-2; 2)$ thỏa yêu cầu bài toán.

[2D152002]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $f(x) = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A 2. **B** 4. **C** 3. **D** 0.

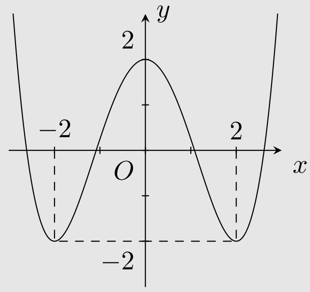
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 4$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 4$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy đường thẳng $y = 4$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt. Do đó phương trình $f(x) = 4$ có hai nghiệm phân biệt.

[2D152003]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 5 = 0$ là



A 2. **B** 4. **C** 0. **D** 3.

Lời giải

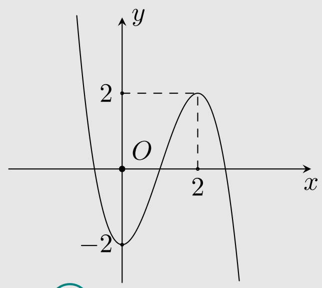
Phương trình $4f(x) - 5 = 0$ tương đương với phương trình $f(x) = \frac{5}{4}$. Do đó số nghiệm của phương trình $4f(x) - 5 = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{4}$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta thấy đường thẳng $y = \frac{5}{4}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $4f(x) - 5 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152004]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt nhỏ hơn 2?



A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

Lời giải

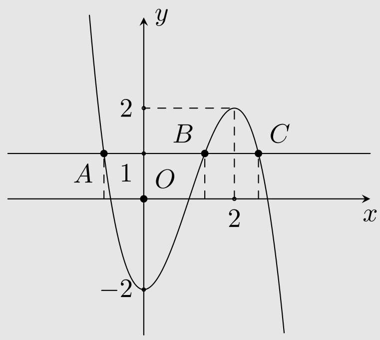
Đặt $g(x) = 1$ có đồ thị là đường thẳng nằm ngang song song với Ox và đi qua điểm $(1; 0)$.

Nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là hoành độ giao điểm của $f(x) = g(x)$.

Ta thấy có 3 giao điểm là A, B, C.

Khi đó $x_C > 2$ và $x_A, x_B < 2$.

Như vậy có 2 nghiệm thỏa yêu cầu bài toán.



[2D152005]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại bao nhiêu điểm?

A. 4. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Vì $-2018 < -1$ nên từ bảng biến thiên, ta suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại 2 điểm.

[2D152006]Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt.

A $m > 1$. **B** $1 < m < 2$. **C** $m < 2$. **D** $0 < m < 1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 2x^2 + 2 = m + 1 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 = m$. (1)

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$, ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

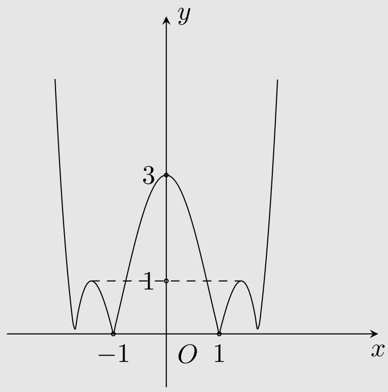
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra, phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$.

[2D152007]Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|x^4 - 4x^2 + 3| = m$ có đúng 8 nghiệm phân biệt?

A $0 < m < 3$. **B** $1 < m < 3$. **C** $-1 < m < 3$. **D** $0 < m < 1$.

Lời giải

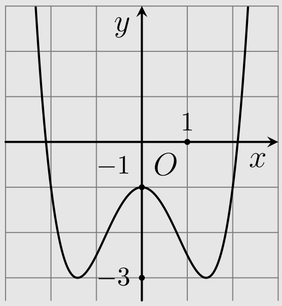


Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^4 - 4x^2 + 3|$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào đồ thị hàm số, để phương trình có 8 nghiệm phân biệt thì $0 < m < 1$.

[2D152008]

Biết hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 1$ có đồ thị (C) hình vẽ. Xác định m để phương trình $x^4 - 4x^2 - 2 - m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.



A. $-3 < m < -1$.

B. $-6 < m < -2$.

C. $-3 \leq m \leq -1$.

D. $-6 \leq m \leq -2$.

Lời giải

Ta có $x^4 - 4x^2 - 2 - m = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 1 = \dfrac{1}{2}m$.

YCBT $\Leftrightarrow -3 < \dfrac{1}{2}m < -1 \Leftrightarrow -6 < m < -2$.

[2D152009]Tìm m để phương trình $x^4-4x^2-m+3=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A $m \geq 4$.

B $-1 < m < 3$.

C $m = -1$; $m > 3$.

D $m < -3$; $m = -7$.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương $x^4 - 4x^2 + 3 = m$.

Xét hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3 \Rightarrow y' = 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y = -1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$-\sqrt{a}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m > 3. \end{array}\right.$

[2D152010]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m + 1$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A $-3 \leq m \leq 3$. **B** $-2 < m < 4$. **C** $-3 < m < 3$. **D** $-2 \leq m \leq 4$.

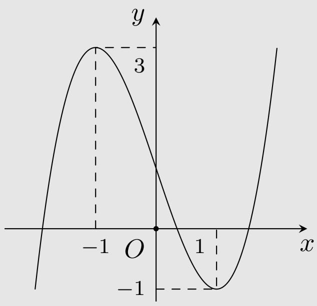
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m + 1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m + 1$.

Dựa vào bảng biến thiên đã cho, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $-2 < m + 1 < 4$ hay $-3 < m < 3$.

[2D152011]

Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?



A $-2 < m < 2$.
B $-1 < m < 3$.
C $-2 \leq m < 2$.
D $-2 < m < 3$.

Lời giải

Ta có $x^3 - 3x - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 = m + 1$.

Phương trình có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -1 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

[2D152012]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$+\infty$

Phương trình $f(4x - x^2) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A 2. **B** 6. **C** 0. **D** 4.

Lời giải

Đặt $t = 4x - x^2 \Rightarrow t = -(x-2)^2 + 4 \leq 4$.

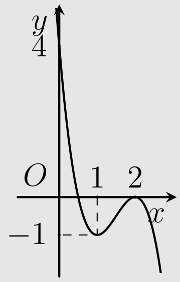
Mỗi giá trị $t < 4$ ta giải được hai giá trị x; $t = 4 \Leftrightarrow x = 2$; $t > 4$ ta không tìm được giá trị x.

Từ bảng biến thiêng suy ra $f(t) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \alpha \in (\infty; 0) \\ t = \beta \in (0; 4) \\ t = \xi \in (4; +\infty). \end{array}\right.$

Vậy phương trình $f(4x - x^2) - 2 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152013]

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(d \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 1 = 0$ bằng



A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Ta có $3f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{1}{3}$.

Khi đó số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{1}{3}$ chính là số nghiệm của phương trình $3f(x) - 1 = 0$. Dựa vào đồ thị ta có số nghiệm của phương trình là 1.

[2D152014]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m + 1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A $-3 \leq m \leq 3$. **B** $-2 \leq m \leq 4$. **C** $-2 < m < 4$. **D** $-3 < m < 3$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên phương trình $f(x) = m + 1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi

$$-2 < m + 1 < 4 \Leftrightarrow -3 < m < 3.$$

[2D152015]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-2 \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Tìm tập hợp tất các cả thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

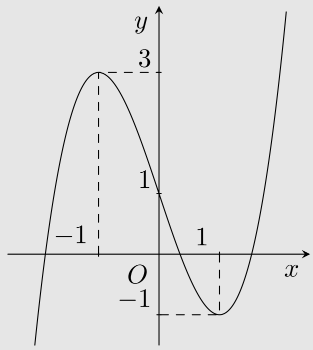
A $(-\infty; 4]$. **B** $[-2; 4]$. **C** $(-2; 4)$. **D** $(-2; 4]$.

Lời giải

Với mỗi tham số m ta có một đường thẳng $y = m$ song song hoặc trùng với Ox.
Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt.
Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $-2 < m < 4$.

[2D152016]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là



Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 0. **D** 3.

Lời giải

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$.

Từ đồ thị suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

[2D152017]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

A $\left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m > -1 \end{array}\right.$. 	**B** $-2 < m < -1$. 	**C** $\left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m = -1 \end{array}\right.$. 	**D** $\left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m \geq -1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Ta có $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1$.
Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d\colon y = m + 1$.
Để phương trình $f(x) - 1 = m$ có hai nghiệm thì đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm.
Dựa vào bảng biến thiên ta có đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m + 1 = -1 \\ m + 1 > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m > -1. \end{array}\right.$

[2D152018]Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m - 4 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A $4 < m < 8$. **B** $m < 0$. **C** $-8 < m < 4$. **D** $0 \leq m \leq 4$.

Lời giải

Ta có $x^3 - 3x^2 - m - 4 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 4 = m$. (1)

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi $-8 < m < 4$.

[2D152019]Tìm m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt.

A $0 < m < 4$. **B** $\forall m \in \mathbb{R}$. **C** $m < 0 \vee m > 4$. **D** $m \leq 0 \vee m \geq 4$.

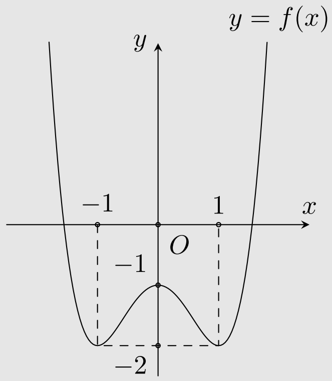
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng là

$$\frac{x}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - mx + m = 0 \quad (x \neq 1) \quad (1).$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ (1)^2 - m \cdot 1 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 0 \vee m > 4$.

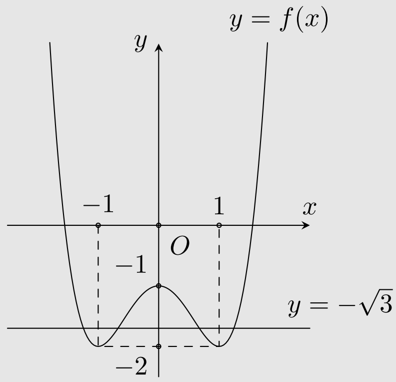
[2D152020]
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $f(x) = -\sqrt{3}$ là



Ⓐ 1. Ⓑ 3. $\boxed{C}$ 2. Ⓓ 4.

Lời giải

Vì $-2 < -\sqrt{3} < -1$ nên suy ra đường thẳng $y = -\sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có hai điểm phân biệt có hoành độ dương. Do đó phương trình $f(x) = -\sqrt{3}$ có hai nghiệm dương phân biệt.



[2D152021]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ $\|$ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 4$ bằng

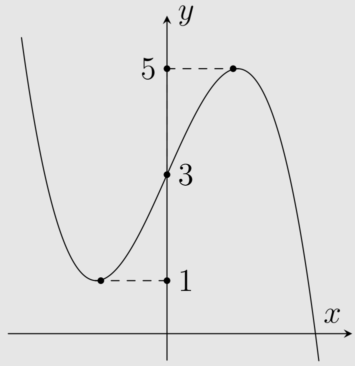
A 2. **B** 1. **C** 4. **D** 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 4$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 4$. Do đó dựa vào bảng biến thiên ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = 4$ là 2.

[2D152022]

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm âm?

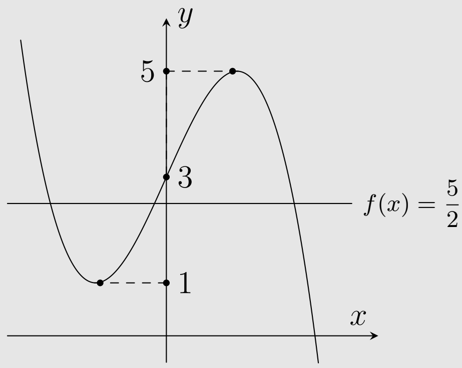


A 0. **B** 2. **C** 1. **D** 3.

Lời giải

Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{2}$.

Đường thẳng $y = \dfrac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm trong đó có 2 điểm có hoành độ âm nên phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có 2 nghiệm âm.



[2D152023]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-1				-1		

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm

A. $-2 < m < -1$.

B. $m > 0 \vee m = -1$.

C. $m = -2 \vee m > -1$.

D. $m = -2 \vee m \geq -1$.

Lời giải

Ta có $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1$. (1)

Qua bảng biến thiên, để phương trình (1) có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} m + 1 = -1 \\ m + 1 > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m > -1. \end{array}\right.$$

[2D152024]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

(A) 2. (B) 1. **(C) 3.** (D) 0 .

Lời giải

Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{2}$.

Vì $1 < \dfrac{5}{2} < 5$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt $y = \dfrac{5}{2}$ tại 3 giao điểm.

Do vậy, phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

[2D152025]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A 3. **B** 4.

C 1. **D** 2.

Lời giải

Ta có $2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{1}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = \dfrac{1}{2}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

[2D152026]Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^4-4x^2+3+m=0$ có 4 nghiệm phân biệt là

A $(-1;3)$. **B** $(-3;1)$. **C** $(2;4)$. **D** $(-3;0)$.

Lời giải

Ta có: $x^4-4x^2+3+m=0 \Leftrightarrow -x^4+4x^2-3=m$.

Xét hàm số $y=-x^4+4x^2-3$, khi đó: $y'=-4x^3+8x; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{2} \\ x=0. \end{array}\right.$

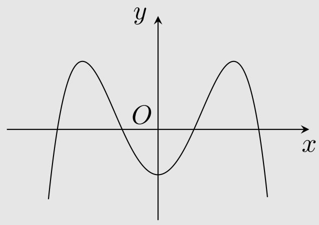
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Vậy để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì $-3<m<1 \Rightarrow m \in(-3;1)$.

[2D152027]

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 - 1, (a, b \in \mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2018f(x) - 2019 = 0$ là



A 4. **B** 0. **C** 3. **D** 2.

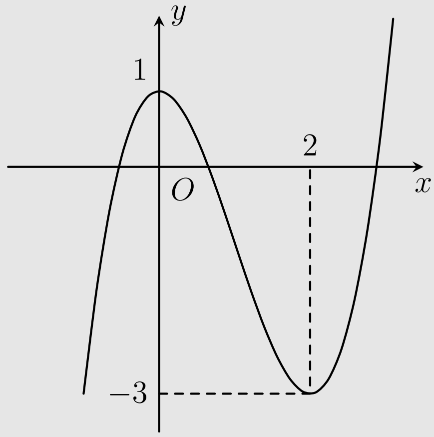
Lời giải

Ta thấy $2018f(x) - 2019 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{2019}{2018}$. $(*)$

Từ đồ thị, ta thấy $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152028]

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau đây. Điều kiện của m để phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là?



Ⓐ $-3 \leqslant m \leqslant 1$. Ⓑ $\dfrac{1}{8} < m < 2$. Ⓒ $\dfrac{1}{8} \leqslant m \leqslant 2$. **D** $-3 < m < 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d - m = 0 \Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-3 < m < 1$.

[2D152029]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m > 0$, $m = -1$.
B. $-2 < m < -1$.
C. $m = -2$, $m \geq -1$.
D. $m = -2$, $m > -1$.

Lời giải

Ta có $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1 \quad (1)$. Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = m + 1$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình (1) có đúng hai nghiệm khi $\left[\begin{array}{l} m + 1 = -1 \\ m + 1 > \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m > -1 \end{array}\right.$.

[2D152030]Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x+1=m\sqrt{2x^2+1}$ có hai nghiệm phân biệt.

A $m>\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

B $\dfrac{\sqrt{2}}{2}<m<\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

C $m<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

D $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}<m<\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Ta có $x+1=m\sqrt{2x^2+1}\Leftrightarrow m=\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}=f(x)$.

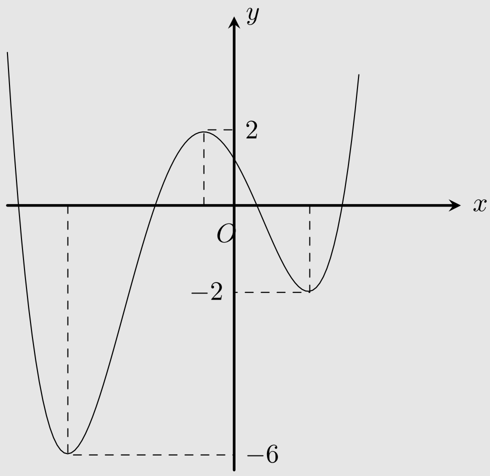
Xét $f'(x)=\dfrac{-2x+1}{\left(\sqrt{2x^2+1}\right)^3}=0\Leftrightarrow\dfrac{-2x+1}{\left(\sqrt{2x^2+1}\right)^3}=0\Rightarrow -2x+1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ta có số nghiệm của phương trình ban đầu chính là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$. Từ bảng biến thiên ta thấy để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\dfrac{\sqrt{2}}{2}<m<\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

[2D152031]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x) - 1 = 0$ có mấy nghiệm?



Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. **D** 4.

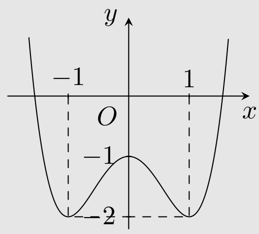
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Do đó số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là 4.

[2D152032]

Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là



Ⓐ 3. Ⓑ 0. **C** 4. Ⓓ 2.

Lời giải

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đường: $\begin{cases} (C)\colon y = ax^4 + bx^2 + c \\ d\colon y = -\dfrac{3}{2}. \end{cases}$

Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152033]Cho hàm số $y = |x^3 - x| + m$ với m là tham số thực. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

A 5.   **B** 4.   **C** 3.   **D** 2.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = x^3 - x$ với $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $g'(x) = 3x^2 - 1$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ và $g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$		0		$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\nearrow$	$\dfrac{2}{3\sqrt{3}}$	$\searrow$		$\searrow$	$-\dfrac{2}{3\sqrt{3}}$	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$
$\lvert g(x)\rvert$	$-\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\dfrac{2}{3\sqrt{3}}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\dfrac{2}{3\sqrt{3}}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ có 5 điểm cực trị.

[2D152034]Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên các khoảng $(-1;0)$, $(0;5)$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	-1		0		$\sqrt{5}$		5
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$4+2\sqrt{5}$	$\nearrow$	10

Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất trên $(-1;0) \cup (0;5)$ khi và chỉ khi m thuộc tập hợp

A $(-\infty;-2) \cup [4+2\sqrt{5};+\infty)$.

B $(4+2\sqrt{5};10)$.

C $(-\infty;-2) \cup [10;+\infty)$.

D $(-\infty;-2) \cup \{4+2\sqrt{5}\} \cup [10;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất trên $(-1;0) \cup (0;5)$ khi và chỉ khi $m \in (-\infty;-2) \cup \{4+2\sqrt{5}\} \cup [10;+\infty)$.

[2D152035]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A $m \in (1; 2]$. **B** $m \in [1; 2)$. **C** $m \in (1; 2)$. **D** $m \in [1; 2]$.

Lời giải

Phương trình $f(x) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt hay $1 < m < 2$.

[2D152036]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-1 \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số phần tử tập nghiệm của phương trình $|f(x)| = 2$ là

A 4. (B) 3. (C) 5. (D) 6.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm và phương trình $f(x) = -2$ có 2 nghiệm. Vậy tổng số nghiệm là 4.

[2D152037]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là

x	-2		0		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	
$f(x)$	$\|$ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ $\|$ 0	$\nearrow$	1

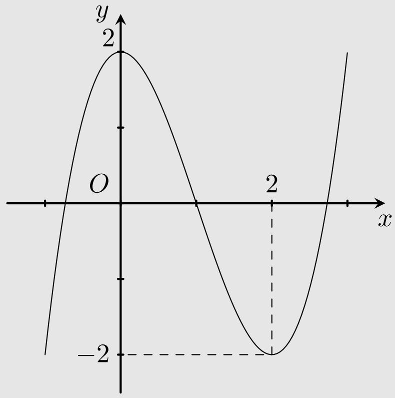
A 0. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy $f(x) = 1$ chỉ có duy nhất một nghiệm $x_0 \in (-2; 0)$.

[2D152038]

Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.



A $-2 < m < 2$.
B $m = -2$.
C $m = 2$.
D $m > 2$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào đồ thị, yêu cầu bài toán tương đương với $-2 < m < 2$.

[2D152039]Có bao nhiêu giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ với trục Ox?

(A) 2. (B) 3. (C) 0. $\boxed{\text{D}}$ 1.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^3 + 3x - 3$, ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 3$ chỉ cắt trục Ox tại đúng một điểm duy nhất.

[2D152040]Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x^2$ tại 3 điểm phân biệt.

A $\left[\begin{array}{l} m \geq 16 \\ m \leq 0 \end{array}\right.$.

B $-32 < m < 0$.

C $0 < m < 32$.

D $0 < m < 16$.

Lời giải

Xét hàm số $y = -x^3 + 6x^2$ có

- Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$
- $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4. \end{array}\right.$
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	32	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x^2$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 32$.

[2D152041]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty; -2]$ và $[2; +\infty)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Số nghiệm của phương trình $4f(x) - 9 = 0$ là

x	$-\infty$		-2		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'									
y	$+\infty$	$\searrow$	22		2	$\searrow$	$\frac{7}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

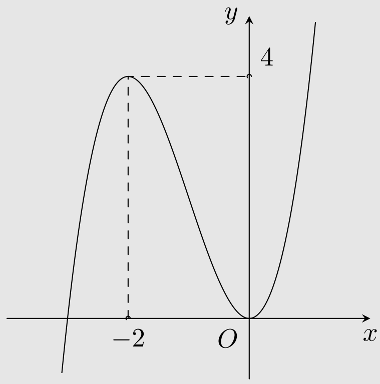
A 1.　　**B** 3.　　**C** 2.　　**D** 0.

Lời giải

- $4f(x) - 9 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{9}{4}$.
- Ta có $2 < \dfrac{9}{4} < 22$ nên dựa vào bảng biên thiên thấy đường $y = \dfrac{9}{4}$ chỉ cắt $y = f(x)$ tại điểm duy nhất. Do đó phương trình chỉ có một nghiệm.

[2D152042]

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?



A $m = 0$ hoặc $m = 4$.

B $m \leq 0$.

C $0 \leq m \leq 4$.

D $m \geq 4$.

Lời giải

Phương trình $f(x) = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = m$. Dựa vào đồ thị phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m = 4$ hoặc $m = 0$.

[2D152043]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$			0		1		$+\infty$
y'		$-$		‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	‖ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tìm các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm thực?

A $(2; +\infty)$. B $(-\infty; 2]$. C $(-1; 2]$. D $[-1; 2]$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = m$ (song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm có tung độ m). Do đó để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm thực thì $m > 2$.

[2D152044]Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-2 \ \Vert \ -\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có đúng một nghiệm thực.

A $(4;+\infty)$. **B** $(-2;4)$. **C** $(-\infty;2)\cup\{4\}$. **D** $(-\infty;-2]\cup\{4\}$.

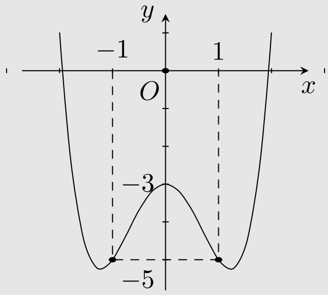
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: phương trình có đúng một nghiệm khi $m\in(4;+\infty)$.

[2D152045]

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi



A $m = 0$. **B** $m = -3$. **C** $m = -5$. **D** $m = 4$.

Lời giải

Ta có $x^4 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = -m - 3$. $(*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và đường thẳng $y = -m - 3$. Do đó, từ đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ suy ra điều kiện để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt là $-m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0$.

[2D152046]Cho hàm số $y = -x^3 + 4x^2 + 1$ có đồ thị (C). Số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là

A 2. **B** 3. **C** 0. **D** 1.

Lời giải

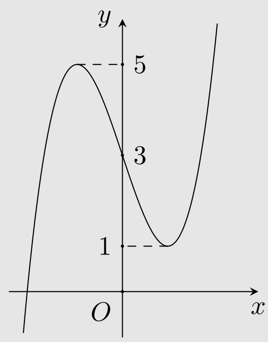
Ta có $y' = -3x^2 + 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \dfrac{8}{3}$. Bảng biến thiên của hàm số như sau

x	$-\infty$		0		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\frac{283}{27}$	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số suy ra đồ thị (C) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

[2D152047]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 2m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.



A $\left[\begin{array}{l} m = 5 \\ m = 1 \end{array}\right.$. **B** $m > 3$. **C** $1 < m < 3$. **D** $\left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = 1 \end{array}\right.$.

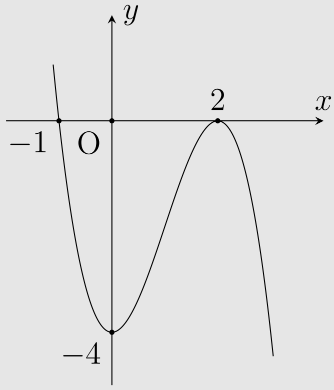
Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có để phương trình $f(x) = 2m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt thì

$$\left[\begin{array}{l} 2m - 1 = 1 \\ 2m - 1 = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 3. \end{array}\right.$$

[2D152048]

Đồ thị hình sau là của hàm số $y = f(x)$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. $-1 < m < 3$.

B. $-4 < m < 0$.

C. $m < -4$ hoặc $m > 0$.

D. $0 < m < 4$.

Lời giải

$f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m \quad (1)$.

Số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm của $\begin{cases} (C)\colon y = f(x) \\ d\colon y = -m \end{cases}$.

Dựa vào đồ thị, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

[2D152049]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x^2-1) - 5 = 0$ là

A 5. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Lời giải

Ta có $2f(x^2-1) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x^2-1) = \dfrac{5}{2}$.

Số nghiệm phương trình $f(x) = \dfrac{5}{2}$ bằng số giao điểm của $\begin{cases} (C)\colon y = f(x) \\ d\colon y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy

$$f(x^2-1) = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 1 = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 1 = b \in (-1; 3) \\ x^2 - 1 = c \in (3; +\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 \in (-\infty; 0) & \text{(vô lý)} \\ x^2 \in (0; 4) & \\ x^2 \in (4; +\infty). & \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152050]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty \ \| \ 1$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A $m \in (1; 3)$. **B** $m \in (1; 3]$. **C** $m \in [1; 3]$. **D** $m \in [1; 3)$.

Lời giải

Dựa vào biến thiên, phương trình có ba nghiệm thực phân biệt khi $m \in (1; 3)$.

[2D152051]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-9x+1-2m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A $m \in (-13;3)$.   **B** $m \in (-26;6)$.   **C** $m \in (-13;3]$.   **D** $m \in [-26;6]$.

Lời giải

Ta có $x^3-3x^2-9x+1-2m=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2-9x+1=2m$. (*)

Khi đó (*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)\colon y=x^3-3x^2-9x+1$ và đường thẳng $d\colon y=2m$.

Suy ra số giao điểm của hai đồ thị là số nghiệm của phương trình (*).

Xét hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$. Ta có $y'=3x^2-6x-9$.

Nên $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	-26	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình $x^3-3x^2-9x+1-2m=0$ có 3 nghiệm phân biệt thì d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt hay $-26<2m<6 \Leftrightarrow -13<m<3$.

Vậy $m \in (-13;3)$ thì phương trình $x^3-3x^2-9x+1-2m=0$ có ba nghiệm phân biệt.

[2D152052]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như bên cạnh. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A $-2 < m < -1$.

B $m = -2$, $m \geq -1$.

C $m > 0$, $m = -1$.

D $m = -2$, $m > -1$.

Lời giải

Ta có $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $f(x) = m + 1$ có đúng hai nghiệm

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m + 1 = -1 \\ m + 1 > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m > -1. \end{array}\right.$$

[2D152053]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A 2. **B** 3. **C** 0. **D** 1.

Lời giải

Ta có $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$.

Số nghiệm của phương trình đã cho chính là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 2$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x) - 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

[2D152054]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-3				-3		

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

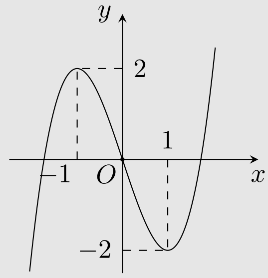
Lời giải

$$2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}.$$

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm nên phương trình đã cho có 4 nghiệm.

[2D152055]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Phương trình $f(x) - 2m = 0$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi



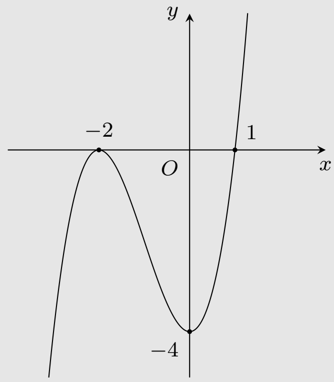
A. $-2 < m \leq 2$.
B. $-1 < m \leq 1$.
C. $-2 \leq m < 2$.
D. $-1 < m < 1$.

Lời giải

Phương trình $f(x) = 2m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m$. Dựa vào đồ thị hàm số suy ra phương trình có 3 nghiệm khi và chỉ khi

$$-2 < 2m < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1.$$

[2D152056]
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1 + m^2$.

A 2. $\boxed{\text{B}}$ 1. C 0. D 3.

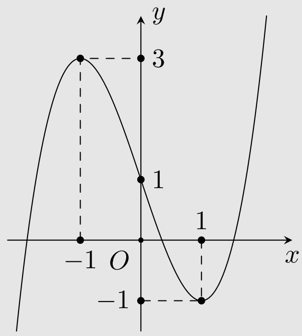
Lời giải

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1 + m^2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = 1 + m^2$.

Ta có $1 + m^2 \geq 1, \forall m$. Dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$, ta có $y = f(x)$ cắt $y = 1 + m^2$ tại một điểm duy nhất nên phương trình đã cho luôn có một nghiệm thực.

[2D152057]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f(x) + 3m - 3 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.



A $-1 < m < \dfrac{5}{3}$.

B $-\dfrac{5}{3} < m < 1$.

C $-\dfrac{5}{3} \leq m \leq 1$.

D $-1 \leq m \leq \dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Ta có $2f(x) + 3m - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3 - 3m}{2} \quad (*)$.

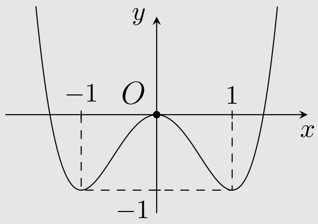
Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3 - 3m}{2}$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y = \dfrac{3 - 3m}{2}$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$-1 < \frac{3 - 3m}{2} < 3 \Leftrightarrow -2 < 3 - 3m < 6 \Leftrightarrow -5 < -3m < 3 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{5}{3}.$$

Vậy giá trị m cần tìm là $-1 < m < \dfrac{5}{3}$.

[2D152058]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $2019f(x) + 1 = 0$ là

A 1. B 4. C 3. D 2.

Lời giải

Ta có $2019f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{1}{2019}$.

Dựa vào đồ thị, suy ra số nghiệm của phương trình là 4.

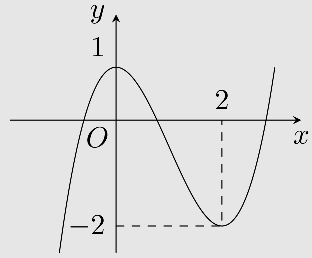
[2D152059]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x^2) + 3 = 0$.

A 4.

B 2.

C 3.

D 6.



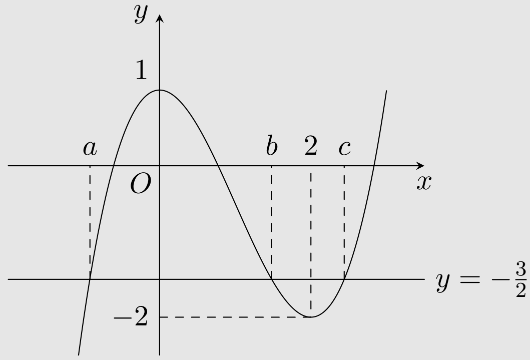
Lời giải

Ta có $2f(x^2) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x^2) = -\dfrac{3}{2}$. (1)

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$ tại các điểm có hoành độ a, b, c trong đó

$$a < 0 < b < 2 < c \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra

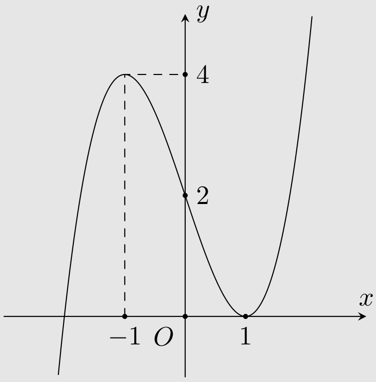


$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = a \text{ (loại)} \\ x^2 = b \\ x^2 = c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{b} \\ x = \pm\sqrt{c}. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152060]

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt.



(A) $0 < m < 4$.

B $1 < m < 5$.

(C) $0 < m < 5$.

(D) $-1 < m < 4$.

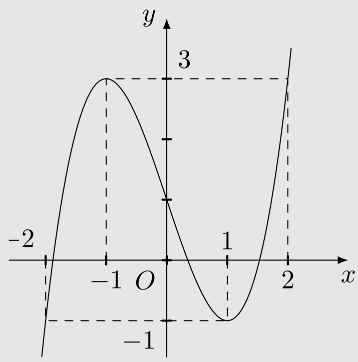
Lời giải

Ta có $f(x) + 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m - 1$.

Từ đồ thị ta suy ra phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

[2D152061]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là



A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

Ta có $2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{1}{2}$ (1)

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $(C)\colon y = f(x)$ $(-2 \leqslant x \leqslant 2)$ và đường thẳng $d\colon y = \dfrac{1}{2}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy trên đoạn $[-2; 2]$, (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt hay (1) có 3 nghiệm.

[2D152062]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

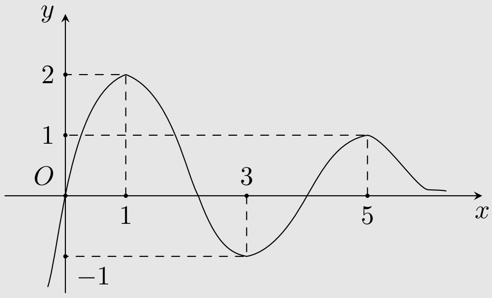
Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với $f(x) = \dfrac{2}{3}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = \dfrac{2}{3}$. Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ thì phương trình $f(x) = \dfrac{2}{3}$ có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152063]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Với giá trị thực nào của tham số m thì phương trình $|f(x)| = m$ có năm nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 5]$?



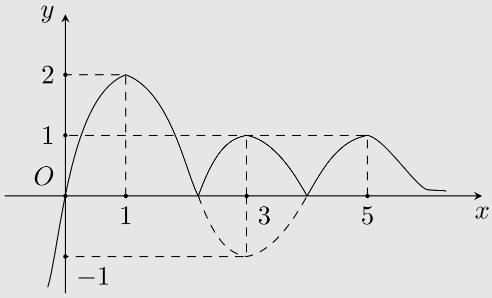
A. $m \in (1; +\infty)$.

B. $m \in (0; 1]$.

C. $m \in [0; 1]$.

D. $m \in (0; 1)$.

Lời giải

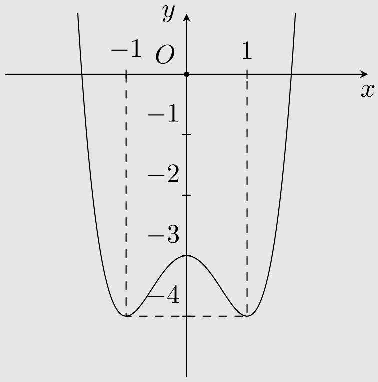


Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$, có được bằng cách giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục hoành và lấy đối xứng phần dưới trục hoành qua trục hoành.

Từ đồ thị hàm số, ta có để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng năm nghiệm phân biệt thuộc $[0; 5] \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

[2D152064]

Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình bên. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?



A $m \leq \dfrac{1}{2}$.

B $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

C $0 < m < \dfrac{1}{2}$.

D $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ và đường thẳng $y = 2m - 4$. Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} 2m - 4 = -4 \\ 2m - 4 > -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

[2D152065]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

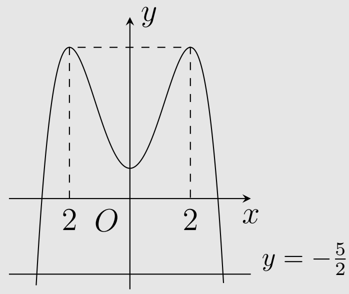
Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ là

A 4. **B** 2. **C** 1. **D** 3.

Lời giải

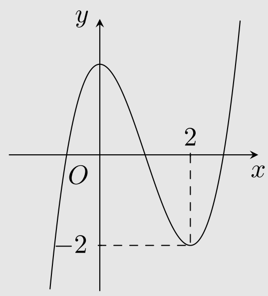
Ta có $2f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{5}{2}$.

Suy ra, số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và phương trình đường thẳng $y = -\dfrac{5}{2}$. Từ hình vẽ minh họa cho bảng biến thiên, ta thấy phương trình đã cho có 2 nghiệm.



[2D152066]

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là



A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 0.

Lời giải

- Ta có $4f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{4}$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{3}{4}$.
- Dựa vào đồ thị, ta có phương trình $f(x) = -\dfrac{3}{4}$ có 3 nghiệm phân biệt.

[2D152067]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 4. B. 1. C. 2. D. 0.

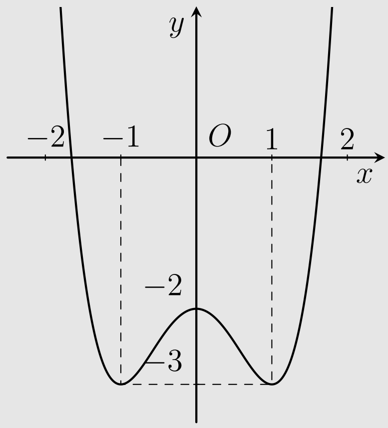
Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với phương trình $f(x) = \dfrac{3}{2}$.

Vì $0 < \dfrac{3}{2} < 2$ nên dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình đã cho vô nghiệm.

[2D152068]

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 = m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $m < -2$.

B. $-3 < m < -2$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $m > -3$.

Lời giải

Ta có $x^4 - 2x^2 = m \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 2 = m - 2$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C): $y = x^4 - 2x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m - 2$.

Dựa vào đồ thị, để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì

$$-3 < m - 2 < -2 \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

[2D152069]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-1		

Số nghiệm thực dương của phương trình $2f(x) - 2 = 0$ là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

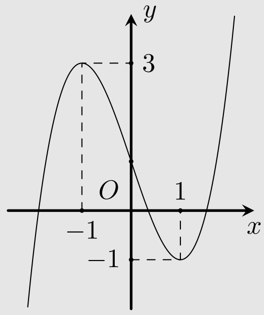
Ta có $2f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 1 điểm có hoành độ $x = 0$ và 1 điểm có hoành độ $x > 0$.

Vậy phương trình $2f(x) - 2 = 0$ có 1 nghiệm thực dương.

[2D152070]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

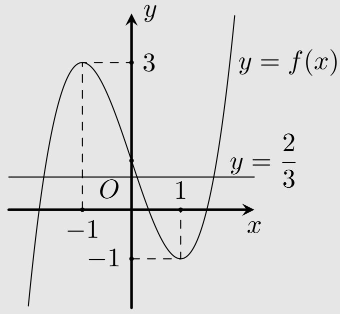


A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

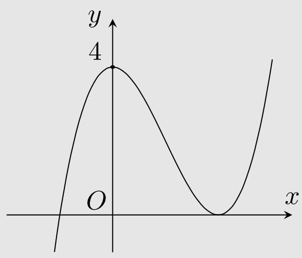
Ta có $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{2}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{2}{3}$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt, do đó phương trình $3f(x) - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.



[2D152071]

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt bằng



A 6. **B** 10. **C** 9. **D** 5.

Lời giải

Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi $0 < m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của m cần tìm là 6.

[2D152072]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 4$ là

- (A) 6.
- **B** 3.
- (C) 4.
- (D) 5.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ là

x	$-\infty$		x_1		-1		x_2		3		x_3		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	0	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy phương trình $|f(x)| = 4$ có 3 nghiệm phân biệt.

[2D152073]Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $(C)\colon y = -2x^3 + 3x^2 + 2m - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A $0 \leq m \leq \dfrac{1}{2}$. **B** $0 < m < \dfrac{1}{2}$. **C** $\dfrac{1}{4} \leq m < \dfrac{1}{2}$. **D** $-\dfrac{1}{2} < m < \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị (C) với trục hoành là

$$-2x^3 + 3x^2 + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 = 2m - 1 \quad (1).$$

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của $(C')\colon y = 2x^3 - 3x^2$ với đường thẳng $d_m\colon y = 2m - 1$.

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2$. Ta có $f'(x) = 6x^2 - 6x$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị (C') cắt d_m tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$-1 < 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}.$$

Vậy giá trị m cần tìm là $0 < m < \dfrac{1}{2}$.

[2D152074]Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$. Số nghiệm của phương trình $[f(x)]^3 - 3f(x) + 1 = 0$ là

A 1. **B** 6. **C** 5. **D** 7.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = [f(x)]^3 - 3f(x) + 1$. Ta có

$$g'(x) \;=\; 3f^2(x) \cdot f'(x) - 3f'(x) = 3f'(x)\left[f^2(x) - 1\right] = 3\left(3x^2 - 3\right)\left(x^3 - 3x + 2\right)\left(x^3 - 3x\right).$$

Cho $g'(x) = 0$. Ta có

- $3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$
- $x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \text{ (nghiệm kép)}. \end{array}\right.$
- $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$

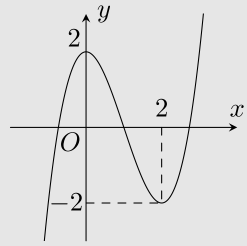
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	19	↘	-1	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

[2D152075]

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



A 3. **B** 0. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

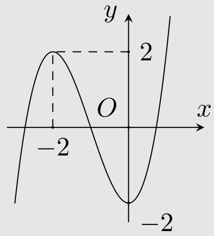
Ta có $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{4}{3}$.

Số nghiệm phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

[2D152076]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2019}{f(x) - 1}$ là



A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Lời giải

Hàm số $y = \dfrac{2019}{f(x) - 1}$ có số đường tiệm cận đứng bằng số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$.

Dựa vào đồ thị đã cho suy ra phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận đứng.

[2D152077]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 15 = 0$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

Ta thấy

$$3f(x) - 15 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 5.$$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x)$ và $y = 5$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 5$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm nên phương trình $f(x) = 5$ có 3 nghiệm.

[2D152078]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x) + m = 0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

A $m > 2$.

B $m < -3$.

C $m = 2$ hoặc $m < -3$.

D $-3 < m \leq 2$.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải

Ta có $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = -m$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} -m = -2 \\ -m > 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m < -3 \end{array}\right. .$$

[2D152079]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$-\infty \parallel +\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 6 = 0$ là

A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 0.

Lời giải

Số nghiệm thực của phương trình trên cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -2$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có 2 nghiệm thực.

[2D152080]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 8 = 0$ là

A 0. B 2. C 4. D 3.

Lời giải

$3f(x) - 8 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{8}{3} > 2$. Do đó, đường thẳng $y = \dfrac{8}{3}$ không cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

[2D152081]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a; b]$.

B Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$.

C Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$.

D Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$ nên ta có bảng biến thiên trên đoạn $[a; b]$ như sau

x	a		b
$f(x)$	$f(a)$	↗	$f(b)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

- Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$ là $\max\limits_{x \in [a;b]} f(x) = f(b)$, $\min\limits_{x \in [a;b]} f(x) = f(a)$.
- Trên $[a; b]$ hàm số không có cực trị.
- Trên khoảng $(a; b)$ không thể kết luận được giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
- Trên $[a; b]$ chưa thể kết luận được phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$ vì không xác định được dấu của $f(a)$ và $f(b)$.

[2D152082]

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{1}{3}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

- **A** Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.
- **B** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-\dfrac{1}{3}$.
- **C** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
- **D** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

Lời giải

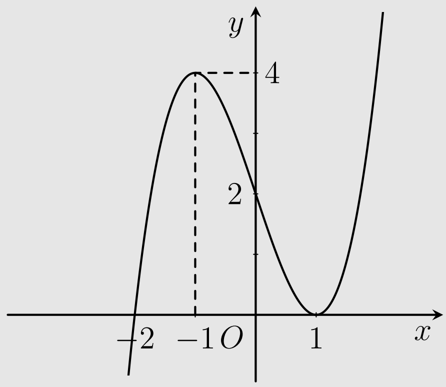
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số $= f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta lại thấy $y_{\text{CT}} = -\dfrac{1}{3}$ và hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

Vậy mệnh đề sai là hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

[2D152083]

Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - 2m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.



A $0 < m < 4$.

B $0 < m < 2$.

C $0 \leq m \leq 4$.

D $0 \leq m \leq 2$.

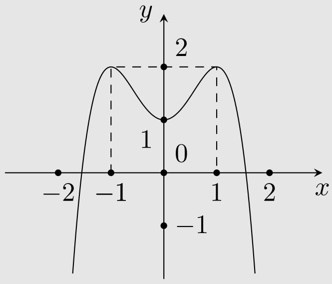
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $x^3-3x+2-2m = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3-3x+2$ và đường thẳng $y = 2m$.

Theo yêu cầu bài toán ta suy ra $0 < 2m < 4 \Rightarrow 0 < m < 2$.

[2D152084]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. $1 < m < 2$.

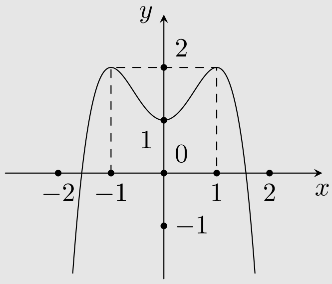
B. $2 < m < 3$.

C. $0 < m < 2$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Ta có $f(x) + 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = f(x) \\ y = m - 1. \end{cases}$



Khi đó số nghiệm của phương trình đã cho chính là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với đường thẳng $y = m - 1$. Dựa vào đồ thị ta thấy, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $1 < m - 1 < 2$ hay $2 < m < 3$.

[2D152085]Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2019$ tại bao nhiêu điểm?

A 2. **B** 4. **C** 0. **D** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có $-2019<-1$ nên đường thẳng $y=-2019$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt.

[2D152086]Tìm m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị.

A $m = 0$. **B** $m \in (-\infty; 0)$. **C** $m \in \left(-\dfrac{1}{4}; +\infty\right)$. **D** $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) của hàm số và đường thẳng $d\colon y = mx+1$

$$\begin{aligned} &\frac{x+1}{x-1} = mx + 1 \qquad (x \neq 1) \\ \Leftrightarrow\ \ & mx^2 - mx - 2 = 0. \quad (*) \end{aligned}$$

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc về hai nhánh của đồ thị khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$. Do đó

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = m^2 + 8m > 0 \\ -\dfrac{2}{m} - 1 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -8 \\ m > 0 \end{array}\right. \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0.$$

[2D152087]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

A $-2 < m < -1$.

B $m > 0$; $m = -1$.

C $m = -2$; $m > -1$.

D $m = -2$; $m \geq -1$.

Lời giải

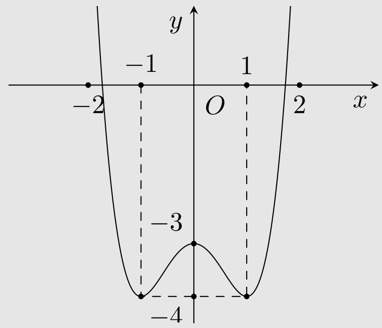
Ta có: $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1 (1)$.

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m + 1$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có đúng 2 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=-1 \\ m+1>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1 \end{array}\right.$.

[2D152088]

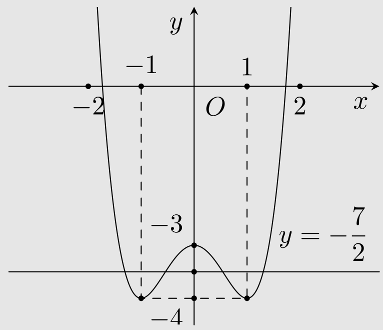
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $2f(x) + 7 = 0$ là



A 1. **B** 4.

C 2. **D** 3.

Lời giải



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 7 = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{7}{2}$.

Vẽ đường thẳng $y = -\dfrac{7}{2}$ ta thấy đường thẳng $y = -\dfrac{7}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt trong đó có 2 điểm hoành độ dương nên phương trình $2f(x) + 7 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

[2D152089]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A 3. B 4. C 2. D 1.

Lời giải

Ta có: $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$. (1)

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ tại ba điểm phân biệt.

Vậy (1) có ba nghiệm phân biệt.

[2D152090]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$ ↘		-1 $\Vert$ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Ta có $f(x) = -2$. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f(x) = -2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \in (0;1) \\ x = b \in (1;+\infty). \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

[2D152091]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. B. 1. C. 2. **D. 3.**

Lời giải

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$ nên phương trình có ba nghiệm.

[2D152092]Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 10$ và đường thẳng $y = 9x + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

A $6 < m < 10$. **B** $-17 < m < 15$. **C** $-17 < m < 6$. **D** $10 < m < 15$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = m \quad (*)$.

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$.

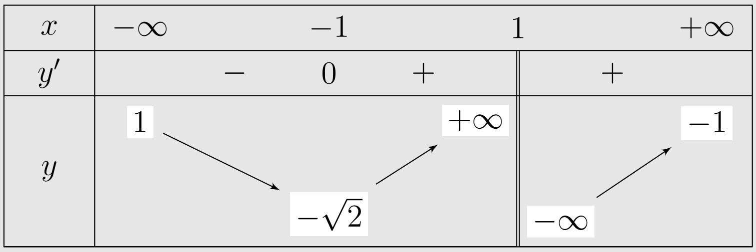
Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow f(-1) = 15 \\ x = 3 \Rightarrow f(3) = -17. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	15	$\searrow$	-17	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy pt $(*)$ có 3 nghiệm khi $-17 < m < 15$.

[2D152093]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A $\left(-\sqrt{2}; -1\right]$. **B** $\left(-\sqrt{2}; -1\right)$. **C** $(-1; 1]$. **D** $(-1; 1)$.

Lời giải

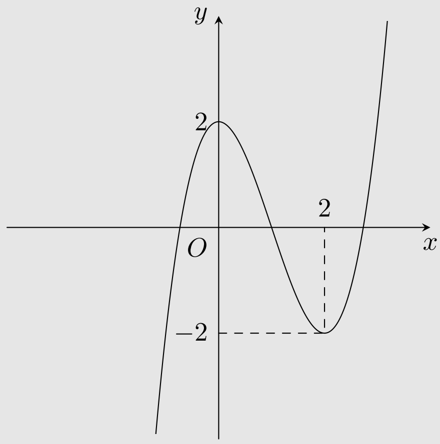
Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ Trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < -1 \Leftrightarrow m \in \left(-\sqrt{2}; -1\right)$.

[2D152094]

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 1 = 0$ là



A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 4.

Lời giải

Ta có: $3f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{1}{3} \quad (*)$

Phương trình $(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{1}{3}$. Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy $(*)$ có 3 nghiệm.

[2D152095]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

A Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

B Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

D Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy hàm số đạt cực tại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

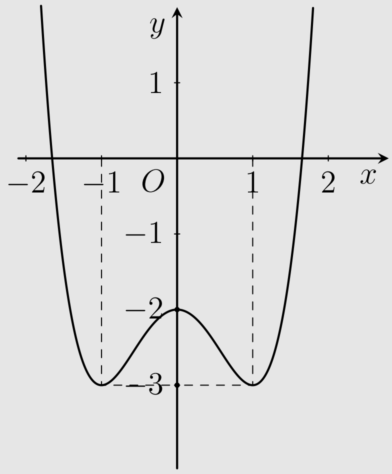
[2D152096]Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A $m < -2$.

B $-1 < m < 0$.

C $m > -3$.

D $-3 < m < -2$.



Lời giải

Để phương trình $x^4 - 2x^2 = m$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 2 = m - 2$ có 4 nghiệm phân biệt.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ và đồ thị $y = m - 2$. Để phương trình có 4 nghiệm, dựa vào đồ thị, ta có $-3 < m - 2 < -2 \Leftrightarrow -1 < m < 0$.

[2D152097]
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $-2 < m < -1$.
B. $m = -2$, $m \geqslant -1$.
C. $m > 0$, $m = -1$.
D. $m = -2$, $m > -1$.

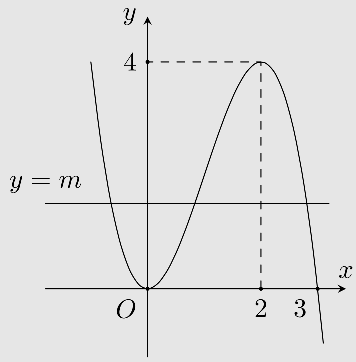
Lời giải

Phương trình tương đương $f(x) = m + 1$, hai nghiệm xảy ra khi $\left[\begin{array}{l} m+1=-1 \\ m+1>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1 \end{array}\right.$.

[2D152098]Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $-x^3+3x^2-m=0$ có ba nghiệm phân biệt?

A $0 \leqslant m \leqslant 4$. **B** $m>0$. **C** $m>4$. **D** $0<m<4$.

Lời giải



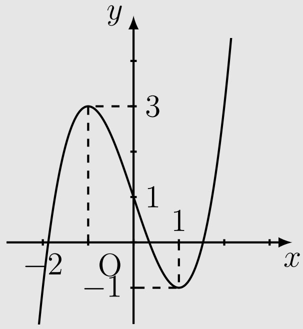
Ta có $-x^3+3x^2-m=0 \Leftrightarrow -x^3+3x^2=m. \quad (*)$

Số nghiệm của $(*)$ là số hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2$ với đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi

$$0<m<4.$$

[2D152099]Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f(x) + 3m - 3 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A $-1 < m < \dfrac{5}{3}$. B $-\dfrac{5}{3} < m < 1$. C $-\dfrac{5}{3} \leqslant m \leqslant 1$. D $-1 \leqslant m \leqslant \dfrac{5}{3}$.

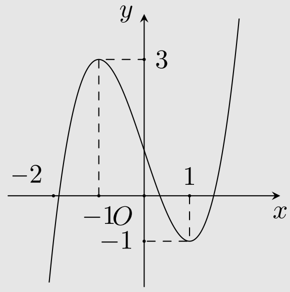
Lời giải

Ta có phương trình: $2f(x) + 3m - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3-3m}{2}$.

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $-1 < \dfrac{3-3m}{2} < 3 \Leftrightarrow -1 < m < \dfrac{5}{3}$.

[2D152100]

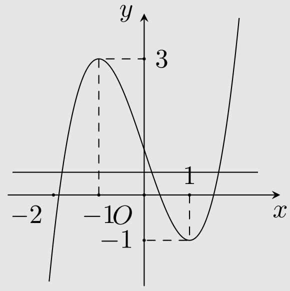
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình $2f(x)-1=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-2;1)$?



A 1. B 0. C 3. D 2.

Lời giải

Ta có $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$.



Dựa vào đồ thị, nhận thấy đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt nhưng chỉ có hai giao điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-2;1)$. Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-2;1)$.

[2D152101]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương tình $f(f(x)) + 2 = 0$ là

A 4. (B) 3. (C) 2. (D) 6.

Lời giải

Ta có $f(f(x)) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(f(x)) = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = -2 \\ f(x) = 2. \end{array}\right.$

$f(x) = -2 \Leftrightarrow x = \pm 2$ hoặc $f(x) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a < -2 \\ x = b > 2. \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152102]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$		
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - \sqrt{17} = 0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $2f(x) - \sqrt{17} = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{\sqrt{17}}{2} > 2$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

[2D152103]Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x^3 - 3x)(x^2 - 3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Phương trình $f(x) = 0$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

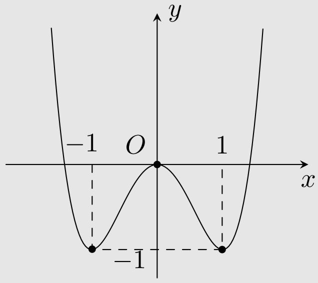
A 6. **B** 4. **C** 5. **D** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^3 - 3x)(x^2 - 3x) \ = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 3)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ suy ra phương trình $f(x) = 0$ có tối đa 4 nghiệm phân biệt.

[2D152104] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $4f(x)+3=0$ là

A 0. B 2. C 3. D 4.

Lời giải

Ta có $4f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{4}$, dựa vào đồ thị suy ra phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152105]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty; -2]$ và $[2; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-2		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$				$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	22		2	$\searrow$	$\frac{7}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp các giá trị m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt là

A $[22; +\infty)$.

B $\left(\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$.

C $\left[\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$.

D $\left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta suy ra phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt khi chỉ khi $m \in \left(\frac{7}{4}; 2\right] \cup [22; +\infty)$.

[2D152106]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || 1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 0.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với $f(x) = \dfrac{3}{2}$. Do đó số nghiệm của phương trình là số điểm chung giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên đã cho ta thấy phương trình có 3 nghiệm.

[2D152107]Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3-3x^2-12x+2m-1=0$ có ba nghiệm phân biệt là

A $\left(-3;\dfrac{21}{2}\right)$. **B** $\left[-3;\dfrac{21}{2}\right]$. **C** $(-3;+\infty)$. **D** $\left(-\infty;\dfrac{21}{2}\right)$.

Lời giải

$2x^3-3x^2-12x+2m-1=0 \Leftrightarrow 2x^3-3x^2-12x=1-2m(1)$

Đặt $f(x)=2x^3-3x^2-12x$

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2-6x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2.\end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	-20	$\nearrow$	∞

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để (1) có 3 nghiệm thì $-20<1-2m<7 \Leftrightarrow -3<m<\dfrac{21}{2}$.

[2D152108]Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 4$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\sqrt{f\left(f(x)-2\right)-2} = 3 - f(x)$ là

A 7. B 4. C 6. D 9.

Lời giải

Đặt $f(x) - 2 = t \Rightarrow f(x) = t + 2$, ta có phương trình

$\sqrt{f(t)-2} = 3 - (t+2) \Leftrightarrow \sqrt{f(t)-2} = 1 - t \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - t \geq 0 \\ f(t) = t^2 - 2t + 3 \end{cases}$

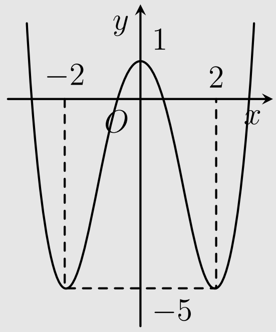
$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - t \geq 0 \\ t^3 - 3t^2 - 3t + 4 = t^2 - 2t + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t^3 - 4t^2 - t + 1 = 0\,(*) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \approx 0.464 \\ t \approx -0.588. \end{array}\right.$

Với mỗi nghiệm t trên thây vào phương trình $f(x) = t + 2$cho ta ba nghiệm x.

Vậy phương trình $\sqrt{f\left(f(x)-2\right)-2} = 3 - f(x)$ có sáu nghiệm phân biệt

[2D152109]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-5; 10]$ để phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt. Tính tổng các phần tử của S.



A 40. **B** 54. **C** 50. **D** 49.

Lời giải

Từ đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ ta thấy, phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -5 \\ m > 1. \end{array}\right.$

Do đó $S = \{-5; 2; 3; \ldots; 10\}$. Tổng các phần tử của S bằng 49.

[2D152110]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A $-3 < m < 2$. **B** $-3 \leqslant m \leqslant 2$. **C** $m < -2$. **D** $m > -3$.

Lời giải

Phương trình $f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $d\colon y = m$ cắt đồ thị $(C)\colon y = f(x)$ tại bốn điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $-3 < m < 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[2D152111]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A 2. **B** 1. **C** 4. **D** 3.

Lời giải

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ ta có số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ là 4. Do đó phương trình đã cho có 4 nghiệm.

[2D152112]Cho ham số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

Ta có $2f(x+3) = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y_{\text{CT}} = -2 < -\dfrac{3}{2} < 1 = y_{\text{CĐ}}$.

Vậy phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

[2D152113]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1 || $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tập tất cả các giá trị của tham số m đồ thị $y = f(x) + m$ cắt trục Ox ba điểm phân biệt là

A $(-2; 1)$. **B** $(-1; 2)$. **C** $[-1; 2)$. **D** $(-2; 1]$.

Lời giải

Số giao điểm cuả đồ thị và trục Ox chính là số nghiệm của phương trình

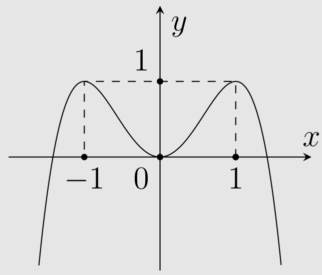
$$f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m.$$

Từ bảng biến thiên của hàm số suy ra tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m cần tìm là

$$-1 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 1.$$

[2D152114]

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $(a, b, c \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là



A 1. **B** 2. **C** 4. **D** 3.

Lời giải

Ta có

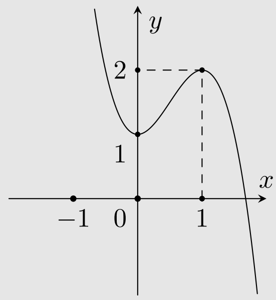
$$4f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4}. \quad (*)$$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{4}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy chúng cắt nhau tại bốn điểm nên phương trình có 4 nghiệm.

[2D152115]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Điều kiện của tham sô m để đồ thị hàm số $y = |2f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị là



A $1 \leq m \leq 2$.

B $2 \leq m \leq 4$.

C $1 < m < 2$.

D $2 < m < 4$.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số $y = 2f(x) - m$ luôn có 2 điểm cực trị, vì vậy để đồ thị $y = |2f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = 2f(x) - m$ phải cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2f(x) - m$ với trục hoành là

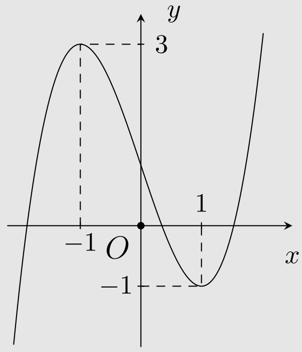
$$2f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{m}{2}. \quad (*)$$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ chính là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với đường thẳng $y = \frac{m}{2}$, dựa vào đồ thị ta thấy điều kiện cần tìm là

$$1 < \frac{m}{2} < 2 \Leftrightarrow 2 < m < 4.$$

[2D152116]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2019 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.



A $m < 2016$, $m > 2020$.

B $2016 < m < 2020$.

C $m \leq 2016$, $m \geq 2020$.

D $m = 2016$, $m = 2020$.

Lời giải

Ta có $f(x) + m - 2019 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2019 - m$.

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$-1 < 2019 - m < 3 \Leftrightarrow 2016 < m < 2020.$$

[2D152117]

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$ là

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4				$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Ⓐ 3. **B** 5.

Ⓒ 1. Ⓓ 2.

Lời giải

Ta có $f^2(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 2 \\ f(x) = -2. \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên

- phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.
- phương trình $f(x) = -2$ có -2 có 2 nghiệm và không trùng với các nghiệm của phương trình $f(x) = 2$.

Vậy phương trình $f^2(x) - 4 = 0$ có 5 nghiệm.

[2D152118]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A 2. B 4. C 3. D 1.

Lời giải

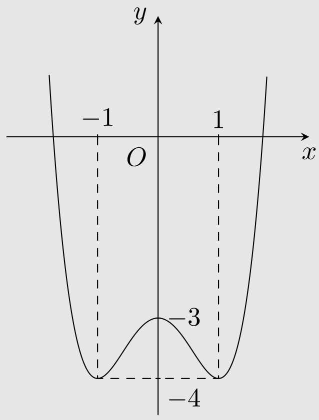
Phương trình $2f(x) - 3 = 0$ tương đương với $f(x) = \dfrac{3}{2}$. Do đó số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm.

Vậy phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có 2 nghiệm.

[2D152119]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-5 \leq m \leq -4$.

B. $-4 < m < -3$.

C. $-4 \leq m \leq -3$.

D. $-5 < m < -4$.

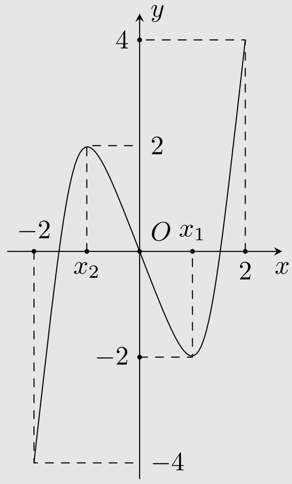
Lời giải

- Ta có số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đường $\begin{cases}(C)\colon y = f(x)\\ d\colon y = m + 1.\end{cases}$
- Nhìn vào đồ thị, ta thấy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi

$$-4 < m + 1 < -3 \Leftrightarrow -5 < m < -4.$$

[2D152120]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như trong hình bên. Hỏi phương trình $|f(x) - 1| = 2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $[-2; 2]$.



A 2. B 5. C 4. D 3.

Lời giải

Ta có $|f(x) - 1| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 3 \\ f(x) = 1. \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ thì trên đoạn $[-2; 2]$

- Phương trình $f(x) = 3$ có một nghiệm x_1.
- Phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt không trùng với nghiệm x_1.
- Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm trên đoạn $[-2; 2]$.

[2D152121] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$2 \;\|\; +\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

A $(-4; 2)$. **B** $(-\infty; 2]$. **C** $[-4; 2)$. **D** $(-3; 3)$.

Lời giải

Ta có $f(x) + 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m - 1$.

Số nghiệm của phương trình trên bằng số giao điểm của đường thẳng $y = m - 1$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-4 < m - 1 < 2 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

[2D152122]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A $y = -3x - 3$. **B** $y = -3x + 3$. **C** $y = 3x + 3$. **D** $y = 3x - 3$.

Lời giải

Ta có $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0$ và $k = y'(1) = -3 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến $y = -3(x-1) = -3x+3$.

[2D152123]Phương trình tiếp tuyến của đường cong $(C)\colon y = x^3 - 3x$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là

A $y = -3x$. (B) $y = -3x + 2$. (C) $y = 0$. (D) $y = 3x$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = y'(0)(x - 0) + y(0) = -3x$.

[2D152124]Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(3;10)$ là đường thẳng nào?

A $y = 15x - 35$. **B** $y = -15x + 55$. **C** $y = 3x + 1$. **D** $y = -3x + 19$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 4x \Rightarrow y'(3) = 15$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $A(3;10)$ là

$$y = 15(x-3) + 10 = 15x - 35.$$

[2D152125]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A $y = -9x + 16$. **B** $y = -9x + 20$. **C** $y = 9x - 20$. **D** $y = 9x - 16$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 3$.

Ta có $y(2) = 2$ và $y'(2) = 9$. Do đó PTTT cần tìm là $y = 9(x - 2) + 2 \Leftrightarrow y = 9x - 16$.

[2D152126]Cho hàm số $y = x^3 + 3x$ có đồ thị (C). Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 4 là

A. $k = 4$.
B. $k = -2$.
C. $k = 6$.
D. $k = 9$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 3x^2 + 3$.
Do giả thiết $y = 4$ suy ra $x^3 + 3x = 4 \Leftrightarrow x^3 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x + 4) = 0 \quad (*)$.
Dễ thấy $x^2 + x + 4 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$, từ $(*)$ suy ra $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
Khi đó $k = y'(1) = 6$.

[2D152127]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ có hệ số góc bằng

A -2.
B 1.
C -1.
D 0.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

Do $y'(1) = 0$ nên hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ bằng 0.

[2D152128]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 9$ tại điểm M có hoành độ bằng -1.

A $y = 12x + 14$. **B** $y = 12x - 14$. **C** $y = 12x + 10$. **D** $y = -20x - 22$.

Lời giải

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của đồ thị và tiếp tuyến cần tìm.

Ta có $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 2$; hệ số góc $k = y'(-1) = 12$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 12(x + 1) + 2 = 12x + 14$.

[2D152129]Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x+2}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ là

A. $\dfrac{1}{4}$.
B. $\dfrac{7}{9}$.
C. 7.
D. 1.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{1}{(x+2)^2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị tại điểm có hoành độ $x = -1$ là $y'(-1) = 1$.

[2D152130]Tìm hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3-4x}{x-2}$ tại điểm có tung độ $y = -\dfrac{7}{3}$.

Ⓐ $\dfrac{9}{5}$. Ⓑ $-\dfrac{5}{9}$. **C** $\dfrac{5}{9}$. Ⓓ -10.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{5}{(x-2)^2}$. Gọi $M\left(x_0; -\dfrac{7}{3}\right)$ là tiếp điểm, ta có

$$\begin{aligned} \frac{3-4x_0}{x_0-2} = -\frac{7}{3} \quad &\Leftrightarrow \quad 5x_0 = -5 \\ &\Leftrightarrow \quad x_0 = -1. \end{aligned}$$

Vậy hệ số góc tiếp tuyến tại $M\left(x_0; -\dfrac{7}{3}\right)$ là $k = y'(-1) = \dfrac{5}{9}$.

[2D152131]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(H)\colon y = \dfrac{x-1}{x+2}$ tại giao điểm của (H) và trục hoành là

A $y = x - 3$. **B** $y = \dfrac{1}{3}(x-1)$. **C** $y = 3x$. **D** $y = 3(x-1)$.

Lời giải

Ta có $y = \dfrac{x-1}{x+2}$.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$, $y' = f'(x) = \dfrac{3}{(x+2)^2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (H) với trục hoành $\dfrac{x-1}{x+2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Suy ra tọa độ giao điểm $(1;0)$. Phương trình tiếp tuyến của độ thị (H) tại $(1;0)$

$$y = f'(1)(x-1) \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}(x-1).$$

[2D152132]Hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (H). Tiếp tuyến của (H) tại giao điểm của (H) với trục Oy có phương trình là

A $y = 3x + 1$. **B** $y = x + 1$. **C** $y = \dfrac{4}{3}x - \dfrac{2}{3}$. **D** $y = 3x - 1$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = \dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Toạ độ giao điểm của (H) với trục Oy là $M(0;-1)$.

Phương trình tiếp của của (H) tại $M(0;-1)$ là

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 3(x-0) - 1 \Leftrightarrow y = 3x - 1.$$

[2D152133]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 là

A $y = 3x + 13$.   **B** $y = -3x - 5$.   **C** $y = 3x + 5$.   **D** $y = -3x + 13$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Đạo hàm $y' = \dfrac{3}{(x+2)^2}$.

Ta có $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 4, y'(-3) = 3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3(x+3) + 4$ hay $y = 3x + 13$.

[2D152134]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ có phương trình là

A $y = -x - 3$. **B** $y = -x + 2$. **C** $y = x - 1$. **D** $y = x + 2$.

Lời giải

$y' = \dfrac{-4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1$; $y(-1) = -2$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hành độ $x = -1$ có phương trình

$y = -1(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = -x - 3$.

[2D152135]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$ tại điểm có hoành độ $x = \dfrac{1}{2}$ có phương trình là

A $2x - 2y = 1$. **B** $2x - 2y = -1$. **C** $2x + 2y = 3$. **D** $2x + 2y = -3$.

Lời giải

$y' = \dfrac{-1}{2\sqrt{2x^3}} \Rightarrow y'\left(\dfrac{1}{2}\right) = -1$; $y\left(\dfrac{1}{2}\right) = 1$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$ tại điểm có hoành độ $x = \dfrac{1}{2}$ có phương trình là

$y = -1\left(x - \dfrac{1}{2}\right) + 1 \Leftrightarrow y = -x + \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 2x + 3y = 3$.

[2D152136]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^3 + 9x^2$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ có phương trình là

A $y = 30x - 28$. **B** $y = 30x + 28$. **C** $y = 42x + 52$. **D** $y = 42x - 52$.

Lời giải

$y' = -\dfrac{3}{2}x^2 + 18x \Rightarrow y'(2) = 30$; $y(2) = 32$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hành độ $x = 2$ có phương trình

$y = 30(x - 2) + 32 \Leftrightarrow y = 30x - 28$.

[2D152137]Phương trình tiếp tuyến của elip $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ tại điểm $M(x_0;y_0)$ là

A $\dfrac{x_0x}{a^2}+\dfrac{y_0y}{b^2}=1$. 　 **B** $\dfrac{x_0x}{a^2}-\dfrac{y_0y}{b^2}=1$. 　 **C** $\dfrac{x_0x}{a^2}+\dfrac{y_0y}{b^2}=-1$. 　 **D** $\dfrac{x_0x}{a^2}-\dfrac{y_0y}{b^2}=-1$.

Lời giải

Cách 1: Phương trình tiếp tuyến của elip tại điểm $M(x_0;y_0)$ là $y=y'(x_0)\cdot(x-x_0)+y_0$ (1).

Từ phương trình elip $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, đạo hàm hai vế ta được $\dfrac{2x}{a^2}+\dfrac{2y\cdot y'}{b^2}=0\Rightarrow y'=-\dfrac{b^2x}{a^2y}$

$\Rightarrow y'(x_0)=-\dfrac{b^2x_0}{a^2y_0}.\quad (*)$

Khi đó thế (*) vào (1) ta được phương trình tiếp tuyến như sau:

$y=-\dfrac{b^2x_0}{a^2y_0}(x-x_0)+y_0\Rightarrow a^2y_0^2+b^2x_0^2-b^2x\cdot x_0=a^2y\cdot y_0\Rightarrow \dfrac{x\cdot x_0}{a^2}+\dfrac{y\cdot y_0}{b^2}=\dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}$

$\Rightarrow \dfrac{x\cdot x_0}{a^2}+\dfrac{y\cdot y_0}{b^2}=1\left(\text{do } M(x_0;y_0) \text{ thuộc elip nên } \dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}=1\right)$.

Cách 2: Dùng công thức tiếp tuyến của elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ tại điểm $M(x_0;y_0)$ là $\dfrac{x_0x}{a^2}+\dfrac{y_0y}{b^2}=1$.

[2D152138]Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1; \dfrac{1}{3}\right)$ là

A $y = 3x - 2$. **B** $y = x - \dfrac{2}{3}$. **C** $y = -3x + 2$. **D** $y = -x + \dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 + 2x - 2$ suy ra $y'(1) = 1$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M\left(1; \dfrac{1}{3}\right)$ là $y = 1(x-1) + \dfrac{1}{3} = x - \dfrac{2}{3}$.

[2D152139]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ tại điểm $M(1;0)$.

A $y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}$. **B** $y=\dfrac{1}{3}x+1$. **C** $y=x-1$. **D** $y=\dfrac{1}{9}x-\dfrac{1}{9}$.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}$, $\forall x\neq -2$.

Hệ số góc của tiếp tuyến $k=y'(1)=\dfrac{1}{3}$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(1;0)$: $y=\dfrac{1}{3}(x-1)\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}$.

[2D152140]Đồ thị của hàm số nào sao đây không đi qua điểm $M(1;-2)$?

A. $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$.

B. $y=x^3-3x$.

C. $y=-x^3+3x^2-1$.

D. $y=x^4-x^2-2$.

Lời giải

Thay gia trị đối số $x=1$ vào hàm số $y=-x^3+3x^2-1$, ta có $y=-1+3-1=1 \Rightarrow M(1;-2)$ không thuộc đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-1$.

[2D152141]Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ có tâm đối xứng I là

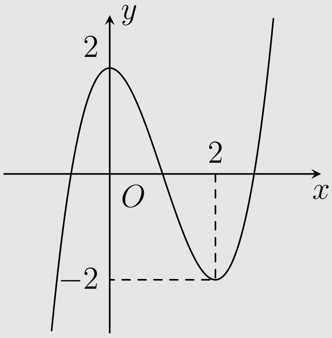
A $I(-2;1)$. **B** $I(2;1)$. **C** $I(2;-1)$. **D** $I(-2;-1)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ có tâm đối xứng là $I(2;1)$.

[2D152142]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

(B) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

(D) Hàm số có ba cực trị.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có nhận xét: hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

[2D152143]Biết $A(0;a)$; $B(b;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-1$, khi đó giá trị $a+b$ là

A. -1.
B. 0.
C. 1.
D. 2.

Lời giải

+ $A(0;a)$ thuộc đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-1$ thì $a=-1$.

+ $B(b;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-1$ thì $b^3+b^2-1=1 \Leftrightarrow b=1$. Khi đó $a+b=0$.

[2D152144]Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2}$ đi qua điểm $A(-1; 4)$?

A $m = 1$.   **B** $m = -1$.   **C** $m = \dfrac{1}{2}$.   **D** $m = 2$.

Lời giải

Điểm A nằm trên đồ thị khi và chỉ khi

$$y_A = \frac{2x_A^2 + 6mx_A + 4}{mx_A + 2} \Leftrightarrow \frac{6 - 6m}{2 - m} = 4 \Leftrightarrow m = -1.$$

[2D152145]Trong những điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$?

A $(2; -1)$.　**B** $(1; 2)$.　**C** $(1; 0)$.　**D** $(0; 1)$.

Lời giải

Ta có: $f(1) = 2$ nên điểm $(1; 2)$ thuộc đồ thị của hàm số.

[2D152146]Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đồ thị đi qua điểm $M(1;0)$?

(A) $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

(B) $y = \dfrac{2x-2}{x^2-1}$.

$\boxed{\text{C}}$ $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

(D) $y = (x-1)\sqrt{x-2}$.

Lời giải

Đáp án đúng $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

[2D152147]Xác định tọa độ điểm I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{x-2}$.

(A) $I(3;2)$. **B** $I(2;1)$. (C) $I(2;3)$. (D) $I(1;2)$.

Lời giải

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.
Hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
Vậy tâm đối xứng cần tìm là $I(2;1)$.

[2D152148]Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx+5}{x+1}$ đi qua $A(1;-3)$.

A $m = -11$. **B** $m = 1$. **C** $m = 11$. **D** $m = -1$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta thấy $x_A = 1 \in \mathscr{D}$. Do đó, đồ thị hàm số đã cho đi qua $A(1;-3)$ khi và chỉ khi

$$-3 = \frac{m \cdot 1 + 5}{1+1} \Leftrightarrow m = -11.$$

[2D152149]Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+m}, (m \neq -1)$ có đồ thị là $(\mathscr{C})$. Tìm m để $(\mathscr{C})$ nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng.

A $m = \dfrac{1}{2}$. **B** $m = -\dfrac{1}{2}$. **C** $m = 2$. **D** $m = -2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+m}, (m \neq -1)$ có tâm đối xứng $I(-m;1)$.

Vậy $m = -2$.

[2D152150]Điểm nào trong các điểm sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+1}$?

A. $N\left(-2; \dfrac{1}{5}\right)$. B. $Q(1;1)$. C. $M(1;2)$. D. $P\left(0; \sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm vào ta thấy $M(1;2)$ không thỏa mãn.

[2D152151]Cho hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

B. Hàm số xác định khi $x \neq -1$.

C. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng.

D. Hàm số có cực trị.

Lời giải

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x = -1$, $y = -2$. Giao điểm của hai đường tiệm cận này là tâm đối xứng của đồ thị.

Vì $y' = \dfrac{-3}{(x+1)^2} < 0$, $\forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

[2D152152]Tập xác định của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 1$ là

(A) $(0; +\infty)$.
(B) $(-\infty; 0)$.
(C) $(-\infty; +\infty)$.
(D) $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 1$ là hàm đa thức nên xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

[2D152153]Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ là

A $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **C** $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. **D** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ xác định khi và chỉ khi $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

[2D152154]Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.

B Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.

C Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.

D Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải

Từ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.

[2D152155]Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ với trục Ox.

A 1. B 2. C 3. D 4.

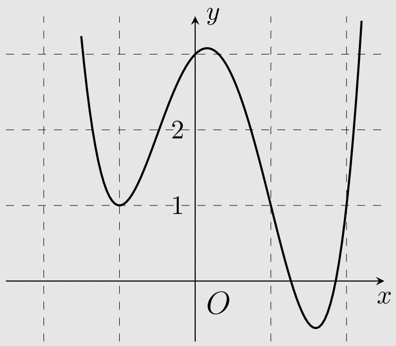
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Vậy có hai giao điểm.

[2D152156]Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm?



(A) 2. (B) 4. (C) 1. **D** 3.

Lời giải

Số nghiệm phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

[2D152157]Đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 0.

Lời giải

Số giao điểm của hai đồ thị tương ứng với số nghiệm của phương trình

$$\frac{4x+4}{x-1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ 4x + 4 = (x-1)\cdot\left(x^2-1\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (x+1)\cdot\left[(x-1)^2 - 4\right] = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ (x-1)^2 - 4 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x-1=2 \\ x-1=-2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \\ x=-1. \end{array}\right. \end{cases}$$

Suy ra phương trình có nghiệm là $x = -1$ và $x = 3$.

[2D152158]Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-14;15]$ sao cho đường thẳng $y=mx+3$ cắt đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

(A) 17. $\boxed{\text{B}}$ 16. (C) 20. (D) 15.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $mx+3=\dfrac{2x+1}{x-1} \Leftrightarrow mx^2+x(1-m)-4=0$ $(*)$.

• Với $m=0$ thì phương trình $(*)$ có một nghiệm $x=4$.

• Với $m\neq 0$, xét biệt thức $\Delta=m^2+14m+1$.

Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt nên

$$\Delta>0 \Leftrightarrow m^2+14m+1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>-7+4\sqrt{3} \\ m<-7-4\sqrt{3} \end{array}\right..$$

Suy ra, có 16 giá trị nguyên của $m\in[-14;15]$ thỏa mãn.

[2D152159]Biết đồ thị hai hàm số $y = -x + 1$ và $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ cắt nhau tại hai điểm A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A $AB = 2\sqrt{2}$. **B** $AB = \sqrt{2}$. **C** $AB = 4$. **D** $AB = 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} & \frac{x-1}{x+1} = -x + 1,\ x \neq -1. \\ \Leftrightarrow\ & x^2 + x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{aligned} & x = 1 \\ & x = -2. \end{aligned}\right. \end{aligned}$$

- Với $x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow A\,(1; 0)$.
- Với $x = -2 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow B\,(-2; 3)$.

Vậy $AB = 3\sqrt{2}$.

[2D152160]Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x - 1$ tại hai điểm. Tìm tổng tung độ các giao điểm đó.

A -3. **B** 2. **C** 0. **D** -1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - x^2 + x - 1 = x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 0 \Rightarrow y = -1. \end{array}\right.$$

Tổng tung độ các giao điểm là $0 + (-1) = -1$.

[2D152161]Đường thẳng d đi qua $A(2;1)$ với hệ số góc k cắt đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x-8}{x-4}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

A. $k>0$. B. $-1<k<1$. C. $k<1$ hoặc $k>3$. **D.** $k<0$ hoặc $k>4$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $A(2;1)$ với hệ số góc k có phương trình $y=k(x-2)+1$.
Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$\begin{aligned}
&\frac{x-8}{x-4}=k(x-2)+1 \quad (x\neq 4)\\
\Leftrightarrow\ & (k(x-2)+1)(x-4)=x-8 \quad \text{(Nhận xét: } x=4 \text{ không là nghiệm của phương trình này).}\\
\Leftrightarrow\ & kx^2-6kx+8k+4=0 \quad (*)
\end{aligned}$$

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0\\ \Delta'>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\neq 0\\ k^2-4k>0\end{cases} \Leftrightarrow k\in(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

[2D152162]Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng $y = 2$.

(A) 1. $\boxed{\text{B}}$ 3. (C) 2. (D) 0.

Lời giải

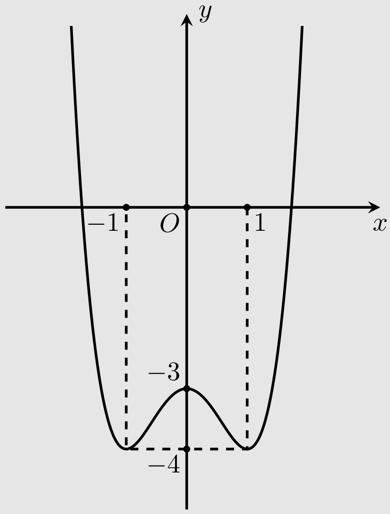
Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 2 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 4x - 1 = 0.$$

Sử dụng máy tính ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt. Vậy số giao điểm là 3.

[2D152163]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x)+m = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.



A $m < 3$.

B $m = -3$.

C $-4 < m < -3$.

D $m = 3$.

Lời giải

Phương trình $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$.

Đặt $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ và $d\colon y = -m$ là đường thẳng vuông góc với trục Oy.

Phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow -m = -3 \Leftrightarrow m = 3.$$

[2D152164]Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x$ là

A 3. (B) 2. (C) 4. (D) 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^3 - 3x^2 + 3 = x \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ cắt đường thẳng $y = x$ tại ba điểm phân biệt và tổng hoành độ các giao điểm này bằng 3.

[2D152165]Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d\colon y = 2x-3$. Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B. Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.

A $AB = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **B** $AB = \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$. **C** $AB = \dfrac{2}{5}$. **D** $AB = \dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ $\dfrac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow 2x-1 = (x+1)(2x-3) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$. (1)

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1). Theo Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{3}{2} \\ x_1x_2 = -1. \end{cases}$

Giả sử $A(x_1; 2x_1-3)$, $B(x_2; 2x_2-3) \Rightarrow AB = \sqrt{5(x_1-x_2)^2} = \sqrt{5[(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2]} = \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$.

[2D152166]Đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2-1)(x^3-1)$ cắt trục hoành tại mấy điểm phân biệt?

A 3.

B 1.

C 2.

D 4.

Lời giải

Xét phương trình $(x-1)(x^2-1)(x^3-1) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

[2D152167]Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ với đường thẳng $y=x-2$. Độ dài AB bằng

A $2\sqrt{2}$. **B** 1. **C** $4\sqrt{2}$. **D** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x-1}{x+2}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1=(x-2)(x+2)\\x\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-3=0\\x\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3.\end{array}\right.$$

Khi $x=3\Rightarrow y=1$, $x=-1\Rightarrow y=-3$.

Tọa độ $A(3;1)$, $B(-1;-3)$, $\overrightarrow{AB}=(-4;-4)\Rightarrow AB=\sqrt{4^2+(-4)^2}=4\sqrt{2}$.

[2D152168]Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là

A. $(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3})$.

B. $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right]\cup\left[5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right)\cup\left(5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

D. $\left(-\infty;5-2\sqrt{3}\right)\cup\left(5+2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x+1}{x-2}=-2x+m\Leftrightarrow 2x^2-x(m+3)+2m+1=0\,(x\neq 2). \quad (1)$$

Khi đó, bài toán đã cho trở thành tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Ta có

$$\begin{aligned}\Delta>0&\Leftrightarrow (m+3)^2-8(2m+1)>0\\&\Leftrightarrow m^2-10m+1>0\\&\Leftrightarrow (m-5+2\sqrt{6})(m-5-2\sqrt{6})>0\\&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<5-2\sqrt{6}\\m>5+2\sqrt{6}.\end{array}\right.\end{aligned}$$

[2D152169]Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+\dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 4.   B. 0. $\boxed{\text{C}}$ 2.   D. 3.

Lời giải

Số giao điểm là số nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned}-\dfrac{x^4}{2}+x^2+\dfrac{3}{2}=0 &\Leftrightarrow -x^4+2x^2+3=0\\ &\Leftrightarrow -(x^2+1)(x^2-3)=0\\ &\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}.\end{aligned}$$

Vậy số giao điểm là 2.

[2D152170]Đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x$ và đường thẳng $y = -2x$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Lời giải

Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x$ và đường thẳng $y = -2x$ chính là số nghiệm của hệ phương trình $x^3 + 2x = -2x \Leftrightarrow x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy có một điểm chung duy nhất.

[2D152171]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt.

A $m < 2$. **B** $m > 2$. **C** $2 < m < 3$. **D** $1 < m < 2$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$. Giải $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 1 < m < 2$.

[2D152172]Cho hàm số $y = (x^2+3)(x^2-5)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

B (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

D (C) không cắt trục hoành.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $(x^2+3)(x^2-5) = 0 \Leftrightarrow (x^2-5) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$.

Vì phương trình có 2 nghiệm phân biệt, nên đồ thị hàm số $y = (x^2+3)(x^2-5)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

[2D152173]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tập hợp nghiệm phương trình $f(x) = m$ có số phần tử không quá 2.

Ⓐ $m \in (0; +\infty) \cup \{-1\}$.

Ⓑ $m \in \left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right] \cup (0; +\infty)$.

Ⓒ $m \in (0; +\infty) \cup \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

D $m \in (-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên và vị trí đường thẳng $y = m$, ta có

- Nếu $m < -1$ thì $f(x) = m$ vô nghiệm.
- Nếu $m = -1$ thì $f(x) = m$ có 2 nghiệm.
- Nếu $m > 0$ thì $f(x) = m$ có 2 nghiệm.

Vậy $m \in (-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$ thỏa đề bài.

[2D152174]Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 2. B. 3. $\boxed{\text{C}}$ 4. D. 1.

Lời giải

- Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ với trục hoành là
$$2x^4 - 7x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{\dfrac{7+\sqrt{17}}{2}} \\ x = \pm\sqrt{\dfrac{7-\sqrt{17}}{2}}. \end{array}\right.$$
- Phương trình có 4 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ cắt trục hoành tại 4 điểm.

[2D152175]Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: $y=x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=4$.

Ⓐ $m=-1$.

Ⓑ $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$.

C $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Ⓓ $m=4$.

Lời giải

Xét phương trình $\dfrac{2x-1}{x-1}=x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(m-3)x-m+1=0, (*) \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1^2+(m-3)\cdot 1-m+1 \neq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow (m-3)^2-4(1-m)>0 \\ &\Leftrightarrow m^2-2m+5>0, \text{ luôn đúng } \quad \forall m \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Ta có $\begin{cases} x_A+x_B=3-m \\ x_A \cdot x_B=1-m \end{cases}$ và $A(x_A; x_A+m), B(x_B; x_B+m)$.

Suy ra $AB=4 \Leftrightarrow \sqrt{2(x_A-x_B)^2}=4 \Leftrightarrow (x_A+x_B)^2-4x_A \cdot x_B=8$

$$\Leftrightarrow m^2-2m-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right..$$

[2D152176]Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A 2.   (B) 1.   (C) 3.   (D) 4.

Lời giải

Ta có:

$$2x^4 - 3x^2 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow 2x^4 - 2x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \quad \text{(loại)} \\ x^2 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}.$$

[2D152177]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ với trục Ox là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $-x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

[2D152178]Đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A 1 điểm. **B** 3 điểm. **C** 4 điểm. **D** 2 điểm.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $15x^4 - 3x^2 - 2018 = 0$ (1).

Đặt $t = x^2 \geq 0$ phương trình trở thành $15t^2 - 3t - 2018 = 0$ (2).

Ta có $P = -\dfrac{2018}{15} < 0$ suy ra phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm.

[2D152179]Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3;20)$ và có hệ số góc là m. Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại ba điểm phân biệt?

A $\begin{cases} m < \dfrac{15}{4} \\ m \neq 4 \end{cases}$.

B $\begin{cases} m < \dfrac{1}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$.

C $\begin{cases} m > \dfrac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$.

D $\begin{cases} m > \dfrac{1}{5} \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng $d \cdot y = m(x-3) + 20$ hay $d\colon y = mx - 3m + 20$.

Hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm phương trình

$$\begin{aligned} & x^3 - 3x + 2 = mx - 3m + 20 \\ \Leftrightarrow\ & x^3 - (3+m)x + 3m - 18 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-3)(x^2 + 3x + 6 - m) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x^2 + 3x + 6 - m \quad (1) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 4m - 15 > 0 \\ 3^2 + 3 \cdot 3 + 6 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$.

[2D152180]Đồ thị của hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$. **B** $y=\dfrac{2x-3}{3x-1}$. **C** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $(0;-4)$. Điểm này có tung độ âm.

[2D152181]Parabol $(P)\colon y = x^2$ và đường cong $(C)\colon y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu giao điểm?

A. 0. B. 1. **C. 2.** D. 4.

Lời giải

$x^4 - 3x^2 - 2 = x^2 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 2 + \sqrt{6} > 0 \\ x^2 = 2 - \sqrt{6} < 0 \end{array}\right. \Rightarrow x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{6}}$. Vậy hai đồ thị có 2 giao điểm.

[2D152182]Đường thẳng $y=-3x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2-1$ tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0;y_0)$. Chọn câu trả lời **sai** trong các câu trả lời sau đây.

A. $x_0^3-2x_0^2-1-y_0=0$.

B. $y_0+3x_0-1=0$.

C. $x_0+y_0+2=0$.

D. $x_0^3-2=2x_0^3-3x_0$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y=-3x+1 \\ y=x^3-2x^2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=1 \\ y_0=-2. \end{cases}$$

[2D152183]Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là

A. $(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3})$.

B. $(-\infty;5-2\sqrt{6}]\cup[5+2\sqrt{6};+\infty)$.

C. $(-\infty;5-2\sqrt{3})\cup(5+2\sqrt{3};+\infty)$.

D. $(-\infty;5-2\sqrt{6})\cup(5+2\sqrt{6};+\infty)$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$-2x+m=\frac{x+1}{x-2}.$$

Với điều kiện $x\neq 2$, phương trình tương đương

$$g(x)=2x^2-(3+m)x+2m+1=0.$$

Đường thẳng $y=-2x+m$ cắt hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2. Nghĩa là

$$\begin{cases}g(2)\neq 0\\ \Delta>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\neq 0\\ (3+m)^2-8(2m+1)>0\end{cases}\Leftrightarrow m^2-10m+1>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>5+2\sqrt{6}\\ m<5-2\sqrt{6}.\end{array}\right. 0$$

Vậy tập các giá trị m cần tìm là $(-\infty;5-2\sqrt{6})\cup(5+2\sqrt{6};+\infty)$.

[2D152184]Các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d\colon y = x - m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt là

A $m < -1$.

B $m > -5$.

C $m < -5$ hoặc $m > -1$.

D $-5 < m < -1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x - m = \frac{2x+1}{x+1} \Leftrightarrow (x-m)(x+1) = (2x+1) \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x - m - 1 = 0. \quad (1)$$

Dễ thấy phương trình (1) không có nghiệm $x = -1$ nên đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -5 \\ m > 1. \end{array}\right.$$

[2D152185]Cho hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-5;5)$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành (O là gốc tọa độ).

A. $m = 3$.

B. $m = 2 + \sqrt{5}$.

C. $m = 2 + \sqrt{5}$, $m = 2 - \sqrt{5}$.

D. $m = 2 - \sqrt{5}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = \dfrac{3x-2}{x+1}$ và $y = -x + m$ là

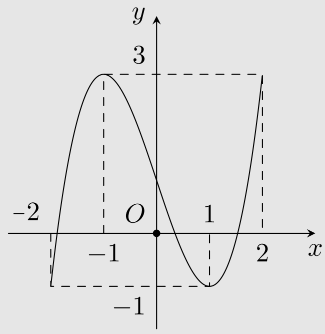
$$\frac{3x-2}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 + (4-m)x - 2 - m = 0 \quad (*).$$

Ta có $\Delta = (4-m)^2 - 4(-2-m) = m^2 - 4m + 24 = (m-2)^2 + 20 > 0$, với mọi m.
Suy ra đồ thị (C) luôn cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt $M(x_1; -x_1+m)$ và $N(x_2; -x_2+m)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $(*)$.
Ta có $OAMN$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{NM} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = -5 \quad (1)$.
Theo định lí Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 4 & (2) \\ x_1x_2 = -2 - m & (3) \end{cases}$ Từ (1) & (2), ta được $x_1 = \dfrac{m-9}{2}$ và $x_2 = \dfrac{m+1}{2}$, thay vào (3), ta được

$$\frac{m-9}{2} \cdot \frac{m+1}{2} = -2 - m \Leftrightarrow m^2 - 4m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{5}.$$

[2D152186]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là



A 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Lời giải

Ta có $3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = \dfrac{4}{3}$ cắt $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

[2D152187]Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = 5x^2 - 3x - 1$ tại hai điểm phân biệt A, B. Khi đó độ dài AB là bao nhiêu?

A. $AB = 2$.
B. $AB = 2\sqrt{2}$.
C. $AB = 3$.
D. $AB = \sqrt{145}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3 + x^2 + 2x - 3 = 5x^2 - 3x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Khi đó $A\,(2; 13)$ và $B\,(1; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{145}$.

[2D152188]Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox và Oy tại A và B. Khi đó diện tích của tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) bằng

A. 1.
B. $\dfrac{1}{4}$.
C. 2.
D. $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $A(1;0), B(0;-1)$. Diện tích $S_{\triangle OAB}=\dfrac{OA\cdot OB}{2}=\dfrac{1}{2}$.

[2D152189]Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+mx+m^2-3)$. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

(A) $-1 < m < 2$. (B) $\begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$. (D) $-2 < m < -1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi phương trình

$$(x-2)(x^2+mx+m^2-3) = 0$$

có 3 nghiệm phân biệt hay phương trình $x^2+mx+m^2-3=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = -3m^2+12 > 0 \\ m^2+2m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}.$$

[2D152190]Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài AB.

A $AB = 3$. **B** $AB = 2\sqrt{2}$. **C** $AB = 2$. **D** $AB = 1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 3x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = -1 \\ y = -1 \end{array}\right. .$$

Không mất tính tổng quát, ta giả sử $A(1; -1), B(2; -1)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (1; 0) \Rightarrow AB = 1$.

[2D152191]Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d\colon y = x + m - 1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

A $m = 4 \pm \sqrt{3}$. **B** $m = 2 \pm \sqrt{3}$. $\boxed{\text{C}}$ $m = 4 \pm \sqrt{10}$. **D** $m = 2 \pm \sqrt{10}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d

$$\begin{aligned} & \frac{2x+1}{x+1} = x + m - 1 \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 + (m-2)x + m - 2 = 0,\ (x \neq -1) \qquad (1) \end{aligned}$$

Để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 + (m-2)\cdot(-1) + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 6 \\ m < 2. \end{array}\right. \qquad (*)$$

Khi đó d cắt (C) tại $A(x_1; x_1 + m - 1)$, $B(x_2; x_2 + m - 1)$. Ta có

$$\begin{aligned} & AB = 2\sqrt{3} \\ \Leftrightarrow \quad & (x_2 - x_1)^2 = 6 \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2 = 6 \\ \Leftrightarrow \quad & (m-2)^2 - 4(m-2) - 6 = 0 \\ \Leftrightarrow \quad & m = 4 \pm \sqrt{10} \quad \text{(thỏa mãn điều kiện (*))}. \end{aligned}$$

[2D152192]Tìm số giao điểm n của hai đồ thị $(C_1)\colon y = x^4 - 3x^2 + 2$ và $(C_2)\colon y = x^2 - 2$.

A $n = 1$. **B** $n = 4$. **C** $n = 2$. **D** $n = 0$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^4 - 3x^2 + 2 = x^2 - 2 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.$$

Phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm nên số giao điểm là 2.

[2D152193]Cho đường cong $(H): y = \dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y = x+5$. Số giao điểm của (H) và d là

A 2. **B** 3. **C** 0. **D** 1.

Lời giải

Số giao điểm là số nghiệm của phương trình $\dfrac{x+1}{x-1} = x+5 \Leftrightarrow x^2+3x-6=0$. Vậy có hai giao điểm.

[2D152194]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		0		-4		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $y = -2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

B. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-2; 0)$.

Lời giải

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

[2D152195]Đồ thị hai hàm số $y = \dfrac{2x^2 - x + 1}{x - 1}$ và $y = x - 1$ cắt nhau tại hai điểm A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB

A $AB = 2$. **B** $AB = \sqrt{2}$. **C** $AB = \sqrt{10}$. **D** $AB = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x^2 - x + 1}{x - 1} = x - 1 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -2 \end{array}\right. .$$

Độ dài đoạn $AB = \sqrt{(-1-0)^2 + (-2-(-1))^2} = \sqrt{2}$.

[2D152196]Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt khi

A $m > -2$. **B** $m > 6$. **C** $\left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 6 \end{array}\right.$. **D** $m < -2$.

Lời giải

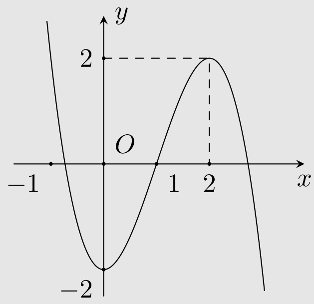
Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $\dfrac{x-3}{x+1} = x + m \quad (1)$ có hai nghiệm phân biệt.

Ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ (x+1)(x+m) = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + mx + m + 3 = 0. \end{cases}$

Vậy (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases} (-1)^2 + m \cdot (-1) + m + 3 \neq 0 \\ \Delta = m^2 - 4m - 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 6. \end{array}\right.$

[2D152197]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.



A. $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$.

B. $-2 < m < 0$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $0 < m < 2$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số suy ra để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì $-2 < m < 2$.

[2D152198]Cho hàm số $y = \dfrac{2x}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng $d : y = x$ với đồ thị (C). Tính độ dài đoạn AB.

A $AB = \sqrt{2}$. (B) $AB = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $AB = 1$. (D) $AB = 2$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$\dfrac{2x}{x+1} = x, (x \neq -1) \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow A\,(0; 0) \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow B\,(1; 1) \end{array}\right.$

Vậy $AB = \sqrt{2}$.

[2D152199]Biết rằng hai đường cong $y = x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 20x + 5$ và $y = x^3 - 2x^2 - 3x - 1$ tiếp xúc nhau tại một điểm duy nhất. Tọa độ điểm đó là

A $(2; -7)$. **B** $(1; -5)$. **C** $(3; -1)$. **D** $(0; 5)$.

Lời giải

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 20x + 5 = x^3 - 2x^2 - 3x - 1 \\ 4x^3 - 18x^2 + 30x - 20 = 3x^2 - 4x - 3 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6 = 0 \\ 4x^3 - 21x^2 + 34x - 17 = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)\left(x^3 - 6x^2 + 11x - 6\right) = 0 \\ (x-1)\left(4x^2 - 17x + 17\right) = 0 \end{cases}$$

Suy ra nghiệm của hệ $x = 1$ nên tọa độ điểm tiếp xúc là $(1; -5)$.

[2D152200]Cho hàm số $y = (x+2)\left(x^2-3x+3\right)$ có đồ thị là (C). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.
B. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
D. (C) không cắt trục hoành.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là

$$(x+2)\left(x^2-3x+3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=0 \\ x^2-3x+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=-2.$$

Vậy (C) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

[2D152201]Đường thẳng $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x + 1}$?

A 2.　　**B** 3.　　**C** 1.　　**D** 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x - 1$ và đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ là

$$2x - 1 = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ (2x - 1)(x + 1) = x^2 - x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$$

Vậy đường thẳng $y = 2x - 1$ và đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ có 2 điểm chung.

[2D152202]Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 3$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A 2. B 3. C 0. **D** 1.

Lời giải

Ta có $y' = -3x^2 + 3,\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -1 \\ x_2 = -1 \Rightarrow y_2 = -5. \end{array}\right.$

Vì $y_1 \cdot y_2 > 0$ nên đồ thị hàm số chỉ cắt trục hoành tại 1 điểm.

[2D152203]Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ và đường thẳng $y=2x$ có một điểm chung là

A $(-2;0)$. **B** $(2;4)$. **C** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D** $(0;-2)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x+2}{x-1}=2x \Leftrightarrow x+2=2x^2-2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$$

Với $x=2$ ta có $y=4$. Vậy một điểm chung là $(2;4)$.

Nhận xét: Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ và đường thẳng $y=mx+n$ là nghiệm của phương trình $\dfrac{ax+b}{cx+d}=mx+n$. Phương trình này luôn có nghiệm $x\neq-\dfrac{d}{c}$.

[2D152204]Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ cắt đường thẳng có phương trình $y = 7 - x$ tại một điểm duy nhất. Tung độ giao điểm y_0 đó là

A $y_0 = 3$. **B** $y_0 = 4$. **C** $y_0 = 5$. **D** $y_0 = 6$.

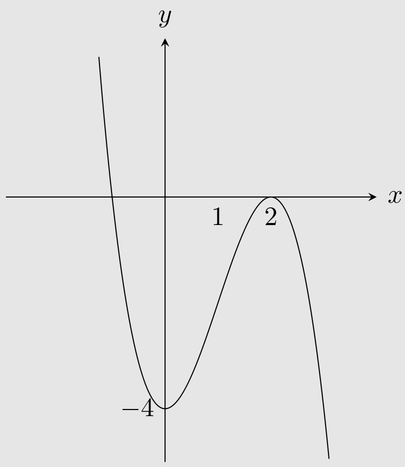
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x^2 + 4 = 7 - x \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Suy ra $y_0 = y(3) = 4$.

[2D152205]
Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ như hình bên. Để phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2 thì m thỏa



A $m < -4$.
B $m \leq -4$.
C $m > 0$.
D $m \leq -4$ hoặc $m \geq 0$.

Lời giải

Ta có $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - 4 = m$.
Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ và $y = m$.
Vậy để phương trình có nghiệm duy nhất lớn hơn 2 thì $m < -4$.

[2D152206]Tích các giá trị của m để đường thẳng $d: y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$ tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{2}$ là

A -1. **B** 7. **C** -2. **D** -7.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$ là

$$-x+m=\frac{-2x+1}{x+1} \Leftrightarrow x^2-(1+m)x+1-m=0 \quad (x\neq -1) \qquad (*)$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm A,B phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}\Delta_{(*)}>0 &\Leftrightarrow (1+m)^2-4(1-m)>0\\ &\Leftrightarrow m^2+6m-3>0.\end{aligned}$$

Gọi $A(x_1;-x_1+m), B(x_2;-x_2+m)\in d$ và x_1,x_2 thỏa $(*)$. Ta có

$$\begin{aligned}AB^2=2(x_2-x_1)^2 &\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4\\ &\Leftrightarrow m^2+6m-7=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=1 & (\text{nhận})\\ m=-7 & (\text{nhận}).\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy tích cần tìm là -7.

[2D152207]Cho hàm số $y = (x-2)\left(x^2+1\right)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

B (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C (C) không cắt trục hoành.

D (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $(x-2)\left(x^2+1\right) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \qquad (1)$.

Phương trình (1) có một nghiệm duy nhất nên (C) cắt trục hoành tại một điểm.

[2D152208]Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng d có phương trình $y = 4x - 3$ và đường cong (C) có phương trình $y = -x^3 + 3x - 1$. Tính tổng $S = x_0 + y_0$

A $S = 4$. **B** $S = 3$. **C** $S = -1$. **D** $S = 2$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 + 3x - 1 = 4x - 3 \Leftrightarrow -x^3 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1.$$

Do đó $S = 2$.

[2D152209]Cho hàm số $y = (x+1)(x^2+mx+1)$ có đồ thị (C). Tìm số nguyên dương nhỏ nhất m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A $m = 4$. **B** $m = 2$. **C** $m = 3$. **D** $m = 1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $(x+1)(x^2+mx+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ g(x) = x^2 + mx + 1 = 0. \quad (2) \end{array}\right.$

(C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0 \\ g(-1) = 2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \vee m > 2 \\ 2 \neq m \end{cases} \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 2.$

Suy ra số nguyên dương m nhỏ nhất là $m = 3$.

[2D152210]Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A 3. B 1. C 2. D 0.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 2x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2x - 4) = 0.$$

Ta thấy phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt.

[2D152211]Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x}$ và đồ thị hàm số $y=x^2+x+1$ cắt nhau tại hai điểm, kí hiệu $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$ là tọa độ của hai điểm đó. Tìm y_1+y_2.

A $y_1+y_2=0$. **B** $y_1+y_2=2$. **C** $y_1+y_2=6$. **D** $y_1+y_2=4$.

Lời giải

Điều kiện $x\neq 0$.
Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+1}{x}=x^2+x+1 \Leftrightarrow x^3+x^2+x=2x+1 \Leftrightarrow x^3+x^2-x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x=-1\\ &x=1.\end{aligned}\right.$$

- Với $x=1 \Rightarrow y=3$.
- Với $x=-1 \Rightarrow y=1$.

Do đó $y_1+y_2=4$.

[2D152212]Phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi

A $-13 < m < 3$.   **B** $m \leq 3$.   **C** $m > -13$.   **D** $-13 \leq m \leq 3$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$, ta có $y' = 4x^3 - 16x$.

$y' = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = \pm 2$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-13	$\nearrow$	3	$\searrow$	-13	$\nearrow$	$+\infty$

Để phương trình $x^4 - 8x^2 + 3 = m$ có bốn nghiệm phân biệt thì $-13 < m < 3$.

[2D152213]Tìm số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$.

A 1.   **B** 3.   **C** 0.   **D** 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là

$$x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vì phương trình trên có đúng một nghiệm thực nên hai đường cong cắt nhau tại đúng một điểm.

[2D152214]Tìm điều kiện của m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A $(-\infty; 0] \cup [16; +\infty)$.

B $(-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$.

C $(16; +\infty)$.

D $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x-3}{x+1} = mx + 1 \Leftrightarrow mx^2 + mx + 4 = 0,\ x \neq -1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 16m > 0 \\ m \neq 0 \\ m(-1)^2 + m(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 16 \end{array}\right.$.

[2D152215]Giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y = 3x + 11$ có tung độ bằng

A 3. **B** -2. **C** 5. **D** -6.

Lời giải

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x-1}{x+1} = 3x + 11 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = (3x+11)(x+1) \\ x \neq -1 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 12x + 12 = 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x = -2.$$

Khi đó, tung độ giao điểm là $y = 5$.

[2D152216]Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đồ thị (P): $y = 1 - x^2$. Số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là

Ⓐ 1. Ⓑ 4. **C** 2. Ⓓ 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (C) là

$$x^4 - 4x^2 - 2 = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = \dfrac{3+\sqrt{21}}{2} \\ x^2 = \dfrac{3-\sqrt{21}}{2} \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{\dfrac{3+\sqrt{21}}{2}} \\ x = -\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{21}}{2}}. \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của (P) và (C) là 2.

[2D152217]Cho hàm số $y = (x-2)(x^2-5x+6)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A (C) không cắt trục hoành.

B (C) cắt trục hoành tại 3 điểm.

C (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

D (C) cắt trục hoành tại 2 điểm.

Lời giải

Cho $y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$. Vậy (C) cắt trục hoành tại 2 điểm.

[2D152218]Số giao điểm của đường cong $(C)\colon y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $d\colon y=1-2x$ là

A 0. **B** 2. **C** 1. **D** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $(C)\colon y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $d\colon y=1-2x$ là

$$\begin{aligned} x^3-2x^2+x-1=1-2x &\Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)(x^2-x+2)=0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x^2-x+2=0 \ \big(\text{vô nghiệm}\big) \end{array}\right. \\ &\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=-1. \end{aligned}$$

Vậy, đường cong $(C)\colon y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $d\colon y=1-2x$ cắt nhau tại duy nhất một điểm có tọa độ $(1;-1)$.

[2D152219]Để đường thẳng $d\colon y = x - m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt thì tất cả các giá trị thực của tham số m là

A $m < -5$ hay $m > -1$.

B $-5 < m < -1$.

C $m < -1$.

D $m > -5$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x+1}{x+1} = x - m$ (ĐK: $x \neq -1$). Phương trình $\Leftrightarrow g(x) = x^2 - (m+1)x - m - 1 = 0$.

Để yêu cầu bài toán được thỏa mãn thì phương trình $g(x) = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác -1, điều này tương đương với $\begin{cases} \Delta = m^2 + 6m + 5 > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -5 \\ m > -1. \end{array}\right.$

[2D152220]Đường thẳng $y = 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 5$ tại

A ba điểm. B một điểm. C hai điểm. D bốn điểm.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} & x^3 - 5x^2 + 5 = 2x - 1 \\ \Leftrightarrow & x^3 - 5x^2 - 2x + 6 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x-1)(x^2 - 4x - 6) = 0 \\ \Leftrightarrow & \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 + \sqrt{10} \\ x = 2 - \sqrt{10}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Phương trình có 3 nghiệm nên số giao điểm cần tìm là 3.

[2D152221]Đồ thị hàm số $y = 2x^3 + x$ có tất cả bao nhiêu điểm chung với đường thẳng $y = 3$?

A 1.   **B** 2.   **C** 3.   **D** 4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^3 + x = 3 \Leftrightarrow x = 1$. Do đó, đồ thị hàm số $y = 2x^3 + x$ có đúng 1 điểm chung với đường thẳng $y = 3$.

[2D152222]Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^4$ tại hai điểm phân biệt?

A $m > 0$.
B $m < 0$.
C $m < -1$.
D $m > 1$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $-x^4 = m$. Phương trình này có hai nghiệm phân biệt $x = \pm\sqrt[4]{-m}$ khi và chỉ khi $m < 0$.

[2D152223]Biết đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất có tọa độ $A(x_0; y_0)$. Tìm y_0.

A. $y_0 = 4$.
B. $y_0 = 0$.
C. $y_0 = 2$.
D. $y_0 = -1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 2 \Leftrightarrow x(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Do đó đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại điểm duy nhất $A(0; 2) \Rightarrow y_0 = 2$.

[2D152224]Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+2018)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (C) không cắt trục hoành.

B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải

Dễ thấy phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành

$$(x-2)(x^2+2018) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

có nghiệm duy nhất $x = 2$. Do đó (C) cắt trục hoành tại một điểm.

[2D152225]Tọa độ giao điểm của $(C): y = \dfrac{x-1}{2x+1}$ và $(d): y = -x+1$ là

A $(-1;0),(1,2)$. B $(1;-2)$. C $(1;1),(-1;2)$. D $(1;0),(-1;2)$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của (C) và (d) là nghiệm hệ:

$$\begin{cases} y = \dfrac{x-1}{2x+1} \\ y = -x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+1 = \dfrac{x-1}{2x+1} \\ y = -x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1, y=2. \\ x=1, y=0. \end{array}\right.$$

Tọa độ giao điểm của (C) và (d) là $(1,0);(-1,2)$.

[2D152226]Cho hai hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và hàm số $y=2x-1$. Biết đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$. Tổng y_A+y_B bằng

A 5. **B** 4. **C** $\dfrac{5}{2}$. **D** 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số đã cho:

$$\frac{2x+1}{x-1}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 2x^2-3x+1=2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 2x^2-5x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{5}{2}. \end{array}\right.$$

- Khi $x=0 \Rightarrow y=-1$.
- Khi $x=\dfrac{5}{2} \Rightarrow y=4$.

Vậy $y_A+y_B=3$.

[2D152227]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ với đường thẳng $d\colon y = x - 1$ là

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 0.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} & 2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \quad (*) \\ \Leftrightarrow \quad & 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} & x = 1 \\ & x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}. \end{aligned}\right. \end{aligned}$$

Phương trình $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt nên số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ với đường thẳng $d\colon y = x - 1$ là 3.

[2D152228]Cho hàm số $y = x^4 - (m-1)x^2 + m - 2$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

A $m \in (1; +\infty)$.

B $m \in (2; +\infty)$.

C $m \in (2; +\infty) \setminus \{3\}$.

D $m \in (2; 3)$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - (m-1)x^2 + m - 2 = 0$. (1)

Đặt $x^2 = t$, $(t \geq 0)$.

Phương trình (1) trở thành $t^2 - (m-1)\,t + m - 2 = 0$. (2)

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S = t_1 + t_2 > 0 \\ P = t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 > 0 \\ m - 1 > 0 \\ m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (2; +\infty) \setminus \{3\}.$$

[2D152229]Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d\colon y = x + 3$. Số giao điểm của đường thẳng d với đồ thị (C) bằng bao nhiêu?

A 0. B 2. C 1. D 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x^2 + 3 = x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{3 \pm \sqrt{13}}{2}. \end{array}\right.$$

Phương trình có ba nghiệm phân biệt nên đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm.

[2D152230]Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 + (m + 2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A 2. **B** 4. **C** 1. **D** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

$$\begin{aligned} & x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-1)\left[x^2 + (m+3) + m^2\right] = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + (m+3)x + m^2 = 0 \qquad (*) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+3)^2 - 4m^2 > 0 \\ 1^2 + (m+3).1 + m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 6m + 9 > 0 \\ m^2 + m + 4 \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3.$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy có 3 giá trị của m cần tìm.

[2D152231]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ và đường thẳng $y = -2x + 1$ là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. $\boxed{\text{D}}$ 1.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x + 1 = 0$.

Xét $f(x) = x^3 + 3x + 1$, ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm.

[2D152232]Tìm tung độ giao điểm của đồ thị (C): $y = \dfrac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng d: $y = x - 1$.

Ⓐ 1. Ⓑ -3. $\boxed{\text{C}}$ -1. Ⓓ 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x-3}{x+3} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ 2x - 3 = (x-1)(x+3) \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = -1$.

[2D152233]Cho hàm số $y = g(x)$ có tập xác định là $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

x	0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x) = x - \frac{1}{3} - x^2$ và $y = g(x)$.

A 0.   **B** 1.   **C** 3.   **D** 2.

Lời giải

Ta có, $f'(x) = 1 - 2x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\frac{1}{3}$	$\nearrow$	$-\frac{1}{12}$	$\searrow$	$-\infty$

Ta có, xét trên $(0; +\infty)$ thì $g(x) > 0$ và $f(x) < 0$ nên số giao điểm của hai đồ thì hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 0.

[2D152234]Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (m+1)x + 1$ và $y = 2x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (10; 10)$ để hai đồ thị của hai hàm số trên cắt nhau tại ba điểm phân biệt?

A 9. $\quad$ **B** 10. $\quad$ C 1. $\quad$ D 11.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$y = x^3 + x^2 + (m+1)x + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + x + m - 1 = 0. \, (*) \end{array}\right.$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm phân biệt thì $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - 4(m-1) > 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{5}{4} \\ m \neq 1. \end{cases}$$

Vậy có 10 giá trị nguyên của m làm cho hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

[2D152235]Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C). Đồ thị (C) cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A, B phân biệt. Tính độ dài đoạn AB.

A $\sqrt{2}$. **B** 2. **C** 4. **D** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
Giả sử $A = (C) \cap Ox$ thì $A(-2; 0)$ và $B = (C) \cap Oy$ thì $B(0; -2)$.
Khi đó $AB = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$.

[2D152236]Cho hàm số $y = (x-1)\left(x^2 - 5x + 9\right)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 4 điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm.

D. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục Ox

$$(x-1)(x^2 - 5x + 9) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

[2D152237]Cho $(P)\colon y = x^2 - 2x - m^2$ và $d\colon y = 2x + 1$. Giả sử (P) cắt d tại hai điểm phân biệt A, B thì tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A $I\left(2;5\right)$. B $I\left(2;-m^2\right)$. C $I\left(1;3\right)$. D $I\left(1;-m^2-1\right)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x - m^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - m^2 - 1 = 0$. $(*)$

Để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (-2)^2 - \left(-m^2 - 1\right) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 5 > 0 \ \ \forall m.$$

Gọi x_1 và x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$. Ta có $A\left(x_1; 2x_1 + 1\right), B\left(x_2; 2x_2 + 1\right) \Rightarrow$ trung điểm của AB là $I\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}; (x_1 + x_2) + 1\right)$.

Theo Vi-et ta có điểm $I\left(\dfrac{4}{2}; 4 + 1\right)$. Vậy $I\left(2;5\right)$.

[2D152238]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ với đường thẳng $y = 2x+3$ là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Xét hệ $\begin{cases} y = \dfrac{2x+1}{x-1} \\ y = 2x+3 \end{cases}$.

$\Rightarrow \dfrac{2x+1}{x-1} = 2x+3 \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x+1 = 2x^2+x-3 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1+\sqrt{33}}{4} \\ x = \dfrac{1-\sqrt{33}}{4} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ và $y = 2x+3$ là 2.

[2D152239]Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $(d): y = x + 1$ và đường cong $(C): y = \dfrac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A 1. | **B** 2. | **C** $\dfrac{5}{2}$. | **D** $\dfrac{-5}{2}$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của phương trình

$$x + 1 = \frac{2x+4}{x-1} \qquad (1).$$

Ta có phương trình $(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0, (x \neq 1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 - \sqrt{6} \\ x = 1 + \sqrt{6}. \end{array}\right.$

- Với $x = 1 + \sqrt{6} \Rightarrow M\left(1 + \sqrt{6}; 2 + \sqrt{6}\right)$.
- Với $x = 1 - \sqrt{6} \Rightarrow N\left(1 - \sqrt{6}; 2 - \sqrt{6}\right)$.

Suy ra toạ độ của trung điểm I của MN là $I\,(1; 2) \Rightarrow x_I = 1$.

Chú ý: Có thể suy luận bằng cách khác. Do giao điểm của hai tiệm cận là $I_0\,(1; 2) \in d$ và I_0 là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$ nên I_0 luôn là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I_0 \equiv I \Rightarrow I(1; 2)$. Hiển nhiên không cần tìm cụ thể A, B.

[2D152240]Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = x - 1$ tại mấy điểm phân biệt?

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải

Điều kiện $x \neq 1$.

Ta xét phương trình hoành độ giao điểm

$\dfrac{2x-1}{x-1} = x - 1 \Leftrightarrow 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = x - 1$ tại hai điểm phân biệt.

[2D152241]Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ tại các điểm có tọa độ là

A $(-1; 0), (2; 1)$. **B** $(1; 2)$. **C** $(0; -1), (2; 1)$. **D** $(0; 2)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x - 1 = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

$\Rightarrow x^2 - 1 = 2x - 1 (x \neq -1) \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 (n) \\ x = 2 (n). \end{array}\right.$

Thay các giá trị x vào $y = x - 1$ ta được tọa độ các giao điểm $(0; -1), (2; 1)$.

[2D152242]Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x - m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+2}$ là

A $m = -2$. **B** $m \in \{-1; -5\}$. **C** $m = -5$. **D** $m \in \{-2; 2\}$.

Lời giải

Đường thẳng $y = x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+2}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{x+2} = x - m \\ \dfrac{1}{(x+2)^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+1}{x+2} = x - m \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -1 \\ m = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3 \\ m = -5. \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy $m \in \{-1; -5\}$.

[2D152243]Cho hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt khi

Ⓐ $\left[\begin{array}{l} m \geq 3 \\ m \leq -1 \end{array}\right.$. **B** $\left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < -1 \end{array}\right.$. Ⓒ $-1 < m < 3$. Ⓓ $\left[\begin{array}{l} m > 7 \\ m < 1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $\dfrac{2x-3}{x-1} = x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ f(x) = x^2 + (m-3)x + 3 - m = 0.(*) \end{cases}$

Đồ thị hàm số cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 - 4(3-m) > 0 \\ 1 + m - 3 + 3 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 3. \end{array}\right.$

[2D152244]Đường thẳng $d: y = x + 3$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 4}{x}$ tại hai điểm $M_1(x_1; y_1)$ và $M_2(x_2; y_2)$ với $x_1 < x_2$. Tính $y_2 - 5y_1$.

A. -5. B. 3. C. 17. **D.** -3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là $x + 3 = \dfrac{2x^2 - 4}{x}$.

Với $x \neq 0$ ta có

$$x + 3 = \frac{2x^2 - 4}{x} \Leftrightarrow x(x+3) = 2x^2 - 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4. \end{array}\right.$$

Vậy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm có tọa độ điểm $M_1(-1; 2)$ và $M_2(4; 7)$.

Từ đó ta có $y_2 - 5y_1 = 7 - 10 = -3$.

[2D152245]Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và đồ thị của hàm số $y = 3x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A 0. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

Lời giải

Số điểm chung của hai đồ thị cũng là số nghiệm phân biệt của phương trình hoành độ giao điểm.

$$\begin{aligned} & -x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 3x^2 - 2x - 1 \\ \Leftrightarrow\quad & x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -2. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy hai đồ thị có ba điểm chung.

[2D152246]Cho hàm số $y = \dfrac{4}{x-1}$ có đồ thị (H) và hàm số $y = x^2 + x - 2$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (H) và (C).

A 1. **B** 0. **C** 3. **D** 2.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (H) và (C):

$$\begin{aligned} & \frac{4}{x-1} = x^2 + x - 2 \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} x \neq 1 \\ x^3 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy số giao điểm của (H) và (C) là 2.

[2D152247]Số giao điểm của hai đồ thị $(C_1)\colon y = x^4 + x^3 - x^2 - 2$ và $(C_2)\colon y = x^3 + 2x^3 - 2x - 2$.

Ⓐ 0. Ⓑ 4. **C** 3. Ⓓ 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4 + x^3 - x^2 - 2 = x^3 + 2x^2 - 2x - 2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 0. \end{array}\right.$$

Vậy hai đồ thị có 3 giao điểm.

[2D152248]Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$, có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d): $y = m^2 - 6m + 9$ cắt đồ thị (C) tại 3 giao điểm.

A $1 < m < 5$.

B $1 < m < 5$ và $m \neq 3$.

C $1 < m \leq 5$ và $m \neq 3$.

D $1 \leq x \leq 5$.

Lời giải

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

$y' = -3x^2 + 3$, cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 4 \\ x = -1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$+\infty$

Khi đó để đường thẳng (d) cắt (C) tại 3 điểm, điều kiện là

$$0 < m^2 - 6m + 9 < 4 \Rightarrow 1 < m < 5 \text{ và } m \neq 3.$$

[2D152249]Tìm m để đồ thị hàm số $y=(x-m)(2x^2+x-3m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A $\begin{cases} m\neq 0,\ m\neq 1 \\ m>-\dfrac{1}{24} \end{cases}$. **B** $m>-\dfrac{1}{24}$. **C** $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \end{cases}$. **D** $\begin{cases} m\neq 0,\ m\neq 1 \\ m<\dfrac{1}{24} \end{cases}$.

Lời giải

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $(x-m)(2x^2+x-3m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ g(x)=2x^2+x-3m=0. \end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình $g(x)=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác m. Điều này tương đương với $\begin{cases} \Delta=1+24m>0 \\ g(m)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{1}{24} \\ m\neq 0,\ m\neq 1. \end{cases}$

[2D152250]Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ tại mấy điểm phân biệt?

A 2.   **B** 4.   **C** 1.   **D** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4 - x^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x(x^3 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 - x - 1 = 0. \end{array}\right.$$

Xét hàm số $f(x) = x^3 - x - 1$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 1$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ x = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$		$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{-9+2\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$	$\dfrac{-9-2\sqrt{3}}{9}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra đồ thị hàm $f(x)$ cắt Ox tại một điểm duy nhất có hoành độ khác 0. Vậy phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm.

[2D152251]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2+x+m)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

A $\begin{cases} m < \dfrac{1}{4} \\ m \neq -2 \end{cases}$. (B) Đáp số khác. (C) $m < \dfrac{1}{4}$. (D) $\begin{cases} m > \dfrac{1}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\begin{aligned} & (x-1)(x^2+x+m) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + x + m = 0. \quad (2) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1^2 + 1 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4m > 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{1}{4} \\ m \neq -2. \end{cases}$

[2D152252]Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 2$ với đồ thị hàm số $y = \dfrac{7x + 6}{x - 2}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

A $\dfrac{7}{2}$.
B $-\dfrac{7}{2}$.
C 7.
D 3.

Lời giải

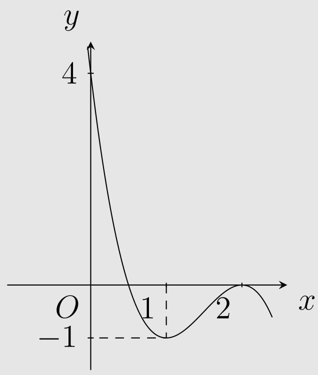
Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{7x + 6}{x - 2} = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 10 = 0. \quad (1)$$

Có $a \cdot c < 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt. Hoành độ của M, N là nghiệm của phương trình (1) nên hoành độ trung điểm I của đoạn MN là $x_I = \dfrac{1}{2}(x_1 + x_2) = \dfrac{7}{2}$.

[2D152253]

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(d \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 1 = 0$ bằng



A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Đường thẳng $y = \dfrac{1}{3}$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 1 điểm nên phương trình đã cho có 1 nghiệm.

[2D152254]Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ cắt trục Ox tại bao nhiêu điểm?

(A) 4. $\boxed{\text{B}}$ 2. (C) 0. (D) 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox là

$$\begin{aligned} & -x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x^2 - 1)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 = 1 \\ \Leftrightarrow\ & x = \pm 1. \end{aligned}$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm.

[2D152255]Đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$ tại hai điểm A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A 2. **B** 1. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Hoành độ của A, B là nghiệm của phương trình $x = \dfrac{x}{x-1} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Vậy tọa độ A, B là $A(0;0)$, $B(2;2)$, khi đó $AB = 2\sqrt{2}$.

[2D152256]Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 3 cắt các đường tiệm cận của (C) tạo thành tam giác có diện tích bằng

A 2. B $2+\sqrt{2}$. C $4+2\sqrt{2}$. D 4.

Lời giải

Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to -\infty} y=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(1;2)$.

Ta có $y'=-\dfrac{1}{(x-1)^2}$ nên tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 3 là $d\colon y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{13}{4}$.

Giao điểm của d và các đường tiệm cận là $A(1;3)$ và $B(5;2)$.

Khi đó $IA=1$ và $IB=4$ nên $S_{IAB}=\dfrac{IA\cdot IB}{2}=2$.

[2D152257]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt.

A $m \in (-\infty; -4)$.

B $m \in (-4; 0)$.

C $m \in (0; +\infty)$.

D $m \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $y = x^3 - 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt khi $-4 < m < 0$.

[2D152258]Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = 1$ tại hai điểm phân biệt A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

(A) $AB = 2$. (B) $AB = 3$. (C) $AB = 2\sqrt{2}$. **D** $AB = 1$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$ và $y = 1$ là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 5x - 1 = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 1 \end{array}\right. \\ y = 1. \end{cases}$$

Suy ra tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên là $A(1;1)$ và $B(2;1)$. Khi đó $AB = 1$.

[2D152259]Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = 3$.

Ⓐ 2. Ⓑ 1. $\boxed{\text{C}}$ 3. Ⓓ 0.

Lời giải

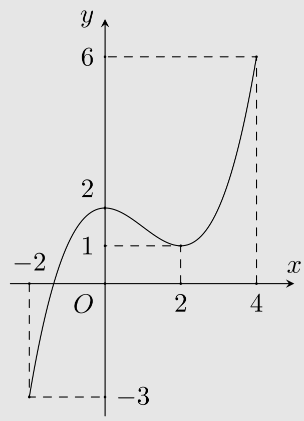
Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x + 3 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = 3$ có 3 giao điểm.

[2D152260]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 4]$ là



A 1. **B** 0. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Ta có

$$3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}. \qquad (1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{4}{3}$.
Dựa vào đồ thị suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

[2D152261]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$ $\|$ $+\infty$	↘	$-\infty$

Tập hợp $\mathscr{S}$ tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực là

A $\mathscr{S} = (-1; 1)$. **B** $\mathscr{S} = [-1; 1]$. **C** $\mathscr{S} = \{1\}$. **D** $\mathscr{S} = \{-1; 1\}$.

Lời giải

Để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì $m = \pm 1$.

[2D152262]Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d\colon y=-3x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $\Delta\colon x-2y-2=0$, với O là gốc tọa độ.

A $m=-\dfrac{11}{5}$. **B** $m=-\dfrac{1}{5}$. **C** $m=0$. **D** $m=-2$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$\frac{2x+1}{x-1}=-3x+m \Leftrightarrow 3x^2+(-m-1)x+m+1=0 \quad (1).$$

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm khi và chỉ khi

$$\Delta_1=(-m-1)^2-4\cdot 3(1+m)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>11 \\ m<-1. \end{array}\right. \quad (*)$$

Giả sử $A\left(x_1;-3x_1+m\right)$, $A\left(x_2;-3x_2+m\right)$. Khi đó trọng tâm G của tam giác OAB là

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_1+x_2}{3}=\dfrac{m+1}{9} \\ y_G=\dfrac{-3(x_1+x_2)+2m}{3}=\dfrac{m-1}{3}. \end{cases}$$

Vì G thuộc đường thẳng Δ nên $\dfrac{m+1}{9}-2\cdot\dfrac{m-1}{3}-2=0 \Leftrightarrow m=-\dfrac{11}{5}$ (thỏa *).

[2D152263]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (2x-1)(x^2+x+2)$ với trục hoành là

A 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành là

$$(2x-1)\left(x^2+x+2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1=0\\ x^2+x+2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy đồ thị có đúng một giao điểm với trục hoành.

[2D152264]Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là $0; 1; m; n$. Tính $S = m^2 + n^2$.

(A) $S = 1$. (B) $S = 0$. (C) $S = 3$. (D) $S = 2$.

Lời giải

Từ giả thiết, ta được phương trình đường thẳng $d\colon y = -x$.

Ta được $x^4 - 2x^2 = -x \Leftrightarrow x(x-1)(x^2+x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m + n = -1 \\ mn = -1. \end{cases}$

Ta được $S = m^2 + n^2 = (m+n)^2 - 2mn = 3$.

[2D152265]Có bao nhiêu giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 2$ và trục Ox?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 0. **D** 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox là $x^3 + 3x - 2 = 0$.

Ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$, do đó phương trình $x^3 + 3x - 2 = 0$ có nghiệm duy nhất (phương trình bậc ba luôn có ít nhất một nghiệm).

Vậy có tất cả 1 giao điểm.

[2D152266]Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_A, x_B. Khi đó

A $x_A + x_B = 5$. **B** $x_A + x_B = 2$. **C** $x_A + x_B = 1$. **D** $x_A + x_B = 3$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x - 2 = \dfrac{2x+1}{x-1}$. (1)

Với $x \neq 1$, phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0$.

Như vậy, $x_A + x_B = 5$.

[2D152267]Đồ thị của hai hàm số $y = 3x^3 - x^2 - x + 1$ và $y = x^3 + 3x - 2$ tiếp xúc với nhau tại điểm nào?

A $(1; -1)$. **B** $(1; 1)$. **C** $(0; 0)$. **D** $(1; 2)$.

Lời giải

Hai đồ thị của hàm số tiếp xúc nhau khi

$$\begin{cases} 3x^3 - x^2 - x + 1 = x^3 + 3x - 2 \\ 9x^2 - 2x - 1 = 3x^2 + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - x^2 - 4x + 3 = 0 & (1) \\ 6x^2 - 2x - 4 = 0 & (2). \end{cases}$$

Ta có $(1) \Leftrightarrow 2x^3 - x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$

- Với $x = 1 \Rightarrow y = 2$.
- Với $x = -\dfrac{3}{2} \Rightarrow y = -\dfrac{79}{8}$.

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị nên hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm $A(1; 2)$, $B(-\dfrac{3}{2}; -\dfrac{79}{8})$.

Trong 2 nghiệm của (1) chỉ có nghiệm $x = 1$ thỏa mãn phương trình (2).

Vậy hai đồ thị hàm số tiếp xúc tại điểm $(1; 2)$.

[2D152268]Biết đường thẳng $y = x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+8}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tọa độ trung điểm I của A, B là

A $I\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$. **B** $I\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{5}{2}\right)$. **C** $I\left(\dfrac{7}{2}; \dfrac{7}{2}\right)$. **D** $I(1; 5)$.

Lời giải

Với điều kiện $x \neq 2$ ta có

Phương trình hoành độ giao điểm $x+2 = \dfrac{x+8}{x-2} \Leftrightarrow x^2 - 4 = x + 8 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -4. \end{array}\right.$

Từ đó được $A(3; 5)$ và $B(-4; -2) \Rightarrow I\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$.

[2D152269]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 5$ tại ba điểm phân biệt.

Ⓐ $\left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 2 \end{array}\right.$.

Ⓑ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \neq \dfrac{2}{3} \\ m \leq 1 \end{cases} \\ m \geq 2 \end{array}\right.$.

C $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \neq \dfrac{2}{3} \\ m < 1 \end{cases} \\ m > 2 \end{array}\right.$.

Ⓓ $\left[\begin{array}{l} m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} & x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 5 = -x + 5 \\ \Leftrightarrow\ & x(x^2 + 2mx + 3m - 2) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3m - 2 = 0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $x^2 + 2mx + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và khác 0, tức là

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m + 2 > 0 \\ 3m - 2 \neq 0. \end{cases}$$

Giải hệ, ta được $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \neq \dfrac{2}{3} \\ m < 1 \end{cases} \\ m > 2. \end{array}\right.$

[2D152270]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-8	$\nearrow$	1	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giáo trị nguyên của m để phương trình $2f(x) + 3m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A 6. (B) 7. (C) 5. (D) 4.

Lời giải

Ta có $2f(x) + 3m = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{-3m}{2}$.

Từ bảng biến thiên của hàm số suy ra để phương trình có 4 nghiệm thì

$$-8 < \frac{-3m}{2} < 1 \Leftrightarrow \frac{16}{3} > m > \frac{-2}{3}.$$

Vậy $m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ thỏa yêu cầu bài toán.

[2D152271]Phương trình $x^3 - 6mx + 5 = 5m^2$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng khi

A. $m = 0$.
B. $m = -1 \vee m = 1$.
C. $m = 1$.
D. $m \in \varnothing$.

Lời giải

Giả sử x_1, x_2, x_3 là nghiệm của phương trình $x^3 - 6mx + 5 - 5m^2 = 0$.

Khi x_1, x_2, x_3 lập thành cấp số cộng, ta được $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_3 = 2x_2 \end{cases} \Rightarrow x_2 = 0$.

Với $x_2 = 0$, ta được $m = \pm 1$.

Thử lại, ta nhận $m = 1$.

[2D152272]Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x + \dfrac{2}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$.

A 0. **B** 3. $\boxed{\textbf{C}}$ 2. **D** 1.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm là $x + \dfrac{2}{x-1} = 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Vậy đồ thị hàm số $y = x + \dfrac{2}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$ có hai giao điểm.

[2D152273]Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x$ và $y = \dfrac{-3}{x+1}$ là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $x = \dfrac{-3}{x+1}$.

Điều kiện $x \neq -1$.

$x = \dfrac{-3}{x+1} \Leftrightarrow x^2 + x + 3 = 0$ (vô nghiệm).

Vậy hai đồ thị không có giao điểm.

[2D152274]Cho hàm số $y = x^3 + (m+3)x^2 + 1 - m$ với m là tham số. Giả sử tồn tại giá trị nào đó của tham số m sao cho đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ. Khi đó, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số có hai điểm chung phân biệt với trục hoành.

B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm.

D. Đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $f(0) = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Khi đó, hàm số trở thành $y = x^3 + 4x^2$.

Ta có $y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = -4 \end{array}\right.$.

Do đó đồ thị có hai điểm chung với trục hoành, trong đó tiếp xúc tại một điểm.

Ta cũng thấy đồ thị cắt trục tung tại một điểm phân biệt (gốc tọa độ).

[2D152275]Gọi x_1, x_2, x_3 $(x_1 < x_2 < x_3)$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ và $g(x) = 3x - 1$. Tính $S = f(x_1) + g(x_2) + f(x_3)$.

A $S = 14$. **B** $S = 1$. **C** $S = 6$. **D** $S = 3$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} & x^3 - 3x^2 + 2x + 2 = 3x - 1 \\ \Leftrightarrow\ & x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy $x_1 = -1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 3$.

Do đó $S = f(-1) + g(1) + f(3) = -4 + 2 + 8 = 6$.

[2D152276]Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A 2. **B** -2. **C** -1. **D** 1.

Lời giải

Xét phương trình

$$\frac{2x+4}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow 2x+4 = (x+1)(x-1)\,(x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1+\sqrt{6} \\ x = 1-\sqrt{6}. \end{array}\right.$$

Giả sử $x_M = 1+\sqrt{6}$ và $x_N = 1-\sqrt{6}$ suy ra $x_I = \dfrac{x_M + x_N}{2} = 1$.

[2D152277]Số giao điểm của đường thẳng $d\colon y=-2x+3$ và đồ thị hàm số $y=x^3-x+3$ là

A 1. | **B** 2. | **C** 3. | **D** 4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là
$-2x+3=x^3-x+3 \Leftrightarrow x^3+x=0 \Leftrightarrow x=0$.
Vậy có 1 giao điểm giữa đường thẳng d và đồ thị hàm số $y=x^3-x+3$.

[2D152278]Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2$ và trục hoành.

A 2. $\boxed{\textbf{B}}$ 3. **C** 4. **D** 1.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm là $x^4 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 2$.
Số giao điểm cần tìm là 3.

[2D152279]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{7x+6}{x-2}$ và đường thẳng $y = x + 2$ là

A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 0.

Lời giải

Điều kiện: $x \neq 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{7x+6}{x-2} = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7+\sqrt{89}}{2} \\ x = \dfrac{7-\sqrt{89}}{2}. \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm cần tìm là 2.

[2D152280]Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_A, x_B. Khi đó $x_A + x_B$ bằng

A $x_A + x_B = 1$. **B** $x_A + x_B = 2$. **C** $x_A + x_B = 5$. **D** $x_A + x_B = 3$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+1}{x-1} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 1 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5+\sqrt{21}}{2} \\ x = \dfrac{5-\sqrt{21}}{2}. \end{array}\right.$$

Vậy $x_A + x_B = 5$.

[2D152281]Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng $d\colon y = x + 1$ và đồ thị $(C)\colon y = \dfrac{4}{x+1}$. Khi đó, $x_1 + x_2$ bằng

A. 0. B. 2. **C.** -2. D. 6.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{4}{x+1} = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \quad (1). \end{cases}$$

Ta có x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1), do đó $x_1 + x_2 = -2$.

[2D152282]Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d\colon y=2x-3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Khoảng cách giữa A và B là

A $AB=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$. **B** $AB=\dfrac{5}{2}$. **C** $AB=\dfrac{2}{5}$. **D** $AB=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của (C) và d là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=\dfrac{2x-1}{x+1} \\ y=2x-3. \end{cases}$

Suy ra $A(2;1),\ B\left(-\dfrac{1}{2},-4\right)\Rightarrow AB=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$.

[2D152283]Đồ thị của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x + 1$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 3$ có bao nhiêu điểm chung?

A 1. **B** 3. **C** 0. **D** 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:
$x^3 + 2x^2 - x + 1 = x^2 - x + 3 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
Vậy hai đồ thị của hai hàm số đã cho có 1 điểm chung.

[2D152284]Cho hàm số $y = \dfrac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Đường thẳng (d): $y = x + 1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M và N thì tung độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A -2. **B** -3. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và (d) là

$$\frac{2x+2}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2 = (x-1)(x+1) \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Suy ra $M(-1;0)$ và $N(3;4)$, nên trung điểm I của MN có tọa độ là $(1;2)$.

[2D152285]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ là

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 4.

Lời giải

Ta có $2f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{5}{2}, \quad (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{5}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = -\dfrac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x) + 5 = 0$ có tất cả 4 nghiệm.

[2D152286]Có bao nhiêu đường thẳng cắt hypebol $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt mà cả hai điểm đó đều có tọa độ nguyên?

A 12. B 4. **C** 6. D 3.

Lời giải

Với $x \neq -2$, ta có $y = \dfrac{3x-1}{x+2} = 3 - \dfrac{7}{x+2}$.
Ta thấy hypebol qua các điểm có tọa độ nguyên khi và chỉ khi

$$7 \vdots (x+2) \Leftrightarrow (x+2) \in \{\pm 1; \pm 7\} \Leftrightarrow x \in \{-9; -3; -1; 5\}.$$

Do đó hypebol đã cho đi qua 4 điểm có tọa độ nguyên.
Vậy số đường thẳng cần tìm là $\mathrm{C}_4^2 = 6$.

[2D152287]Đường thẳng $y = m$ tiếp xúc với đồ thị $(C)\colon y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ tại hai điểm phân biệt $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Giá trị của biểu thức $y_A + y_B$.

A -1. **B** 2. **C** 0. **D** 1.

Lời giải

Ta có $y' = -8x^3 + 8x$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, $x = \pm 1$. Suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Để đường thẳng $y = m$ tiếp xúc với đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt thì $m = 1$. Khi đó tọa độ các tiếp điểm là $A(-1; 1)$ và $B(1; 1)$, suy ra $y_A + y_B = 2$.

[2D152288]Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B. Khi đó giá trị của $x_A + x_B$ bằng

A 3. **B** 5. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

Hoành độ của hai điểm A, B là nghiệm của phương trình:

$$x - 2 = \dfrac{2x+1}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (x-2)(x-1) = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 5x + 1 = 0. \quad (*) \end{cases}$$

Ta thấy phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 là x_A và x_B.
Theo định lý Vi-ét, ta có $x_A + x_B = 5$.

[2D152289]Đường thẳng $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x + 1}$?

Ⓐ 1. $\boxed{B}$ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x - 1 = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1} \quad (1)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 + x - 1 = x^2 - x - 1 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right. \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$$

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho chính là số nghiệm của phương trình (1).

Vậy đồ thị của hai hàm số $y = 2x - 1$ và $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ có hai điểm chung.

[2D152290]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là

(A) 3. **B** 2. (C) 0. (D) 1.

x	$-\infty$		0			1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1 $\|\|$ $-\infty$		$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Lời giải

Ta có $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt, nên phương trình $f(x) + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

[2D152291]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2019x^2 + 1$ với trục hoành là

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là nghiệm của phương trình

$$\begin{array}{rrcl} & -x^4 + 2019x^2 + 1 & = & 0 \\ \Leftrightarrow & x^4 - 2019x^2 - 1 & = & 0 \\ \Leftrightarrow & t^2 - 2019t - 1 & = & 0 \ (t = x^2 \geq 0). \end{array}$$

Do tích $ac = -1$ nên phương trình $t^2 - 2019t - 1 = 0$ có một nghiệm âm và một nghiệm dương, ta sẽ loại nghiệm âm vì $t = x^2 \geq 0$.

Từ đó suy ra phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm nên số giao điểm là 2.

[2D152292]Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

(A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ là

$$\begin{aligned} x^3 - 3x + 3 = x &\Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + x - 3 = 0 \end{array}\right. \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Do đó, đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

[2D152293]Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là 0, 1, m và n. Tính $S = m^2 + n^2$.

A $S = 0$. **B** $S = 1$. **C** $S = 2$. **D** $S = 3$.

Lời giải

Đường thẳng Δ cắt đồ thị (C) của hàm số tại các điểm có hoành độ 0, 1, m, n nên đường thẳng Δ đi qua các điểm $A(0;0)$, $B(1;-1)$. Do đó phương trình đường thẳng Δ là $y = -x$.
Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C) là

$$x^4 - 2x^2 = -x \Leftrightarrow x(x-1)(x^2+x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x^2 + x - 1 = 0. \end{array}\right.$$

Do đó m, n là các nghiệm của phương trình $x^2 + x - 1 = 0$ nên $\begin{cases} m + n = -1 \\ mn = -1. \end{cases}$

Vậy $S = m^2 + n^2 = (m+n)^2 - 2mn = 3$.

[2D152294]Đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{x+4}$ cắt đường thẳng $y=-x+4$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tọa độ điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AB là

A $C(-2;6)$. **B** $C(0;4)$. **C** $C(4;0)$. **D** $C(2;-6)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{4x-1}{x+4}=-x+4 \Leftrightarrow x^2+4x-17=0 \ (x\neq -4). \tag{1}$$

Gọi $x_1,\ x_2$ là 2 nghiệm của phương trình (1).

Áp dụng định lí Viét ta có: $x_1+x_2=\dfrac{-4}{1}=-4$.

Khi đó: $A\left(x_1;-x_1+4\right),\ B\left(x_2;-x_2+4\right)$

Suy ra tọa độ trung điểm C của đoạn thẳng AB là $C\left(\dfrac{x_1+x_2}{2};\dfrac{-(x_1+x_2)+8}{2}\right)=(-2;6)$.

[2D152295]Biết hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 3x^2 + 2x + m$, $f(2) = 1$ và đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5. Hàm số $f(x)$ là

A. $x^3 + 2x^2 - 5x - 5$.

B. $2x^3 + x^2 - 7x - 5$.

C. $x^3 + x^2 - 3x - 5$.

D. $x^3 + x^2 + 4x - 5$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \int f'(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(3x^2 + 2x + m\right)\,\mathrm{d}x = x^3 + x^2 + mx + C$.

Theo giả thiết $f(2) = 1 \Leftrightarrow 12 + 2m + C = 1 \Leftrightarrow 2m + C = -11$ (1).

Mặt khác đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5 nên $f(0) = -5 \Leftrightarrow C = -5$. Thay vào (1) ta được $m = -3$. Vậy $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 5$.

[2D152296]Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B, biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ điểm B bằng

A -2. **B** 0. **C** -1. **D** -5.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + x^2 + 2x - 3 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1. \end{array}\right.$$

Vì điểm B có hoành độ âm nên $x_B = -1$.

[2D152297]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+5}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$ là

A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+5}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$ là

$$\frac{x+5}{x-1} = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x^2 - 3x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{5}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{5}{2}. \end{array}\right.$$

Vậy có hai giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+5}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$.

[2D152298]Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = 2$ là

A 2. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 3x^2 = 2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 2 = 0$.
Đặt $t = x^2, t \geqslant 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 3t - 2 = 0$. Do $ac < 0$ nên phương trình có đúng một nghiệm $t > 0$, do đó phương trình có đúng hai nghiệm x.
Vậy số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = 2$ là 2.

[2D152299]Biết hai đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2$ và $y = -x^2 + x$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt A, B, C. Khi đó, diện tích tam giác ABC bằng

A 5. **B** 6. **C** 4. **D** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2$ và $y = -x^2 + x$

$$x^3 + x^2 - 2 = -x^2 + x \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$$

Suy ra $A(-2; -6)$; $B(-1; -2)$; $C(1; 0)$ và $AB = \sqrt{17}$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 4)$, nên $\overrightarrow{n} = (4; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng AB.

Phương trình đường thẳng $AB\colon 4(x + 2) - 1(y + 6) = 0 \Leftrightarrow 4x - y + 2 = 0$

Ta có $\mathrm{d}(C; AB) = \dfrac{|4 \cdot 1 - 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \dfrac{6}{\sqrt{17}}$.

Do đó $S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}(C; AB) \cdot AB = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{6}{\sqrt{17}} \cdot \sqrt{17} = 3$.

[2D152300]Gọi A, B là các giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = \dfrac{x+3}{x}$ và $y = x$. Độ dài đoạn thẳng AB là

A $\sqrt{26}$. 　 **B** $2\sqrt{13}$. 　 **C** $\sqrt{13}$. 　 **D** $\dfrac{7}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} & \frac{x+3}{x} = x \quad (x \neq 0) \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 - x - 3 = 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Vì $\Delta = 13 > 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -3. \end{cases}$

Ta có $A(x_1; x_1)$, $B(x_2; x_2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1)$.
Khi đó $AB^2 = 2 \cdot (x_2 - x_1)^2 = 2\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2\right] = 2 \cdot [1^2 - 4 \cdot (-3)] = 26$.
Suy ra $AB = \sqrt{26}$.

[2D152301]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Lời giải

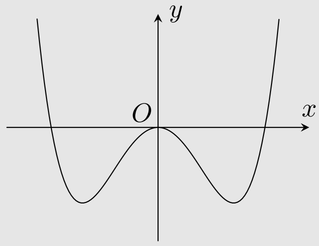
Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{2} \quad (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{5}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = \dfrac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có tất cả 2 nghiệm.

[2D152302]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là



Ⓐ 1. **B** 2. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số suy ra đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x) = 3$ có đúng 2 nghiệm thực.

[2D152303]Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	
y	0	↗	3	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	-1

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

A 1. **B** 0. **C** 3. **D** 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 3$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài.

[2D152304]Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 2$ và đường cong $y = x^3 + 2$ là

(A) 1. (B) 0. $\boxed{C}$ 3. (D) 2.

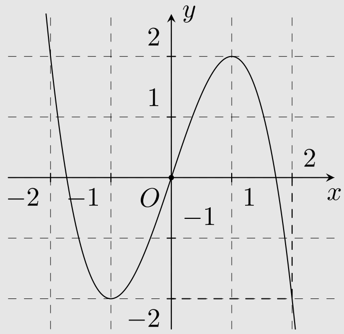
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $x + 2 = x^3 + 2 \Leftrightarrow -x^3 + x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{array}\right.$

Vậy có 3 giao điểm là $A(0; 2)$, $B(1; 3)$, $C(-1; 1)$.

[2D152305]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Số nghiệm phân biệt của phương trình $f\left(f(x)\right) = -2$ là



A 3. **B** 5. **C** 7. **D** 9.

Lời giải

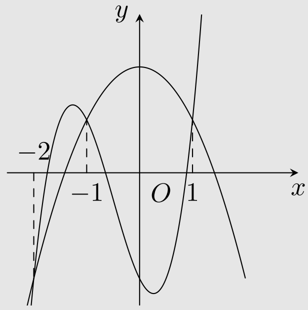
Dựa vào đồ thị ta có

$$f\left(f(x)\right) = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 2 \\ f(x) = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -2 & \\ x = 1 & \\ x = a, & (-2 < a < -1) \\ x = b, & (-1 < b < 1) \\ x = c, & (1 < c < 2). \end{array}\right.$$

Vậy phương trình $f\left(f(x)\right) = -2$ có 5 nghiệm phân biệt.

[2D152306]

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ với a, b, c, d, $e \in \mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2; -1; 1 (xem hình vẽ). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?



A $a + b + c = d + e + 4$.

B $b - d = -4$.

C $c - e = 0$.

D $a + b + c = d + e$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$ax^3 + bx^2 + cx - 2 = dx^2 + ex + 2 \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = 0.$$

Do hai đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là -2, -1, 1 nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -8a + 4(b-d) - 2(c-e) = 4 \\ -a + (b-d) - (c-e) = 4 \\ a + (b-d) + (c-e) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b - d = 4 \\ c - e = -2. \end{cases}$$

Vậy $a + b + c = d + e + 4$.

[2D152307]Đường cong $y = x^3 - 5x$ cắt đường thẳng $y = -2x - 2$ lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ tăng dần. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A $(3; -6)$. B $(-3; 6)$. C $(-3; -6)$. D $(3; 6)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 5x = -2x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = -4 \\ x = -2 \Rightarrow y = 2. \end{array}\right.$

Theo giả thiêt $A(-2; 2)$, $B(1; -4)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = (3; -6)$.

[2D152308]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

(A) 2. $\boxed{B}$ 3. (C) 1. (D) 0.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x = x^3 - 3x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}. \end{array}\right.$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ có 3 giao điểm.

[2D152309]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ là

A 4. B 6. C 3. D 2.

Lời giải

Ta có $4f^2(x) - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = \dfrac{3}{2} \\ f(x) = -\dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt và đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt.

[2D152310]Biết rằng đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 2$ chỉ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại một điểm duy nhất $M(a; b)$. Tổng $a + b$ bằng

A -6. **B** -3. **C** 6. **D** 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm là

$$2x^3 - 5x^2 + 3x + 2 = -3x + 4 \Leftrightarrow 2x^3 - 5x^2 + 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Với $x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = \dfrac{5}{2}$. Vậy $M\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{5}{2}\right) \Rightarrow a + b = \dfrac{1}{2} + \dfrac{5}{2} = 3$.

[2D152311]Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ là 0, 1, m và n. Tính $S = m^2 + n^2$.

A $S = 0$. **B** $S = 1$. **C** $S = 2$. **D** $S = 3$.

Lời giải

Theo giả thiết có một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại bốn điểm phân biệt nên đường thẳng đó không thể có dạng $x = m$. Do đó, gọi phương trình đường thẳng có dạng $y = ax + b$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^4 - 2x^2 = ax + b \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - ax - b = 0. \qquad (*)$$

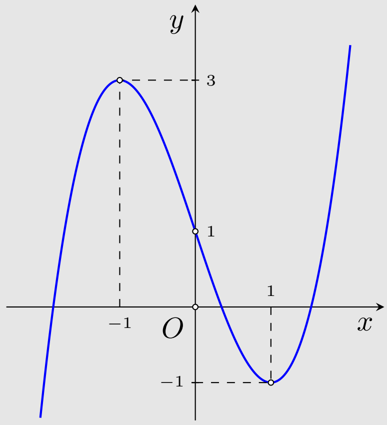
Vì $(*)$ có nghiệm là 0, 1 nên thay lần lượt vào $(*)$ ta được $a = -1$, $b = 0$.

Với $a = -1$, $b = 0$ phương trình $(*)$ trở thành

$$x^4 - 2x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x^2 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}. \end{array}\right.$$

Vậy $S = m^2 + n^2 = \left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 3$.

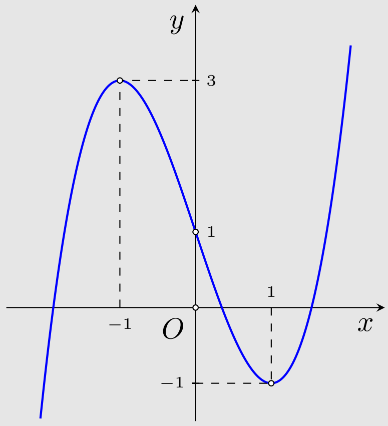
[2D152312]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2019 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.



A. $m < 2016$, $m > 2020$.
B. $2016 < m < 2020$.
C. $m \leqslant 2016$, $m \geqslant 2020$.
D. $m = 2016$, $m = 2020$.

Lời giải

Phương trình $f(x) = 2019 - m$ có ba nghiệm
$\Leftrightarrow -1 < 2019 - m < 3$
$\Leftrightarrow 2016 < m < 2020$.



[2D152313]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ cắt đường thẳng d: $y = 2m - 7$ tại bốn điểm phân biệt.

(A) $m > -3$. (B) $m = 5$. **C** $-3 < m < 5$. (D) $-6 < m < 10$.

Lời giải

$y' = 4x^3 - 16x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$ hoặc $x = 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-13	$\nearrow$	3	$\searrow$	-13	$\nearrow$	$+\infty$

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng d là nghiệm của phương trình

$$x^4 - 8x^2 + 3 = 2m - 7 \qquad (1)$$

Để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt ta có

$$-13 < 2m - 7 < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 5.$$

[2D152314]Biết rằng đường thẳng $y = 4x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + 1$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0 = 10$. B. $y_0 = 13$. C. $y_0 = 11$. D. $y_0 = 12$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $4x + 5 = x^3 + 2x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
Suy ra tọa độ giao điểm của hai đồ thị $M(2; 13)$.
Vậy $y_0 = 13$.

[2D152315]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$.

A 4. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Lời giải

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt.

[2D152316]Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ tại các điểm có toạ độ là

A $(0;-1)$, $(2;1)$. **B** $(0;2)$. **C** $(-1;0)$, $(2;1)$. **D** $(1;2)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ và $y = x - 1$ là

$$\frac{2x-1}{x+1} = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 1. \end{array}\right.$$

Vậy toạ độ giao điểm là $(0;-1)$, $(2;1)$.

[2D152317]Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 2. B. 3. **C. 4.** D. 0.

Lời giải

Xét phương trình $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d\colon y = \dfrac{5}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt nên phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

[2D152318]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2-4|$ với đường thẳng $y = 3$ là

A. 2.
B. 6.
C. 8.
D. 4.

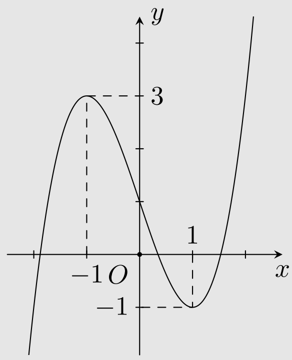
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2-4|$ với đường thẳng $y = 3$ là

$$\begin{aligned} & x^2|x^2-4| = 3 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x^2(x^2-4) = 3 \\ x^2(x^2-4) = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^4-4x^2-3 = 0 \\ x^4-4x^2+3 = 0 \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x^2 = 2+\sqrt{7} \\ x^2 = 2-\sqrt{7}\ \text{(loại)} \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2+\sqrt{7}} \\ x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{7}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị đã cho là 6.

[2D152319]Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 0.

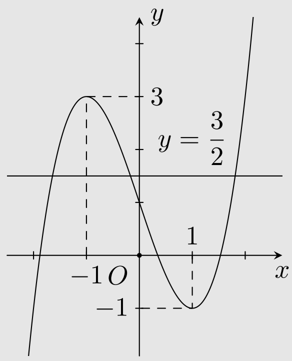
Lời giải

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2} \qquad (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Dựa vào hình vẽ, ta thấy hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.



[2D152320]Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ bằng

A. 2. **B.** 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

Ta có $2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình đã cho có 3 nghiệm.

[2D152321]Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục Ox bằng

A. 2. B. 1. C. 4. **D** $= 3$.

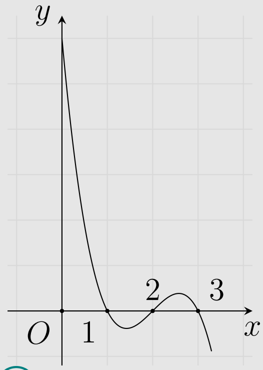
Lời giải

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 3$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Khi đó đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(-1; 3)$ và $B(1; -1)$. Ta thấy $3 \cdot (-1) = -3 < 0$ nên A và B nằm về 2 phía của trục Ox. Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

[2D152322]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét các khẳng định sau



1. Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.
2. Phương trình $f(x) = m + 2018$ có nhiều nhất ba nghiệm.
3. Hàm số $y = f(x+1)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

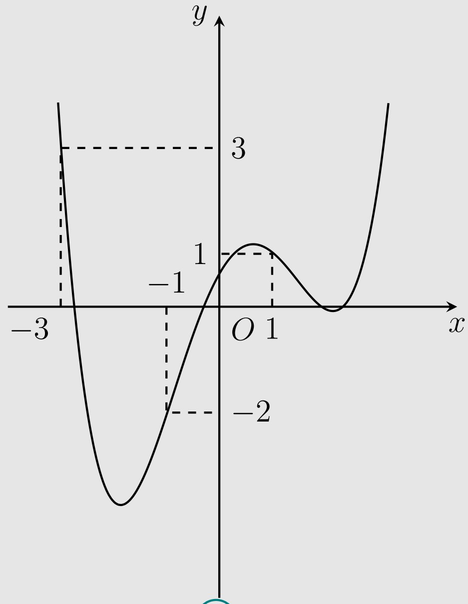
Số khẳng định đúng là

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 0.

Lời giải

1. Đạo hàm $f'(x)$ có ba nghiệm phân biệt 1, 2, 3 và đều đổi dấu khi đi qua các nghiệm nên $f(x)$ có 3 điểm cực trị.
2. Vì $f'(x) = 0$ có ba nghiệm nên phương trình $f(x) = 0$ có tối đa bốn nghiệm, suy ra phương trình $f(x) = m + 2018$ có thể có bốn nghiệm.
3. Ta có $[f(x+1)]' = f'(x+1)$. Do $f'(x) < 0$ với $1 < x < 2$ nên $f'(x+1) < 0$ với $0 < x < 1$, hay $f(x)$ nghịch biến trên $(0; 1)$.

[2D152323]
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 1$. Trong 4 mệnh đề dưới đây:



(I) $g(-3\ ) < g(-1)$

(II) Hàm số g(x) đồng biến trên $(-3; 1)$.

(III) $\min\limits_{x\in[-1;0]} g(x) = g(-1)$

(IV) $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x) = \max\{g(-3); g(1)\}$.

Số mệnh đề đúng là

(A) 2 . (B) 1 . (C) 3 . (D) 4.

Lời giải

Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$.
Mà $f'(-3) = 3 \Rightarrow g'(-3) = 0,\ f'(-1) = -2 \Rightarrow g'(-1) = 0,\ f'(1) = 0 \Rightarrow g'(1) = 0$.
Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$g(-3)$	$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(1)$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

(I) $g(-3\ ) < g(-1)$ đúng.

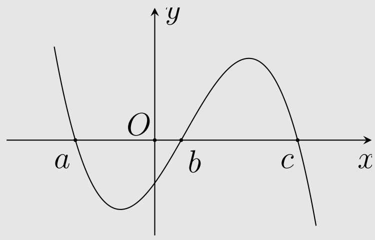
(II) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3; 1)$ **sai** vì hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.

(III) $\min\limits_{x\in[-1;0]} g(x) = g(-1)$ đúng.

(IV) $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x) = \max\{g(-3); g(1)\}$ đúng.

[2D152324]

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, biết $f(c) < 0$. Hỏi đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



A 3. **B** 1. **C** 0. **D** 2.

Lời giải

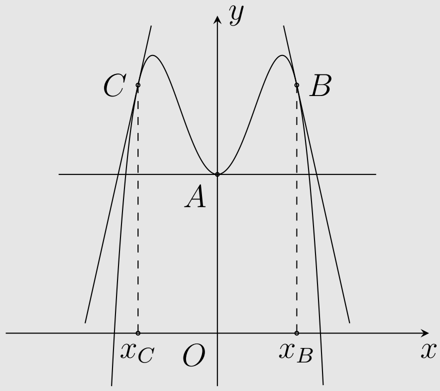
Từ giả thiết bài toán ta suy ra được bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có dạng

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(a)$	$\searrow$	$f(b)$	$\nearrow$	$f(c)$	$\searrow$	$-\infty$

Do $f(c) < 0$ nên từ bảng biến thiên trên suy ra đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất là 2 điểm. (trường hợp $f(a) > 0 > f(c)$).

[2D152325]

Hình bên là đồ thị của hàm $y = f(x)$. Biết rằng tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$.

B. $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

C. $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.

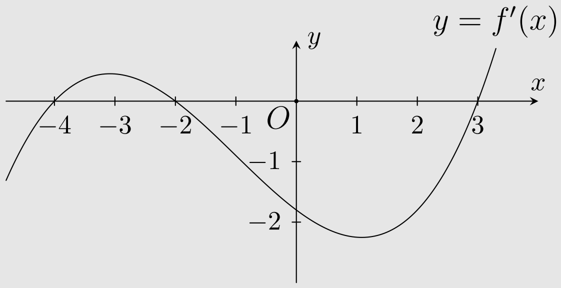
D. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$.

Lời giải

Ta có $f'(x_A) = 0,\ f'(x_C) > 0,\ f'(x_B) < 0$ nên $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

[2D152326]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?



A. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

C. $f(-4) > f(-2)$.

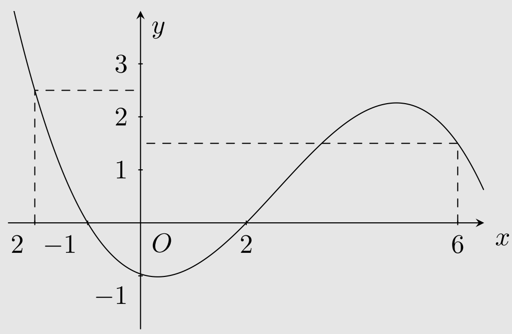
D. $f(0) > f(3)$.

Lời giải

Trên khoảng $(0; 3)$ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm phía dưới trục hoành nên $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (0; 3)$. Tức hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$, do đó $f(0) > f(3)$.

[2D152327]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



Ⓐ $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$.

Ⓑ $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = f(-1)$.

Ⓒ $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = f(6)$.

D $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = \max\{f(-1), f(6)\}$.

Lời giải

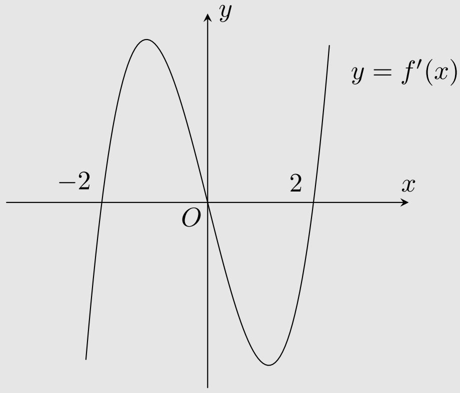
Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	-2		-1		2		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(2)$	↗	$f(6)$

Vậy $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = \max\{f(-1), f(6)\}$.

[2D152328]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- **A** $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- **B** $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- **C** $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.
- **D** $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \pm 2$.

Lời giải

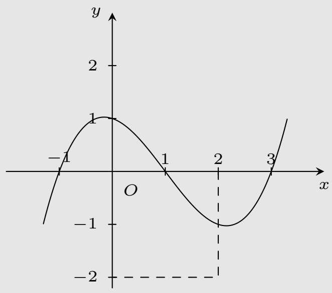
Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Suy ra, $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

[2D152329]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

B Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

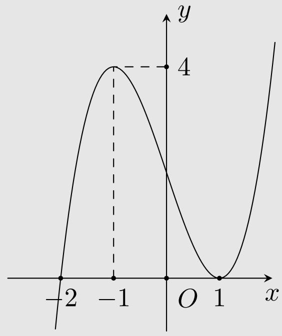
C Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

D Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) < 0$, $\forall x \in (-\infty; -1)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

[2D152330]
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

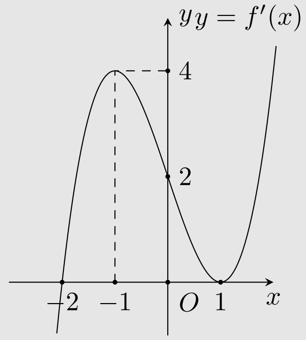
Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↗	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

[2D152331]
Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau



A $(-\infty;2);(1;+\infty)$.
B $(-2;+\infty)\setminus\{1\}$.
C $(-2;+\infty)$.
D $(0;4)$.

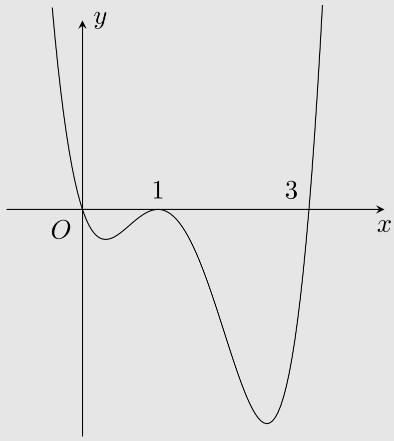
Lời giải

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$						$+\infty$

Dựa và bảng biến thiên, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

[2D152332]

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có ba điểm cực trị.



A $m \in (3; +\infty)$.

B $m \in [0; 3]$.

C $m \in [0; 3)$.

D $m \in (-\infty; 0)$.

Lời giải

Hàm số $y = f(x^2 + m)$ là hàm số chẵn nên để hàm số này có đúng ba điểm cực trị thì hàm số này phải có đúng một điểm cực trị dương.

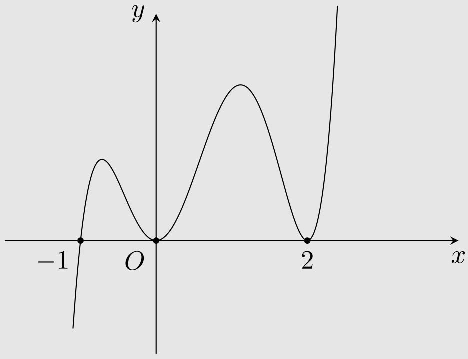
Ta có $y' = 2xf'(x^2 + m)$, nên $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2 + m) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m = 1 \\ x^2 + m = 3 \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 nên các nghiệm của phương trình $x^2 + m = 1$ (nếu có) không làm cho $f'(x^2 + m)$ đổi dấu khi đi qua nghiệm đó, do đó các điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + m)$ là các nghiệm của hệ $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m = 3 \end{array}\right.$.

Hệ trên có duy nhất 1 nghiệm dương khi và chỉ khi $\begin{cases} -m \leq 0 \\ 3 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 3$.

[2D152333]

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



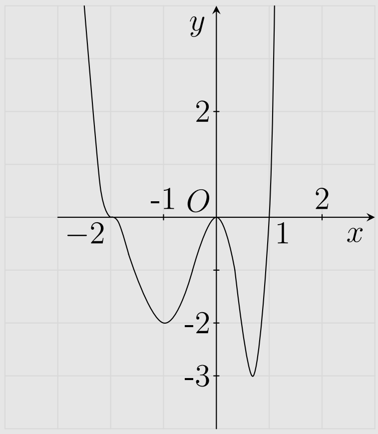
A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(-1) = 0$ và $f'(x) < 0,\ \forall x < -1$ và $f'(x) \geq 0,\ \forall x > -1$. Suy ra $x = -1$ là điểm cực trị duy nhất của đồ thị.

[2D152334]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Khi đó, hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A 3. **B** 2. **C** 0. **D** 1.

Lời giải

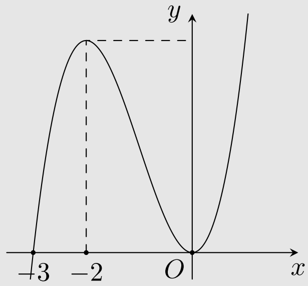
Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta suy ra hàm số $y = f(x)$ có

- $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{array}\right.$
- y' đổi dấu tại $x = -2$, $x = 1$.

Do đó, hàm số có 2 cực trị.

[2D152335]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới.
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

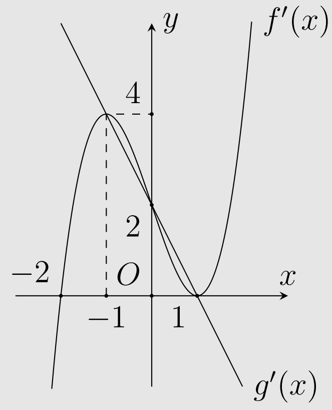


A $(-\infty; 0)$. **B** $(-3; +\infty)$. **C** $(-\infty; 4)$. **D** $(-4; 0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geqslant 0, \forall x \in (-3; +\infty)$, suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.

[2D152336]
Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị của hàm $f'(x)$, $g'(x)$ như hình vẽ. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$.



A $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
B $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
C $(1; +\infty)$ và $(-2; -1)$.
D $(-2; +\infty)$.

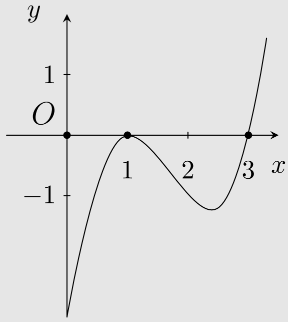
Lời giải

Ta có $y' = f'(x) - g'(x)$, hàm số đồng biến khi và chỉ khi

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow f'(x) \geq g'(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \leq x \leq 0 \\ x \geq 1. \end{array}\right.$$

[2D152337]

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



(A) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

B Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.

(C) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

(D) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

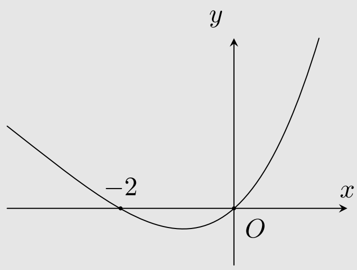
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy hàm số $y = f'(x)$ đổi dấu một lần từ âm sang dương khi x qua điểm 3.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.

[2D152338]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**



A f đạt cực tiểu tại $x = 0$.

B f đạt cực tiểu tại $x = -2$.

C f đạt cực tiểu đại $x = -2$.

D Cực tiểu của f nhỏ hơn cực đại.

Lời giải

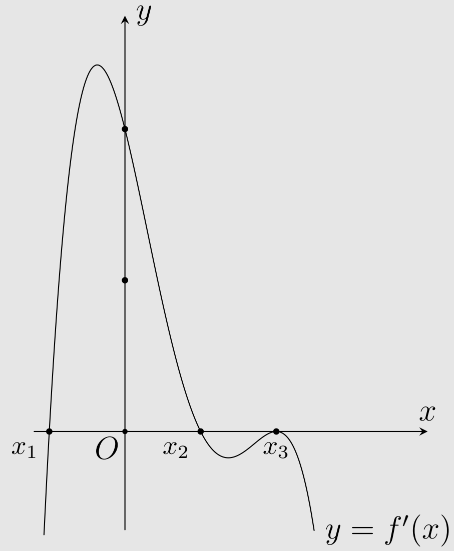
Dựa vào đồ thị của $f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Theo bảng biến thiên trên, khẳng định **sai** là "f đạt cực tiểu tại $x = -2$".

[2D152339]

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng $\mathscr{K}$ như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định đúng?



(I): Trên $\mathscr{K}$, hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

(II): Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_3.

(III): Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1.

A 2.   **B** 3.   **C** 1.   **D** 0.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$			$\searrow$		

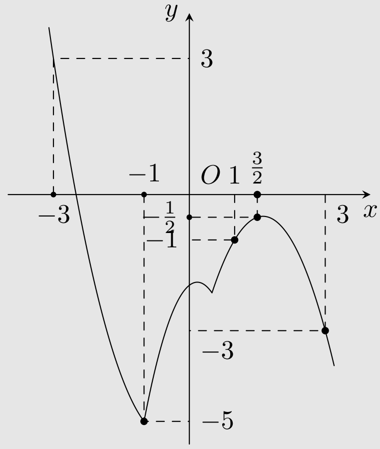
Hàm số có 2 điểm cực trị trên khẳng định (I) đúng.

Đạo hàm số không đổi dấu khi qua x_3 nên hàm số không đạt cực đại tại x_3 nên khẳng định (II) sai.

Hàm số đạt cực tiểu tại x_1 nên khẳng định (III) đúng.

[2D152340]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(1-x) + \dfrac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A $(-2; 0)$. **B** $(-3; 1)$.

C $(3; +\infty)$. **D** $(1; 3)$.

Lời giải

Ta có: $y = f\left(1-x\right) + \dfrac{x^2}{2} - x$

$\Rightarrow y' = -f'(1-x) + x - 1 = -f'(1-x) - (1-x)$.

Đặt $t = 1 - x$ ta có

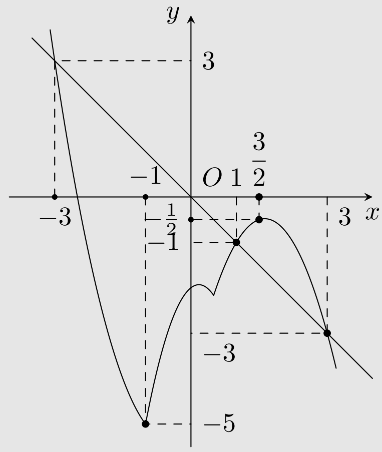
$$y' = -\left[f'(1-x) + (1-x)\right] = -\left[f'(t) + t\right]$$

Hàm số nghịch biến khi

$$y' = -\left[f'(t) + t\right] \leq 0 \Leftrightarrow f'(t) + t \geq 0 \Leftrightarrow f'(t) \geq -t$$

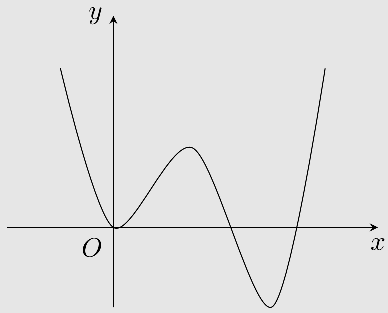
Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(t) \geq -t$ khi

$$\left[\begin{array}{l} t < -3 \\ 1 < t < 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1 - x < -3 \\ 1 < 1 - x < 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ -2 < x < 0. \end{array}\right.$$



[2D152341]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên. Khi đó trên $\mathbb{R}$ hàm số $y = f(x)$



Ⓐ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

B có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Ⓒ có hai điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Ⓓ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Lời giải

Vì đồ thị là của hàm số $y = f'(x)$ nên

- Hàm số đạt cực trị tại các điểm mà đồ thị cắt trục Ox (không tính điểm tiếp xúc).
- Điểm cực trị là điểm cực đại khi đồ thị cắt Ox từ trên xuống dưới (dấu của $f'(x)$ đổi từ $+$ sang $-$).
- Điểm cực trị là điểm cực tiểu khi đồ thị cắt Ox từ dưới lên trên (dấu của $f'(x)$ đổi từ $-$ sang $+$).

Dựa vào đồ thị ta thấy, hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị, môt điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

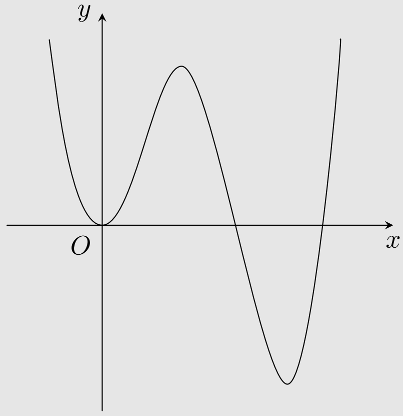
[2D152342]Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào đúng?

A Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.



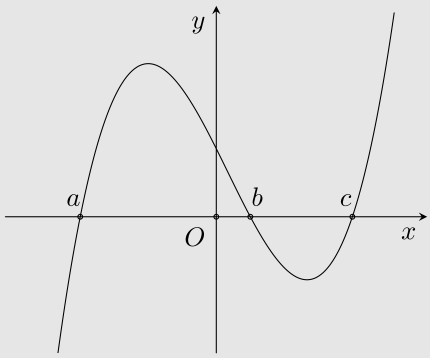
Lời giải

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy $\exists\, x_1,\ x_2$ với $0 < x_1 < x_2$ để $f'(0) = f'(x_1) = f'(x_2) = 0$. Trong đó

- Khi qua điểm $x = 0$, đạo hàm $f'(x)$ không đổi dấu nên hàm số không đạt cực trị tại $x = 0$.
- Khi qua điểm $x = x_1$, đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = x_1$.
- Khi qua điểm $x = x_2$, đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_1$.

[2D152343]

Cho hàm số $y = f(x)$ là đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt a, b, c $(a < b < c)$ như hình bên. Biết $f(b) < 3$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 3$ tại bao nhiêu điểm phân biệt?



A 0. **B** 2. **C** 1. **D** 4.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	$f(b)$	$\searrow$	$f(c)$	$\nearrow$	$+\infty$

Vì $f(b) < 3$ và từ bảng biến thiên của $y = f(x)$ suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 3$ tại 2 điểm phân biệt.

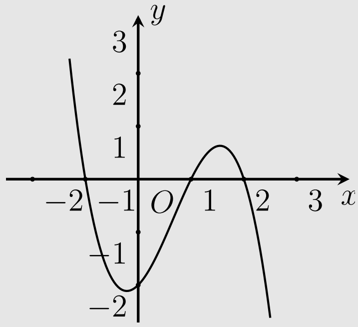
[2D152344]Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên D, và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1; 0)$.

B $(1; 2)$.

C $(2; +\infty)$.

D $(0; 1)$.



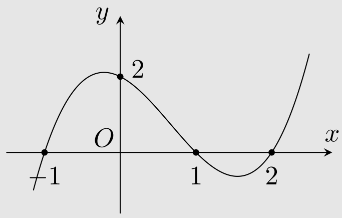
Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta được $f'(x) > 0$ khi $x \in (-\infty; -1)$ và $x \in (1; 2)$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $x \in (-\infty; -1)$ và $x \in (1; 2)$.

[2D152345]

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là



A $f(1)$. **B** $f(-1)$. **C** $f(2)$. **D** $f(0)$.

Lời giải

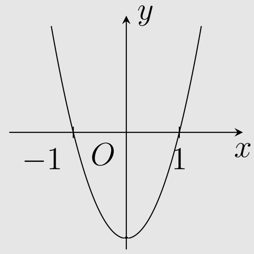
Từ đồ thị, ta có bảng biến thiên

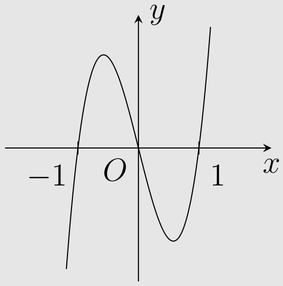
x	-1		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(2)$

Theo bảng biến thiên, ta thấy $\max\limits_{x \in [-1;2]} f(x) = f(1)$.

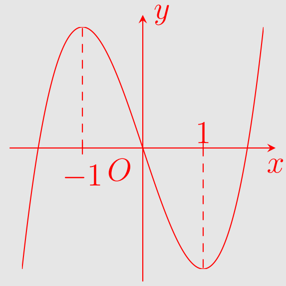
[2D152346]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là parabol có dạng như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đồ thị nào trong bốn đáp án sau?

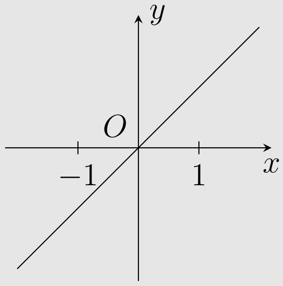


Ⓐ 

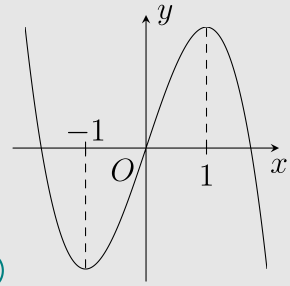
.

B 

.

Ⓒ 

.

Ⓓ 

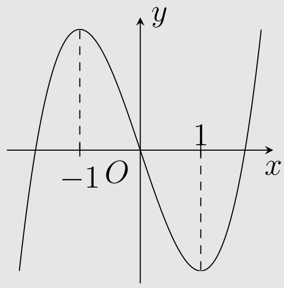
.

Lời giải

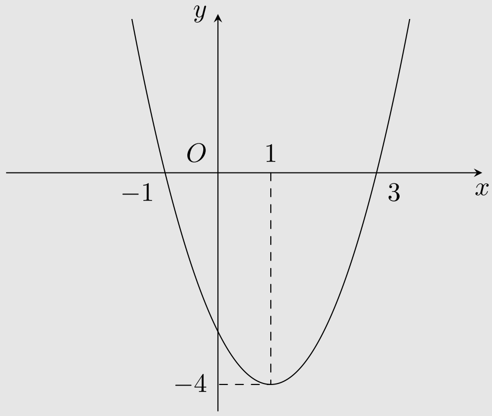
Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Hàm số có điểm cực đại là $x = -1$, điểm cực tiểu là $x = 1$.

Do đó đồ thị hàm số có thể là



[2D152347]
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- **A** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.
- **B** Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- **C** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
- **D** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

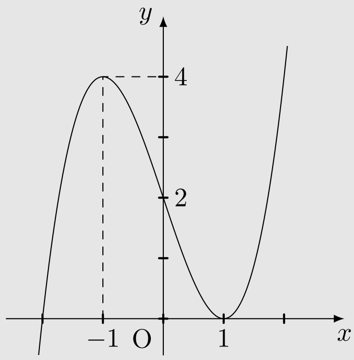
Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	y_1	$\searrow$	y_2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

[2D152348]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là



A 3. **B** 4. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

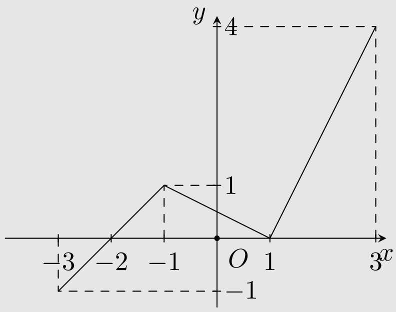
Ta có $y' = f'(x) - 5$; $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 5 \qquad (1)$.

Suy ra số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = 5$.

Dựa vào đồ thị ta thấy (1) có duy nhất 1 nghiệm đơn nên $y = f(x) - 5x$ có đúng 1 cực trị.

[2D152349]

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có đạo hàm $f'(x)$ trên $(-3;3)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- **A** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.
- **B** Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.
- **C** Hàm số đồng biến trên $(-2;3)$.
- **D** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

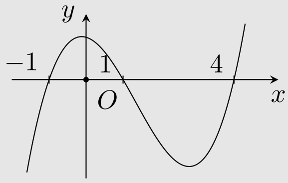
Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta thấy $f'(x) \geq 0, \forall x \in [-2;3]$.

Dấu "=" xảy ra tại $x = -2$, $x = 1$. Vậy hàm số đồng biến trên $(-2;3)$.

[2D152350]

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng



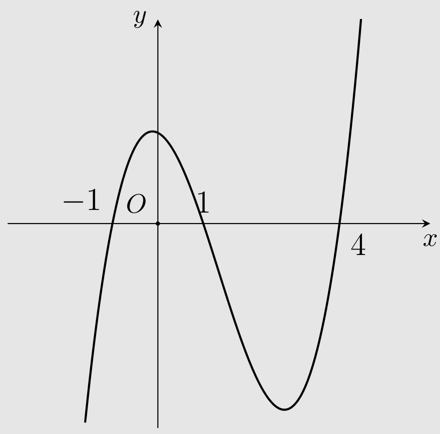
A $(-\infty; -1)$. **B** $(2; +\infty)$. **C** $(-1; 1)$. **D** $(1; 4)$.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta thấy $f'(x) > 0$, $\forall x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty)$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.

[2D152351]Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Cho bốn mệnh đề sau 1) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
2) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
3) $f(1) > f(2) > f(4)$.
4) Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.
Số mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề trên là

A 1. **B** 4. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

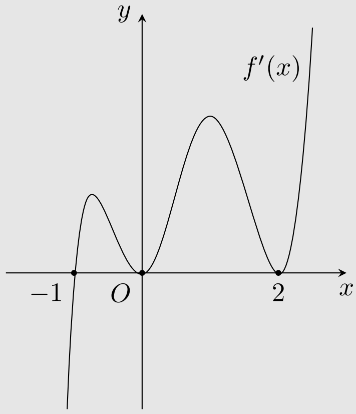
Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(-1)$	↗	$f(1)$	↘	$f(4)$	↗	$+\infty$

Khi đó dựa vào bảng biến thiên ta thấy:
+) Hàm số có ba điểm cực trị nên mệnh đề 1) sai.
+) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(4; +\infty)$ nên mệnh đề 2) sai.
+) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$ nên $f(1) > f(2) > f(4)$ suy ra mệnh đề 3) đúng.
+) Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$ suy ra mệnh đề 4) đúng.
Vậy có tất cả 2 mệnh đề đúng.

[2D152352]

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K, đồ thị hàm số $f'(x)$ trên khoảng K như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A 0. **B** 1. **C** 4. **D** 2.

Lời giải

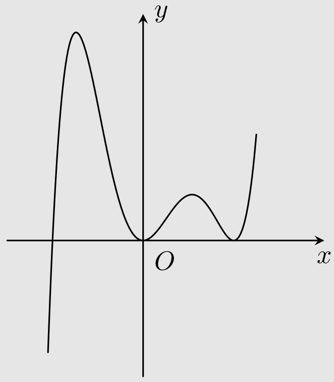
Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên khoảng K trên hình vẽ ta có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗					

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị và đó là điểm cực tiểu.

[2D152353]

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ bằng



A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 1.

Lời giải

Từ đồ thi hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ âm sang dương 1 lần nên hàm số $f(x)$ có đúng 1 cực trị.

[2D152354]Gọi đường thẳng $y = ax+b$ là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = 1$. Tính $a - b$.

A $a - b = \dfrac{1}{2}$. **B** $a - b = 2$. **C** $a - b = -1$. **D** $a - b = 1$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2}$. Ta được $y'(1) = \dfrac{3}{4}$.

Tiếp tuyến của đồ thị $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ tại $A\left(1; \dfrac{1}{2}\right)$ là $y = \dfrac{3}{4}(x-1) + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{4}$.

Vậy $a - b = 1$.

[2D152355]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-20$ song song với đường thẳng $y=24x+5$.

A $y=24x+60$ và $y=24x-48$.

B $y=24x+12$ và $y=24x-60$.

C $y=24x+12$ và $y=24x-18$.

D $y=24x-12$ và $y=24x-60$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2+6x$. Khi đó $y'=24 \Leftrightarrow 3x^2+6x=24 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-4\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy hoành độ tiếp điểm của các tiếp tuyến cần tìm là $x=-4$ hoặc $x=2$.

Với $x=-4$ ta có tiếp tuyến $y=24(x+4)-36$ hay $y=24x+60$.

Với $x=2$ ta có tiếp tuyến $y=24(x-2)$ hay $y=24x-48$.

[2D152356]Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$ có đồ thị (C). Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $A\left(0;1\right)$. Tìm điểm M trên đồ thị có hoành độ lớn hơn 1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ nhỏ nhất.

Ⓐ $M_1\left(2+\sqrt{3};-\dfrac{1+3\sqrt{3}}{2}\right);M_2\left(2-\sqrt{3};\dfrac{-1+3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Ⓑ $M_1\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right);M_2\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

C $M_1\left(2;-5\right);M_2\left(3;-\dfrac{7}{2}\right)$.

Ⓓ $M_1\left(1-\sqrt{3};-2+\sqrt{3}\right);M_2\left(1+\sqrt{3};-2-\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

$y'=\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}\Rightarrow y'(0)=3$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $A\left(0;1\right)$ là $y=3x+1\left(\Delta\right)$.

Gọi $M\left(a;\dfrac{2a+1}{1-a}\right)$ với $a>1\Rightarrow d\left(M;\Delta\right)=\dfrac{\left|3a+\dfrac{2a+1}{a-1}+1\right|}{\sqrt{10}}=\dfrac{\left|3a+3+\dfrac{3}{a-1}\right|}{\sqrt{10}}$.

Ta có:

$$\begin{aligned}&a-1+\dfrac{1}{a-1}\geqslant 2\\ \Rightarrow&3a-3+\dfrac{3}{a-1}\geqslant 6\\ \Rightarrow&3a+3+\dfrac{3}{a-1}\geqslant 12\\ \Rightarrow&\mathrm{d}\left(M;\Delta\right)\geqslant\dfrac{12}{\sqrt{10}}\end{aligned},$$

Dấu "=" xảy ra khi $a-1=\dfrac{1}{a-1}\Rightarrow a=2\Rightarrow M\left(2;-5\right)$.

[2D152357]Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 5$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất là

A $y = -x + \dfrac{17}{3}$. **B** $y = -x + \dfrac{23}{3}$. **C** $y = 5$. **D** $y = \dfrac{19}{3}$.

Lời giải

- $y' = x^2 - 4x + 3$ nên $\min y' = y'(2) = -1$.
- $\Delta\colon y = y'(2)(x-2) + y(2) \Rightarrow \Delta\colon y = -x + \dfrac{23}{3}$.

[2D152358]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là

A $y = 2x + 3$. **B** $y = 3$. **C** $y = 2x - 3$. **D** $y = -3$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0; -3)$, $y' = 4x^3 - 4x$, $y'(0) = 0$. Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = -3$.

[2D152359]Cho hàm số $y=-x^2+5$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có tung độ $y_0=-1$, với hoành độ $x_0<0$ là kết quả nào sau đây?

A $y=2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right)-1$.

B $y=-2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right)-1$.

C $y=2\sqrt{6}\left(x-\sqrt{6}\right)+1$.

D $y=2\sqrt{6}\left(x-\sqrt{6}\right)-1$.

Lời giải

Ta có $y_0=-1=-x_0^2+5 \Leftrightarrow x_0^2=6 \Leftrightarrow x_0=\pm\sqrt{6}$. Do $x_0<0$ nên $x_0=-\sqrt{6}$.

Lại có $y'=-2x$, suy ra tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc là $k=y'\left(-\sqrt{6}\right)=2\sqrt{6}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $\left(-\sqrt{6};-1\right)$ là

$$y=2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right)-1.$$

[2D152360]Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục Ox.

A 3. B 2. C 1. D 0.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

- Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$, khi đó phương trình tiếp tuyến $y = 0$. (trường hợp loại vì trùng trục Ox)
- Với $x = 1 \Rightarrow y = -1$, khi đó phương trình tiếp tuyến $y = -1$.
- Với $x = -1 \Rightarrow y = -1$, khi đó phương trình tiếp tuyến $y = -1$.

Vậy có duy nhất tiếp tuyến $y = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[2D152361]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 3x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình là

A $y = -9x + 11$. **B** $y = 9x - 7$. **C** $y = 9x - 11$. **D** $y = -9x + 7$.

Lời giải

Phương trình tiếp tuyến là

$$y = y'(1)(x - 1) + y(1). \qquad (*)$$

Ta có $y(1) = 2$, $y' = 12x^2 - 3 \Rightarrow y'(1) = 9$. Thay vào phương trình $(*)$ nhận được phương trình tiếp tuyến cần tìm

$$y = 9(x - 1) + 2 \text{ hay } y = 9x - 7.$$

[2D152362]Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$ có bao nhiêu cặp tiếp tuyến vuông góc với nhau?

Ⓐ 1. Ⓑ Vô số. $\boxed{\text{C}}$ 0. Ⓓ 2.

Lời giải

Hệ số góc của tiếp tuyến tại một điểm thuộc đồ thị hàm số có dạng $k = y'(x_0) = \dfrac{5}{(x_0+2)^2}$.

Giả sử 2 tiếp tuyến $d_1; d_2$ lần lượt có hệ số góc $k_1 = y'(x_1); y_2 = k'(y_2)$.

Hai tiếp tuyến vuông góc với nhau $k_1 \cdot k_2 = -1$ hay $y'(x_1) \cdot y'(x_2) = -1$. Điều này không xảy ra vì $y'(x_1) \cdot y'(x_2) > 0$.

[2D152363]Cho đường cong $(C): y = x^4 - x^2 - 2$ và d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A $M(1; 0)$. **B** $N(2; 0)$. **C** $P(-1; 4)$. **D** $M(1; 2)$.

Lời giải

$y' = 4x^3 - 2x$. Ta có $x = 1 \Rightarrow y = -2$.

Phương trình tiếp tuyết tại $(1; -2)$ là $y = y'(1)(x - 1) - 2 \Rightarrow y = 2x - 4$. Vậy $N \in (d)$.

[2D152364]Cho hàm số $y = \dfrac{-x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi d là tiếp tuyến của (C) biết d song song với đường thẳng $y = -3x - 1$. Phương trình đường thẳng d có dạng $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a^3 - b^2$.

A $S = -196$. B $S = -52$. C $S = -2224$. D $S = -28$.

Lời giải

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của d và (C). Do d song song với đường thẳng $y = -3x - 1$ nên

$$y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow \frac{-3}{(x_0+2)^2} \Leftrightarrow (x_0+2)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -1 \\ x_0 = -3. \end{array}\right.$$

Với $x_0 = -1$ suy ra $y_0 = 2$, phương trình d là $y = -3(x+1) + 2 = -3x - 1$ (loại).
Với $x_0 = -3$ suy ra $y_0 = -4$, phương trình d là $y = -3(x+3) - 4 = -3x - 13$ (thỏa).
Vậy $a = -3, b = -13$ nên $S = (-3)^3 - (-13)^2 = -196$.

[2D152365]Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$?

A $y=3x+1$. **B** $y=3x+2$. **C** $y=3x-1$. **D** $y=3x-2$.

Lời giải

Xét đường thẳng $y=3x-1$.

Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đạo hàm $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y=3x-1$ là

$$\frac{2x-1}{x+1}=3x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1\neq 0 \\ 2x-1=(x+1)(3x-1) \end{cases} \Leftrightarrow x=0.$$

Lại có $y'(0)=3$ chính bằng hệ số góc của đường thẳng $y=3x-1$.

Vậy đường thẳng $y=3x-1$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

[2D152366]Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + 2m$ có đồ thị là (C_m). Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon y = 3x + 2018$.

A $m = \dfrac{7}{3}$. **B** $m = 1$. **C** $m = 2$. **D** $m = -\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 4x + m - 1$. Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm. Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x_0 là $y'(x_0) = 3x_0^2 - 4x_0 + m - 1$. Ta có

$$y'(x_0) = 3\left(x_0 - \frac{2}{3}\right)^2 + m - \frac{7}{3} \geq m - \frac{7}{3}.$$

Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất là $k = m - \dfrac{7}{3}$ khi $x_0 = \dfrac{2}{3}$. Theo giả thiết, suy ra

$$3\left(m - \frac{7}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow m = 2.$$

[2D152367]Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 1$, viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có tọa độ $(0; 1)$.

A. $y = 5x + 1$.
B. $y = 5x - 1$.
C. $y = -5x + 1$.
D. $y = -5x - 1$.

Lời giải

Phương trình tiếp tuyến Δ tại điểm $(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị có dạng

$$\Delta\colon y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0.$$

Ta có $f'(x) = x^2 - 4x - 5 \Rightarrow f'(0) = -5$.
Vậy

$$\Delta\colon y = -5(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = -5x + 1.$$

[2D152368]Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) với trục tung có phương trình là

A $y = 3x + 1$. **B** $y = -3x + 1$. **C** $y = -3x - 1$. **D** $y = 3x - 1$.

Lời giải

Giao điểm của (C) với trục tung là điểm $M(0; 1)$. Ta có $y' = 3x^2 - 3$, suy ra $y'(0) = -3$.
Phương trình tiếp tuyến là $y = y'(0)(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = -3x + 1$.

[2D152369]Biết trên đồ thị $(C)\colon y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có hai điểm mà tiếp tuyến tại các điểm đó đều song song với đường thẳng $(d)\colon 3x-y+15=0$. Tìm tổng S các tung độ của các tiếp điểm.

A $S=3$. **B** $S=6$. **C** $S=-4$. **D** $S=2$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
Ta có $y=\dfrac{x-1}{x+2}\Rightarrow y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}$.
Phương trình đường thẳng d viết lại là $(d)\colon y=3x+15$, đường thẳng d có hệ số góc $k=3$.
Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với d là nghiệm phương trình

$$\begin{aligned} y'=k &\Leftrightarrow \frac{3}{(x+2)^2}=3\\ &\Leftrightarrow (x+2)^2=1\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\\ x=-3. \end{array}\right. \end{aligned}$$

- Với $x=-1$ thì $y=-2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) là $y=3(x+1)+(-2)$ hay $y=3x+1$ (song song với d).
- Với $x=-3$ thì $y=4$. Phương trình tiếp tuyến của (C) là $y=3(x+3)+4$ hay $y=3x+13$ (song song với d).

Như vậy, trên (C) có hai điểm $(-1;-2)$ và $(-3;4)$ mà tiếp tuyến tại các điểm đó đều song song với đường thẳng (d).
Ta có $S=(-2)+4=2$.

[2D152370]Trên đồ thị (C): $y=\dfrac{x-1}{x-2}$, số điểm M mà tiếp tuyến với (C) song song với đường thẳng d: $x+y=1$ là

A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{-1}{(x-2)^2}$

Giả sử $M(x_0,y_0)$ thuộc đồ thị (C), khi đó thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M là

$$y=\frac{-1}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+y_0.$$

Để tiếp tuyến song song với đường thẳng d: $x+y=1$ thì $\dfrac{-1}{(x_0-2)^2}=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3.\end{array}\right.$

Khi $x=1$ thì tiếp tuyến đó là đường thẳng d nên loại. Vậy có một điểm M thỏa mãn.

[2D152371]Cho hàm số $y=-2x^3+6x^2-5$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ bằng 3 là

A $y=18x+49$. **B** $y=-18x-49$. **C** $y=-18x+49$. **D** $y=18x-49$.

Lời giải

$y'=-6x^2+12x$.

Ta có $y'(3)=-18$ và $y(3)=-5$ nên phương trình tiếp tuyến là $y=-18x+49$.

[2D152372]Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 2 = 0$.

A. $y = 3x - 8$.
B. $y = 3x + 14$.
C. $y = 3x + 5$, $y = 3x - 8$.
D. $y = 3x + 14$, $y = 3x + 2$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{3}{(x+2)^2}$ và $d\colon y = 3x + 2$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) là tiếp điểm. Vì tiếp tuyến của (C) tại M song song với d nên

$$\frac{3}{(x_0+2)^2} = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -1 \\ x_0 = -3. \end{array}\right.$$

Với $x_0 = -1$ thì $y_0 = -1$ và phương trình tiếp tuyến là $y = 3x + 2$.
Với $x_0 = -3$ thì $y_0 = 5$ và phương trình tiếp tuyến là $y = 3x + 14$.

[2D152373]Tìm tọa độ của tất cả các điểm M trên đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại điểm M song song với đường thẳng $d\colon x - 2y + 7 = 0$.

A $M(1;0)$ và $M(-3;2)$.

B $M(0;1)$ và $M(2;-3)$.

C $M(1;0)$.

D $M(-3;2)$.

Lời giải

Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Đạo hàm $y' = \dfrac{2}{(x+1)^2}$. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

$d\colon x - 2y + 7 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{7}{2}$.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm M song song với đường thẳng d nên hệ số góc của tiếp tuyến là $\dfrac{1}{2} \Rightarrow y'(x_0) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2}{(x_0+1)^2} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} & x_0 = 1 \\ & x_0 = -3. \end{aligned}\right.$

- $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $y = \dfrac{1}{2}(x-1)$ (nhận).

- $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $y = \dfrac{1}{2}(x+3) + 2 \Rightarrow y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{7}{2}$ (loại).

Vậy $M(1;0)$.

[2D152374]Cho hàm số $y = \dfrac{x^4}{2} - 3x^2 + \dfrac{5}{2} (C)$ và điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = a$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại 2 điểm phân biệt khác M.

A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải

Ta có $f'(a) = 2a^3 - 6a$. Suy ra phương trình tiếp tuyến tại M là

$$\Delta : y = (2a^3 - 6a)(x - a) + \frac{a^4}{2} - 3a^2 + \frac{5}{2}.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C) là

$$x^4 - 6x^2 - 2(2a^3 - 6a)(x - a) - a^4 + 6a^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(a - x)^2 = 0\\ x^2 + 2ax + 3a^2 - 6 = 0\ (*)\end{array}\right.$$

Để thỏa yêu cầu đề bài thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác a.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3a^2 + 6 > 0 \\ 6a^2 \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3}) \setminus \{\pm 1\}$. Theo yêu cầu đề bài ta tìm được $a = 0$.

[2D152375]Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x + 2$.

A $y = x + \dfrac{68}{27}$. **B** $y = x + 2$. **C** $y = x + \dfrac{50}{27}$. **D** $y = x - \dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Tiếp tuyến Δ song song với đường thẳng $d\colon y = x + 2$ nên Δ có dạng $y = x + m$, $m \neq 2$.

Điều kiện tiếp xúc của Δ và (C) là $\begin{cases} -x^3 + 2x^2 + 2 = x + m & (1) \\ -3x^2 + 4x = 1. & (2) \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1}{3}. \end{array}\right.$

- Với $x = 1$, $(1) \Leftrightarrow m = -x^3 + 2x^2 - x + 2 = 2$ (loại).
- Với $x = \dfrac{1}{3}$, $(1) \Leftrightarrow m = -x^3 + 2x^2 - x + 2 = \dfrac{50}{27}$ (nhận).

Vậy tiếp tuyến cần tìm là $y = x + \dfrac{50}{27}$.

[2D152376]Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $(C)\colon y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ mà song song với đường thẳng $y = 3x - 3$?

(A) 1. (B) 3. (C) 0. **D** 2.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Đặt $y = f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = f'(x) = \dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại $(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow d\colon y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Mà d song song với đường thẳng $y = 3x - 3$.

Nên $f'(x_0) = 3 \Rightarrow \dfrac{3}{(x_0+1)^2} = 3 \Rightarrow x_0 = 0$ hoặc $x_0 = -2$.

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1$; $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 5$.

Khi đó ta có $d\colon y = 3x - 1$ hoặc $d\colon y = 3x + 11$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán.

[2D152377]Cho hàm số $y = x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 - 6x + \dfrac{481}{27}$. Số các tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x - \dfrac{7}{3}$ là

A 3. B 2. $\boxed{\text{C}}$ 1. D 0.

Lời giải

Gọi $(d): y = 2x + m$ với $m \neq -\dfrac{7}{3}$.

Ta thấy (d) tiếp xúc với $(C): y = x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 - 6x + \dfrac{481}{27}$ khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm $\begin{cases} x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 - 6x + \dfrac{481}{27} = 2x + m \\ 3x^2 - 5x - 6 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 - 8x + \dfrac{481}{27} \\ x = -1 \vee x = \dfrac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{1205}{54} \\ x = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} m = -\dfrac{7}{3} \quad \text{(loại)} \\ x = \dfrac{8}{3} \end{cases}.$

Vậy có một tiếp tuyến thỏa bài toán.

[2D152378]Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị (C), tiếp tuyến của (C) có hệ số góc đạt giá trị bé nhất khi nào?

A $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\dfrac{b}{3a}$.

B $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\dfrac{b}{3a}$.

C $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\dfrac{b}{3a}$.

D $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\dfrac{b}{3a}$.

Lời giải

$y' = 3ax^2 + 2bx + 2; y'' = 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{b}{3a}$, y' đạt GTNN khi $a > 0, y'' = 0$.

[2D152379]Cho hàm số $y = 2x^4 - 8x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành?

A 0. B 1. C 2. D 3.

Lời giải

Gọi tiếp tuyến song song với trục hoành là $d : y = m$, $m \neq 0$.

Điều kiện tiếp xúc là $\begin{cases} 2x^4 - 8x^2 = m \\ 8x^3 - 16x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ m = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ m = -8 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ m = -8. \end{cases}$

So điều kiện, nhận $m = -8$. Vậy có một tiếp tuyến thỏa bài toán.

[2D152380]Đồ thị hàm số $y = x^2\left(x^2-3\right)$ tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x$ tại bao nhiêu điểm?

A 0. B 1. C 2. D 3.

Lời giải

Để đường thẳng tiếp xúc với đường cong thì hệ $\begin{cases} x^2\left(x^2-3\right)=2x \\ 4x^3-6x=2 \end{cases}$ có nghiệm.

Ta có $\begin{cases} x^2\left(x^2-3\right)=2x \\ 4x^3-6x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4-3x^2-2x=0 \\ 4x^3-6x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \vee x=2 \vee x=-1 \\ x=-1 \vee x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=-1.$

Vậy đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng tại một điểm duy nhất.

[2D152381]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-3}{2x+1}$ cùng với 2 tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng

A 6. **B** 7. **C** 5. **D** 4.

Lời giải

Tiệm cận ngang là $y=2$, tiệm cận đứng $x=-\dfrac{1}{2}$.

Gọi giao điểm của hai tiệm cận là $A\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

$y'=\dfrac{4(2x+1)-2(4x-3)}{(2x+1)^2}=\dfrac{10}{(2x+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $M\left(m;2-\dfrac{5}{2m+1}\right)$ $(m\neq-\dfrac{1}{2})$ thuộc đồ thị hàm số y là

$$y=\frac{10}{(2m+1)^2}(x-m)+2-\frac{5}{2m+1}.$$

Gọi $B(x_B;2)$ và $C\left(-\dfrac{1}{2};y_C\right)$ lần lượt là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận ngang và tiệm cận đứng. Suy ra $x_B=\dfrac{4m+1}{2}$ và $y_C=\dfrac{4(m-2)}{2m+1}$.

Ta có $AB=|x_B-x_A|=|2m+1|$ và $AC=|y_C-y_A|=\dfrac{10}{|2m+1|}$.

Vậy diện tích cần tìm là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot AC=5$.

[2D152382]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x - 3$ tại điểm $M(1; -3)$.

A $y = 5x - 8$. **B** $y = 3x - 6$. **C** $y = -3x$. **D** $y = -3x + 6$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 2x - 2,\ y'(1) = 3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = 3 \cdot (x - 1) - 3 = 3x - 6$.

[2D152383]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung.

A $y=x+2$. **B** $y=x$. **C** $y=-x+2$. **D** $y=-x$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $M(0;2)$.

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2},\ y'(0)=-1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y=-1\cdot x+2=-x+2$.

[2D152384]Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax + b$ $(a \neq b)$. Biết rằng tiếp tuyến với đồ thị tại các điểm có hoành độ $x = a$ và $x = b$ song song với nhau. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

A $f(1) = 1$. **B** $f(1) = a + b$. **C** $f(1) = -1$. **D** $f(1) = a - b$.

Lời giải

$f'(x) = 3x^2 + a$.

Theo bài ra ta có hệ $\begin{cases} f'(a) = f'(b) \\ a \neq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a^2 + a = 3b^2 + b \\ a \neq b \end{cases} \Leftrightarrow a = -b$.

Suy ra $f(x) = x^3 + ax - a \Rightarrow f(1) = 1$.

[2D152385]Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung bằng

A 1. **B** -1. **C** 2. **D** -1.

Lời giải

$y' = \dfrac{1}{(x+1)^2}$.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị với trục tung là $y'(0) = 1$.

[2D152386]Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là

A $y = 3x + 1$. **B** $y = 3x - 2$. **C** $y = 3x = 2$. **D** $y = 3x - 1$.

Lời giải

$y' = \dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Gọi M là điểm giao điểm của đồ thị với trục tung. Suy ra $M(0; -1)$.

$y'(0) = 3$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(0; -1)$ là $y = 3x - 1$.

[2D152387]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ có phương trình là

A $y = -3x + 8$. B $y = 2x - 1$. C $y = -4x - 3$. D $y = -4x + 13$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{-4}{(x-1)^2}$.

Tại $x_0 = 2 \Rightarrow \begin{cases} y(2) = 5 \\ y'(2) = -4. \end{cases}$

Vậy phương trình tiếp tuyến tại điểm $x_0 = 2$ là $y = -4x + 13$.

[2D152388]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x}{x-2}$ tại điểm có hoành độ $x = 3$.

A $y = -4x - 6$. B $y = -x + 18$. C $y = -4x + 6$. D $y = -4x - 18$.

Lời giải

Với $x = 3 \Rightarrow y = 6$, ta có điểm $A(3; 6)$ thuộc đồ thị hàm số.

Ta có $y' = \dfrac{-4}{(x-2)^2}$ và $y'(3) = -4$. Vậy phương trình tiếp tuyến tại A là

$$y = -4(x-3) + 6 \Leftrightarrow y = -4x + 18.$$

[2D152389]Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -5x - 3$.

A 1.   **B** 0.   **C** 2.   **D** 3.

Lời giải

Gọi $M(x_0; \dfrac{2x_0+3}{x_0-1})$ là tiếp điểm.

Ta có $y' = \dfrac{-5}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(x_0) = \dfrac{-5}{(x_0-1)^2}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại M là $d\colon y = \dfrac{-5}{(x_0-1)^2}(x - x_0) + \dfrac{2x_0+3}{x_0-1}$

Để tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -5x - 3$, ta có $\begin{cases} \dfrac{-5}{(x_0-1)^2} = -5 \\ \dfrac{2x_0^2 + 6x_0 - 3}{(x_0-1)^2} \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -5x - 3$ là $y = 2x + 17$.

[2D152390]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại điểm $M(0; 2)$ là

A. $y = 3x - 2$.
B. $y = -3x - 2$.
C. $y = 3x + 2$.
D. $y = -3x + 2$.

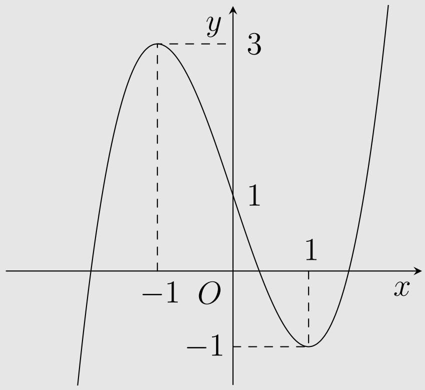
Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

$\Rightarrow y'(0) = -3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(0; 2)$ là $y = -3(x - 0) + 2 \Leftrightarrow y = -3x + 2$.

[2D152391]
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ vuông góc với $x + 4y + 2018 = 0$ là



A 2. **B** 4. **C** 3. **D** 1.

Lời giải

Hệ số góc của đường thẳng $x + 4y + 2018 = 0$ là $k = -\dfrac{1}{4}$. Để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ vuông góc với $x + 4y + 2018 = 0$ thì

$$f'(x) \cdot k = -1 \Leftrightarrow f'(x) = 4 \Rightarrow \text{ phương trình này có một nghiêm.}$$

[2D152392]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$ tại giao điểm của (C) và Oy.

A $y = x - 2$. **B** $y = -x + 2$. **C** $y = -x + 1$. **D** $y = -x - 2$.

Lời giải

Giao điểm của (C) và Oy là điểm $M(0;2)$.

Ta có $y' = -\dfrac{1}{(x+1)^2}$ nên $y'(0) = -1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -1(x-0)+2 \Leftrightarrow y = -x+2$.

[2D152393]Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Số các tiếp tuyến với đồ thị (C) mà các tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d\colon y = -\dfrac{1}{3}x + 1$ là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 0.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 3$.

Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d\colon y = -\dfrac{1}{3}x + 1$ có hệ số góc $k = 3$.

Hoành độ tiếp điểm là nghiệm phương trình $y' = k \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn.

[2D152394]Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là

A $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$.
B $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$.
C $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$.
D $y = \dfrac{1}{4}x - \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(1) = \dfrac{1}{2}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(1;0)$ là

$$y = \frac{1}{2}(x-1) + 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$$

[2D152395]Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d có hệ số góc dương.

B. d song song với đường thẳng $x = 3$.

C. d có hệ số góc âm.

D. d song song với đường thẳng $y = 3$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm $(0; 2)$.
Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $(0; 2)$ là

$$d\colon y = 0(x - 0) + 2 \Leftrightarrow y = 2.$$

[2D152396]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 6x - 11$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung.

A. $y = 6x - 11$.

B. $y = -6x - 11$.

C. $y = -6x - 11$ và $y = -6x - 1$.

D. $y = 6x - 11$ và $y = 6x - 1$.

Lời giải

Giao điểm của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 6x - 11$ và trục tung là $A(0, -11)$.

Tiếp tuyến tại A là $y = f'(0)(x - 0) + f(0) = -6x - 11$.

[2D152397]Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường cong $y = x^3 - 3mx + m + 1$ tiếp xúc với trục hoành.

A $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m < -1$. (D) $m > 1$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 3m = 3(x^2 - m)$ và $y'' = 6x$. Suy ra đồ thị có điểm uốn là $(0; m + 1)$ và tiếp tuyến tại điểm uốn có phương trình $y = -3mx + m + 1$. Tiếp tuyến này không thể là trục hoành, do đó đồ thị hàm số tiếp xúc trục hoành khi và chỉ khi nó có hai cực trị và $y_{\text{CĐ}} \cdot y_{\text{CT}} = 0$. Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi $m > 0$. Khi đó hai cực trị của hàm số là $x_1 = \sqrt{m}$ và $x_2 = -\sqrt{m}$. Ta có

$$\begin{aligned}
&x_1 = \sqrt{m} \Rightarrow y_1 = (\sqrt{m})^3 - 3m\sqrt{m} + m + 1 = -2m\sqrt{m} + m + 1.\\
&x_2 = -\sqrt{m} \Rightarrow y_2 = 2m\sqrt{m} + m + 1.
\end{aligned}$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned}
&y_{\text{CĐ}} \cdot y_{\text{CT}} = 0 \Leftrightarrow y_1 y_2 = 0\\
\Leftrightarrow\ &\left(-2m\sqrt{m} + m + 1\right)\left(2m\sqrt{m} + m + 1\right) = 0\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{aligned} &-2m\sqrt{m} + m + 1 = 0\\ &2m\sqrt{m} + m + 1 = 0 \end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &m = 1 \text{ (nhận)}\\ &m = -1 \text{ (loại)}. \end{aligned}\right.
\end{aligned}$$

[2D152398]Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị $(\mathscr{C})$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(\mathscr{C})$ song song với đường thẳng $d\colon 3x - y + 2 = 0$ là

A. $y = 3x + 14$ và $y = 3x + 2$.

B. $y = -3x - 14$.

C. $y = 2x - 3$.

D. $y = 3x + 14$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{3}{(x+2)^2}$. Đường thẳng $d\colon y = 3x + 2$ có hệ số góc $k = 3$. Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, ta có $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \dfrac{3}{(x_0+2)^2 = 3} \Leftrightarrow (x_0+2)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x_0 = -1 \\ &x_0 = -3 \end{aligned}\right.$.

- Với $x_0 = -1$, ta có $y_0 = -1$, phương trình tiếp tuyến là $y = 3x + 2$ (loại do trùng với d).
- Với $x_0 = -3$, ta có $y_0 = 5$, phương trình tiếp tuyến là $y = 3x + 14$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3x + 14$.

[2D152399]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ tại điểm $M(2; -8)$ là

(A) $y = 24x - 56$.
(B) $y = 4x$.
(C) $y = -24x + 40$.
(D) $y = -24x + 56$.

Lời giải

Ta có $x_0 = 2$, $y_0 = -8$, $y' = -4x^3 + 4x$ nên $k = y'(2) = -24$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -24(x-2) - 8 = -24x + 40$.

[2D152400]Gọi A là giao điểm của $(C)\colon y=\dfrac{x-2}{x-1}$ và trục hoành. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm A.

A $y=x-2$. (B) $y=2x-4$. (C) $y=-x+2$. (D) $y=-2x+4$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là $\dfrac{x-2}{x-1}=0\Leftrightarrow x-2=0\Leftrightarrow x=2$.

Suy ra $A(2;0)$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x-1)^2}\Rightarrow y'(2)=1$.

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại A là

$y=y'(2)(x-2)+0\Leftrightarrow y=1(x-2)\Leftrightarrow y=x-2$.

[2D152401]Gọi (P) là đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x + 3$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào là tiếp tuyến của (P).

A $y = -x - 3$. **B** $y = 11x + 4$. **C** $y = -x + 3$. **D** $y = 4x - 1$.

Lời giải

Xét hàm số $y = 2x^3 - x + 3$ trên $\mathbb{R}$.
Ta có $y' = 6x^2 - 1$.
Ta xét đường thẳng $y = -x + 3$, khi đó

$$\begin{cases} 2x^3 - x + 3 = -x + 3 \\ 6x^2 - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 = 0 \\ 6x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $x = 0$. Nên đồ thị (P) tiếp xúc với đường thẳng $y = -x + 3$.

[2D152402]Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 5x - 2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = -5x + 2019$?

A. 2. B. 4. **C. 1.** D. 3.

Lời giải

Đường thẳng $(d)\colon y = -5x + 2019$ có hệ số góc $k = -5$.

Xét hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 5x - 2$ có:

$y' = 4x^3 + 4x - 5$.

Do tiếp tuyến của (C) song song với d nên suy ra: $4x^3 + 4x - 5 = -5 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy có một tiếp tuyến của (C) song song với d.

[2D152403]Cho hàm số $y = \dfrac{x-m}{x+1}$ có đồ thị (C_m). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 song song với đường thẳng $y = 3x + 1$?

A $m = 3$.   B $m = 2$.   C $m = 1$.   D $m = -2$.

Lời giải

$y' = \dfrac{1+m}{(x+1)^2}$.

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = -m \Rightarrow$ tiếp điểm $(0; -m)$.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 song song với đường thẳng $y = 3x + 1$
$\Rightarrow y'(0) = 3 \Leftrightarrow 1 + m = 3 \Leftrightarrow m = 2$.

Với $m = 2$ thì phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 là $y = 3x - 2$.

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

[2D152404]Tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ là đường thẳng

A song song với trục tung.

B song song với trục hoành.

C song song với đường thẳng $y = x$.

D có hệ số góc bằng -1.

Lời giải

Ta thấy đồ thị (C) hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ có điểm cực đại là $A(2; 4)$.

Tiếp tuyến tại $A(2; 4)$ với đồ thị (C) là $d\colon y = 4$.

Ta thấy d song song với trục hoành.

[2D152405]Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung có phương trình là

A $3x - y - 2 = 0$. **B** $3x + y - 2 = 0$. **C** $-3x + y - 2 = 0$. **D** $y = -3x - 2$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 3x^2 - 3$.
Khi $x = 0$ suy ra $y = -2$, theo giả thiết suy ra (C) cắt trục tung tại điểm $M(0; -2)$.
Khi đó phương trình tiếp tuyến tại M là $y = y'(0) \cdot (x - 0) - 2 \Leftrightarrow y = -3x - 2$.

[2D152406]Trên đồ thị $(C)\colon y=\dfrac{x-1}{x-2}$ có bao nhiêu điểm M mà tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d\colon x-y=1$?

A 4. **B** 1. **C** 2. **D** 0.

Lời giải

Gọi $M(x_0;y_0)$. Ta có $y'=\dfrac{x-2-x+1}{(x-2)^2}=\dfrac{-1}{(x-2)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là

$$\begin{aligned} y &= \frac{-1}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+y_0 \\ &= \frac{-1}{(x_0-2)^2}x+\frac{x_0}{(x_0-2)^2}+y_0. \end{aligned}$$

Tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d\colon x-y=1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \dfrac{-1}{(x_0-2)^2}=1 \\ \dfrac{x_0}{(x_0-2)^2}+y_0\neq -1 \end{cases} \text{(hệ vô nghiệm).}$$

Vậy không tồn tại điểm M thỏa yêu cầu bài toán.

[2D152407]Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là

A $y = 9$. **B** $y = x + 9$. **C** $y = 6x + 9$. **D** $y = 3$.

Lời giải

Ta có hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C).
Theo giả thiết bài toán ta có tọa độ tiếp điểm là $(-1; 3)$ và hệ số góc $k = f'(x_0) = 3x_0^2 - 3 = 0$.
Phương trình tiếp tuyến là

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 0(x + 1) + 3 \Leftrightarrow y = 3.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = 3$.

[2D152408]Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d có hệ số góc âm.

B. d song song với đường thẳng $x = 3$.

C. d có hệ số góc dương.

D. d song song với đường thẳng $y = 3$.

Lời giải

d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của hàm số nên hệ số góc của d bằng 0, suy ra mệnh đề đúng là d song song với đường thẳng $y = 3$.

[2D152409]Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng -2 là

A $y = 3x + 5$. **B** $y = -3x + 1$. **C** $y = 3x + 11$. **D** $y = -3x - 1$.

Lời giải

M là điểm có hoành độ là -2 thuộc đồ thị, nên $M(-2; 5)$.

Hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có tập xác định là $\mathscr{D} \setminus \{-1\}$.

Đạo hàm $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến tại M là $d \colon y = \dfrac{3}{(-2+1)^2}(x+2) + 5$.

Vậy $d \colon y = 3x + 11$.

[2D152410]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm $A(3;1)$ là đường thẳng

A $y = -9x - 26$. **B** $-9x - 3$. **C** $y = 9x - 2$. **D** $y = 9x - 26$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $A(3;1)$ là $k = y'(3) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $A(3;1)$ là $y = 9(x-3) + 1 = 9x - 26$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = 9x - 26$.

[2D152411]Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M thuộc C và có hoành độ bằng 3 là

A. $y = 18x + 49$.
B. $y = 18x - 49$.
C. $y = -18x + 49$.
D. $y = -18x - 49$.

Lời giải

Ta có $M(3; -5)$ và $y' = -6x^2 + 12x$ suy ra $y'(3) = -18$.
Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm M là $y = -18(x-3) - 5 \Leftrightarrow y = -18x + 49$.

[2D152412]Cho hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm M là giao điểm của (C) và trục tung. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là phương trình nào trong các phương trình sau

A $y = 4x - 3$. **B** $y = -4x - 3$. **C** $y = 4x + 7$. **D** $y = 4x + 3$.

Lời giải

- M là giao điểm của (C) và trục tung nên $M(0; -3)$.
- $y' = \dfrac{4}{(x+1)^2}$.
- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(0; -3)$ là

$$\Delta\colon y = y'(0)(x-0) + y(0) \Rightarrow \Delta\colon y = 4x - 3.$$

[2D152413]Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $5x - 4y - 2 = 0$?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Đạo hàm $y' = \dfrac{x^2 - 4x + 5}{(x-2)^2}$. Phương trình đường thẳng $5x - 4y - 2 = 0$ có hệ số góc $k = \dfrac{5}{4}$.

Gọi tiếp điểm $M(x_0; y_0)$, phương trình tiếp tuyến tại điểm M của đồ thị hàm số là

$$y = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x-2)^2} \cdot (x - x_0) + y_0$$

Vì tiếp tuyến song song với $5x - 4y - 2 = 0$ nên

$$\begin{aligned}
&\frac{x_0^2 - 4x_0 + 5}{(x_0 - 2)^2} = \frac{5}{4} \quad \text{với } x \neq 2 \\
\Leftrightarrow & x_0^2 - 4x_0 = 0 \\
\Leftrightarrow & \left[\begin{aligned} & x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow (d_1)\colon y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{2} \text{ trùng với } (d) \text{ (loại)} \\ & x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = \frac{5}{2} \Rightarrow (d_2)\colon y = \frac{5}{4}x - \frac{5}{2}. \end{aligned}\right.
\end{aligned}$$

Do đó, chỉ có 1 tiếp tuyến thỏa mãn đề bài.

[2D152414]Cho đồ thị hàm số $(C)\colon y = x^4 - 4x^2 - 2x + 1$, và đường thẳng $(d)\colon 2x + y - 1 = 0$. Số giao điểm của (d) và (C) là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là

$$x^4 - 4x^2 - 2x + 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right. .$$

Số giao điểm của (d) và (C) là 3.

[2D152415]Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết rằng tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

(A) $y = -3x + 3$. (B) $y = -3x + 6$. **C** $y = -3x$. (D) $y = -3x - 6$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3^2 + 6x = 3(x+1)^2 - 3 \geq -3$, khi đó hệ số góc nhỏ nhất khi và chỉ khi $k = -3$. Hệ số góc của phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn $k = -3$.

Phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất là

$$y = -3(x+1) + 3 = -3x.$$

Chú ý Có thể nhắc học Tiếp tuyến với đồ thị hàm số bậc ba $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có hệ số góc nhỏ nhất khi và chỉ khi tiếp tuyến tại điểm uốn của đồ thị hàm số. Ta có $y' = 3x^2 + 6x$; $y'' = 6x + 6$. Điểm uốn của đồ thị là $y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 3$.

[2D152416]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C): $y = x^4 - x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A $y = 2x + 3$. **B** $y = 2x - 1$. **C** $y = 2x + 1$. **D** $y = 1$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 2x, y'(1) = 2, y(1) = 1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y = 2(x - 1) + 1 = 2x - 1$.

[2D152417]Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C)\colon y = 2x^2 - x^4$ song song với trục hoành?

(A) 3. $\boxed{\text{B}}$ 1. (C) 0. (D) 2.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x - 4x^3, y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$

Với $x = 0$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = 0$ (không thỏa mãn).
Với $x = \pm 1$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = 1$ (thỏa mãn).
Vậy có 1 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[2D152418]Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2}{2-x}$ cắt đồ thị (C') của hàm số $y=x^2+1$ tại hai điểm A, B. Tiếp tuyến tại hai điểm A, B với đồ thị (C) có hệ số góc lần lượt là k_1, k_2. Tính tổng k_1+k_2.

A. $k_1+k_2=3$.
B. $k_1+k_2=1$.
C. $k_1+k_2=\dfrac{5}{2}$.
D. $k_1+k_2=-\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{2}{2-x}\Rightarrow y'=\dfrac{2}{(2-x)^2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2}{2-x}=x^2+1\Rightarrow x\left(x^2-2x+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1.\end{array}\right.$$

Suy ra $k_1=y'(0)=\dfrac{1}{2}$ và $k_2=y'(1)=2$.

Vậy $k_1+k_2=\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{5}{2}$.

[2D152419]Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$, có đồ thị (C). Tiếp tuyến với (C) tại điểm cực đại là

(A) $y = x + 1$. $\boxed{\text{B}}$ $y = 1$. (C) $y = 2$. (D) Đáp án khác.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 4x; y'' = 12x^2 - 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{array}\right.$

$y''(0) = -4 < 0$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $x = 0$ là $y = y'(0)(x - 0) + y(0) \Leftrightarrow y = 1$.

[2D152420]Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 1$. Trong các tiếp tuyến với đồ thị, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng

A. 2. B. 1. C. -1. **D.** 3.

Lời giải

- $y' = 3x^2 - 6x + 6$. Ta có $y'_{\min} \Leftrightarrow x = 1$.
- Hệ số góc nhỏ nhất là $y'(1) = 3$.

[2D152421]Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 6$. Suy ra $y' = 3(x-1)^2 + 3 \geq 3$.
Do đó hàm số y' đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3 tại $x = 1$.
Vậy tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất là 3.

[2D152422]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = (x^2-1)^2$ tại điểm $M(2;9)$ là

(A) $y = 6x - 3$. (B) $y = 8x - 7$. (C) $y = 24x - 39$. (D) $y = 6x + 21$.

Lời giải

Hàm số $y = f(x) = (x^2-1)^2$ có $y' = 4x\left(x^2-1\right)$.

Khi đó $f'(2) = 24$. Do đó tiếp tuyến tại $M(2;9)$ của đồ thị hàm số $y = f(x) = (x^2-1)^2$ là $y = 24(x-2) + 9 = 24x - 39$.

[2D152423]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x+1}{3x-2}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có hệ số góc là

A -1.　　**B** $\dfrac{1}{4}$.　　**C** $-\dfrac{5}{4}$.　　**D** $-\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $M\left(0;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $y' = \dfrac{-1}{(3x-2)^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $k = y'(0) = -\dfrac{1}{4}$.

[2D152424]Tính khoảng cách giữa các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ (C) tại các điểm cực trị của (C).

A 4. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Suy ra hai điểm cực trị $A(-1; 3)$ và $B(1; -1)$.

Do tiếp tuyến tại điểm cực trị song song với trục hoành, nên khoảng cách giữa hai tiếp tuyến bằng $|y_A = y_b| = |3 - (-1)| = 4$.

[2D152425]Tìm m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m-3)x - 1$ đều có hệ số góc dương.

A. $m \neq 0$. B. $m > 1$. C. $m \neq 1$. D. $m \in \varnothing$.

Lời giải

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m-3)x - 1$ tại tiếp điểm $M(x_0; y_0)$ là $y'(x_0) = 3x_0^2 - 2mx_0 + 2m - 3$.

Hệ số góc luôn dương $\Leftrightarrow y'(x_0) > 0, \forall x_0 \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m-3)^2 < 0 \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

[2D152426]Tìm hoành độ tiếp điểm x_0 của parabol $(P)\colon y = x^2 - 3x + 4$ và đường cong $(C)\colon y = 1 + \dfrac{1}{x}$.

A $x_0 = 2$. **B** $x_0 = -1$. **C** $x_0 = \dfrac{1}{2}$. **D** $x_0 = 1$.

Lời giải

Điều kiện tiếp xúc của (P) và (C) là $\begin{cases} x^2 - 3x + 4 = 1 + \dfrac{1}{x} \\ 2x - 3 = -\dfrac{1}{x^2} \end{cases}$ có nghiệm.

Ta có hệ tương đương với $\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \\ 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\dfrac{1}{2} \vee x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

[2D152427]Cho hàm số $y = 2x^4 - 8x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành?

A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 0.

Lời giải

Gọi tọa độ tiếp điểm là $(x_0; y_0)$.

Ta có: $k = f'(x_0) = 8x_0^3 - 16x_0$.

Để tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với trục hoành thì $k = 0$ và phương trình tiếp tuyến có dạng $y = y_0$ $(y_0 \neq 0)$.

Do đó: $8x_0^3 - 16x_0 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0 \text{ (loại)} \\ x_0 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y_0 = -8 \text{ (nhận)}. \end{array}\right.$

[2D152428]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung?

(A) $y=x+2$. **B** $y=-x+2$. (C) $y=x$. (D) $y=-x$.

Lời giải

+ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm $A(0;2)$.

+ $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$; $\quad y'(0)=-1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ tại $A(0;2)$ là

$$y=-1(x-0)+2\Leftrightarrow y=-x+2.$$

[2D152429]Cho đồ thị $(H)\colon y = \dfrac{2x-4}{x-3}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H) tại giao điểm của (H) và Ox.

A $y = 2x$.   **B** $y = -2x + 4$.   **C** $y = -2x - 4$.   **D** $y = 2x - 4$.

Lời giải

Điều kiện: $x \neq 3$.

Gọi M là giao điểm của (H) và Ox. Cho $y = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow M(2;0)$.

Ta có $y' = -\dfrac{2}{(x-3)^2} \Rightarrow y'(2) = -2$.

Phương trình tiếp tuyến của (H) tại $M(2;0)$ là

$$d\colon y = y'(2)(x-2) \Rightarrow d\colon y = -2(x-2) \Rightarrow d\colon y = -2x + 4.$$

[2D152430]Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. d có hệ số góc âm.

B. d có hệ số góc dương.

C. d song song với đường thẳng $y = -4$.

D. d song song với trục Ox.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 3$, $y'' = 6x$. Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ và $y''(\pm 1) = \pm 6$. Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = -1$ là $y = y'(-1)(x+1) + y(-1) = 0$.

[2D152431]Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$ có đồ thị (C). Hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến với đồ thị (C) là

A. 1. B. 6. C. 12. D. 9.

Lời giải

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 9 = -3(x-1)^2 + 12 \leq 12$.

Do đó hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến là $\max\limits_{x \in \mathbb{R}} y' = 12$.

[2D152432]Tiếp tuyến của đồ thị $(C)\colon y = \dfrac{1-x}{x+1}$ tại điểm có tung độ bằng 1 song song với đường thẳng

A. $(d)\colon y = 2x - 1$.

B. $(d)\colon y = -x + 1$.

C. $(d)\colon y = x - 1$.

D. $(d)\colon y = -2x + 2$.

Lời giải

Tiếp tuyến tại $A(0;1)$ với (C) có dạng $(\Delta)\colon y = y'(0)x + 1 = -2x + 1$.

Vậy tiếp tuyến $(\Delta) \parallel (d)\colon y = -2x + 2$.

[2D152433]Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x + 1$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung.

A. $y = 3x - 1$.
B. $y = 3x + 1$.
C. $y = -3x + 1$.
D. $y = 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung nên giao điểm có hoành độ bằng 0.
Thế $x = 0$ vào $y = -x^3 + 3x + 1$ ta được $y = 1$.
Do đó giao điểm của đồ thị của hàm số với trục tung là điểm $A(0; 1)$.
Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(0; 1)$
$\Rightarrow \Delta\colon y = f'(0)(x - 0) + 1$
$\Rightarrow \Delta\colon y = 3x + 1$.

[2D152434]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm $A(-1; -2)$ là

A $y = 24x - 2$. **B** $y = 9x + 7$. **C** $y = 24x + 7$. **D** $y = 9x - 2$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(-1) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = y'(-1)(x + 1) - 2 \Leftrightarrow y = 9(x + 1) - 2 \Leftrightarrow y = 9x + 7$.

[2D152435]Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng 3. Tìm hệ số góc k của đường thẳng d.

A $-\dfrac{1}{2}$. $\boxed{\text{B}}$ -2. C 2. D $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$.

Mặt khác tung độ của tiếp tuyến là $y=3$ nên $\dfrac{x+1}{x-1}=3 \Leftrightarrow x+1=3x-3 \Leftrightarrow x=2$.

Hệ số góc k của tiếp tuyến tại điểm có tung độ $y=3$ là $k=y'(2)=-2$.

[2D152436]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

A. $y = x - 1$.
B. $y = 2x - 4$.
C. $y = 2x$.
D. $y = 2x + 4$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 1$; $y'(1) = 2$.
Với $x = 1$ thì $y = -2$.
Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

$$y - (-2) = 2(x - 1) \Leftrightarrow y = 2x - 4.$$

[2D152437]Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị $(C)\colon y = x^4 - 3x^2 + 1$ tại giao điểm của (C) và parabol $(P)\colon y = -3x^2 + 1$.

A $y = 0$. **B** $y = 2$. **C** $y = 1$. **D** $y = -1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là $x^4 - 3x^2 + 1 = -3x^2 + 1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 1$.
Tiếp tuyến tại $M(0;1) \in (C)$ là $y = y'(0)(x - 0) + 1 = 1$.

[2D152438]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x}{x+1}$ tại điểm có tung độ bằng 3 là

A $x - 2y + 9 = 0$. **B** $x - y + 6 = 0$. **C** $2x - y + 9 = 0$. **D** $x - 2y - 3 = 0$.

Lời giải

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, ta có

$$\frac{2x_0}{x_0+1} = 3 \Leftrightarrow 2x_0 = 3x_0 + 3 \Leftrightarrow x_0 = -3.$$

Suy ra phương trình tiếp tuyến

$$y = y'(-3)(x+3) + 3 = \frac{1}{2}(x+3) + 3 \Leftrightarrow x - 2y + 9 = 0.$$

[2D152439]Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}+2mx+m^2-3$ với trục tung (m là tham số). Xác định giá trị của m sao cho tiếp tuyến tại M của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng có phương trình $y=\dfrac{1}{4}x+5$.

A $m=\dfrac{3}{7}$. **B** $m=\dfrac{4}{7}$. **C** $m=-\dfrac{7}{8}$. **D** $m=-\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x>-1$. Ta có $y'=\dfrac{x+2}{2\sqrt{x+1}(x+1)}+2m$.

Do tiếp tuyến tại điểm $M(0;m^2-3)$ song song với đường thẳng $d\colon y=\dfrac{1}{4}x+5$ thì

$$y'(0)=\frac{1}{4}\Leftrightarrow 1+2m=\frac{1}{4}\Leftrightarrow m=-\frac{3}{8}.$$

Với $m=-\dfrac{3}{8}$ thì phương trình tiếp tuyến tại $M\left(0;-\dfrac{183}{64}\right)$ là $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{183}{64}$.

[2D152440]Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 + 3$ tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số cắt đồ thị ở A, B khác tiếp điểm. Tính độ dài AB.

A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $y' = -x^3 + 4x$.

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2. \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	3	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
Phương trình tiếp tuyến tại $x = 0$ là $y = 3$.
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và tiếp tuyến là

$$-\frac{x^4}{4} + 2x^2 + 3 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

Do tiếp tuyến song song với trục hoành nên $AB = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

[2D152441]Cho hàm số $y = \dfrac{x+3}{x-2}$ có đồ thị $(\mathscr{C})$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có tung độ $y_0 = -4$ là

A. $x + 5y - 1 = 0$. B. $5x + y + 1 = 0$. C. $5x - y + 1 = 0$. **D.** $5x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $y_0 = -4 \Rightarrow x_0 = 1$. Tiếp điểm là $M(1; -4)$. Ta có $y' = \dfrac{-5}{(x-2)^2}$ và $y'(1) = -5$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = y'(1) \cdot (x - 1) + y_0 \Leftrightarrow 5x + y - 1 = 0$.

[2D152442]Tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

A. song song với trục hoành. **B.** có hệ số góc âm.

C. có hệ số góc bằng 1. **D.** song song với đường thẳng $x = 1$.

Lời giải

+ Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

+ Ta có $y' = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{2}{3}$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A\left(1; -\dfrac{2}{3}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến tại A là $y = y'(1)(x-1) - \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow y = -\dfrac{2}{3}$.

Vậy tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho song song với trục hoành.

[2D152443]Cho hàm số $(C)\colon y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tổng hệ số góc các tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và đường thẳng $d\colon y = x - 2$ là

A. 9. B. 16. C. 18. **D.** 15.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)\colon y = x^3 - 3x^2 + 1$ và đường thẳng $d\colon y = x - 2$ là

$$x^3 - 3x^2 + 1 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Khi đó tổng hệ số góc các tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và đường thẳng d là

$$k = y'(1) + y'(-1) + y'(3) = -3 + 9 + 9 = 15.$$

[2D152444]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\dfrac{1}{9}x$ là

(A) $y = -\dfrac{1}{9}x + 18$; $y = -\dfrac{1}{9}x + 5$.

(B) $y = \dfrac{1}{9}x + 18$; $y = \dfrac{1}{9}x - 14$.

C $y = 9x + 18$; $y = 9x - 14$.

(D) $y = 9x + 18$; $y = 9x + 5$.

Lời giải

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm $\Rightarrow y_0 = x_0^3 - 3x_0 + 2$.

Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số và có hệ số góc k_Δ. Khi đó $k_\Delta = 3x_0^2 - 3$.

Đường thẳng $d \colon y = -\dfrac{1}{9}x$ có hệ số góc $k_d = -\dfrac{1}{9}$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $k_\Delta \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow k_\Delta = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \\ x_0 = -2. \end{array}\right.$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $\Delta \colon y = 9x - 14$; $\Delta \colon y = 9x + 18$.

[2D152445]Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ có phương trình là

A $y = 2x - 2$.
B $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$.
C $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$.
D $y = x - 1$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(1) = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến tại $x_0 = 1$ là $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$.

[2D152446]Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $y = f(x) \cdot g(x)$ có tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 0$ có cùng hệ số góc và khác 0. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(0) - g(0) = 1$.

B. $f(0) - g(0) = -1$.

C. $f(0) + g(0) = 1$.

D. $f(0) + g(0) = -1$.

Lời giải

Hệ số góc của hàm số $y = f(x)$ tại $x = 0$ là $k_1 = f'(0)$.
Hệ số góc của hàm số $y = g(x)$ tại $x = 0$ là $k_2 = g'(0)$.
Hệ số góc của hàm số $y = f(x) \cdot g(x)$ tại $x = 0$ là $k_3 = f'(0) \cdot g(0) + f(0) \cdot g'(0)$.
Theo giả thuyết ta có:
$k_1 = k_2 = k_3$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow f'(0) \cdot g(0) + g'(0) \cdot f(0) = f'(0) = g'(0) \\ &\Leftrightarrow f'(0) \cdot g(0) + f'(0) \cdot f(0) = f'(0) \\ &\Leftrightarrow g(0) + f(0) = 1 \end{aligned}.$$

[2D152447]Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 - 2mx + 2018$ đều có hệ số góc không âm.

A $(-6; 0)$. **B** $[-6; 0]$. **C** $(-24; 0)$. **D** $[-24; 0]$.

Lời giải

$y = x^3 - mx^2 - 2mx + 2018 \Rightarrow y' = 3x^2 - 2mx - 2m$.

Hệ số góc của mỗi tiếp tuyến không âm

$\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 2mx - 2m \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 > 0 \\ \Delta'_{y'} = m^2 + 6m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-6; 0]$.

[2D152448]Cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 1$ có đồ thị là (C). Trong tất cả các tiếp tuyến với đồ thị (C), hãy tìm tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

A $y = -3x + \dfrac{11}{3}$. B $y = -5x + \dfrac{23}{3}$. C $y = -3x - \dfrac{7}{3}$. D $y = -5x - \dfrac{7}{3}$.

Lời giải

Ta có $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = (x-2)^2 - 3 \geq -3$.

Tuyến tuyến có hệ số góc nhỏ nhất là-3 tại điểm $M\left(2; \dfrac{-7}{3}\right)$

Vậy tiếp tuyến tại điểm $M\left(2; \dfrac{-7}{3}\right)$ có phương trình là $y = -3x + \dfrac{11}{3}$.

[2D152449]Viết phương trình tiếp tuyến của parabol $y = x^2$, biết tiếp tuyến đó đi qua điểm $A(0; -1)$.

A $\left[\begin{array}{l} y = -2x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{array}\right.$.

B $\left[\begin{array}{l} y = -x - 1 \\ y = x - 1 \end{array}\right.$.

C $\left[\begin{array}{l} y = -\dfrac{1}{2}x - 1 \\ y = \dfrac{1}{2}x - 1 \end{array}\right.$.

D $\left[\begin{array}{l} y = -4x - 1 \\ y = 4x - 1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Ta có $y = x^2 \Rightarrow y' = 2x$.
Gọi tiếp tuyến cần tìm là $y = 2x(x_0 - 0) - 1 = 2x_0 \cdot x - 1$. Gọi $M(x_0; x_0^2)$ là tiếp điểm.
Ta có $x_0^2 = 2x_0^2 - 1 \Rightarrow x_0 = \pm 1 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến cần tìm là $\left[\begin{array}{l} y = -2x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{array}\right.$.

[2D152450]Cho hai hàm số $y = \dfrac{1}{x\sqrt{2}}$, $y = \dfrac{x^2}{\sqrt{2}}$. Tìm góc giữa hai tiếp tuyến của mỗi đồ thị hàm số tại giao điểm của chúng?

A 0°. **B** 90°. **C** 45°. **D** 60°.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{1}{x\sqrt{2}} = \dfrac{x^2}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị $y = \dfrac{x^2}{\sqrt{2}}$ tại điểm $x = 1$ là $k_1 = \dfrac{2 \cdot 1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị $y = \dfrac{1}{x\sqrt{2}}$ tại điểm $x = 1$ là $k_2 = -\dfrac{1}{1^2 \cdot \sqrt{2}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Do $k_1 \cdot k_2 = -1$ nên hai tiếp tuyến vuông góc nhau hay góc giữa chúng là 90°.

[2D152451]Hỏi có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C)\colon y = x^3 - 3x + 2$ đi qua điểm $A(4; 22)$?

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 0.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $A(4; 22)$ là $d\colon y = k(x-4) + 22$.

Để d tiếp xúc $(C) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 2 = k(x-4) + 22 & (1) \\ 3x^2 - 3 = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Thế (2) vào (1) ta được $x^3 - 3x + 2 = (3x^2-3)(x-4) + 22 \Leftrightarrow 2x^3 - 12x^2 + 32 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 + \sqrt{3} \\ x = 2 \\ x = 2 - \sqrt{3} \end{array}\right.$.

Ứng với một nghiệm x là một giá trị k hay một tiếp tuyến nên có tất cả 3 tiếp tuyến.

[2D152452]Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C). Biết có hai điểm phân biệt A, B thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A, B song song nhau và $AB = 4\sqrt{2}$. Hỏi đường thẳng AB đi qua điểm nào dưới đây?

A $M(-1; -2)$. **B** $N(4; 2)$. C $P(-1; 2)$. D $Q(1; -2)$.

Lời giải

Cách 1: Gọi $A\left(x_1; x_1^3 - 3x_1^2 + 1\right)$, $B\left(x_2; x_2^3 - 3x_2^2 + 1\right)$ với $(x_1 \neq x_2)$.

Do tiếp tuyến tại A, B song song nhau nên chúng có cùng hệ số góc k.

Khi đó $3x^2 - 6x - k = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 + 3k > 0 \Leftrightarrow k > -3$ (*).

$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \left[x_2^3 - x_1^3 - 3\left(x_2^2 - x_1^2\right)\right]^2 = (x_2 - x_1)^2\left[1 + \left(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1 - 3x_2\right)^2\right]$

$\Leftrightarrow 32 = \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2\right]\left[1 + \left[(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 3(x_1 + x_2)\right]^2\right]$ (1).

Với $x_1 + x_2 = 2$ và $x_1x_2 = -\dfrac{k}{3}$ nên (1) $\Leftrightarrow 32 = \dfrac{4(k+3)}{3} \cdot \dfrac{9 + (k-6)^2}{9} \Leftrightarrow (k-9)(k^2+9) = 0$

$\Leftrightarrow k = 9$ (thỏa mãn $(*)$).

Khi đó $3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow A(-1; -3) \\ x = 3 \Rightarrow B(3; 1) \end{array}\right. \Rightarrow AB\colon x - y - 2 = 0.$

Do đó đường thẳng AB đi qua điểm $N(4; 2)$.

Cách 2: Tính chất "Với đồ thị hàm bậc ba, với tiếp tuyến tại hai điểm A, B của đồ thị song song nhau thì A, B đối xứng nhau qua điểm uốn".

$y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'' = 6x - 6 = 0 \Rightarrow I(1; -1)$ là điểm uốn.

Gọi $A\left(x_1; x_1^3 - 3x_1^2 + 1\right)$ là điểm cần tìm.

Theo đề bài và tính chất thì $AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow IA = 2\sqrt{2}$.

$IA^2 = (x_1 - 1)^2 + \left(x_1^3 - 3x_1^2 + 2\right)^2 \Leftrightarrow 8 = (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)^2[(x_1 - 1)^2 - 3]^2$ (2).

Đặt $t = (x-1)^2$ với $t \geq 0$ thì PT (2) $\Leftrightarrow t + t(t-3)^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow t^3 - 6t^2 + 10t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Với $t = 4 \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -1 & \Rightarrow A(-1; -3) \\ x = 3 & \Rightarrow B(3; 1) \end{array}\right.$ (do A, B có tính đối xứng).

Khi đó $AB\colon x - y - 2 = 0$ nên đường thẳng AB đi qua điểm $N(4; 2)$.

[2D152453]Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = mx^3 + 2mx^2 + 3x - 1$ đều dương là

A $\left[0; \dfrac{9}{4}\right]$. **B** $\left(0; \dfrac{9}{4}\right)$. **C** $\left(0; \dfrac{9}{4}\right]$. **D** $\left[0; \dfrac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Nếu $m = 0$ hàm số đã cho là hàm bậc nhất suy ra $m = 0$ không thỏa mãn.

Nếu $m \neq 0$, ta có: $y' = 3mx^2 + 4mx + 3$.

Bài toán tương đương với $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = 4m^2 - 9m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \dfrac{9}{4}$.

[2D152454]Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Không tồn tại hai điểm phân biệt A, B cùng thuộc (C) mà tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau.

B. Có duy nhất hai điểm phân biệt A, B cùng thuộc (C) mà tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau.

C. Chỉ có 3 cặp điểm phân biệt A, B cùng thuộc (C) mà tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau.

D. Có vô số cặp điểm phân biệt A, B cùng thuộc (C) mà tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$ suy ra có vô số cặp số x_1, x_2 mà $y'(x_1) = y'(x_2)$ hay có vô số cặp điểm phân biệt A, B cùng thuộc (C) mà tiếp tuyến của (C) tại A, B song song với nhau.

[2D152455]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-5}$ tại giao điểm với trục hoành có phương trình là

A $y=-\dfrac{4}{11}x-\dfrac{2}{11}$. **B** $y=-\dfrac{4}{11}x+\dfrac{2}{11}$. **C** $y=\dfrac{4}{11}x-\dfrac{2}{11}$. **D** $y=\dfrac{4}{11}x+\dfrac{2}{11}$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm với trục hoành $y=0 \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x-5}=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

Ta được tọa độ giao điểm là $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$ Khi đó phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=-\dfrac{1}{2}$ là

$$y=y'\left(-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+y\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{4}{11}\left(x+\frac{1}{2}\right)=-\frac{4}{11}x-\frac{2}{11}.$$

[2D152456]Tiếp tuyến của Parabol $y = 4 - x^2$ tại điểm $M(1;3)$ tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích là

Ⓐ $\dfrac{25}{2}$. **B** $\dfrac{25}{4}$. Ⓒ $\dfrac{3}{2}$. Ⓓ $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Phương trình tiếp tuyến tại M là $y = -2(x-1) + 3 \Leftrightarrow y = -2x + 5 \quad (d)$.

Tọa độ giao điểm: $d \cap Ox = A\left(\dfrac{5}{2};0\right)$; $d \cap Oy = A(0;5)$.

Diện tích tam giác OAB: $S = \dfrac{1}{2}OA \cdot OB = \dfrac{25}{4}$.

[2D152457]Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+m}{mx+2}$ đều có hệ số góc âm là

A $(-2;2)$.

B $[-2;2]$.

C $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

D $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{4-m^2}{(mx+2)^2}<0 \Leftrightarrow 4-m^2<0 \Leftrightarrow m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

[2D152458]Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2 \quad (C)$. Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất có phương trình là

A $y = 3x + 1$. **B** $y = 3x - 1$. **C** $y = 3x - 7$. **D** $y = 3x + 7$.

Lời giải

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x = -3(x-1)^2 + 3 \leq 3$.
Hệ số góc lớn nhất: $k = 3$ khi $x = 1$.
Phương trình tiếp tuyến: $y = 3x + 1$.

[2D152459]Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 2x - 1$ tại giao điểm với trục tung là

A $y = 2x + 1$. **B** $y = 2x - 1$. **C** $y = -2x - 1$. **D** $y = -2x + 1$.

Lời giải

Giao điểm của đồ thị với trục tung $A(0, -1)$.
Phương trình tiếp tuyến tại $A(0, -1)$ là $y = y'(0) \cdot (x - 0) - 1 = 2x - 1$.

[2D152460]Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị (C). Biết (C) cắt trục Oy tại $A(0;-1)$, đồng thời tiếp tuyến của (C) tại A có hệ số góc bằng 3. Tính $S = a + b$?

A $S = 3$. **B** $S = -3$. **C** $S = 5$. **D** $S = -5$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $y'(0) = 3 \Leftrightarrow \dfrac{-a-b}{(0-1)^2} \Leftrightarrow a + b = -3$.

[2D152461]Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$, có đồ thị (C). Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của a để tiếp tuyến của (C) tại điểm $x_0 = -\dfrac{b}{3a}$ có hệ số góc nhỏ nhất.

A. $a < 0$. B. $a > 0$. C. $-1 < a < 0$. D. $0 < a < 1$.

Lời giải

Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại điểm bất kỳ là

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 3a\left(x + \frac{b}{3a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{3a}.$$

Với $a > 0$ thì $y' \geq c - \dfrac{b^2}{3a}$.

Hay với $a > 0$ thì y' đạt giá trị nhỏ nhất bằng $c - \dfrac{b^2}{3a}$, đạt được khi $x = -\dfrac{b}{3a}$.

Vậy với $a > 0$ tiếp tuyến của (C) tại điểm $x_0 = -\dfrac{b}{3a}$ có hệ số góc nhỏ nhất.

[2D152462]Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a \neq 0)$, có đồ thị (C). Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của a để tiếp tuyến của (C) tại điểm $x_0 = -\dfrac{b}{3a}$ có hệ số góc lớn nhất.

A $a < 0$. B $a > 0$. C $-1 < a < 0$. D $0 < a < 1$.

Lời giải

Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại điểm bất kỳ là

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 3a\left(x + \frac{b}{3a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{3a}.$$

Với $a < 0$ thì $y' \leq c - \dfrac{b^2}{3a}$.

Hay với $a < 0$ thì y' đạt giá trị lớn nhất bằng $c - \dfrac{b^2}{3a}$, đạt được khi $x = -\dfrac{b}{3a}$.

Vậy với $a < 0$ tiếp tuyến của (C) tại điểm $x_0 = -\dfrac{b}{3a}$ có hệ số góc lớn nhất.

[2D152463]Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$, có đồ thị (C). Tìm điều kiện của a, b, c để mọi tiếp tuyến của (C) đều có hệ số góc dương.

A $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0. \end{cases}$ **B** $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0. \end{cases}$ **C** $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0. \end{cases}$ **D** $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0. \end{cases}$

Lời giải

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Để mọi tiếp tuyến của (C) đều có hệ số góc dương thì $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0. \end{cases}$

[2D152464]Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$, có đồ thị (C). Tìm điều kiện của a, b, c để mọi tiếp tuyến của (C) đều có hệ số góc âm.

A $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0. \end{cases}$ **B** $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0. \end{cases}$ **C** $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0. \end{cases}$ **D** $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0. \end{cases}$

Lời giải

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Để mọi tiếp tuyến của (C) đều có hệ số góc dương thì $y' < 0$, $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0. \end{cases}$

[2D152465]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng -2 là

A $y = -3x + 1$. **B** $y = 3x + 1$. **C** $y = 3x + 11$. **D** $y = -3x + 11$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(-2) = 3$. Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 5$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3(x+2) + 5 = 3x + 11$.

[2D152466]Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2 thuộc đồ thị hàm số có phương trình là

A. $y = -8x + 17$. B. $y = 8x - 16$. C. $y = 8x + 15$. **D.** $y = 8x - 15$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 4$, suy ra $y'(2) = 8$. Vậy tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng 2 thuộc đồ thị hàm số có phương trình là

$$y = y'(2)(x-2) + y(2) \Leftrightarrow y = 8(x-2) + 1 \Leftrightarrow y = 8x - 15.$$

[2D152467]Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2 (C)$ đi qua điểm $A(3;2)$?

A 3. **B** 0. **C** 1. **D** 2.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua $A(3;2)$, có hệ số góc k có phương trình $y = k(x-3)+2$.

Δ tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow$ hệ sau có nghiệm $\begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = k(x-3)+2 \\ 3x^2 - 6x = k \end{cases}$

$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = (3x^2 - 6x)(x-3) + 2$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 12x^2 + 18x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0 \\ k = 9 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ có hai tiếp tuyến của đồ thị (C) qua điểm $A(3;2)$ là $y = 2$ và $y = 9x - 25$.

[2D152468]Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x-5$

A. có hệ số góc bằng -1.

B. song song với trục hoành.

C. có hệ số góc dương.

D. song song với đường thẳng $x=1$.

Lời giải

Ta có $y'=x^2-4x+3$ và $y''=2x-4$.
Lại có $y'=0$ có hai nghiệm $x=1$, $x=3$.
Mặt khác, $y''(1)=-2<0$ và $y''(3)=2>0$.
Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ và giá trị cực tiểu của hàm số bằng -5. Do đó điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(3;-5)$.
Phương trình tiếp tuyến tại điểm cực tiểu $(3;-5)$ là $y=-5$, đường thẳng này song song với trục hoành.

[2D152469]Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3}$ song song với đường thẳng $\Delta\colon y=x+6$ là

A $y=x+4$.
B $y=x+5$.
C $y=x+2$.
D $y=x+6$.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{x+2}{x+3}\Rightarrow y'=\dfrac{1}{(x+3)^2}$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta\colon y=x+6$ nên có phương trình hoành độ tiếp điểm $\dfrac{1}{(x+3)^2}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-4.\end{array}\right.$

* Với $x=-2$ ta có phương trình tiếp tuyến cần tìm $y=x+2$ (thỏa mãn).

* Với $x=-4$ ta có phương trình tiếp tuyến cần tìm $y=x+6$ (không thỏa mãn).

[2D152470]Cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$?

A 3. B 1. C 0. D 2.

Lời giải

Hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$, có $y' = x^2 - 4x + 3$.
Gọi $M\left(x_0; y_0\right)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị (C).
Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k = x_0^2 - 4x_0 + 3$.
Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ khi và chỉ khi

$$x_0^2 - 4x_0 + 3 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1 \\ x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = \dfrac{7}{3}. \end{array}\right.$$

- Với $M(0; 1)$ phương trình tiếp tuyến của (C) là $y = 3x + 1$.
- Với $M\left(4; \dfrac{7}{3}\right)$ phương trình tiếp tuyến của (C) là $y = 3x - \dfrac{29}{3}$.

Vậy tiếp tuyến của (C) song song với $y = 3x + 1$ là $y = 3x - \dfrac{29}{3}$.

[2D152471]Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ (C). Tổng hệ số góc các tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và đường thẳng (d): $y = x - 2$ là

A 9. B 18. **C** 15. D 16.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d): $x^3 - 3x^2 + 1 = x - 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Lại có $y' = 3x^2 - 6x$. Suy ra tổng hệ số góc cần tìm là $y'(-1) + y'(1) + y'(3) = 15$.

[2D152472]Số điểm nguyên thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+10}{x+2}$ là

A 16.

B 12.

C 10.

D 8.

Lời giải

$y=\dfrac{2x^2+3x+10}{x+2}=2x-1+\dfrac{12}{x+2}$. Ta cần đếm số các số nguyên x sao cho $x+2$ là ước của 12. Số 12 có tất cả 12 ước, nên có 12 số nguyên x thỏa mãn. Vậy có tất cả 12 điểm nguyên nằm trên đồ thị hàm số đã cho.

[2D152473]Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Số điểm có tọa độ nguyên thuộc (C) là

A 2. B 5. C 3. D 4.

Lời giải

Ta có $y = \dfrac{x+2}{x+1} = 1 + \dfrac{1}{x+1}$. Từ giả thiết suy ra $x+1$ là ước của 1.

• $x + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2$.

• $x + 1 = -1 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow y = 0$.

Vậy có 2 điểm có tọa độ nguyên thuộc (C).

[2D152474]Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có điểm uốn nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm giá trị của tham số m.

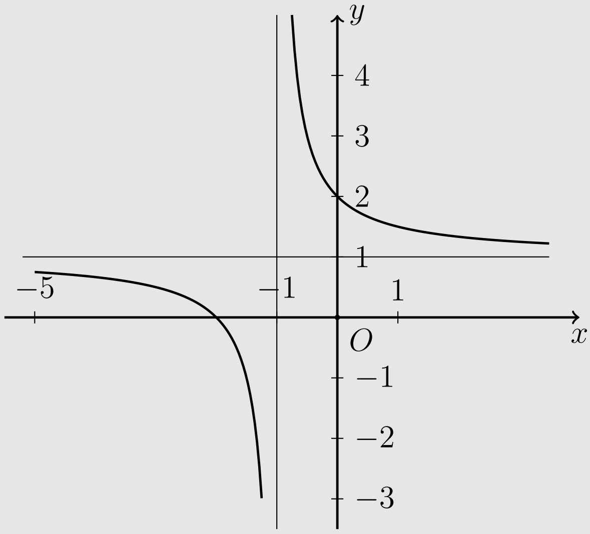
(A) $m = 1$. (B) $m = -1$. $\boxed{C}$ $m = 3$. (D) $m = 2$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y'' = 6x - 6$, $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = m - 2$. Điểm uốn của đồ thị hàm số là $U(1; m - 2) \in y = x \Rightarrow m = 3$.

[2D152475]

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.



A $b < 0 < a$.
B $0 < a < b$.
C $a < b < 0$.
D $0 < b < a$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{ax+b}{x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{a+\dfrac{b}{x}}{1+\dfrac{1}{x}} = a$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{ax+b}{x+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{a+\dfrac{b}{x}}{1+\dfrac{1}{x}} = a$.

Suy ra $y = a$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số do đó $a = 1$.

Xét $y = 0$ suy ra $ax + b = 0$ hay $x + b = 0 \Leftrightarrow x = -b$. Từ đồ thị suy ra $-b < -1 \Leftrightarrow b > 1$.

Do đó $b > a > 0$.

[2D152476]Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$. Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng 1.

A. $M(2; -1)$.

B. $M(1; 0)$.

C. $M(1; 0)$ hoặc $M(-1; 2)$.

D. $M(0; 1)$ hoặc $M(2; -1)$.

Lời giải

Lấy $M(x, y)$ thuộc đồ thị.

$\mathrm{d}(M, Oy) = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy $M(1; 0)$ hoặc $M(-1; 2)$.

[2D152477]Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I\,(1;-2)$?

(A) $y=\dfrac{2x-3}{2x+4}$.

B $y=2x^3-6x^2+x+1$.

(C) $y=-2x^3+6x^2+x-1$.

(D) $y=\dfrac{2-2x}{1-x}$.

Lời giải

Xét hàm số $y=2x^3-6x^2+x+1$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=6x^2-12x$ và $y''=12x-12$. Nên $y''=0 \Leftrightarrow 12x-12=0 \Leftrightarrow x=1$.

Khi $x=1$ suy ra $y=-2$. Do đó đồ thị hàm số $y=2x^3-6x^2+x+1$ nhận điểm $(1;-2)$ là điểm uốn. Nên điểm I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=2x^3-6x^2+x+1$.

[2D152478]Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x-m}$ đi qua $A(1;-3)$.

A $m = 2$.   **B** $m = -2$.   **C** $m = 0$.   **D** $m = -1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x-m}$ đi qua $A(1;-3)$ khi và chỉ khi $-3 = \dfrac{m \cdot 1 + 1}{1-m} \Leftrightarrow m = 2$.

[2D152479]Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ có đồ thị là (C). Gọi P, Q là hai điểm phân biệt nằm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ P và Q tới hai đường tiệm cận nhỏ nhất. Độ dài đoạn thẳng PQ bằng

A. $5\sqrt{2}$. B. 4. C. $4\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

(C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $\Delta_1\colon x=2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $\Delta_2\colon y=1$.
Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$ với $(x\neq 2)$.
$\mathrm{d}(M,\text{TCĐ})=\mathrm{d}(M,\Delta_1)=|x_0-2|$.
$\mathrm{d}(M,\text{TCN})=\mathrm{d}(M,\Delta_2)=|y_0-1|=\left|\dfrac{x_0+2}{x_0-2}-1\right|=\dfrac{4}{|x_0-2|}$.
Ta có: $\mathrm{d}(M,\text{TCĐ})+\mathrm{d}(M,\text{TCN})=|x_0-2|+\dfrac{4}{|x_0-2|}\geq 2\sqrt{|x_0-2|\cdot\dfrac{4}{|x_0-2|}}=4$ (BĐT Cô-si).
Dấu bằng xảy ra khi $|x_0-2|=\dfrac{4}{|x_0-2|}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=4\\x_0=0\end{array}\right.\Rightarrow M(4;3)$ hoặc $M(0;1)$.
Vậy độ dài đoạn thẳng cần tìm là $4\sqrt{2}$.

[2D152480]Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x+1}$ là

A $(3;-1)$. **B** $(-1;3)$. **C** $(3;1)$. **D** $(1;3)$.

Lời giải

Hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

Đồ thị hàm số nhất biến nhận giao điểm của hai tiệm cận làm tâm đối xứng. Suy ra tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I(-1;3)$.

[2D152481]Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{2x-1}$ là

A $I\left(-\dfrac{1}{2}; 2\right)$. **B** $I\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$. **C** $I\left(\dfrac{1}{2}; -1\right)$. **D** $I\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{2x-1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = \dfrac{1}{2}$ và đường tiệm cận ngang là $y = \dfrac{1}{2}$.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{2x-1}$ nhận giao điểm hai đường tiệm cận $I\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$ làm tâm đối xứng.

[2D152482]Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 + x + 2}{x + 2}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

(A) 2. (B) 6. (C) 4. **D** 8.

Lời giải

Ta có $y = 2x - 3 + \dfrac{8}{x+2}$. Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x + 2 \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}$.

Từ đó ta tìm được các điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số là $A(-1; 3)$, $B(-3; -17)$, $C(0; 1)$, $D(-4; -15)$, $E(2; 3)$, $F(-6; -17)$, $G(6; 10)$, $H(-10; -24)$.

[2D152483]Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tâm đối xứng?

A $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Ⓑ $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$.

Ⓓ $y = \dfrac{1}{x}$.

Lời giải

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ là hàm số chẵn nên nó không có tâm đối xứng. Các hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ và $y = \dfrac{1}{x}$ có tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận, đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$ có tâm đối xứng là điểm uốn.

[2D152484]Gọi S là tập hợp tất cả những điểm nằm trên đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$ và có tọa độ (hoành độ và tung độ) là số nguyên. Số phần tử của S là

A. 0. B. 3. C. 5. **D** 4.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{3x-2}{x+1}=3-\dfrac{5}{x+1}$. Để y là số nguyên thì $x+1$ phải là ước của 5 và x nguyên. Vậy $x+1\in\{\pm1;\pm5\}$. Suy ra $\left[\begin{array}{l}x+1=\pm1\\x+1=\pm5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\\x=4\\x=-6\end{array}\right.$. Từ đó tìm được 4 điểm có tọa độ nguyên là $(0;-2)$, $(-2;8)$, $(4;2)$ và $(-6;4)$.

[2D152485]Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1+4x}{1+x}$ là

(A) $I(4; -1)$. (B) $I(-1; 1)$. (C) $I(4; 1)$. **D** $I(-1; 4)$.

Lời giải

Tiệm cận đứng của đồ thị là $x = -1$.
Tiệm cận ngang của đồ thị là $y = 4$.
$\Rightarrow$ Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1+4x}{1+x}$ là $I(-1;\ 4)$.
Nhận xét: đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tâm đối xứng là giao điểm hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

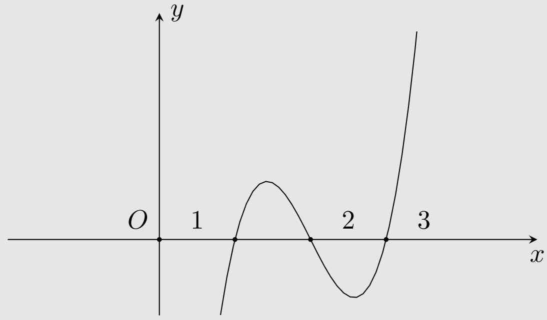
[2D152486]Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $f\left(\dfrac{3}{2}\right)<0<f\left(\dfrac{5}{2}\right)$.

B $f\left(\dfrac{3}{2}\right)<0,\ f\left(\dfrac{5}{2}\right)<0$.

C $f\left(\dfrac{3}{2}\right)>0,\ f\left(\dfrac{5}{2}\right)>0$.

D $f\left(\dfrac{3}{2}\right)>0>f\left(\dfrac{5}{2}\right)$.



Lời giải

Quan sát đồ thị ta thấy $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(1;2)\cup(3;+\infty) \Rightarrow f\left(\dfrac{5}{2}\right)<0<f\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

[2D152487]Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là đường cong (C). Tổng hoành độ của các điểm có tọa độ nguyên nằm trên (C) bằng

A 7. **B** -4. **C** 5. **D** 6.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y = \dfrac{2x-1}{x+1} = 2 - \dfrac{3}{x+1}$ nên điểm $M(x;y) \in (C)$ có tọa độ nguyên khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 3 \,\vdots\, (x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x+1 \in \{-3;-1;1;3\} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-4;-2;0;2\}.$$

Vậy tổng hoành độ của các điểm có tọa độ nguyên nằm trên (C) là $-4 + (-2) + 0 + 2 = -4$.

[2D152488]Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{2-x}$ là

A $I(-2;-2)$. **B** $I(1;2)$. **C** $I(-2;1)$. **D** $I(2;-2)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 2$ và $y = -2$ làm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang nên có tâm đối xứng là $I(2;-2)$ (giao điểm của hai tiệm cận).

[2D152489]Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{2016+9x}-\sqrt{2016-9x}}{|x|}$. Tính giá trị của biểu thức:

$S=f\left(220\right)+f\left(-221\right)+f\left(222\right)+f\left(-223\right)+f\left(-220\right)+f\left(221\right)+f\left(-222\right)+f\left(223\right)+f\left(224\right)$

A $24\sqrt{7}$. **B** $\dfrac{24\sqrt{7}}{223}$. **C** $\dfrac{6\sqrt{7}}{55}$. **D** $\dfrac{3\sqrt{7}}{28}$.

Lời giải

Ta có $f(x)+f(-x)=\dfrac{\sqrt{2016+9x}-\sqrt{2016-9x}}{|x|}+\dfrac{\sqrt{2016-9x}-\sqrt{2016+9x}}{|x|}=0$.

Do đó

$$\begin{aligned}S &= f\left(220\right)+f\left(-221\right)+f\left(222\right)+f\left(-223\right)+f\left(-220\right)+f\left(221\right)+f\left(-222\right)+f\left(223\right)+f\left(224\right)\\ &= f(220)+f(-220)+f(-221)+f(221)+f(222)+f(-222)+f(223)+f(-223)+f(224)\\ &= f(224)=\dfrac{3\sqrt{7}}{28}.\end{aligned}$$

[2D152490]Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành?

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 0.

Lời giải

M thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x-1} \Rightarrow M\left(x; \dfrac{x+3}{x-1}\right)$ $(x \neq 1)$.

$\mathrm{d}(M, Oy) = 2\mathrm{d}(M, Ox) \Leftrightarrow |x| = 2\left|\dfrac{x+3}{x-1}\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x(x-1) = 2(x+3) \\ x(x-1) = -2(x+3) \end{array}\right. \Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{ll} x^2 - 3x - 6 = 0 & (1) \\ x^2 + x + 6 = 0 & (2) \end{array}\right.$ Phương trình (1) cho hai nghiệm phân biệt khác 1, phương trình (2) vô nghiệm.

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[2D152491]Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?

A $(0; -2)$.   **B** $(-2; 0)$.   **C** $(0; 2)$.   **D** $(2; 0)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung khi và chỉ khi điểm đó có hoành độ $x = 0$, thay vào hàm số ta được $y = 0^4 - 30^2 - 2 = -2$.

[2D152492]Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1;-2)$?

Ⓐ $y=\dfrac{2-2x}{1-x}$.

B $y=2x^3-6x^2+x+1$.

Ⓒ $y=\dfrac{2x-3}{2x+4}$.

Ⓓ $y=-2x^3+6x^2+x-1$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{2-2x}{1-x}$ có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=2$ nên có tâm đối xứng của đồ thị là điểm $(1;2)$.
Hàm số $y=\dfrac{2x-3}{2x+4}$ có tiệm cận đứng $x=-2$ và tiệm cận ngang $y=1$ nên có tâm đối xứng của đồ thị là điểm $(-2;1)$.
Hàm số $y=-2x^3+6x^2+x-1$ có $y''=-12x+12$, $y''=0\Leftrightarrow x=1$, $y(1)=4$, do đó có tâm đối xứng của đồ thị là điểm $(1;4)$.
Hàm số $y=2x^3-6x^2+x+1$ có $y''=12x-12$, $y''=0\Leftrightarrow x=1$, $y(1)=-2$, do đó có tâm đối xứng của đồ thị là điểm $(1;-2)$.

[2D152493]Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - \dfrac{1}{3}$ có tọa độ là

A $I\left(2; -\dfrac{1}{3}\right)$. **B** $I\left(2; \dfrac{1}{3}\right)$. **C** $I\left(-2; \dfrac{1}{3}\right)$. **D** $I\left(-2; -\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Đồ thị hàm bậc ba nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.
Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$, $y" = 2x - 4$.
$y" = 0 \Leftrightarrow x = 2$, khi đó $y = \dfrac{1}{3}2^3 - 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{3}$.
Vậy tâm đối xứng của đồ thị là điểm uốn $I\left(2; \dfrac{1}{3}\right)$.

[2D152494]Có bao nhiêu điểm trên đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x+1}{2x-1}$ có tọa độ nguyên?

(A) 2. $\quad$ **B** 4. $\quad$ (C) 6. $\quad$ (D) 3.

Lời giải

$y = \dfrac{4x+1}{2x-1} = 2 + \dfrac{3}{2x-1}$.

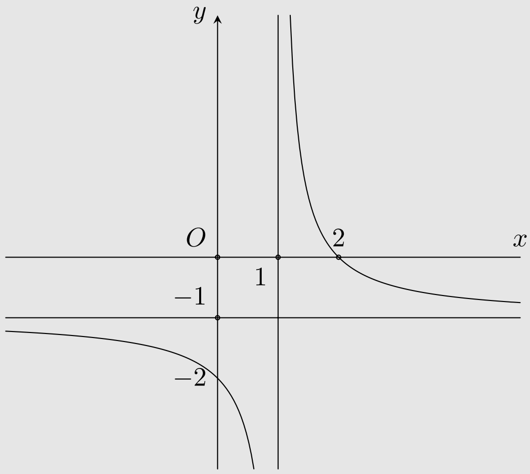
Để y nguyên thì $2x-1$ là ước của 3.

- $2x-1 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 5$, điểm có tọa độ nguyên là $(1;5)$.
- $2x-1 = -1 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = -1$, điểm có tọa độ nguyên là $(0;-1)$.
- $2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$, điểm có tọa độ nguyên là $(2;3)$.
- $2x-1 = -1 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = -1$, điểm có tọa độ nguyên là $(-1;-1)$.

[2D152495]

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ. a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a - 3b + 2c.$$



A $T = -9$.
B $T = 10$.
C $T = -7$.
D $T = 12$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có:
Tiệm cận ngang $y = -1 \Leftrightarrow a = -1$.
Tiệm cận đứng $x = 1 \Leftrightarrow -c = 1 \Rightarrow c = -1$.
Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại $(2; 0)$, suy ra $2a + b = 0 \Rightarrow b = 2$.
Do đó, $T = -1 - 6 - 2 = -9$.

[2D152496]Tìm quỹ tích điểm uốn của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + x - 1$ (m là tham số).

- **A** $y = x^3 - x + 1$.
- **B** $y = x^3 - x^2 + x - 1$.
- **C** $y = 2x^3 + x^2 - 1$.
- **D** $y = -2x^3 + x - 1$.

Lời giải

Gọi $I(a; b)$ là điểm uốn của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có $y' = 3x^2 - 2mx + 1$, $y'' = 6x - 2m$. Do đó $6a - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 3a$.

$\Rightarrow b = a^3 - ma^2 + a - 1 = a^3 - 3a \cdot a^2 + a - 1 = -2a^3 + a - 1$.

Vậy quỹ tích điểm uốn I là đường cong có phương trình $y = -2x^3 + x - 1$.

[2D152497]Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết rằng đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $M(1;-1)$ và nhận $I(0;1)$ làm tâm đối xứng. Giá trị $y(2)$ bằng

A $y(2) = 2$. **B** $y(2) = -2$. **C** $y(2) = 6$. **D** $y(2) = 3$.

Lời giải

Từ tính chất tâm đối xứng, ta thấy đồ thị hàm số có điểm cực trị thứ hai là $N(-1;3)$.

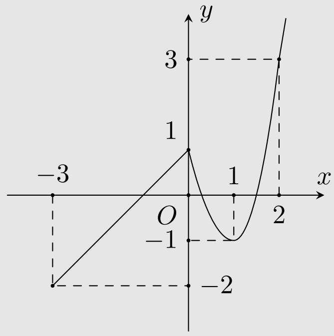
Từ đó, ta có hệ $\begin{cases} a+b+c+d=-1 \\ -a+b-c+d=3 \\ 3a+2b+c=0 \\ d=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=1 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y(2) = 3.$

Cách khác: Với hàm đa thức bậc 3 có 2 cực trị, ta có bảng giá trị như sau

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	3	1	-1	3

[2D152498]

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;2]$. Giá trị của $M-m$ là



A 4. B 3. C 5. D 0.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} \max\limits_{[-3;2]} y = 3 \Leftrightarrow x = 2 \\ \min\limits_{[-3;2]} y = -2 \Leftrightarrow x = -3 \end{cases} \Rightarrow M - m = 2 - (-3) = 5.$

[2D152499]Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	
y	$+1$	$\searrow$	$-\infty \; \| \; +\infty$	$\searrow$	1

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A Hàm số có 2 điểm cực trị.

B Hàm số không có cực trị.

C Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D Cực tiểu của hàm số bằng 1.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số không có cực trị.

[2D152500]Cho hàm số $y = \dfrac{-5x+2}{1-x}$. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

B. Hàm số không có cực trị.

C. Đồ thị hàm số nhận $I(1;5)$ làm tâm đối xứng.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$y' = \dfrac{-3}{(1-x)^2} < 0,\ \forall x \in \mathscr{D}$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.

[2D152501]Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a; b]$.

B. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$.

C. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$.

D. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

Lời giải

Dựa vào định lý được trình bày ở sách giáo khoa thì hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

[2D152502]Khẳng định nào sau đây về hàm số bậc ba là **sai**?

A. Đồ thị có số điểm cực trị tối đa là 2.

B. Đồ thị luôn có tâm đối xứng.

C. Đồ thị luôn cắt trục Ox.

D. Đồ thị luôn có điểm cực trị.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 + 3x$ có đạo hàm $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên không có cực trị.

[2D152503]Đồ thị của hàm số nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?

(A) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. $\boxed{B}$ $y = x^4 - 2x^2 + 1$. (C) $y = x^3 - 3x$. (D) $y = 6x^2 - x^3$.

Lời giải

- Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng là $I(1;1)$ (giao điểm của hai đường tiệm cận).
- Các hàm số $y = x^3 - 3x$ và $y = 6x^2 - x^3$ đồ thị có tâm đối xứng là điểm uốn của đồ thị hàm số.
- Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là hàm số chẵn nên không có tâm đối xứng.

[2D152504]Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai?**

A. (C) có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

B. (C) có đúng một trục đối xứng.

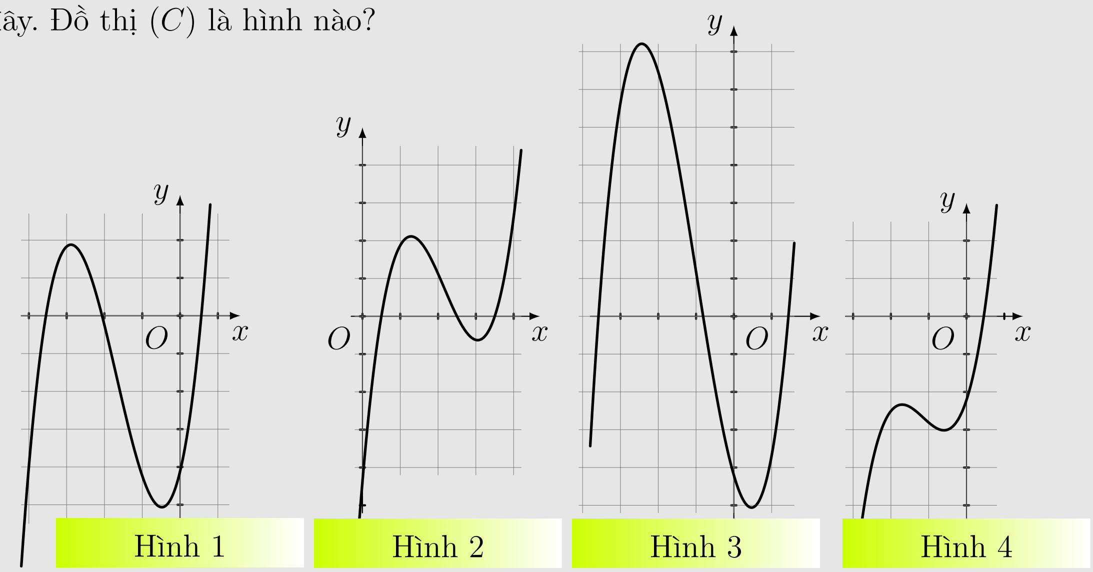
C. (C) có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$.

D. (C) có đúng một tâm đối xứng.

Lời giải

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ có một tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$, có một tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$, có một tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận và không có trục đối xứng.

[2D152505]Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + x + 1 - 2b$ $(b > 2)$ có đồ thị (C) là một trong bốn hình dưới đây. Đồ thị (C) là hình nào?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A Hình 4. **B** Hình 3. **C** Hình 2. **D** Hình 1.

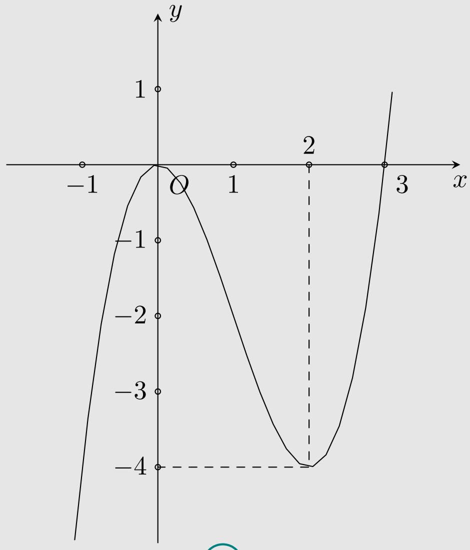
Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 2bx + 1 \Rightarrow$ hàm số có hoành độ hai cực trị âm nên loại hình 2 và hình 3.Mặt khác đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại tung độ $1 - 2b < -3$. Vậy Hình 1 thỏa mãn đề bài.

[2D152506]

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x) = f\left[f(x)\right]$. Trong các mệnh đề dưới đây, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

1. $g(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
2. Hàm số $g(x)$ có bốn điểm cực trị.
3. $\max\limits_{[-1;1]} g(x) = 0$.
4. Phương trình $g(x) = 0$ có ba nghiệm.



(A) 1. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Lời giải

Xét mệnh đề $g(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Từ đồ thị ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 2 \end{array}\right.$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Mà $g'(x) = f'[f(x)] \cdot f'(x)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = x_0 > 3. \end{array}\right.$

Với $x \in (-\infty; 0) \Rightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \\ f(x) < 0 \Rightarrow f'[f(x)] > 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) > 0 \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

Với $x \in (0; 2) \Rightarrow \begin{cases} f'(x) < 0 \\ f(x) < 0 \Rightarrow f'[f(x)] > 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0 \Rightarrow g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Với $x \in (2; 3) \Rightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \\ f(x) < 0 \Rightarrow f'[f(x)] > 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) > 0 \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(2; 3)$.

Với $x \in (3; x_0) \Rightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \\ 0 < f(x) < 2 \Rightarrow f'[f(x)] < 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0 \Rightarrow g(x)$ nghịch biến trên $(3; x_0)$.

Với $x \in (x_0; +\infty) \Rightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \\ f(x) > 2 \Rightarrow f'[f(x)] > 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) > 0 \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(x_0; +\infty)$.

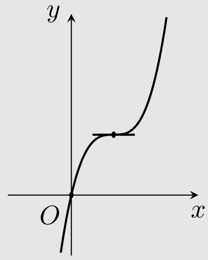
Vậy ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		0		2		3		x_0		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$g(2)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta dễ dàng thấy chỉ có một mệnh đề sai là $g(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

[2D152507]

Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + c^2 + b + 1$.



A $\frac{1}{5}$. **B** 1. **C** $\frac{5}{8}$. **D** $\frac{1}{3}$.

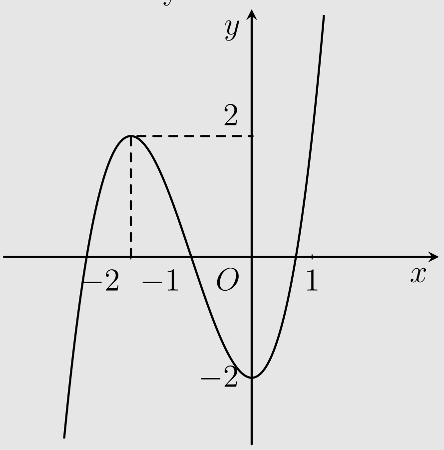
Lời giải

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ đồ thị suy ra $d = 0$, $b^2 - 3ac = 0 \Rightarrow ac = \dfrac{b^2}{3}$.

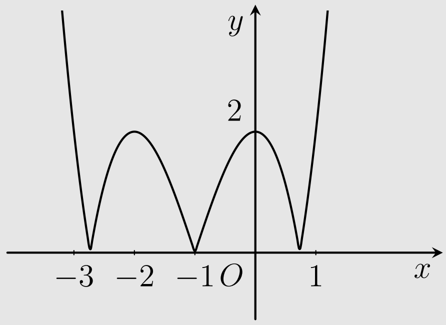
Do đó, $P \geq 2ac + b + 1 = \dfrac{2b^2}{3} + b + 1 = \dfrac{2}{3}\left(b + \dfrac{3}{4}\right)^2 + \dfrac{5}{8} \geq \dfrac{5}{8}$.

Vậy $\min P = \dfrac{5}{8}$ tương ứng với $a = c = \dfrac{\sqrt{3}}{4}, b = -\dfrac{3}{4}$.

[2D152508]Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị ở hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$.

B. $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$.

C. $y = \left||x|^3 + 3x^2 - 2\right|$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Ta có $y = |x^3 + 3x^2 - 2| = \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2 & , \text{ khi } x^3 + 3x^2 - 2 \geq 0 \\ -\left(x^3 + 3x^2 - 2\right) & , \text{ khi } x^3 + 3x^2 - 2 < 0. \end{cases}$

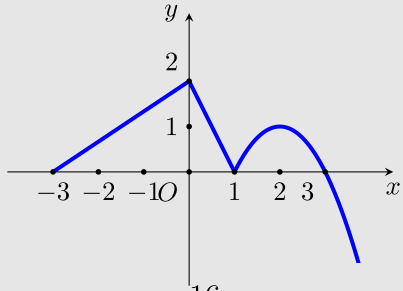
Đồ thị của hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$ được vẽ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục hoành của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
- Lấy đối xứng phần đố thị phía dưới trục hoành của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ qua trục hoành.

Vậy hình 2 là đồ thị của hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$.

[2D152509]

Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên $[-3;3]$ như hình vẽ (phần đường cong của đồ thị là một phần của parabol $y=ax^2+bx+c$). Biết $f(3)=0$, giá trị của $f(-1)+f(1)$ bằng



A $\dfrac{8}{3}$. **B** $-\dfrac{16}{3}$. **C** $-\dfrac{8}{3}$. **D** $\dfrac{16}{3}$.

Lời giải

Ta có đường cong Parabol có đỉnh $(2;1)$ và đi qua hai điểm $(1;0),(3;0)$ nên có phương trình $y=f'(x)=-x^2+4x-3$.

Suy ra $\displaystyle\int\limits_1^3 f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_1^3(-x^2+4x-3)\,\mathrm{d}x=\frac{4}{3}\Leftrightarrow f(3)-f(1)=\frac{4}{3}\Rightarrow f(1)=-\frac{4}{3}$.

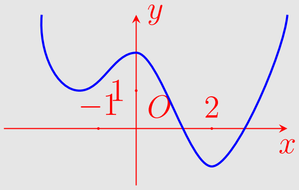
Đường thẳng d đi qua hai điểm $(-3;0),\ (0;2)$ nên có phương trình $y=\dfrac{2}{3}x+2$.

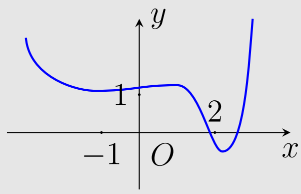
Suy ra với điểm có hoành độ $x=-1$ thuộc $d\Rightarrow$ tung độ $y=\dfrac{4}{3}$.

Suy ra $\displaystyle\int\limits_{-1}^1 f'(x)\,\mathrm{d}x=f(1)-f(-1)=\left(\frac{4}{3}+2\right)\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1=\frac{8}{3}\Rightarrow f(-1)=f(1)-\frac{8}{3}=-4$.

Vậy $f(-1)+f(1)=-4-\dfrac{4}{3}=-\dfrac{16}{3}$.

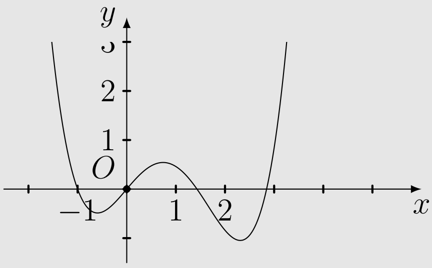
[2D152510]Một trong số các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $g(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $g'(0) = 0$, $g''(x) < 0$, $\forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

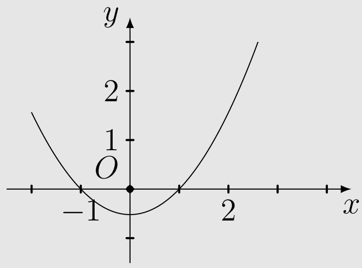




A . .

Ⓑ . .





Ⓒ .

Ⓓ .

Lời giải

Vì $\begin{cases} g''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2) \\ 0 \in (-1; 2) \end{cases} \Rightarrow g''(0) < 0$

Mà $\begin{cases} g'(0) = 0 \\ g''(0) < 0 \end{cases}$ nên $x = 0$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $g(x)$.

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy phương án A thỏa mãn yêu cầu bài toán.