THPT Nguyễn Hữu Cảnh
Nguyễn Văn Sang
(Đề thi có 12 trang)

BỘ ĐỀ ÔN KIỂM TRA - KHỐI TRÒN XOAY
Môn: Toán
Thời gian làm bài 30 phút (25 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: .... **Mã đề thi 100**

HỌ VÀ TÊN

Lớp: ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

MÃ ĐỀ

0	0	0	0	0	0	0		0	0	0
1	1	1	1	1	1	1		1	1	1
2	2	2	2	2	2	2		2	2	2
3	3	3	3	3	3	3		3	3	3
4	4	4	4	4	4	4		4	4	4
5	5	5	5	5	5	5		5	5	5
6	6	6	6	6	6	6		6	6	6
7	7	7	7	7	7	7		7	7	7
8	8	8	8	8	8	8		8	8	8
9	9	9	9	9	9	9		9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D

	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D

	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D

Câu 1. Cho khối trụ có thể tích là πa^3 và bán kính đáy là $2a$. Độ dài đường cao của khối trụ đó là

Ⓐ $\dfrac{3a}{4}$. Ⓑ $\dfrac{a}{4}$. Ⓒ $\dfrac{a}{2}$. Ⓓ $\dfrac{3a}{2}$.

Lời giải.

$V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi r^2} = \dfrac{\pi a^3}{\pi \cdot (2a)^2} = \dfrac{a}{4}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì đường gấp khúc BCA tạo thành hình

Ⓐ Hình trụ. Ⓑ Hình chóp. Ⓒ Hình cầu. Ⓓ Hình nón.

Lời giải.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 3. Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

Ⓐ $S = 4\pi R^2$. Ⓑ $S = \pi R^2$. Ⓒ $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$. Ⓓ $3V = SR$.

Lời giải.

Ta có các công thức $S = 4\pi R^2$, $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$. Suy ra $3V = SR$.

Công thức sai là $S = \pi R^2$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 4. Một mặt cầu đường kính bằng 6 cm. Khi đó mặt cầu có diện tích là

Ⓐ 12π cm^2. Ⓑ 9π cm^2. Ⓒ 36π cm^2. Ⓓ 144π cm^2.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là 3 cm. Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$ (cm^2).

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 5. Khối trụ có bán kính đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$ có thể tích bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{3}\pi a^3$. Ⓑ πa^3. Ⓒ $\dfrac{2}{3}\pi a^3$. Ⓓ $2\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 6. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

Ⓐ $S_{\text{xq}} = \pi r l$. Ⓑ $S_{\text{xq}} = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. Ⓒ $S_{\text{xq}} = \pi r h$. Ⓓ $S_{\text{xq}} = 2\pi r l$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{\text{xq}} = \pi r l$.

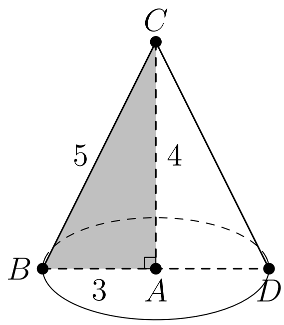
Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 7. Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

Ⓐ $V = 36\pi$. Ⓑ $V = 12\pi$. Ⓒ $V = 16\pi$. Ⓓ $V = 48\pi$.

Lời giải.

Ta có: $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.
Do đó khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được khối nón tròn xoay có độ dài đường cao là $AC = 4$, bán kính đáy bằng $AB = 3$.
Thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot AB^2 \cdot AC = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 4 = 12\pi$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đó bằng

(A) a. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $2a$. (D) $\dfrac{a}{2}$.

Lời giải.

Với hình trụ, ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi al = 2\pi a^2 \Leftrightarrow l = a$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Cho hình nón (N) có chiều cao $h = 4$, bán kính đường tròn đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng

(A) 12π. (B) 30π. (C) 15π. (D) 20π.

Lời giải.

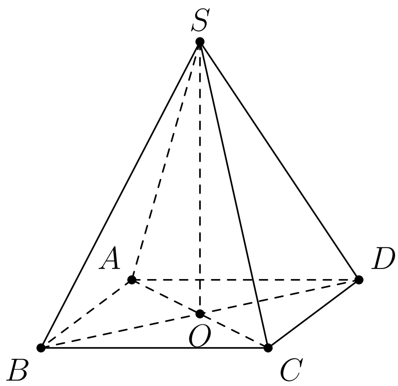
Độ dài đường sinh $l = \sqrt{r^2 + h^2} = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng $\pi \cdot r \cdot l = 15\pi$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

(A) $V = 4\pi a^3$. (B) $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. (C) $V = 4\pi a^3\sqrt{3}$. (D) $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.
Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{ASC} = 90^\circ$ nên $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu đường kính AC.
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ là $R = \dfrac{1}{2}AC = a$.
Thể tích khối cầu là $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a và (N) là hình nón có đỉnh là S với đáy là hình tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Tỉ số thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khối nón (N) bằng

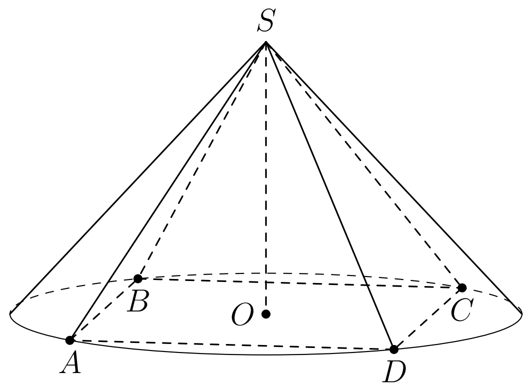
(A) $\dfrac{2}{\pi}$. (B) $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{2}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{2}}{\pi}$. (D) $\dfrac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} V_{(N)} = \dfrac{\pi \cdot SO \cdot AO^2}{3} = \dfrac{\pi \cdot SO \cdot AB^2}{6} \\ V_{S.ABCD} = \dfrac{SO \cdot AB^2}{3}. \end{cases}$

Ta được $\dfrac{V_{S.ABCD}}{V_{(N)}} = \dfrac{2}{\pi}$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương là

(A) $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. (C) $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. (D) $\dfrac{12\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

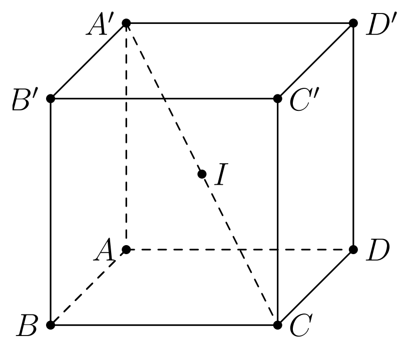
Lời giải.

Gọi I là trung điểm $A'C$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.

Bán kính mặt cầu là $R = CI = \dfrac{1}{2} \cdot CA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{3\sqrt{3}a^3}{8} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}.$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 13. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 8π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đó.

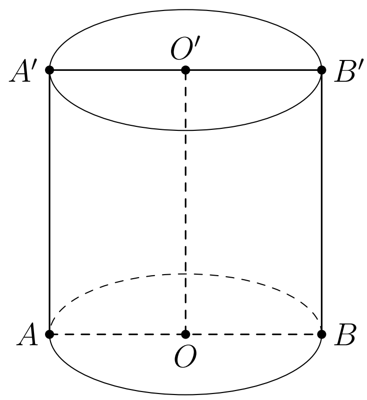
(A) $\dfrac{4\pi}{9}$. (B) $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{9}$. (C) $\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{9}$. (D) $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải.

Gọi bán kính đáy hình trụ là R. Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên chiều cao của hình trụ là $h = 2R$.
Từ đó ta có diện tích toàn phần

$$S_{\text{tp}} = S_{\text{đ}} + S_{\text{xq}} = 2\pi \cdot R^2 + 2\pi \cdot R \cdot 2R = 6\pi R^2 = 8\pi \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy thể tích khối trụ là $V = h\pi R^2 = 2\pi R^3 = \dfrac{16\sqrt{3}}{9}$.



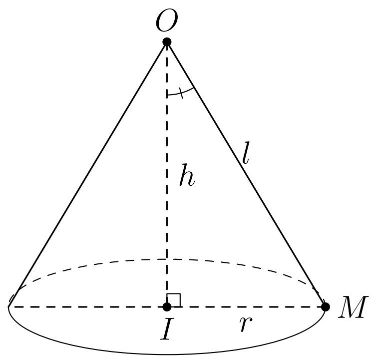
Chọn đáp án (C) □

Câu 14. Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I, $\widehat{IOM} = 30^\circ$ và $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích toàn phần là

(A) πa^2. (B) $4\pi a^2$. (C) $3\pi a^2$. (D) $2\pi a^2$.

Lời giải.

Khi quay nửa tam giác đều OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay có bán kính đáy $r = IM = a$, chiều cao $h = OI = \dfrac{IM}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$, độ dài đường sinh $l = OM = 2IM = 2a$.
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$, diện tích đáy của hình nón là $S_{\text{đáy}} = \pi r^2 = \pi a^2$.
Vậy diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 3\pi a^2$.



Chọn đáp án C □

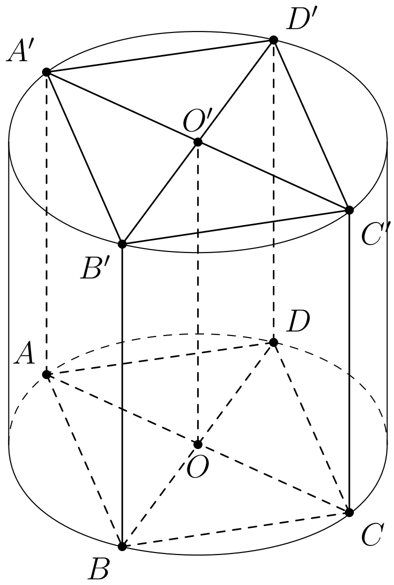
Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Diện tích xung quanh của hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng

A. $\sqrt{2}\pi a^3$. B. πa^2. C. $\sqrt{2}\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ cạnh a là $R = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
Chiều cao của hình trụ là $h = AA' = a$.
Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{\text{xq}} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\pi a^2.$$



Chọn đáp án C □

Câu 16. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

A. $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$. B. $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$.
C. $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$. D. $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$.

Lời giải.

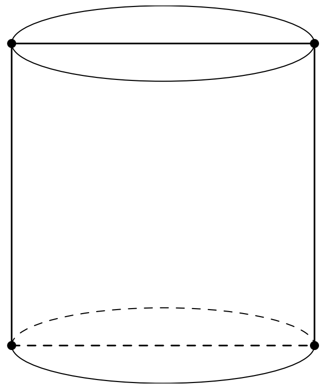
Ta có diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot l$, diện tích đáy $S_{\text{đáy}} = 2\pi R^2$.
Khi đó $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = 2\pi \cdot R \cdot l + 2\pi \cdot R^2$.
Chọn đáp án C □

Câu 17. Một hình trụ có thiết qua trục là một hình vuông có chu vi bằng $16a$. Tìm thể tích của khối trụ đó.

A. $128\pi a^3$. B. $512\pi a^3$. C. $\dfrac{16\pi}{3}a^3$. D. $16\pi a^3$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông có cạnh bằng $4a$ nên bán kính đáy hình trụ là $R = \dfrac{4a}{2} = 2a$ và chiều cao hình trụ là $h = 4a$.
Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 16\pi a^3$.

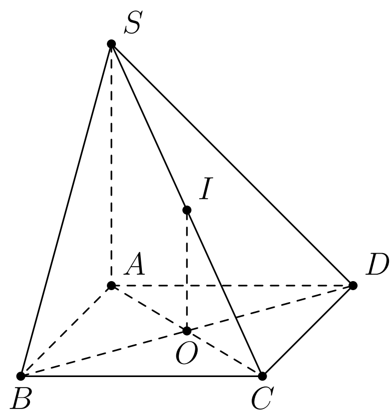


Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3a$, $AD = 4a$, SA vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a.

A $5a$. B $5a\sqrt{3}$. C $10a$. D $\dfrac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.
Gọi O là giao điểm của AC và BD. Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.
Trong (SAC) dựng đường thẳng qua O, song song với SA và cắt SC tại I.
Vì O là trung điểm của AC nên I cũng là trung điểm của của SC. Suy ra $IC = IA$.
Ta có $OI \perp (ABCD)$ và O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ nên OI là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.
Mặt khác $IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = 5a$.
Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và đáy là góc $\widehat{SCA}$.
Do vậy $\widehat{SCA} = 60°$.
Ta có $SC = \dfrac{AC}{\cos \widehat{SCA}} = \dfrac{5a}{\cos 60°} = 10a$.
Vì I là trung điểm của SC nên $IS = \dfrac{1}{2} \cdot SC = 5a$.
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $5a$.

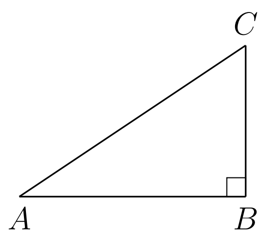


Chọn đáp án A □

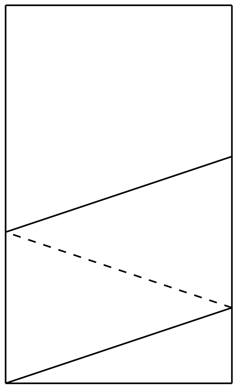
Câu 19. Để chào mừng 20 năm thành lập thành phố A, Ban tổ chức quyết định trang trí cho cổng chào có hai cột hình trụ. Các kĩ thuật viên đưa ra phương án quấn xoắn từ chân cột lên đỉnh cột đúng 20 vòng đèn Led cho mỗi cột. Biết bán kính trụ cổng là 30cm và chiều cao cổng là 5π(m). Tính chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột trụ cổng.

A 24π(m). B 20π(m). C 26π(m). D 30π(m).

Lời giải.
Để tính độ dài sợi dây, ta tính độ dài của một vòng dây quanh trụ. Khi trải vòng dây ra, độ dài vòng dây chính là độ dài cạnh huyền của tam giác vuông ABC như hình bên.



Trong đó độ dài AB bằng chu vi mặt đáy của cột, độ dài BC bằng $\dfrac{1}{20}$ chiều cao của cột.



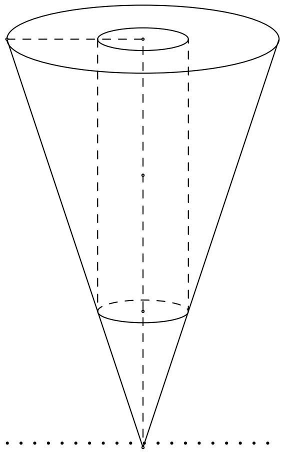
Ta có $AB = 2\pi \cdot 0,3 = 0,6\pi(\text{m})$ và $BC = \dfrac{5\pi}{20} = \dfrac{\pi}{4}(\text{m})$.

Do đó $AC = \sqrt{(0,6\pi)^2 + \left(\dfrac{\pi}{4}\right)^2} = \dfrac{13\pi}{20}(\text{m})$.

Vậy độ dài sợi dây dùng để trang hai cột trụ cổng là $2 \cdot 20 \cdot \dfrac{13\pi}{20} = 26\pi(\text{m})$.

Chọn đáp án C □

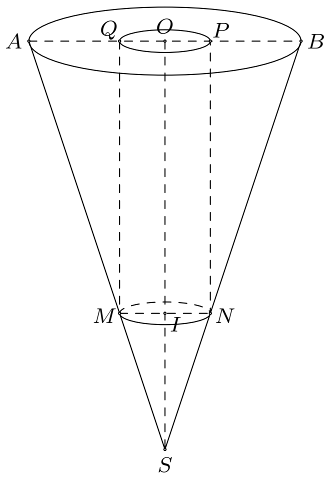
Câu 20. Một bình đựng nước dạng hình nón (không có nắp đáy), đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào bình đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\dfrac{16\pi}{9}$ dm^3. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón (như hình vẽ dưới). Tính bán kính đáy R của bình nước.



(A) $R = 3(\text{dm})$. (B) $R = 5(\text{dm})$. (C) $R = 2(\text{dm})$. (D) $R = 4(\text{dm})$.

Lời giải.

Cắt tổ hợp hai khối nón và trụ theo một mặt cắt đi qua trục của chúng ta được hình vẽ



Chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó nên chiều cao của bình bằng $h = 3R$.

Chiều cao của trụ bằng đường kính đáy của hình nón nên $h_n = 2R$.

Có $\dfrac{SI}{SO} = \dfrac{MI}{AO} \Leftrightarrow \dfrac{h - h_n}{h} = \dfrac{r_n}{R} \Leftrightarrow \dfrac{R}{3R} = \dfrac{r_n}{R}$ hay $r_n = \dfrac{R}{3}$.

Thể tích nước trào ra là do thể tích khối trụ chiếm chỗ nên $V_n = \dfrac{16\pi}{9} \Leftrightarrow 2R \cdot \pi \left(\dfrac{R}{3}\right)^2 = \dfrac{16\pi}{9} \Leftrightarrow R = 2$.

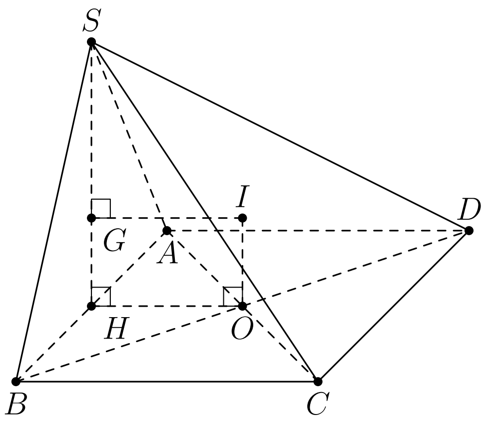
Chọn đáp án C □

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = 2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

(A) $\dfrac{16\pi a^2}{9}$. (B) $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. (C) $\dfrac{8\pi a^2}{3}$. (D) $\dfrac{16\pi a^2}{3}$.

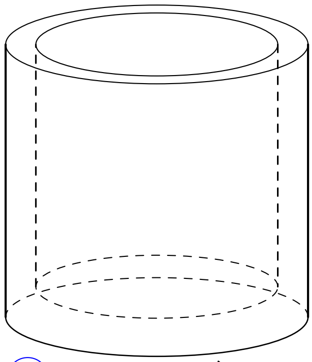
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác ABC, O là giao điểm của AC và BD, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
Khi đó $IG \perp (SAB)$ và $IO \perp (ABCD)$. Suy ra $IGHO$ là hình chữ nhật.
Ta có $R = IS = \sqrt{IG^2 + SG^2} = \sqrt{OH^2 + SG^2}$.
Lại có $OH = \dfrac{1}{2}BC = a$, $SG = \dfrac{AB}{2\sin 60^\circ} = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.
$S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}a\right)^2 = \dfrac{16\pi a^2}{3}$.



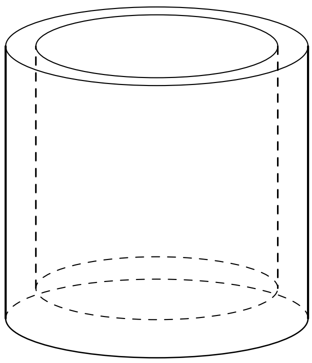
Chọn đáp án D □

Câu 22.
Người ta cần sản xuất một chiếc cốc thủy tinh có dạng hình trụ không có nắp với đáy cốc và thành cốc làm bằng thủy tinh đặc, phần đáy cốc dày đều 1,5cm và thành xung quanh cốc dày đều 0,2cm (hình vẽ bên). Biết rằng chiều cao của chiếc cốc là 15cm và khi ta đổ 180ml nước vào cốc thì đầy cốc. Nếu giá thủy tinh thành phẩm được tính là 500đ/1cm^3 thì giá tiền thủy tinh để sản xuất chiếc cốc đó gần nhất với số nào sau đây?



Ⓐ 31 nghìn đồng. Ⓑ 40 nghìn đồng. Ⓒ 20 nghìn đồng. Ⓓ 25 nghìn đồng.

Lời giải.
Gọi V (cm^3), R (cm) lần lượt là thể tích và bán kính, khối trụ bao ngoài cốc thủy tinh.
Đổi 180ml bằng 180cm^3. Thể tích thủy tinh bằng $(V - 180)$cm^3.
Khi đổ đầy nước, khối nước là khối trụ có chiều cao là $15 - 1{,}5 = 13,5$cm.
Gọi r (cm) là bán kính khối nước thì $180 = 13,5\pi r^2$, suy ra $r = \dfrac{2\sqrt{15}}{3\sqrt{\pi}} \approx$ 2,06cm.
Suy ra $R = r + 0{,}2 \approx$ 2,26cm, nên $V = 15\pi R^2 \approx 241$cm^3.



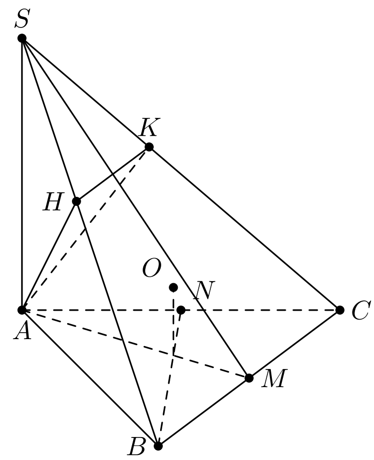
Do đó thể tích thủy tinh bằng $241 - 180 = 61$cm^3. Vậy giá tiền thủy tinh là $500 \cdot 61 = 30{,}5$ nghìn đồng.
Chọn đáp án A □

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a; $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC. Diện tích mặt cầu đi qua 5 điểm A, B, C, H, K là

Ⓐ $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. Ⓑ $3\pi a^2$. Ⓒ $\dfrac{\pi a^2}{3}$. Ⓓ $\dfrac{4\pi a^2}{9}$.

Lời giải.

Ta gọi mặt cầu đi qua A, B, C, H, K có tâm là O. Ta có mặt cầu (O) cắt mặt phẳng (SAC) theo đường tròn (C) là đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ACK$ có bán kính $r = \dfrac{a}{2}$. Dễ thấy khoảng cách từ tâm O của mặt cầu tới mặt phẳng (SAC) là $\mathrm{d} = \mathrm{d}\left[O,(SAC)\right] = \mathrm{d}\left[G,(SAC)\right] = GN = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ với G là trọng tâm của tam giác ABC, N là trung điểm AC.



Suy ra $R^2 = r^2 + \mathrm{d}^2 = \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{a^2}{12} = \dfrac{a^2}{3}$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = \dfrac{4\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 24. Cho hình chóp $O.ABC$ có $OA = OB = OC = a$, $\widehat{AOB} = 60^\circ$, $\widehat{BOC} = 90^\circ$, $\widehat{COA} = 120^\circ$. Gọi S là trung điểm OB. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A $\dfrac{a}{2}$. B $\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$. C $\dfrac{a\sqrt{7}}{4}$. D $\dfrac{a}{4}$.

Lời giải.

Vì $\triangle OBC$ vuông tại O nên $BC = a\sqrt{2}$.

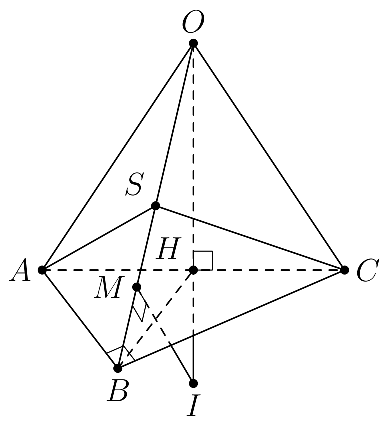
Vì $\triangle OAB$ cân có $\widehat{AOB} = 60^\circ$ nên là tam giác đều. Do đó $AB = a$.

Trong $\triangle OAC$, ta có:

$$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2 - 2 \cdot OA \cdot OC \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{3}.$$

Xét $\triangle ABC$ có

$$AB^2 + BC^2 = a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 3a^2 = BC^2.$$



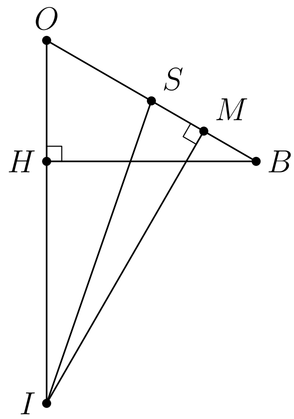
Suy ra $\triangle ABC$ vuông tại B. Khi đó tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là trung điểm H của AC.

Mặt khác hình chóp $O.ABC$ có $OA = OB = OC = a$ nên $OH \perp (ABC)$ hay OH là trục của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Trong mặt phẳng (OBH), dựng đường trung trực của SB cắt OH tại I, ta suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có tâm I và bán kính $R = IS$.

Gọi M là trung điểm của SB, ta có $OM = \dfrac{3a}{4}$ và $OH = \dfrac{a}{2}$ nên $\widehat{HOB} = 60^\circ$.

Suy ra $MI = OM \cdot \tan 60^\circ = \dfrac{3a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó



$$R^2 = IS^2 = IM^2 + MS^2 = \frac{27a^2}{16} + \frac{a^2}{16} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{7}}{2}a.$$

Chọn đáp án B □

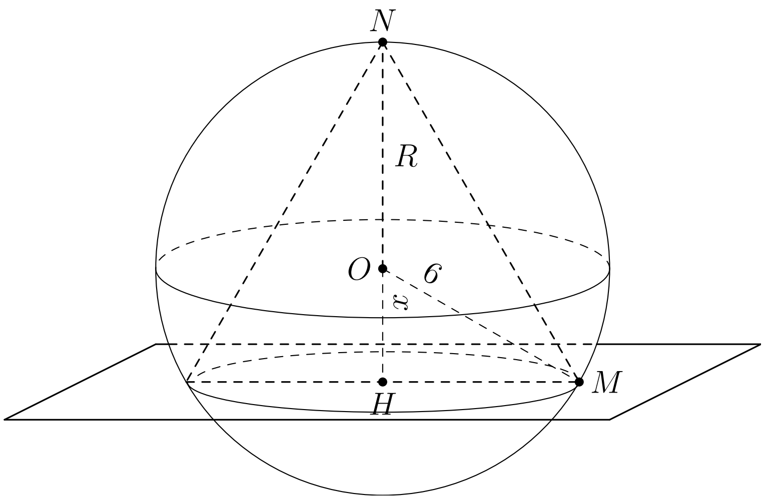
Câu 25. Cho khối cầu tâm O bán kính 6 cm. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng là x cm và cắt khối cầu theo đường tròn (C). Một khối nón có đỉnh thuộc mặt cầu, đáy là hình tròn (C). Biết khối nón có thể tích lớn nhất, khi đó giá trị của x bằng bao nhiêu?

A 3 cm. B 4 cm. C 0 cm. D 2 cm.

Lời giải.

Bài toán tổng quát: Cho khối cầu tâm O bán kính R cm. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng là x cm và cắt khối cầu theo đường tròn (C). Một khối nón có đỉnh thuộc mặt cầu, đáy là hình tròn (C). Biết khối nón có thể tích lớn nhất, khi đó giá trị của x bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải: Gọi H là tâm đường tròn (C) và N là đỉnh của khối nón. Do mặt nón nội tiếp mặt cầu nên ba điểm H, O, N thẳng hàng.
Khi đó chiều cao khối nón là $h = R+x$, và bán kính mặt đáy của khối nón là $r = \sqrt{R^2 - x^2}$.
Suy ra thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot (R^2 - x^2) \cdot (R+x) = f(x)$ với $0 < x < R$.
Khảo sát hàm số $f(x)$ ta tìm được giá trị lớn nhất tại $x = x_0$. Từ đó suy ra $x = x_0$ là giá trị cần tìm.



Gọi H là tâm đường tròn (C) và N là đỉnh của khối nón. Do mặt nón nội tiếp mặt cầu nên ba điểm H, O, N thẳng hàng.
Khi đó chiều cao khối nón là $h = 6+x$, và bán kính mặt đáy của khối nón là $r = \sqrt{OM^2 - OH^2} = \sqrt{36 - x^2}$.
Suy ra thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot (36 - x^2) \cdot (6 + x)$ với $0 < x < 6$.
Xét hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot (36 - x^2) \cdot (6 + x)$ với $0 < x < 6$.
Suy ra $f'(x) = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot [(-2x) \cdot (6 + x) + (36 - x^2)] = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot (-3x^2 - 12x + 36)$.
Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (do $0 < x < 6$).
Khi đó ta có bảng biến thiên

x	0		2		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	72π	$\nearrow$	$\dfrac{256}{3}\pi$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy thể tích của khối nón lớn nhất bằng $\dfrac{256}{3}\pi$ khi $x = 2$.
Vậy $x = 2$ là giá trị cần tìm.
Chọn đáp án D □

HẾT

HỌ VÀ TÊN | **Lớp:** ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

	SỐ BÁO DANH						MÃ ĐỀ		
0	0	0	0	0	0	0	0	●	●
1	1	1	1	1	1	1	●	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	●	C	D
2	A	B	C	●
3	A	●	C	D
4	A	B	●	D
5	A	B	C	●
6	●	B	C	D
7	A	●	C	D
8	●	B	C	D
9	A	B	●	D
10	A	B	C	●

	A	B	C	D
11	●	B	C	D
12	●	B	C	D
13	A	B	●	D
14	A	B	●	D
15	A	B	●	D
16	A	B	●	D
17	A	B	C	●
18	●	B	C	D
19	A	B	●	D
20	A	B	●	D

	A	B	C	D
21	A	B	C	●
22	●	B	C	D
23	●	B	C	D
24	A	●	C	D
25	A	B	C	●

THPT Nguyễn Hữu Cảnh
Nguyễn Văn Sang
(Đề thi có 11 trang)

BỘ ĐỀ ÔN KIỂM TRA - KHỐI TRÒN XOAY
Môn: Toán
Thời gian làm bài 30 phút (25 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: ....

Mã đề thi 101

HỌ VÀ TÊN

Lớp: ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

	SỐ BÁO DANH						MÃ ĐỀ		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D

	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D

	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D

Câu 1. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 2π cm^2 và bán kính đáy $r = \dfrac{1}{2}$ cm. Khi đó độ dài đường sinh của hình nón là

Ⓐ 3 cm. Ⓑ 1 cm. Ⓒ 4 cm. Ⓓ 2 cm.

Lời giải.

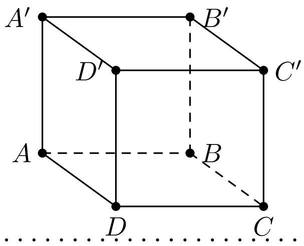
Ta có $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l \Rightarrow 2\pi = \pi \cdot \dfrac{1}{2} \cdot l \Rightarrow l = 4$ cm.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 2.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu mặt trụ tròn xoay đi qua sáu đỉnh của khối lập phương?

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.



Lời giải.

Có 4 mặt trụ tròn xoay đi qua 6 đỉnh của hình lập phương.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 3. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Ⓑ Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Ⓒ Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Ⓓ Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.

Do hình thang cân nội tiếp đường tròn nên hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 4. Một mặt cầu có diện tích 16π. Tính bán kính R của mặt cầu

Ⓐ $R = 2$. Ⓑ $R = 4\pi$. Ⓒ $R = 2\pi$. Ⓓ $R = 4$.

Lời giải.

$S_{\text{mc}} = 4\pi R^2 = 16\pi \Rightarrow R = 2$.

Chọn đáp án Ⓐ □

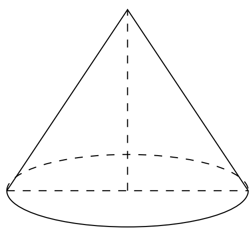
Câu 5. Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là

Ⓐ Một tam giác cân. Ⓑ Một hình chữ nhật.

Ⓒ Một đường elip. Ⓓ Một trường tròn.

Lời giải.

Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân.



Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 6. Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

Ⓐ $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. Ⓑ $2\pi r^2 h$. Ⓒ $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. Ⓓ $\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Cho khối nón (N) có bán kính $r = \sqrt{5}$, có chiều cao $h = 5$. Thể tích V của khối nón (N) đã cho là

(A) $V_{(N)} = \dfrac{27\pi}{5}$. (B) $V_{(N)} = \dfrac{16\pi}{5}$. (C) $V_{(N)} = \dfrac{25\pi}{3}$. (D) $V_{(N)} = \dfrac{26\pi}{5}$.

Lời giải.

Ta có $V_{(N)} = \dfrac{1}{3} \cdot 5\pi \left(\sqrt{5}\right)^2 = \dfrac{25\pi}{3}$.

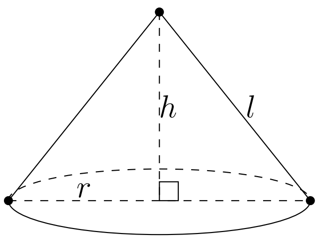
Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Một hình nón có đường cao $h = 4$ cm, bán kính đáy $r = 5$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

(A) $5\pi\sqrt{41}$. (B) $4\pi\sqrt{41}$. (C) 15π. (D) 20π.

Lời giải.

Hình nón có đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$.



Diện tích xung quanh củahình nón là $s_{xq} = \pi r l = 5\pi\sqrt{41}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Cho một mặt cầu có diện tích là S, thể tích khối cầu đó là V. Tính bán kính R của mặt cầu.

(A) $R = \dfrac{4V}{S}$. (B) $R = \dfrac{V}{3S}$. (C) $R = \dfrac{S}{3V}$. (D) $R = \dfrac{3V}{S}$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu là $S = 4\pi R^2$; $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

$\Rightarrow R = \dfrac{3V}{S}$.

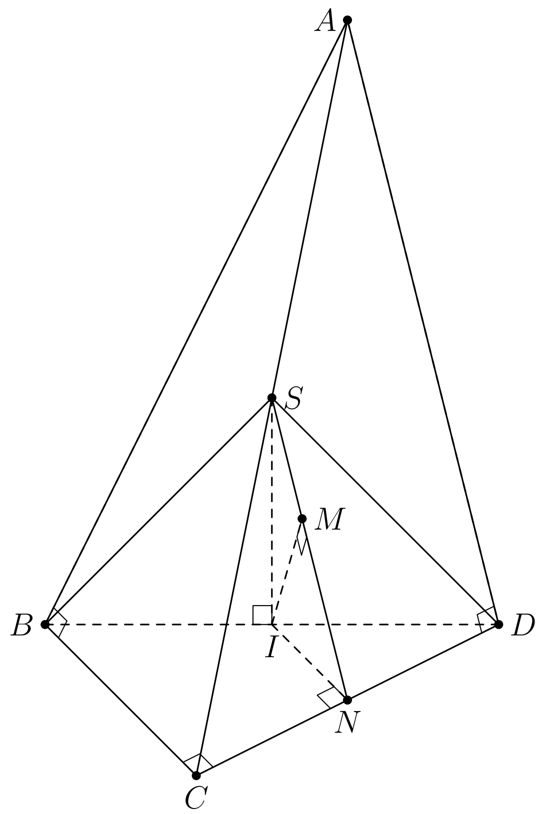
Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại C, $BC = CD = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, khoảng cách từ điểm B đến (ACD) là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ bằng bao nhiêu?

(A) $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $12\pi^3$. (C) $12\pi a^3\sqrt{3}$. (D) $4\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi Slà trung điểm AC. Vì hai tam giác ABC, ACD vuông có chung cạnh huyền AC nên $SA = SB = SC = SD$ hay S là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm BD, suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Khi đó SI là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD hay $SI \perp (BCD)$.
Gọi N, M lần lượt là hình chiếu của I lên CD, SN. Suy ra $SM \perp (SCN)$. Khi đó $IM = d(I;(SCN)) = d(I;(ACD)) = \frac{1}{2}d(B;(ACD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
N là trung điểm CD nên $IN = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ta có $\frac{1}{IN^2} + \frac{1}{IS^2} = \frac{1}{IM^2} \Rightarrow SI^2 = \frac{3a^2}{2}$.
Ta có $R = SC = \sqrt{SI^2 + CI^2} = a\sqrt{3}$. Thể tích mặt cầu cần tìm $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án (D) □

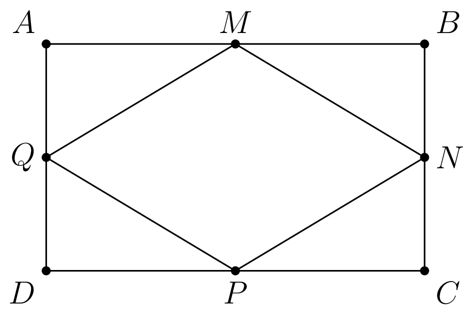
Câu 11. Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA. Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN, tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích V bằng bao nhiêu?

(A) $V = 8\pi$. (B) $V = 6\pi$. (C) $V = 2\pi$. (D) $V = 4\pi$.

Lời giải.

Vật tròn xoay tạo thành có thể hình dung như là hai khối nón bằng nhau sinh bởi hai tam giác NMP và QMP.

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{MP^2}{4} \cdot \frac{QN}{2} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{4^2}{4} \cdot \frac{6}{2} = 8\pi.$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy hình nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh hình nón (N).

(A) $\frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$. (B) $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. (C) $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. (D) $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

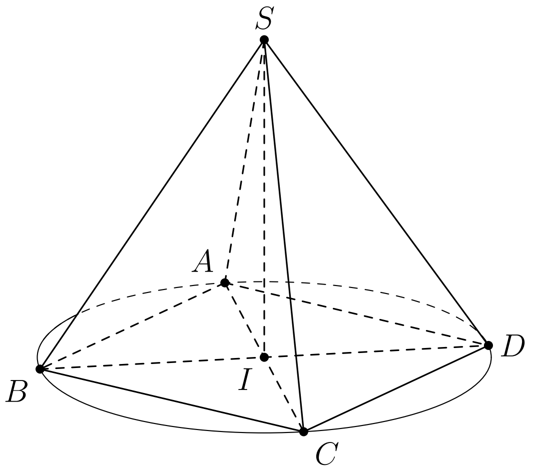
Bán kính hình nón: $R = IA = a$, đường sinh hình nón là l, $S_{xq} = \pi R l = 2\pi a^2 \Rightarrow l = 2a$.
Đường cao hình nón

$$SI = h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

Đường cao hình nón là đường cao hình chóp

$$AB = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}\left(a\sqrt{2}\right)^2 a\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$



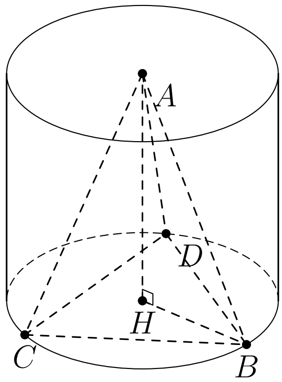
Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A $S_{\text{xq}} = 24\sqrt{2}\pi$. B $S_{\text{xq}} = 12\sqrt{2}\pi$. C $S_{\text{xq}} = 12\sqrt{3}\pi$. D $S_{\text{xq}} = 24\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD là $R = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$.
Đường cao $h = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{6^2 - 12} = 2\sqrt{6}$.
$S_{\text{xq}} = 2\pi R h = 2\pi 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} = 24\sqrt{2}\pi$.



Chọn đáp án A □

Câu 14. Tính thể tích của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương có các cạnh bằng a.

A $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. B $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. C $\dfrac{\pi a^3}{4}$. D $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng a. Đường chéo AC' có độ dài là $AC' = a\sqrt{3}$. Suy ra bán kính hình cầu ngoại tiếp là $R = \dfrac{AC'}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó thể tích của hình cầu là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}.$$

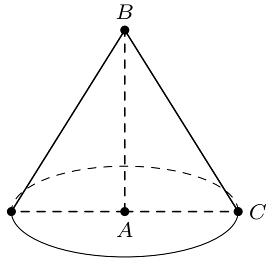
Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$; $AC = 5$. Tính thể tích của khối nón sinh ra khi tam giác ABC quay xung quanh cạnh AB.

A 36π. B $\dfrac{100\pi}{3}$. C 12π. D 16π.

Lời giải.

Thể tích của khối nón sinh ra khi tam giác ABC quay xung quanh cạnh AB là $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{100\pi}{3}$.

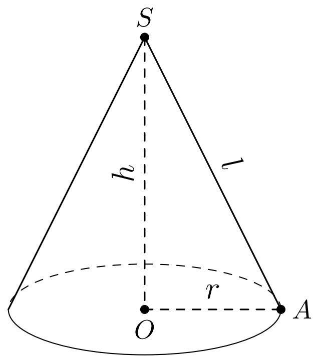


Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Cho hình nón có độ dài đường sinh gấp đôi chiều cao và bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) $4\sqrt{3}\pi$. (B) $2\sqrt{3}\pi$. (C) $\sqrt{3}\pi$. (D) $\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi$.

Lời giải.



Từ giả thiết ta có $l = 2h$.

Mặt khác ta có: $h^2 + r^2 = l^2 \Leftrightarrow h^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 = (2h)^2 \Leftrightarrow h = 1 \Rightarrow l = 2$.

Diện tích xung quanh $S = \pi r l = \pi\sqrt{3}\cdot 2 = 2\pi\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Một hình nón có đường cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

(A) $75\pi\sqrt{41}$. (B) $25\pi\sqrt{41}$. (C) $5\pi\sqrt{41}$. (D) $125\pi\sqrt{41}$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh l của hình nón là

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{25^2 + 20^2} = 5\sqrt{41}\ \text{(cm)}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi\cdot 25\cdot 5\sqrt{41} = 75\pi\sqrt{41}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Đoạn thẳng $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi M là trung điểm SC, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A và M đồng thời song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E, F. Bán kính mặt cầu đi qua năm điểm S, A, E, M, F nhận giá trị nào sau đây?

(A) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $\dfrac{a}{2}$. (C) $a\sqrt{2}$. (D) a.

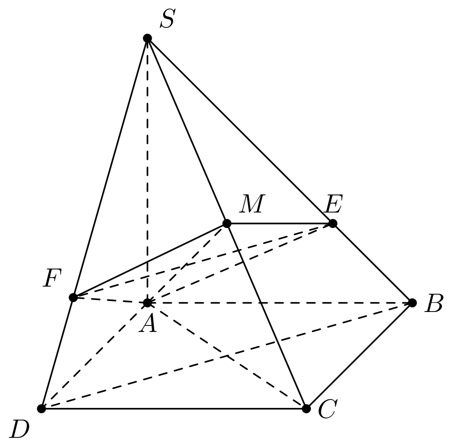
Lời giải.

Do $SA = AC = a\sqrt{2}$ nên $\triangle SAC$ vuông cân tại A mà M là trung điểm SC nên $AM \perp SC$ (1).

Do $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC.$

Vì $BD \parallel (\alpha) \Rightarrow SC \perp (\alpha)$ mà $AE \subset (\alpha)$ nên $SC \perp AE$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà $AE \subset (SAB)$ nên $AE \perp BC$.



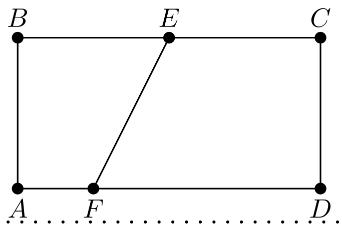
Vậy $\begin{cases} AE \perp BC \\ AE \perp SC \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SB$ (2).

Tương tự $AF \perp SD$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra năm điểm S, A, E, M, F cùng thuộc mặt cầu đường kính SA. Do đó bán kính mặt cầu là $R = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

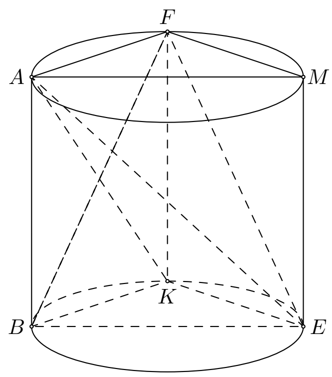
Chọn đáp án A □

Câu 19. Có một mảng bìa hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 2a$, $AD = 4a$. Người ta đánh dấu E là trung điểm BC và $F \in AD$ sao cho $AF = a$. Sau đó người ta cuốn mảnh bìa lại sao cho cạnh DC trùng cạnh AB tạo thành một hình trụ. Tính thể tích tứ diện $ABEF$ với các đỉnh A, B, E, F nằm trên hình trụ vừa tạo thành.



A $\dfrac{a^3}{3\pi}$. B $\dfrac{8a^3}{3\pi^2}$. C $\dfrac{8a^3}{\pi^2}$. D $\dfrac{16a^3}{3\pi^2}$.

Lời giải.



Hai đáy là hai đường tròn bán kính $R = \dfrac{C}{2\pi} = \dfrac{2a}{\pi}$.

Gọi K là hình chiếu của F lên mặt đáy $\Rightarrow ABKF$ là hình chữ nhật.

Vì $\overset{\frown}{AF} = \dfrac{1}{4}(O, R) \Rightarrow AF = R\sqrt{2} = \dfrac{2\sqrt{2}a}{\pi} \Rightarrow S_{ABKF} = AB \cdot AF = 2a \cdot \dfrac{2\sqrt{2}a}{\pi} = \dfrac{4\sqrt{2}a^2}{\pi}$.

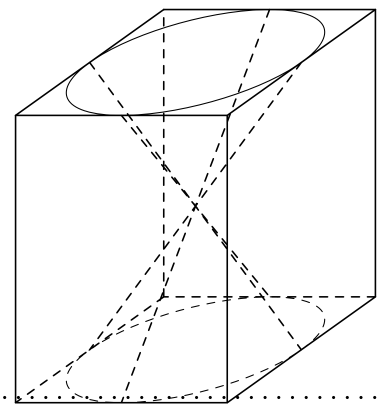
$$EK = \sqrt{BE^2 - BK^2} = \sqrt{\left(\frac{4a}{\pi}\right)^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}a}{\pi}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}a}{\pi} \Rightarrow V_{E.ABKF} = \frac{1}{3}EK \cdot S_{ABKF} = \frac{16a^3}{3\pi}.$$

$$\Rightarrow V_{E \cdot ABF} = \frac{1}{2}V_{E \cdot ABKF} = \frac{8a^3}{3\pi}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 20.

Một hình hộp đứng có đáy là hình vuông chứa đồng hồ cát như hình vẽ. Tỉ số thể tích của đồng hồ cát và phần còn lại giữa đồng hồ cát và hình hộp đứng là



(A) $\dfrac{\pi}{6-\pi}$. (B) $\dfrac{\pi}{24-2\pi}$. (C) $\dfrac{\pi}{24-\pi}$. (D) $\dfrac{\pi}{12-\pi}$.

Lời giải.

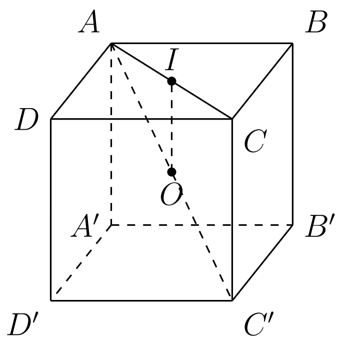
Gọi $2a$ là độ dài cạnh hình vuông đáy.
h là chiều cao của khối hộp.
Thể tích của đồng hồ cát là V_1.
Thể tích khối hộp là V_2.
Thể tích phần còn lại giữa đồng hồ cát và hình hộp đứng là $V_3 = V_2 - V_1$.
Ta có $V_1 = \dfrac{1}{3}h \cdot \pi \cdot a^2$. $V_2 = h \cdot 4a^2$
Suy ra $V_3 = h \cdot a^2 \left(4 - \dfrac{1}{3}\pi\right)$. Từ đó suy ra tỉ số thể tích $\dfrac{V_1}{V_3} = \dfrac{\pi}{12-\pi}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 21. Cho khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của một hình lập phương. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu và khối lập phương đó. Tính $k = \dfrac{V_1}{V_2}$.

(A) $k = \dfrac{2\pi}{3}$. (B) $k = \dfrac{\pi\sqrt{2}}{3}$. (C) $k = \dfrac{\pi}{6}$. (D) $k = \dfrac{\pi}{3}$.

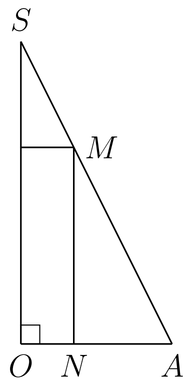
Lời giải.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$.
Mặt cầu nội tiếp hình lập phương có bán kính bằng OI với O là trung điểm của AC' và I là trung điểm của AC. Khi đó, $OI = a$.
Do đó thể tích khối cầu là $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi a^3$.
Thể tích khối lập phương là $V_2 = (2a)^3 = 8a^3$.
Vậy $k = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\pi}{6}$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 22. Cho tam giác SOA vuông tại O có $MN \parallel SO$ với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, OA như hình vẽ bên dưới. Đặt $SO = h$ (không đổi). Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = OA$. Tìm độ dài của MN theo h để thể tích khối trụ là lớn nhất.



Ⓐ $MN = \dfrac{h}{3}$. Ⓑ $MN = \dfrac{h}{4}$. Ⓒ $MN = \dfrac{h}{2}$. Ⓓ $MN = \dfrac{h}{6}$.

Lời giải.

Đặt $MN = x, (x > 0)$ và $OA = a, (a > 0)$, a là hằng số.

Ta có $\dfrac{MN}{SO} = \dfrac{NA}{OA} \Rightarrow NA = \dfrac{MN \cdot OA}{SO} \Rightarrow NA = \dfrac{xa}{h} \Rightarrow ON = a - \dfrac{xa}{h}$.

Khối trụ thu được có bán kính đáy bằng ON và chiều cao bằng MN.

Thể tích khối trụ là $V = \pi \cdot ON^2 \cdot MN = \pi \cdot x \cdot a^2 \left(\dfrac{h-x}{h}\right)^2 = \pi a^2 \dfrac{1}{2h^2} 2x(h-x)^2 \leq \dfrac{\pi a^2}{2h^2}\left(\dfrac{2h}{3}\right)^3$.

Dấu bằng xảy ra khi $2x = h - x \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{3}$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 23. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Ⓐ $V = \dfrac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. Ⓑ $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. Ⓒ $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. Ⓓ $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

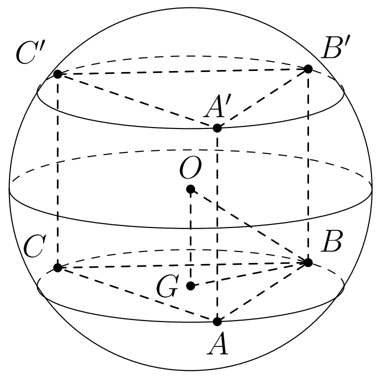
Lời giải.

Gọi O là tâm mặt cầu và G là trọng tâm của tam giác đều ABC.

Ta có $OG = \dfrac{1}{2}AA' = a$ và $GB = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Bán kính của mặt cầu là $R = OB = \sqrt{OG^2 + GB^2} = \dfrac{a2\sqrt{3}}{3}$.

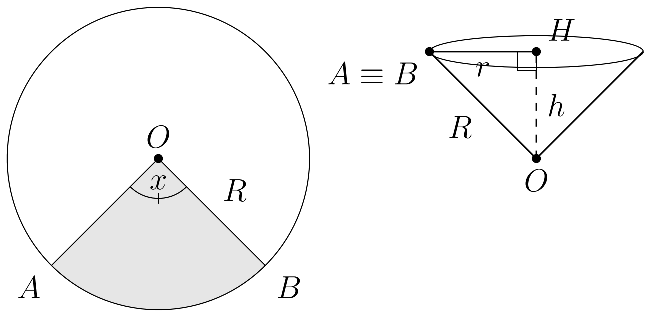
Vậy thể tích của khối cầu là $V = \dfrac{4\pi R^3}{3} = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.



Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 24.

Bạn An có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, An muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó An phải cắt bỏ hình quạt tròn OAB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất.



Ⓐ $x = \dfrac{\pi}{2}$. Ⓑ $x = \dfrac{2\sqrt{6}\pi}{3}$.

Ⓒ $x = \dfrac{\pi}{4}$. Ⓓ $x = \dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy, chiều cao của phễu.

Xét tam giác vuông OAH có $h = \sqrt{R^2 - r^2}$, từ đó suy ra thể tích của phễu

$$V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}\sqrt{(R^2 - r^2)r^4}. \ (1)$$

Nhận thấy $(R^2 - r^2)r^4 = 4(R^2 - r^2) \cdot \dfrac{r^2}{2} \cdot \dfrac{r^2}{2} \leq 4\left(\dfrac{R^2 - r^2 + \dfrac{r^2}{2} + \dfrac{r^2}{2}}{3}\right)^3 = \dfrac{4R^6}{27}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra V lớn nhất khi và chỉ khi $\dfrac{r^2}{2} = R^2 - r^2 \Leftrightarrow r = \dfrac{R\sqrt{6}}{3}$.

Theo giả thiết ta có chu vi đáy phễu bằng chiều dài cung AB hay

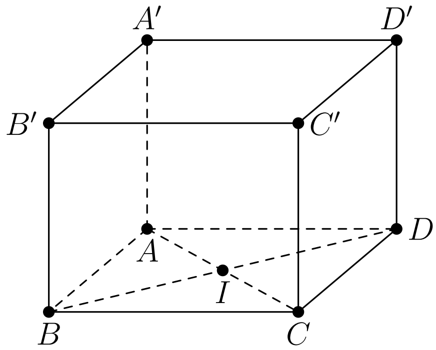
$$Rx = 2\pi r \Leftrightarrow x = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi\dfrac{R\sqrt{6}}{3}}{R} = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 25. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài chiều cao bằng h không đổi. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Biết rằng khi A, B, C, D di động thì $IA \cdot IC = IB \cdot ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

A $\dfrac{h\sqrt{5}}{2}$. B $\dfrac{h\sqrt{3}}{3}$. C h. D $2h$.

Lời giải.



• $IA \cdot IC = IB \cdot ID$ nên $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm K bán kính r. Ta có $IA \cdot IC = IB \cdot ID = r^2 - IK^2$ nên $r^2 = IK^2 + h^2$.

• Giả sử $(O; R)$ là mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ. Suy ra $OK \perp (ABCD)$ và $OK = \dfrac{1}{2}h$.

• Ta có $R^2 = r^2 + OK^2 = h^2 + IK^2 + \dfrac{1}{4}h^2 \geq \dfrac{5}{4}h^2 \Rightarrow R \geq \dfrac{h\sqrt{5}}{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.

Chọn đáp án A □

HẾT

HỌ VÀ TÊN | **Lớp:** ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

	SỐ BÁO DANH						MÃ ĐỀ		
0	0	0	0	0	0	0	0	●	0
1	1	1	1	1	1	1	●	1	●
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	●	D
2	●	B	C	D
3	A	B	●	D
4	●	B	C	D
5	●	B	C	D
6	●	B	C	D
7	A	B	●	D
8	●	B	C	D
9	A	B	C	●
10	A	B	C	●
11	●	B	C	D
12	A	B	●	D
13	●	B	C	D
14	●	B	C	D
15	A	●	C	D
16	A	●	C	D
17	●	B	C	D
18	●	B	C	D
19	A	●	C	D
20	A	B	C	●
21	A	B	●	D
22	●	B	C	D
23	A	B	C	●
24	A	●	C	D
25	●	B	C	D

THPT Nguyễn Hữu Cảnh
Nguyễn Văn Sang
(*Đề thi có 11 trang*)

BỘ ĐỀ ÔN KIỂM TRA - KHỐI TRÒN XOAY
Môn: Toán
Thời gian làm bài 30 phút (25 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: ....

Mã đề thi 102

HỌ VÀ TÊN | | **Lớp:** ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

MÃ ĐỀ

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D

	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D

	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D

Câu 1. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

(A) $V = 4\pi R^2$. (B) $V = \pi R^3$. (C) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. (D) $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Thể tích V của khối cầu bán kính 6cm là

(A) $V = 288\pi(\text{cm}^3)$. (B) $V = 864\pi(\text{cm}^3)$. (C) $V = 432\pi(\text{cm}^3)$. (D) $V = 216\pi(\text{cm}^3)$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính 6cm là $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi(\text{cm}^3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Cho hình trụ có độ dài đường sinh là l, bán kính đáy hình trụ bằng r. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

(A) $S_{\text{xq}} = 2\pi r^2 l$. (B) $S_{\text{xq}} = \pi rl$. (C) $S_{\text{xq}} = 2\pi rl$. (D) $S_{\text{xq}} = \frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{\text{xq}} = 2\pi rl$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.
(B) Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
(C) Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
(D) Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.

Do hình thang cân nội tiếp đường tròn nên hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

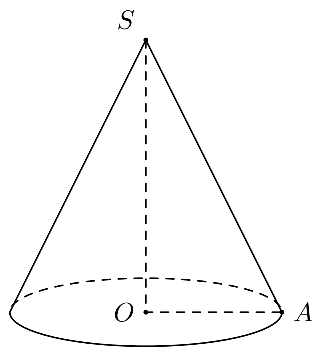
Chọn đáp án (C) □

Câu 5. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó theo l, h, r.

(A) $S_{\text{xq}} = \pi rl$. (B) $S_{\text{xq}} = \pi rh$. (C) $S_{\text{xq}} = 2\pi rl$. (D) $S_{\text{xq}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{\text{xq}} = \pi rl$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Cho đường thẳng Δ cố định, một đường thẳng d cắt Δ và tạo với Δ một góc α $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Quay đường thẳng d quanh trục Δ sao cho d luôn cắt Δ tại một điểm cố định và góc α không đổi thì tạo ra một mặt tròn xoay là mặt gì?

(A) Mặt cầu. (B) Mặt trụ. (C) Mặt nón. (D) Mặt phẳng.

Lời giải.

Theo định nghĩa mặt nón tròn xoay.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho khối nón có chiều cao h, bán kính là r. Công thức tính thể tích của khối nón đó là

A $V = hr^2$. B $V = \frac{1}{3}\pi hr^2$. C $V = \frac{1}{3}hr^2$. D $V = \pi hr^2$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích của hình nón $V = \frac{1}{3}\pi hr^2$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Khối trụ tròn xoay có đường kính đáy là $2a$, chiều cao là $h = 2a$ có thể tích là

A $V = 2\pi a^3$. B $V = 2\pi a^2$. C $V = \pi a^3$. D $V = 2\pi a^2 h$.

Lời giải.

Khối trụ tròn xoay có đường kính đáy là $2a$, chiều cao là $h = 2a$ có thể tích là

$$V = hS = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3.$$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Tính độ dài đường sinh của một hình nón có bán kính đáy bằng 3 cm và chiều cao bằng 5 cm.

A 3 cm. B $\sqrt{41}$ cm. C $\sqrt{34}$ cm. D 4 cm.

Lời giải.

Độ dài đường sinh l của hình nón có $r = 3$ cm và $h = 5$ cm là $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{34}$ cm.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đã cho.

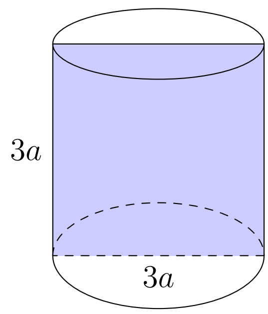
A $S_{tp} = \frac{13a^2\pi}{6}$. B $S_{tp} = \frac{9a^2\pi}{2}$. C $S_{tp} = \frac{27a^2\pi}{2}$. D $S_{tp} = 9a^2\pi$.

Lời giải.

Đường kính đáy trụ bằng $3a$, suy ra tổng diện tích các đáy trụ bằng $\frac{9a^2\pi}{2}$.

Diện tích xung quanh của trụ bằng $2\pi \cdot \frac{3a}{2} \cdot 3a = 9a^2\pi$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ đã cho là $S_{tp} = 9a^2\pi + \frac{9a^2\pi}{2} = \frac{27a^2\pi}{2}$.



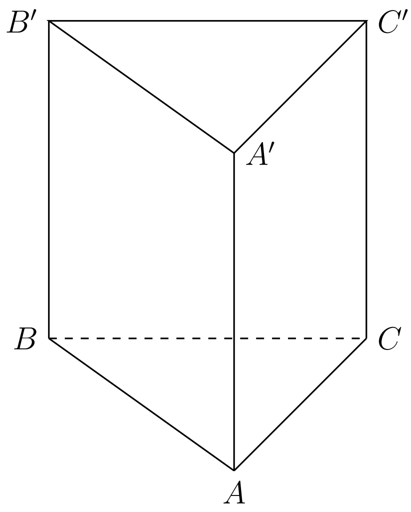
Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có một đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3a$, $BC = 5a$. Biết khối trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai tam giác ABC, $A'B'C'$ và có thể tích bằng $2\pi a^3$. Chiều cao AA' của lăng trụ bằng

A $\sqrt{3}a$. B $2a$. C $3a$. D $\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4a$.
Bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác ABC là
$r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{AB \cdot AC}{AB + BC + CA} = \dfrac{3a \cdot 4a}{3a + 4a + 5a} = a$
Chiều cao của lăng trụ bằng chiều cao của khối trụ và bằng
$AA' = \dfrac{V}{S} = \dfrac{2\pi a^3}{\pi r^2} = 2a$.



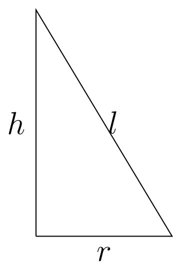
Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Cho khối nón có thể tích là 96π, tỉ số giữa đường cao và đường sinh là $\dfrac{4}{5}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

(A) $S_{xq} = 96\pi$. (B) $S_{xq} = 60\pi$. (C) $S_{xq} = 66\pi$. (D) $S_{xq} = 69\pi$.

Lời giải.

Ta có $V = \dfrac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot r^2 = 96\pi \Rightarrow hr^2 = 288$.
Mà $\dfrac{h}{l} = \dfrac{4}{5} \Rightarrow h = \dfrac{4}{3}r$ Do đó $\dfrac{4}{3}r \cdot r^2 = 288 \Leftrightarrow r = 6 \Rightarrow l = 10$.
Nên $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi$.



Chọn đáp án (B) □

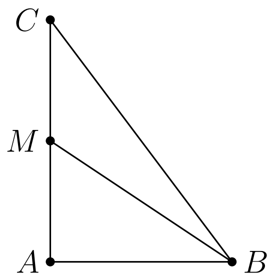
Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh $AB = 6$, $AC = 8$ và M là trung điểm của cạnh AC. Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quay quanh cạnh AB là

(A) 86π. (B) 106π. (C) 96π. (D) 98π.

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay do tam giác BMC quay quanh cạnh AB bằng thể tích khối tròn xoay do tam giác ABC quay quanh cạnh AB trừ đi thể tích khối tròn xoay do tam giác ABM quay quanh cạnh AB, khi đó

$$V = \frac{1}{3}AB \cdot \pi AC^2 - \frac{1}{3}AB \cdot \pi AM^2 = \pi\frac{AB}{3}\left(AC^2 - AM^2\right) = 96\pi.$$



Chọn đáp án (C) □

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B. Biết $SB = \sqrt{5}a$, $BC = \sqrt{3}a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

(A) $S = 4\pi a^2$. (B) $S = 2\pi a^2$. (C) $S = 8\pi a^2$. (D) $S = 4\sqrt{2}\pi a^2$.

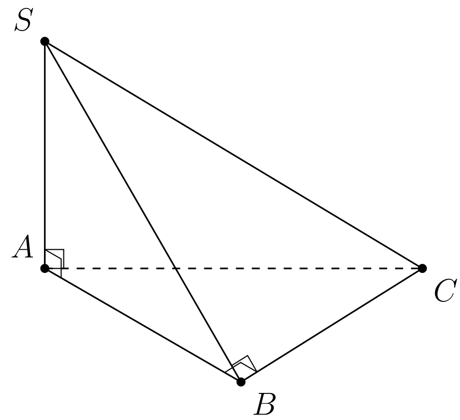
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$

Ta có $\widehat{SAC}$ và $\widehat{SBC}$ cùng nhìn SC dưới một góc $90°$. Do vậy, tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là trung điểm SC.

Ta có $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{2}$.

Ta có $S = 4\pi \dfrac{SC^2}{4} = 8\pi a^2$.



Chọn đáp án C □

Câu 15. Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a, có diện tích xung quanh là

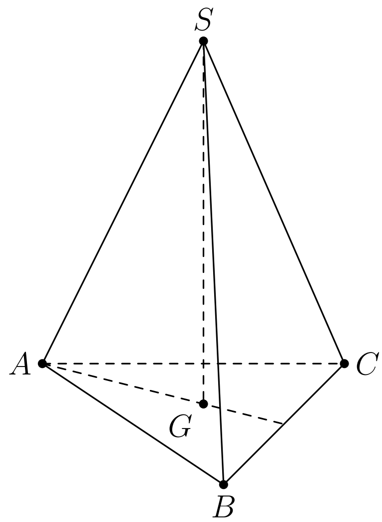
A $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. B $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. C $\dfrac{\pi a^2}{3}$. D $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Xét tứ diện đều $S.ABC$ như hình vẽ, có G là trọng tâm $\triangle ABC$.

Ta có bán kính đường tròn đáy là $GA = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi \cdot GA \cdot SA = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án D □

Câu 16. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 3 cm là

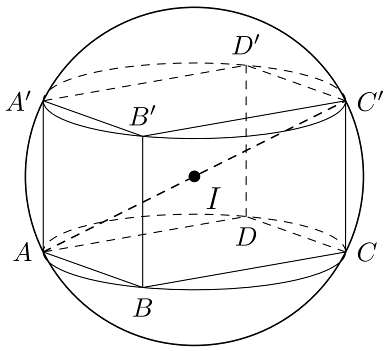
A $\dfrac{9\pi\sqrt{3}}{2}$ cm^3. B $\dfrac{27\pi\sqrt{3}}{8}$ cm^3. C $\dfrac{27\pi\sqrt{3}}{2}$ cm^3. D $9\pi\sqrt{3}$ cm^3.

Lời giải.

Nhận xét: Khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có tâm là tâm của hình lập phương và bán kính bằng nửa độ dài đường chéo.

Ta có độ dài đường chéo $AC' = AA'\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ nên bán kính khối cầu là $R = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{27\pi\sqrt{3}}{2}$ cm^3.

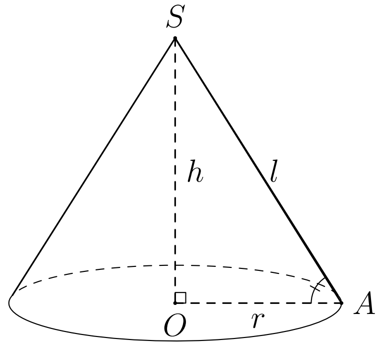


Chọn đáp án C □

Câu 17. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tan của góc giữa một đường sinh và mặt đáy của nón là

A $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. B $\dfrac{1}{3}$. C 8. D $2\sqrt{2}$.

Lời giải.



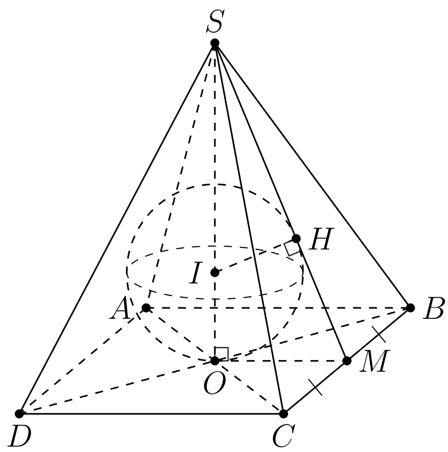
- Ta có $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \dfrac{S_{xq}}{\pi r} = \dfrac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a.$
- Chiều cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a.$
- Gọi α là góc giữa một đường sinh và mặt đáy của hình nón.
  Ta có $\tan\alpha = \dfrac{h}{r} = \dfrac{2\sqrt{2}a}{a} = 2\sqrt{2}.$

Chọn đáp án D ☐

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng $2a$. Bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp này bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}}{4\left(1+\sqrt{3}\right)}a.$ B $\dfrac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}a.$ C $\dfrac{\sqrt{2}}{4\left(1+\sqrt{3}\right)}a.$ D $\dfrac{\sqrt{3}}{2\left(1+\sqrt{3}\right)}a.$

Lời giải.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$, M là trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của I xuống SM. Suy ra bán kính mặt cầu nội tiếp là $r = IH = IO$.
Ta có $SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = a\sqrt{3}$.
Khi đó $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = a\sqrt{2}$.
Xét hai tam giác SHI và SOM có $\widehat{SHI} = \widehat{SOM} = 90^\circ$ và $\widehat{ISH} = \widehat{OSM}$ nên $\triangle SHI \backsim \triangle SOM$.
Suy ra

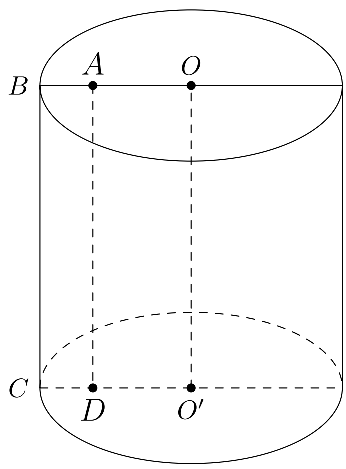
$$\frac{IH}{OM} = \frac{SI}{SM} \Leftrightarrow \frac{r}{a} = \frac{a\sqrt{2} - r}{a\sqrt{3}} \Leftrightarrow r = \frac{a\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 19. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a, BC = 2a$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm O sao cho $OA = x$. Gọi d là đường thẳng đi qua O và song song với AD. Tìm x biết thể tích của hình tròn xoay tạo nên khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh d gấp ba lần thể tích hình cầu có bán kính bằng cạnh AB.

A $x = a.$ B $x = 2a.$ C $x = \dfrac{a}{2}.$ D $x = \dfrac{3a}{2}.$

Lời giải.



Thể tích hình tròn xoay khi quay $ABCD$ quanh d là $V_1 = \left[\pi(x+a)^2 - \pi x^2\right] AD$.

Thể tích hình cầu có bán kính bằng cạnh AB là $V_2 = \dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Theo bài ra ta có phương trình

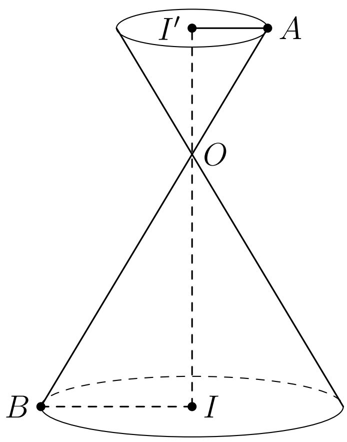
$$\begin{aligned} & \left[\pi(x+a)^2 - \pi x^2\right] AD = 3 \times \frac{4}{3}\pi a^3 \\ \Leftrightarrow \quad & 2\pi a^3 + 4\pi a^2 x = 4\pi a^3 \\ \Leftrightarrow \quad & x = \frac{a}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 20. Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là 1000π cm^3. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?

Ⓐ $\dfrac{1}{27}$. Ⓑ $\dfrac{1}{8}$. Ⓒ $\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$. Ⓓ $\dfrac{1}{64}$.

Lời giải.



+ Gọi h, h', r, r' $\left(h \geqslant \dfrac{30}{2} = 15\right)$ lần lượt là chiều cao, bán kính của hình nón phía dưới và phía trên của đồng hồ.

+ Ta có $r = \dfrac{h}{\tan 60^\circ} = \dfrac{h}{\sqrt{3}}; h' = 30 - h; r' = \dfrac{h'}{\sqrt{3}} = \dfrac{30-h}{\sqrt{3}}$.

+ Khi đó thể tích của đồng hồ

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r' h' = \frac{1}{3}\pi\left(\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right)^2 h + \left(\frac{30-h}{\sqrt{3}}\right)^2 (30-h)\right)$$

$$= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h^3 + 27000 - 2700h + 90h^2 - h^3}{3}\right) = \frac{1}{9}\pi(90h^2 - 2700h + 27000) = 1000\pi$$

$$\Rightarrow h^2 - 30h + 200 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h = 20 \\ h = 10\,(< 15) \end{array}\right. \Leftrightarrow h = 20 \Rightarrow h' = 10.$$

+ Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\frac{1}{3}\pi(r')^2 h'}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = \left(\dfrac{h'}{h}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$ do $\dfrac{r'}{r} = \dfrac{h'}{h}$.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp ít nhất (diện tích toàn phần của lon nhỏ nhất). Bán kính đáy của vỏ lon là bao nhiêu khi muốn thể tích của lon là 314 cm^3 và nguyên liệu làm vỏ hộp là ít nhất?

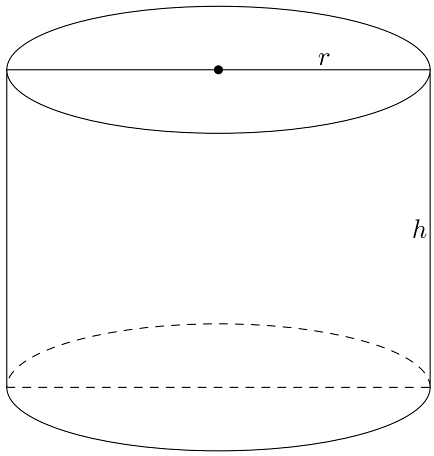
Ⓐ $r = 942\sqrt[3]{2\pi}$ cm. Ⓑ $r = \sqrt[3]{\dfrac{314}{2\pi}}$ cm. Ⓒ $r = \sqrt[3]{\dfrac{314}{4\pi}}$ cm. Ⓓ $r = \sqrt[3]{\dfrac{314}{\pi}}$ cm.

Lời giải.

Gọi bán kính đáy vỏ lon là x (cm), $x>0$, chiều cao lon là h, độ dài đường sinh là l.

Ta có thể tích lon là $V=\pi x^2 h = 314 \Rightarrow h = \dfrac{314}{\pi x^2} = l$.

Diện tích toàn phần



$$\begin{aligned} S_{tp} = 2\pi x(x+l) &= 2\pi\left(x^2 + \frac{314}{\pi x}\right) \\ &\geq 2\pi \cdot 3\sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{314}{2\pi x} \cdot \frac{314}{2\pi x}} = 6\pi\sqrt[3]{\left(\frac{314}{2\pi}\right)^2}. \end{aligned}$$

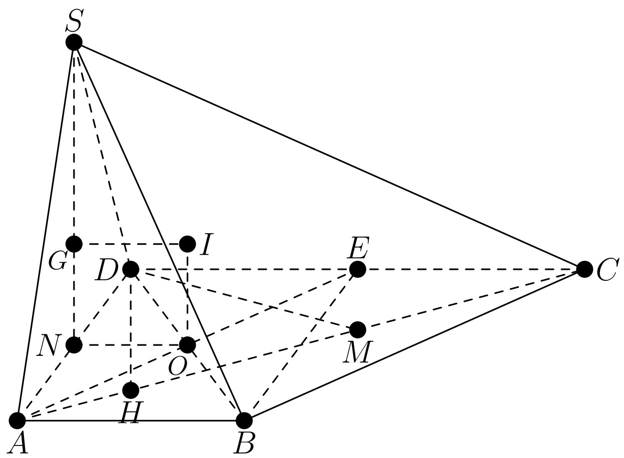
Do đó $\min S_{tp} = 6\pi\sqrt[3]{\left(\dfrac{314}{2\pi}\right)^2} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{314}{2\pi x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\dfrac{314}{2\pi}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A, D; $AB=AD=a$, $DC=2a$, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên AC và M là trung điểm của HC. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BDM$ theo a.

A $\dfrac{7\pi a^2}{3}$. B $\dfrac{13\pi a^2}{9}$. C $\dfrac{13\pi a^2}{3}$. D $\dfrac{7\pi a^2}{9}$.

Lời giải.



Gọi G là trọng tâm tam giác SAD, N là trung điểm của AD, E là trung điểm của CD; O là giao điểm của AE và BD.

Ta có $DH = \dfrac{AD \cdot DC}{\sqrt{AD^2+DC^2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$; $HC = \dfrac{CD^2}{AC} = \dfrac{4a}{\sqrt{5}} \Rightarrow HM = DH$.

Suy ra $\widehat{DMA} = \widehat{DEA} = \widehat{DBA} = 45^\circ$, do đó năm điểm A, D, E, B, M nằm trên đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABED$. Khi đó, mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BDM$ là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABED$.

Dựng hình chữ nhật $GNOI$, dễ thấy I cách đều cách điểm S, A, D, B, E nên là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABED$. Gọi R là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABED$, ta có

$$R^2 = ID^2 = OI^2 + OD^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{12}.$$

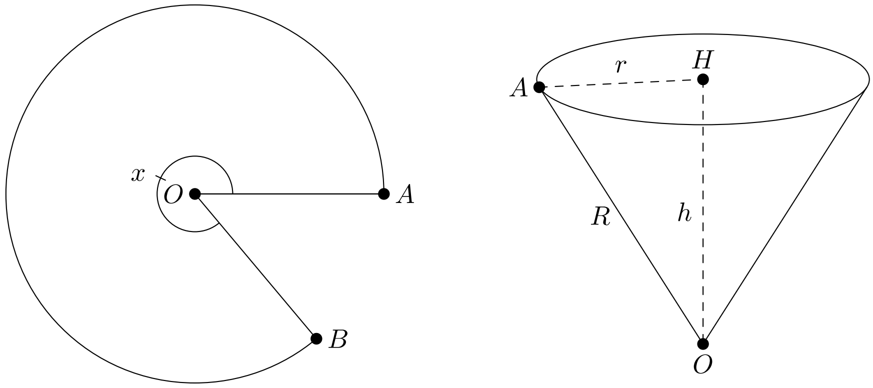
Suy ra diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BDM$ bằng $4\pi R^2 = \dfrac{7\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 23. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a, khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt bên của hình chóp bằng $\dfrac{2a}{\sqrt{17}}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A $R = \dfrac{9a}{4}$. B $R = 9a$. C $R = \dfrac{9a}{2}$. D $R = \dfrac{9a}{8}$.

Câu 24. Cho hình quạt tròn AOB có bán kính $R = 6$ và góc ở tâm x (như hình vẽ). Dán hai bán kính OA và OB lại với nhau ta được một cái phễu. Tính chu vi hình quạt AOB khi thể tích cái phễu lớn nhất.



A $4\sqrt{6}\pi + 12$. B $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\pi + 6$. C $4\sqrt{6}\pi + 6$. D $4\sqrt{6}\pi$.

Lời giải.

Bán kính đáy của cái phễu là $r = \dfrac{xR}{2\pi} = \dfrac{6x}{2\pi} = \dfrac{3x}{\pi}$.

Độ dài đường cao của hình nón $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{6^2 - \left(\dfrac{3x}{\pi}\right)^2} = \dfrac{3}{\pi}\sqrt{4\pi^2 - x^2}$.

Thể tích cái phễu là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{3x}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{3}{\pi}\sqrt{4\pi^2 - x^2} = \frac{9}{\pi^2}\sqrt{x^4\left(4\pi^2 - x^2\right)}.$$

Ta có

$$x^4\left(4\pi^2 - r^2\right) = 4 \cdot \frac{x^2}{2} \cdot \frac{x^2}{2}\left(4\pi^2 - x^2\right) \le 4 \cdot \left[\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} + \left(4\pi^2 - x^2\right)\right)\right]^3 = \frac{256}{27}\pi^6.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{x^2}{2} = \left(4\pi^2 - x^2\right) \Leftrightarrow x = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

Suy ra $V \le 16\sqrt{3}\pi$. Do đó $\max V = 16\sqrt{3}\pi$ khi và chỉ khi $x = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

Chu vi của hình quạt AOB khi đó bằng

$$xR + OA + OB = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi \cdot 6 + 6 + 6 = 4\sqrt{6}\pi + 12.$$

Chọn đáp án A □

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh bằng 2, hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy là điểm H nằm trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB} = 150^\circ$; $\widehat{BHC} = 120^\circ$; $\widehat{CHA} = 90^\circ$. Biết tổng diện tích mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp $S.HAB$; $S.HBC$; $S.HCA$ bằng $\dfrac{124\pi}{3}$. Tính chiều cao SH của hình chóp.

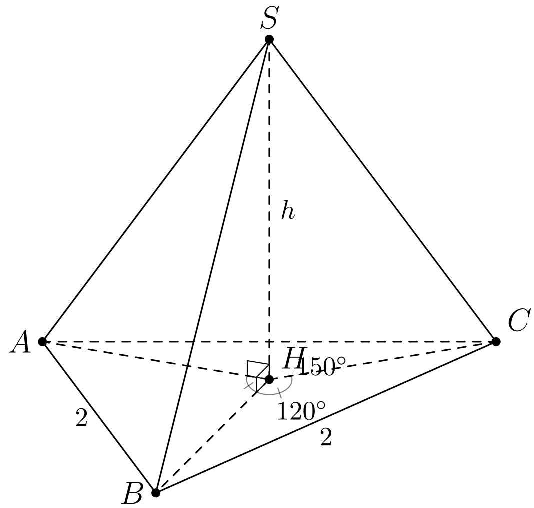
Ⓐ $SH = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $SH = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. Ⓒ $SH = \frac{4}{3}$. Ⓓ $SH = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp $S.HAB$; $S.HBC$; $S.HCA$. Gọi r_1, r_2, r_3 tương ứng là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác AHB; BHC; CHA và $h = SH$.

Ta có

$$R_i^2 = r_i^2 + \frac{h^2}{4} \quad i = 1, 2, 3.$$



Theo giả thiết ta có $4\pi \sum_{i=1}^{3} R_i^2 = \frac{124\pi}{3} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{3} R_i^2 = \frac{31}{3}$.

Vậy $\sum_{i=1}^{3} r_i^2 + \frac{3h^2}{4} = \frac{31}{3}$ $(*)$.

Áp dụng định lý hàm số sin cho các tam giác AHB; BHC; CHA ta có:

$r_1 = \frac{AB}{2\sin\widehat{AHB}} = 2$, tương tự $r_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}$; $r_3 = 1$.

Vậy $(*) \Leftrightarrow \frac{19}{3} + \frac{3h^2}{4} = \frac{31}{3} \Leftrightarrow h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

——— HẾT ———

HỌ VÀ TÊN

Lớp: ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

MÃ ĐỀ: 102

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

Câu	A	B	C	D
1			●	
2	●			
3			●	
4			●	
5	●			
6			●	
7		●		
8	●			
9			●	
10			●	
11		●		
12		●		
13			●	
14			●	
15				●
16			●	
17				●
18		●		
19			●	
20		●		
21		●		
22	●			
23				●
24	●			
25		●		

THPT Nguyễn Hữu Cảnh	BỘ ĐỀ ÔN KIỂM TRA - KHỐI TRÒN XOAY
Nguyễn Văn Sang	Môn: Toán
(*Đề thi có 11 trang*)	*Thời gian làm bài 30 phút (25 câu trắc nghiệm)*

Họ và tên thí sinh: ....

Mã đề thi 103

HỌ VÀ TÊN

Lớp: ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

MÃ ĐỀ

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D

Câu 1. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. Thể tích khối nón có chiều cao h, bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

B. Thể tích khối trụ có chiều cao h, bán kính đáy r là $V = \pi r^2 h$.

C. Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h, bán kính đáy r là $S_{xq} = \pi r h$.

D. Thể tích khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải.

Ý đầu sai vì diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h, bán kính đáy r là $S_{xq} = 2\pi r h$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và diện tích xung quanh bằng $3a^2\pi$. Bán kính đáy của hình nón đã cho bằng

A. a. B. $\frac{a}{2}$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow r = \frac{S_{xq}}{\pi l} = \frac{3a^2\pi}{\pi \cdot 2a} = \frac{3}{2}a$.

Vậy bán kính đáy của hình nón đã cho bằng $\frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 6a$, $AC = 8a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xunh quanh trục AB.

A. $l = 12a$. B. $l = 100a$. C. $l = 10a$. D. $l = 14a$.

Lời giải.

$l = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10a$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là

A. $R = h$. B. $l = h$. C. $l^2 = h^2 + R^2$. D. $R^2 = h^2 + l^2$.

Lời giải.

Trong hình trụ ta luôn có $l = h$.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = \pi\sqrt{2}$. B. $V = 9\pi\sqrt{2}$. C. $V = 3\pi\sqrt{2}$. D. $V = 3\pi\sqrt{11}$.

Lời giải.

Ta có $V_{\text{khối nón}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 3\pi\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là l. Thể tích khối trụ là

A. $V = \frac{\pi r l^2}{3}$. B. $V = \frac{\pi r^2 l}{3}$. C. $V = \pi r^2 l$. D. $V = \pi r l^2$.

Lời giải.

Chiều cao của khối trụ là $h = l$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi r^2 l$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Nếu tăng gấp 2 bán kính của một khối cầu thì thể tích của khối cầu tăng gấp bao nhiêu lần?

(A) gấp 8 lần. (B) gấp 2 lần. (C) gấp 4 lần. (D) gấp 16 lần.

Lời giải.

Gọi R là bán kính khối cầu ban đầu, V là thể tích khối cầu ban đầu, ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Khi đó bán kính khối cầu khi tăng gấp 2 là $2R$ thì thể tích khối cầu là

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi(2R)^3 = 8 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = 8V.$$

Vậy nếu tăng gấp 2 bán kính của một khối cầu thì thể tích của khối cầu tăng gấp 8 lần khối cầu ban đầu.

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Cho khối cầu (T) tâm O bán kính R. Gọi S và V lần lượt là diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $S = \pi R^2$. (B) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. (C) $S = 2\pi R^2$. (D) $V = 4\pi R^3$.

Lời giải.

Ta có diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$ và thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án (B) □

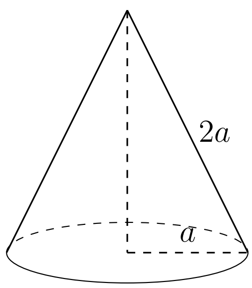
Câu 9. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\frac{\pi a^3}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. (D) $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có chiều cao của khối nón bằng $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ với $\begin{cases} l = 2a \\ r = a \end{cases}$. Suy ra $h = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

(A) πa^2. (B) $\frac{3\pi a^2}{2}$. (C) $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. (D) $\frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a nên hình nón có bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và đường sinh $l = a$.

Do đó diện tích xung quanh của hình nón là $\pi\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

(A) Tồn tại một mặt cầu chứa tất cả các đỉnh của một tứ diện đều.

(B) Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình lập phương.

Ⓒ Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của hình hộp.
Ⓓ Tồn tại một mặt nón tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình chóp tứ giác đều.

Lời giải.

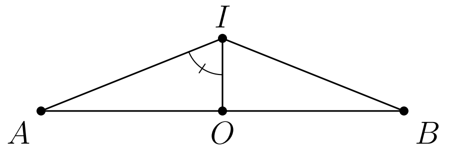
Vì hình hộp không phải là hình lăng trụ đứng nên không tồn tại mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của hình hộp.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 12. Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác cân có một góc 120° và cạnh bên bằng a. Thể tích khối nón đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{\pi a^3}{8}$. Ⓑ $\dfrac{\pi a^3}{4}$. Ⓒ $\dfrac{3\pi a^3}{8}$. Ⓓ $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.



Giả sử thiết diện qua trục của khối nón là tam giác IAB.
Khi đó, tâm O là trung điểm của AB. Tam giác OAI vuông tại O, $IA = a$, $\widehat{OIA} = 60^\circ$.

Suy ra $OA = IA \cdot \sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $OI = IA \cdot \cos 60^\circ = \dfrac{a}{2}$.

Do đó thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot OI = \dfrac{1}{3}\pi \cdot \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \dfrac{a}{2} = \dfrac{\pi a^3}{8}$.

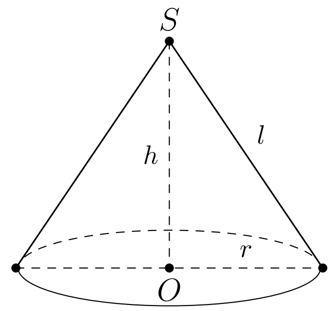
Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 13. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 6 và diện tích xung quang bằng 30π. Tính thể tích V của khối nón.

Ⓐ $V = \dfrac{6\sqrt{11}}{5}\pi$. Ⓑ $V = \dfrac{25\sqrt{11}}{3}\pi$. Ⓒ $V = \dfrac{5\sqrt{11}}{3}\pi$. Ⓓ $V = \dfrac{4\sqrt{11}}{3}\pi$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh $S_{\text{xq}} = \pi r l = 6\pi r = 30\pi$.
Suy ra $r = 5$, $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{11}$.
Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{25\sqrt{11}}{3}\pi$.



Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 14. Cho hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao $\sqrt{3}R$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục d của hình trụ bằng 30°. Tính khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ.

Ⓐ $\mathrm{d}(AB, d) = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. Ⓑ $\mathrm{d}(AB, d) = \dfrac{R}{2}$.
Ⓒ $\mathrm{d}(AB, d) = R$. Ⓓ $\mathrm{d}(AB, d) = R\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi C là giao điểm của đường sinh qua A với đường tròn đáy tâm O.

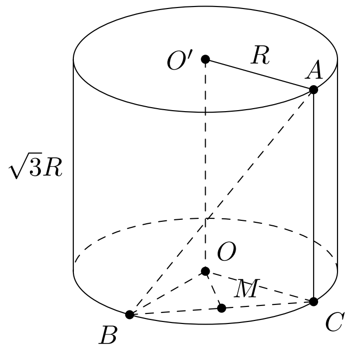
Suy ra $(AB, d) = (AB, AC) = \widehat{BAC} = 30^\circ$.

Do $AC \perp BC$ nên $BC = AC \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3}R \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3}} = R$.

Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó ta có $OM \perp AB$ và $OM \perp AC$. Suy ra $OM \perp (ABC)$.

Do $OO' \parallel AC$ nên $\mathrm{d}(AB, OO') = \mathrm{d}(O, (ABC)) = OM = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $\mathrm{d}(AB, d) = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án A □

Câu 15. Hình lăng trụ nào sau đây có mặt cầu ngoại tiếp?

A. Hình lăng trụ có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn.

B. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành với hai đường chéo không bằng nhau.

C. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác.

D. Hình lăng trụ có đáy là hình chữ nhật.

Lời giải.

Lăng trụ đứng có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A và $BC = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $6\pi a^3$. B. πa^3. C. $2\pi a^3$. D. $4\pi a^3$.

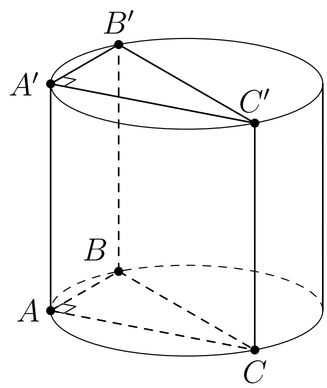
Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên bán kính đường tròn đáy của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $R = \dfrac{BC}{2} = a\sqrt{3}$.

Chiều cao $h = AA' = 2a$.

Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$V = V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi(a\sqrt{3})^2 \cdot 2a = 6\pi a^3.$$



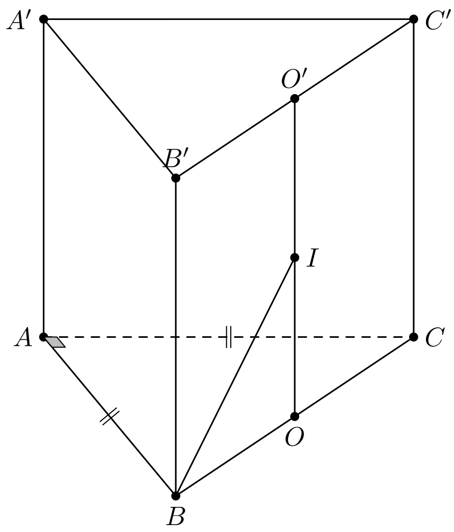
Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của lăng trụ theo a.

A. $R = \dfrac{a}{2}$. B. $R = 2a$. C. $R = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

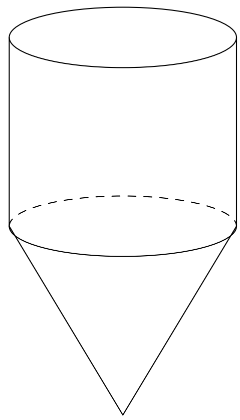
Gọi O, O' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$.
Do $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ là tam giác vuông cân tại A và A' nên O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$. Suy ra OO' là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$.
Gọi I là trung điểm OO' thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ và bán kính $R = IB$.
Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên ta có
$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow OB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và $OI = \dfrac{AA'}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Xét $\triangle IOB$ vuông tại O nên $IB = \sqrt{OI^2 + OB^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là $R = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.



Chọn đáp án C □

Câu 18.
Một bể chứa nước có dạng như hình vẽ (phần trên là một hình trụ có chiều cao $1,5$m và đường kính $1,0$m; phần dưới dạng hình nón có chiều cao $1,5$m và đường kính đáy $1,0$m). Ban đầu, bể không có nước. Sau đó người ta bơm nước vào bể với tốc độ 1 lít/giây. Hỏi sau 20 phút kể từ khi bắt đầu bơm thì mực nước trong bể cách miệng bể bao nhiêu mét (làm tròn đến phần nghìn)?

A $1,028$m. B $2,542$m. C $0,708$m. D $0,472$m.



Lời giải.
Gọi V_1 là thể tích phần dưới của bể (phần dạng hình nón), V_2 là thể tích phần trên của bể (phần dạng hình trụ).
Gọi r là bán kính của đáy hình trụ, ta có $r = 0,5$ (m) $\Rightarrow$ diện tích của đáy hình trụ và hình nón là $B = \pi \cdot r^2 = \dfrac{\pi}{4}$.
Ta có $V_1 = \dfrac{1}{3} B \cdot h = \dfrac{1}{3}\dfrac{\pi}{4} \cdot 1,5 = \dfrac{\pi}{8}$ (m^3).
$V_2 = B \cdot h = \dfrac{\pi}{4} \cdot 1,5 = \dfrac{3\pi}{8}$ (m^3).
Vậy thể tích của bể nước là $V = V_1 + V_2 = \dfrac{\pi}{2}$ (m^3).
Sau 20 phút, lượng nước bơm được vào bể là $V' = 1200$ lít $= 1,2$ m^3.
Suy ra $V - V' = \dfrac{\pi - 2,4}{2}$ (m^3).
Vậy mực nước còn cách miệng bể là $h' = \dfrac{V - V'}{B} = \dfrac{\pi - 2,4}{2 \cdot \frac{\pi}{4}} = \dfrac{2\pi - 4,8}{\pi} = 0,472$m

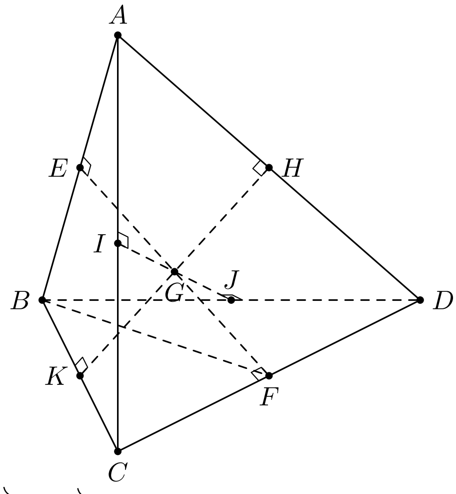
Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a, (S) là mặt cầu tiếp xúc với sáu cạnh của tứ diện $ABCD$ và M là một điểm thay đổi trên (S). Tính tổng

$$T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2.$$

Ⓐ $\dfrac{3a^2}{8}$. Ⓑ $4a^2$. Ⓒ a^2. Ⓓ $2a^2$.

Lời giải.



Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ và E, F, I, J, H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC. Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên G là tâm mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện.

Ta có $BF = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $BE = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow EF = \sqrt{BF^2 - BE^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4} - \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow GE = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow$ bán kính mặt cầu là $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Ta có $GB^2 = GE^2 + BE^2 = \dfrac{a^2}{8} + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{3a^2}{8}$.

Vì G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$.

Ta có

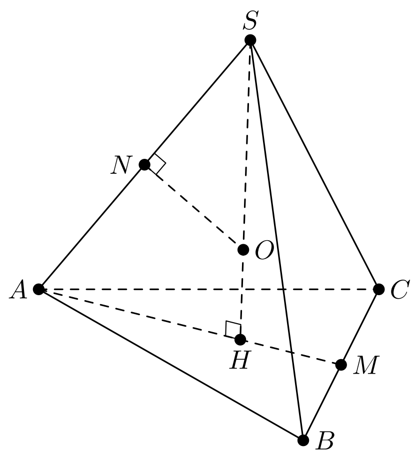
$$\begin{aligned} T &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MD}^2 \\ &= \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}\right)^2 \\ &= 4MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2 \\ &= 4 \cdot R^2 + 4 \cdot \dfrac{3a^2}{8} \\ &= 4 \cdot \dfrac{a^2}{8} + \dfrac{3a^2}{2} = 2a^2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 20. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp là

Ⓐ $S = 9\pi$. Ⓑ $S = 5\pi$. Ⓒ $S = 6\pi$. Ⓓ $S = 27\pi$.

Lời giải.



Gọi $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, M là trung điểm BC, ta có $SH \perp (ABC)$ và $AH = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{2}$.

Gọi N là trung điểm của SA. Trong mặt phẳng (SAH), đường trung trực của đoạn thẳng SA cắt SH tại O, khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{3}$.

Bởi vậy, bán kính mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp là

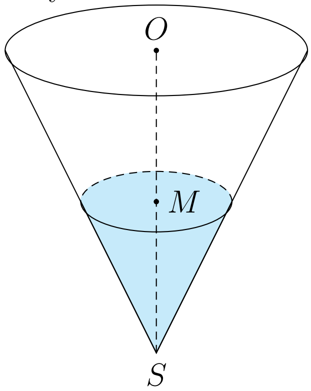
$$R = OS = \dfrac{SN}{\cos \widehat{NSO}} = \dfrac{SA}{2\cos \widehat{ASH}} = \dfrac{SA}{2} \cdot \dfrac{SA}{SH} = \dfrac{SA^2}{2SH} = \dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{2 \cdot 1} = \dfrac{3}{2}.$$

Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp là

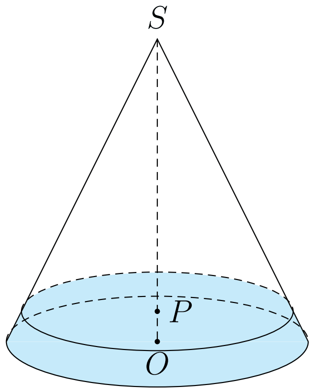
$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = 9\pi.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 21. Một chiếc phễu có dạng hình nón chiều cao của phễu là 30 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 15 cm (Hình H_1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (Hình H_2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần với giá trị nào sau đây?



Hình H_1.



Hình H_2.

(A) 15 cm. (B) 1,306 cm. (C) 1,233 cm. (D) 1,553 cm.

Lời giải.

Do chiều cao của mực nước ban đầu bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao của phễu hình nón (Hình H_1) nên nước trong phễu tạo thành khối nón đồng dạng với khối nón giới hạn bởi phễu theo tỉ số $\frac{1}{2}$. Gọi V là thể tích giới hạn của phễu. Khi đó lượng nước trong phễu là

$$V_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot V = \frac{V}{8}.$$

Sau khi bịt miệng phễu và lật ngược xuống, phần trống trong phễu sẽ tạo thành một khối nón đồng dạng với khối nón giới hạn bởi phễu có chiều cao $h_2 = SP$ (Hình H_2) và thể tích là $V_2 = V - V_1 = \frac{7V}{8}$.

Ta có

$$\frac{V_2}{V} = \left(\frac{h_2}{30}\right)^3 \Leftrightarrow h_2 = 30\sqrt[3]{\frac{7}{8}} \approx 28{,}694 \text{ cm}.$$

Khi đó ta có chiều cao OP của mực nước là $h = OP = SO - h_2 \approx 1{,}306$ cm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và BCD là các tam giác đều cạnh bằng 2; hai mặt phẳng (ABD) và (ACD) vuông góc với nhau. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

(A) $\sqrt{2}$. (B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$. (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $2\sqrt{2}$.

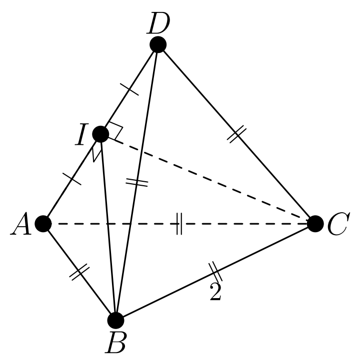
Lời giải.

Từ giả thiết ta có $BA = BD = CA = CD = 2$, do đó nếu gọi I là trung điểm AD ta có $BI \perp AD, CI \perp AD$.

Mặt khác do hai mặt phẳng (ABD) và (ACD) vuông góc với nhau nên $BI \perp CI$.

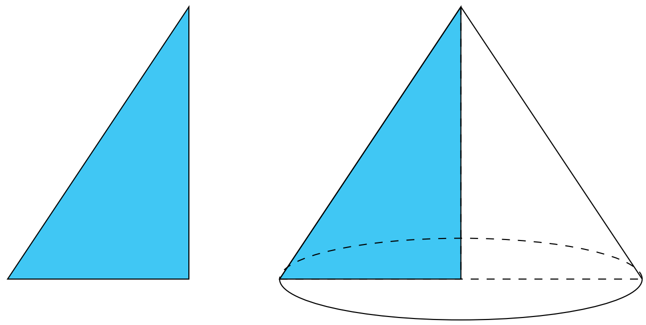
Từ đó ta có tam giác IBC vuông cân tại $I \Rightarrow IA = IB = IC = ID = \sqrt{2}$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính $R = \sqrt{2}$.



Chọn đáp án (A) ☐

Câu 23. Gọi T là tập hợp các tấm bìa có hình dạng tam giác vuông có cạnh huyền không đổi bằng a. Lấy một tấm bìa tùy ý trong T chọn một cạnh bên làm trục rồi quay chung quanh tấm bìa đó với trục đã chọn tạo thành một hình nón (như hình vẽ bên dưới). Thể tích lớn nhất $V_{\max}$ theo a của hình nón tạo thành bằng



(A) $\dfrac{2\pi\sqrt{3}a^3}{9}$. (B) $\dfrac{2\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. (C) $\dfrac{2\pi a^3}{9}$. (D) $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$.

Lời giải.

Gọi chiều cao và bán kính của khối nón là h và r. Ta có $a^2 = h^2 + r^2$ và $V = \dfrac{1}{3}\pi h r^2 = \dfrac{1}{3}\pi h(a^2 - h^2)$.

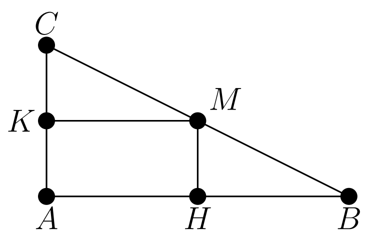
$V'(h) = \dfrac{\pi}{3}(a^2 - 3h^2)$, $V'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow V_{\max} = \dfrac{\pi a\sqrt{3}}{3}\left(a^2 - \dfrac{a^2}{3}\right) = \dfrac{2\pi\sqrt{3}a^3}{9}$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 24. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 2AC$. M là một điểm thay đổi trên cạnh BC. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các cạnh AB, AC. Gọi V và V' tương ứng là thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi tam giác ABC và hình chữ nhật $MHAK$ khi quay quanh trục AB. Tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ lớn nhất bằng

(A) $\dfrac{3}{4}$. (B) $\dfrac{4}{9}$. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.



Ta có $V = \dfrac{1}{3}\pi AB \cdot AC^2$; $V' = \pi AH \cdot AK^2$; $\dfrac{V'}{V} = 3 \cdot \dfrac{AH}{AB} \cdot \left(\dfrac{AK}{AC}\right)^2$.

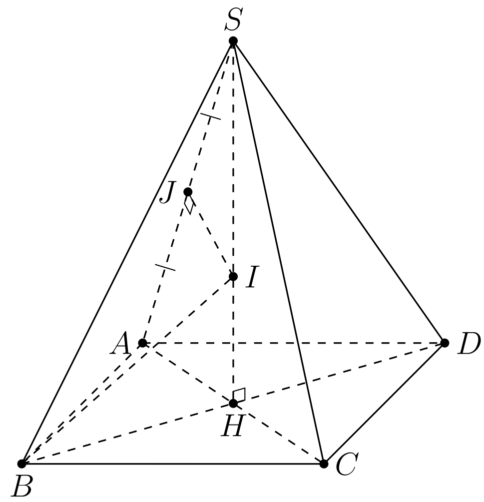
Đặt $x = \dfrac{BM}{BC}$, $(0 < x < 1)$, suy ra $\dfrac{AK}{AC} = x$, $\dfrac{AH}{AB} = 1 - x$. Áp dụng BĐT Cauchy-Schwarz ta có $(1-x)x^2 = \dfrac{1}{2}(2-2x)x^2 \leq \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2-2x+x+x}{3}\right)^3 = \dfrac{4}{27}$. Suy ra $\dfrac{V'}{V}$ lớn nhất bằng $\dfrac{4}{9}$ khi $x = \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 25. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

Ⓐ $\dfrac{64}{3}$. Ⓑ $\dfrac{64\sqrt{2}}{3}$. Ⓒ $\dfrac{16\sqrt{6}}{3}$. Ⓓ $\dfrac{16}{3}$.

Lời giải.



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là giao điểm của AC và BD. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, ta có $IS = IB = 3$.

Đặt $AB = x$, ta có $BH = \dfrac{x\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle BIH$ ta có $HI = \sqrt{IB^2 - BH^2} = \sqrt{9 - \dfrac{x^2}{2}}$.

Suy ra $SH = 3 + \sqrt{9 - \dfrac{x^2}{2}}$. Mà $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD}$.

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = x^2 + \dfrac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{9 - \dfrac{x^2}{2}}$.

Đặt $x^2 = t$, điều kiện $t \in (0; 18)$. Xét hàm số $f(t) = t + \dfrac{1}{3} \cdot t \cdot \sqrt{9 - \dfrac{t}{2}}$ với $t \in (0; 18)$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{12\sqrt{9 - \dfrac{t}{2}} + 36 - 3t}{4\sqrt{9 - \dfrac{t}{2}}} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow 12\sqrt{36 - \dfrac{t}{2}} = 3t - 36 \Leftrightarrow t = 16$.

Bảng biến thiên

x	0		16		18
y'		+	0	−	
y		↗	$\dfrac{64}{3}$	↘	

Vậy $\max V_{ABCD} = \dfrac{64}{3}$, xảy ra khi cạnh đáy hình chóp bằng 4.

Chọn đáp án Ⓐ □

——— HẾT ———

HỌ VÀ TÊN | **Lớp:** ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

MÃ ĐỀ

0	●	0
●	1	1
2	2	2
3	3	●
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	●	D
2	A	B	C	●
3	A	B	●	D
4	A	●	C	D
5	A	B	●	D
6	A	B	●	D
7	●	B	C	D
8	A	●	C	D
9	A	B	●	D
10	A	B	●	D
11	A	B	●	D
12	●	B	C	D
13	A	●	C	D
14	●	B	C	D
15	A	B	●	D
16	●	B	C	D
17	A	B	●	D
18	A	B	C	●
19	A	B	C	●
20	●	B	C	D
21	A	●	C	D
22	●	B	C	D
23	●	B	C	D
24	A	●	C	D
25	●	B	C	D

THPT Nguyễn Hữu Cảnh
Nguyễn Văn Sang
(*Đề thi có* **??** *trang*)

BỘ ĐỀ ÔN KIỂM TRA - KHỐI TRÒN XOAY
Môn: Toán
Thời gian làm bài 30 phút (25 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: ....

Mã đề thi 104

HỌ VÀ TÊN | | **Lớp:** ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

MÃ ĐỀ

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D

	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D

	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D

Câu 1. Cho khối cầu (T) tâm O bán kính R. Gọi S và V lần lượt là diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $S = 2\pi R^2$. (B) $V = 4\pi R^3$. (C) $S = \pi R^2$. (D) $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải.

Ta có diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$ và thể tích khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Cho hình cầu có bán kính R. Khi đó thể tích khối cầu bằng

(A) $\dfrac{4\pi R^3}{3}$. (B) $\dfrac{3\pi R^3}{2}$. (C) $\dfrac{2\pi R^3}{3}$. (D) $\dfrac{3\pi R^3}{4}$.

Lời giải.

Thể tích hình cầu bán kính R là $V = \dfrac{4\pi R^3}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là

(A) một hình chữ nhật. (B) một đường tròn.

(C) một tam giác cân. (D) một đường elip.

Lời giải.

Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân.

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R, chiều cao là h.

(A) $V = \pi^2 Rh$. (B) $V = \pi Rh^2$. (C) $V = 2\pi Rh$. (D) $V = \pi R^2 h$.

Lời giải.

Theo công thức trong sách giáo khoa thì công thức tính thể tích khối trụ có bán kính đáy R, chiều cao là h là $V = \pi R^2 h$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Khối cầu có bán kính R có thể tích là

(A) πR^3. (B) $4\pi R^2$. (C) $\dfrac{4}{3}\pi R^2$. (D) $\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 6. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

(A) $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$. (B) $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$.

(C) $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$. (D) $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

Lời giải.

Lý thuyết $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 7. Cho đường thẳng Δ. Xét một đường thẳng l cắt Δ tại một điểm. Mặt tròn xoay được sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ được gọi là

(A) hình nón. (B) mặt trụ. (C) mặt nón. (D) hình trụ.

Lời giải.

Mặt tròn xoay được sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ được gọi là mặt nón.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 8. Thể tích khối nón có chiều cao bằng 2, bán kính hình tròn đáy bằng 5 là

(A) $\frac{50}{3}\pi$. (B) $\frac{200}{3}\pi$. (C) 25π. (D) 50π.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 2 = \frac{50}{3}\pi$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 9. Diện tích mặt cầu bán kính $2a$ bằng

(A) $16\pi a^2$. (B) $\frac{4}{3}\pi a^2$. (C) $8\pi a^2$. (D) $4\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi r là bán kính mặt cầu, ta có $r = 2a$.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 10. Cho hình lập phương có cạnh bằng 2. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

(A) 6π. (B) $4\sqrt{3}\pi$. (C) 8π. (D) 12π.

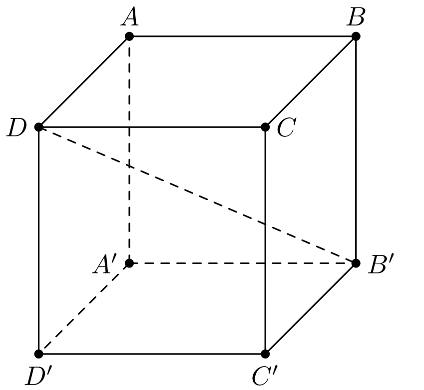
Lời giải.

Ta có:

Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có bán kính bằng

$R = \frac{B'D}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi$.



Chọn đáp án (D) ☐

Câu 11. Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên $l = 4a$ là

(A) $S = \sqrt{3}\pi a^2$. (B) $S = \sqrt{2}\pi a^2$. (C) $S = 4\pi a^2$. (D) $S = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải.

Bán kính nón $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, chiều cao của nón là $h = \sqrt{(4a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{62}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của nón $S_{xq} = \pi \cdot Rl = 2a^2\pi\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 12. Hình trụ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) Vô số. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Do các mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và mặt phẳng vuông góc với trục của hình trụ tại trung điểm của trục đều là mặt phẳng đối xứng của hình trụ. Do đó hình trụ có vô số mặt phẳng đối xứng.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, $AB = BC = CA = 3$. Tính thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ⓐ $2\sqrt{2}\pi$. Ⓑ 3π. Ⓒ 4π. Ⓓ $\sqrt{13}\pi$.

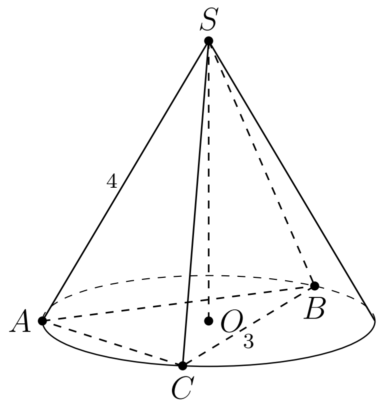
Lời giải.

Gọi O là tâm của tam giác đều ABC. Vì $SA = SB = SC$ nên $SO \perp (ABC)$.

Ta có $OA = \dfrac{AB\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$; $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{13}$.

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} SO \cdot \pi OA^2 = \sqrt{13}\pi.$$



Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 14. Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $R = 6$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ $V = 144\pi$. Ⓑ $V = 8\pi$. Ⓒ $V = 24\pi$. Ⓓ $V = 48\pi$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi 6^2 4 = 48\pi$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 15. Cho khối nón có bán kính đáy R, độ dài đường sinh ℓ. Thể tích khối nón là

Ⓐ $V = \pi R^2 \ell$. Ⓑ $V = \pi R^2 \sqrt{\ell^2 - R^2}$.

Ⓒ $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 \sqrt{\ell^2 - R^2}$. Ⓓ $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 \ell$.

Lời giải.

Ta có $R^2 + h^2 = \ell^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{\ell^2 - R^2}$. Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi R^2 \sqrt{\ell^2 - R^2}$.

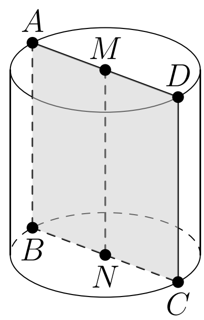
Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 16. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó?

Ⓐ $S_{tp} = 4\pi$. Ⓑ $S_{tp} = 10\pi$. Ⓒ $S_{tp} = 2\pi$. Ⓓ $S_{tp} = 6\pi$.

Lời giải.

Ta có $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 1 \cdot 1 + 2\pi 1^2 = 4\pi$.



Chọn đáp án Ⓐ □

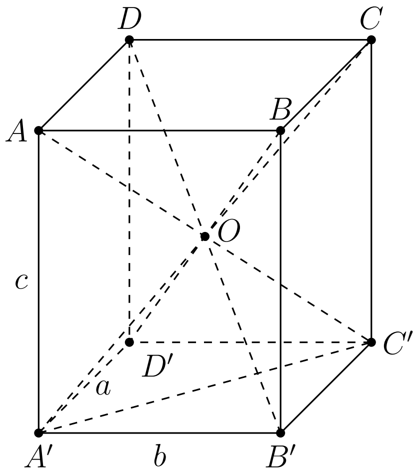
Câu 17. Mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c có bán kính là

Ⓐ $R = \sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$. Ⓑ $R = \dfrac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Ⓒ $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. Ⓓ $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Lời giải.

Xét hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.
Dễ thấy các đường chéo AC', $A'C$, BD', $B'D$ của hình hộp chữ nhật đồng quy tại O.
Ta có O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = OA = \dfrac{AC'}{2}$.
Ta có $A'C'^2 = A'D'^2 + C'D'^2 = a^2 + b^2$.
Lại có $AC' = \sqrt{A'C'^2 + A'A^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
Bán kính của mặt cầu đó là $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.



Chọn đáp án D □

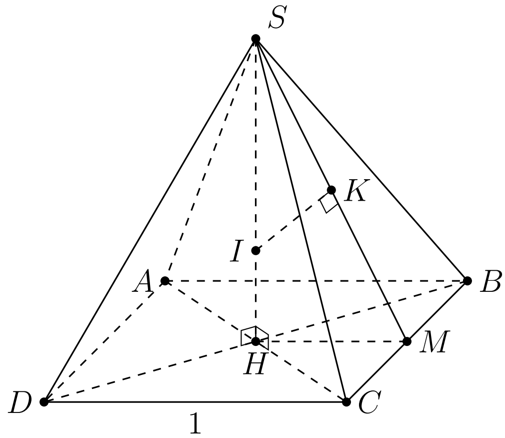
Câu 18. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp đều đó.

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}}{4(1+\sqrt{3})}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{3})}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm cạnh BC, suy ra $SM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$, suy ra I nằm trên đường thẳng SH với $SH = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(I;(ABCD)) = \mathrm{d}(I;(SBC))$.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên SM, suy ra $IK \perp (SBC)$.
Do đó, đặt $IH = IK = x \geq 0$.

Ta có $\dfrac{IK}{HM} = \dfrac{SI}{SM} \Leftrightarrow \dfrac{x}{\frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}} - x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{2}}{2(\sqrt{3}+1)}$.



Chọn đáp án D □

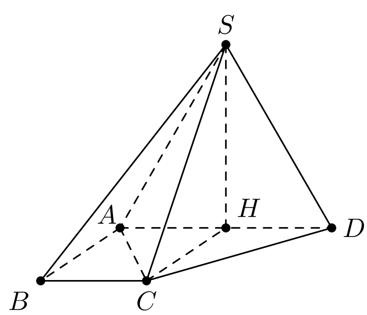
Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp tam giác $S.ABC$.

Ⓐ $6\pi a^2$. Ⓑ $3\pi a^2$. Ⓒ $10\pi a^2$. Ⓓ $5\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AD, khi đó $SH \perp (ABCD)$. Để ý rằng $ABCH$ là hình vuông nên $BC \perp (SCH)$, do đó $BC \perp SC$. Tương tự $BA \perp SA$. Vậy khối chóp $S.ABC$ nội tiếp mặt cầu đường kính SB có diện tích là

$$\pi SB^2 = \pi\left(AB^2 + SA^2\right) = \pi\left[a^2 + (2a)^2\right] = 5\pi a^2.$$



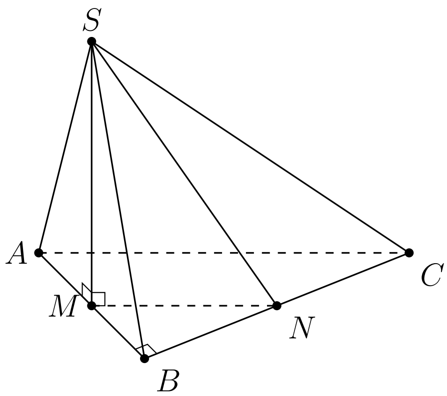
Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC = a$; tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBMN$ bằng

Ⓐ $\dfrac{5\pi a^2}{12}$. Ⓑ $\dfrac{5\sqrt{5}\pi a^3}{48}$. Ⓒ $\dfrac{5\pi a^3}{4}$. Ⓓ $\dfrac{5\pi a^2}{4}$.

Lời giải.

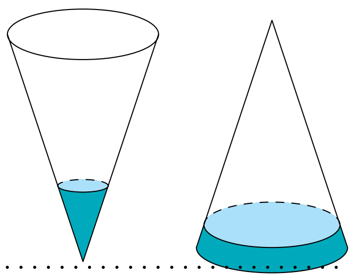
Tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên $SM \perp (ABC)$.
Suy ra $MN \perp SM$ hay $\widehat{SMN} = 90^\circ$. Hơn nữa $BN \perp MB$, suy ra $MB \perp SB$ hay $\widehat{SBN} = 90^\circ$.
Vậy tứ diện $SBMN$ có mặt cầu ngoại tiếp là mặt cầu đường kính SN.
Vì tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$ hay $MN = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.



Tam giác SAB đều có cạnh $AB = a$ nên $SM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $SN = \sqrt{SM^2 + MN^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.
Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBMN$ là $S = SM^2 \cdot \pi = \dfrac{5\pi a^2}{4}$.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 21.
Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm. Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược lên thì chiều cao của cột nước trong phễu gần nhất với giá trị nào sau đây?

Ⓐ 1,07 cm. Ⓑ 0,97 cm. Ⓒ 0,67 cm. Ⓓ 0,87 cm.



Lời giải.

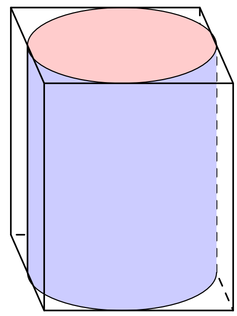
Chiều cao mực nước là 10 thì bán kính mặt nước lúc này bằng $\dfrac{r}{2}$. Thể tích của nước trong phễu ban đầu là $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot \left(\dfrac{r}{2}\right)^2 \cdot 10 = \dfrac{5\pi r^2}{6}$ với r là bán kính đáy phễu.
Giả sử x là khoảng cách từ đỉnh nón đến mặt nước khi lật ngược phễu lại. Khi đó ta có $\dfrac{x}{20} = \dfrac{r_0}{r} \Leftrightarrow r_0 = \dfrac{rx}{20}$ với r_0 là bán kính của lớp mặt nước trên cùng.
Khi đó thể tích nước là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 \cdot 20 - \dfrac{1}{3}\pi \left(\dfrac{xr}{20}\right)^2 \cdot x$
Mà thể tích nước trong phễu là không đổi nên $\dfrac{1}{3}\pi r^2 \cdot 20 - \dfrac{1}{3}\pi \left(\dfrac{xr}{20}\right)^2 \cdot x = \dfrac{5\pi r^2}{6} \Leftrightarrow x \approx 19,129$.
Vậy chiều cao cột nước xấp xỉ $20 - 19,129 = 0,871$ cm.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 22. Cần đẽo thanh gỗ hình hộp đứng có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỉ lệ thể tích gỗ cần phải đẽo đi ít nhất (tính gần đúng) là

Ⓐ 30%. Ⓑ 50%. Ⓒ 11%. Ⓓ 21%.

Lời giải.

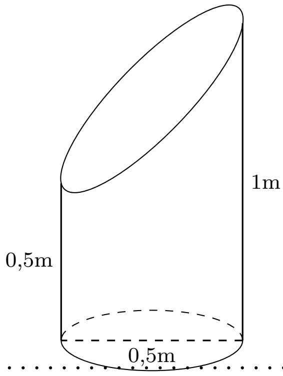
Để lượng gỗ cần đẽo ít nhất thì hình tròn đáy hình trụ phải có diện tích lớn nhất, điều này xảy ra khi đường tròn này tiếp xúc với các cạnh của hình vuông đáy hình hộp $\Rightarrow R = \dfrac{a}{2}$.



Diện tích đáy hình trụ $S_1 = \pi R^2$. Diện tích đáy hình hộp $S_2 = a^2 = 4R^2$.
Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ và khối hộp đứng.
Do chiều cao bằng nhau nên ta có tỉ số thể tích $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\pi}{4}$.
Vậy tỉ lệ thể tích cần đẽo ít nhất là $1 - \dfrac{\pi}{4} \approx 21\%$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 23.
Một khối gỗ hình trụ đường kính 0,5 m và chiều cao 1 m. Người ta đã cắt khối gỗ, phần còn lại như hình vẽ bên có thể tích là V. Tính V.



(A) $\dfrac{3\pi}{16}$. (B) $\dfrac{5\pi}{64}$. (C) $\dfrac{\pi}{16}$. (D) $\dfrac{3\pi}{64}$.

Lời giải.

Nhận thấy khối gỗ bị cắt bỏ đi có thể tích bằng $\dfrac{1}{4}$ thể tích của khối gỗ hình trụ trước khi cắt hay phần còn lại của khối gỗ sau khi cắt có thể tích bằng $\dfrac{3}{4}$ thể tích khối gỗ hình trụ ban đầu.
Do đó $V = \dfrac{3}{4} \cdot \pi r^2 h = \dfrac{3}{4} \cdot \pi \cdot 0{,}25^2 \times 1 = \dfrac{3\pi}{64}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 24. Cho $\triangle ABC$ cân tại A, $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AB = 4$ cm. Tính thể tích khối tròn xoay lớn nhất có thể khi ta quay $\triangle ABC$ quanh đường thẳng chứa một cạnh của $\triangle ABC$.

(A) 16π. (B) $\dfrac{16\pi}{3}$. (C) $\dfrac{16\pi}{\sqrt{3}}$. (D) $16\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Trường hợp 1: Khối tròn xoay khi quay $\triangle ABC$ quanh đường thẳng chứa AB (hoặc AC) có thể tích bằng hiệu thể tích của hai khối nón (N_1) và (N_2).

Dựng $CK \perp BA$ tại K suy ra $\begin{cases} AK = AC \cdot \cos \widehat{CAK} = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \text{ cm} \\ BK = BA + AK = 4 + 2 = 6 \text{ cm} \\ CK = AC \cdot \sin \widehat{CAK} = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \text{ cm.} \end{cases}$

\+ (N_1) có $h_1 = BK = 6$ cm, $r_1 = CK = 2\sqrt{3}$ cm.
\+ (N_2) có $h_1 = AK = 2$ cm, $r_2 = CK = 2\sqrt{3}$ cm.
Do đó $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot CK^2 \cdot (BK - AK) = \dfrac{1}{3}\pi \cdot \left(2\sqrt{3}\right)^2 \cdot (6-2) = 16\pi$ (cm^3).
Trường hợp 2: Khối tròn xoay khi quay $\triangle ABC$ quanh đường thẳng chứa BC có thể tích bằng tổng thể tích của hai khối nón (N_3) và (N_4).

Kẻ đường cao $AH, (H \in BC)$ suy ra $\begin{cases} AH = AB \cdot \cos \widehat{BAH} = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \text{ cm} \\ BH = CH = AB \cdot \sin \widehat{BAH} = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \text{ cm.} \end{cases}$

(N_3) và (N_4) có $h_3 = h_4 = BH = CH = 2\sqrt{3}$ cm,$r_3 = r_4 = HA = 2$ cm.
Do đó $V = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH = 2 \cdot \dfrac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 2\sqrt{3} = \dfrac{16\pi}{\sqrt{3}}$ (cm^3).

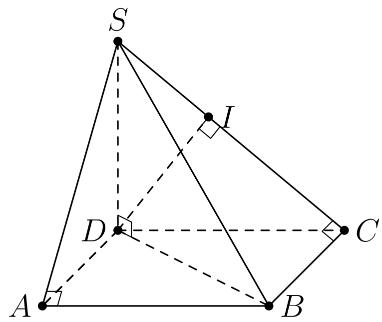
Vậy $V_{\max} = 16\pi$ (cm^3).

Chọn đáp án A □

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 3a\sqrt{2}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90°$. Biết khoảng cách từ A đến (SBC) bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A $216\sqrt{2}\pi a^3$. B $72\sqrt{2}\pi a^3$. C $54\sqrt{2}\pi a^3$. D $18\sqrt{2}\pi a^3$.

Lời giải.



Gọi D là hình chiếu của S lên (ABC).
Khi đó, $BC \perp (SDC)$, suy ra $BC \perp DC$. Tương tự ta cũng có $AB \perp AD$.
Vậy $ABCD$ là hình vuông.
Ta có các điểm A, C cùng nhìn SB dưới một góc vuông nên hình chóp $S.ABC$ nội tiếp mặt cầu đường kính SB.
Gọi I là hình chiếu của D lên SC.
Vì $AD \parallel (SBC)$ nên $DI = \mathrm{d}(D, (SBC)) = \mathrm{d}(A, (SBC)) = 2a\sqrt{3}$.
Từ đó ta tính được $SD = 6a$, suy ra $SB = 6\sqrt{2}a$.

Vậy thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $V = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{6\sqrt{2}a}{2}\right)^3 = 72\sqrt{2}\pi a^3$.

Chọn đáp án B □

— HẾT —

HỌ VÀ TÊN | **Lớp:** ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

MÃ ĐỀ

0	●	0
●	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	●
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	C	●
2	●	B	C	D
3	A	B	●	D
4	A	B	C	●
5	A	B	C	●
6	A	B	C	●
7	A	B	●	D
8	●	B	C	D
9	●	B	C	D
10	A	B	C	●

	A	B	C	D
11	A	B	C	●
12	●	B	C	D
13	A	B	C	●
14	A	B	C	●
15	A	B	●	D
16	●	B	C	D
17	A	B	C	●
18	A	B	C	●
19	A	B	C	●
20	A	B	C	●

	A	B	C	D
21	A	B	C	●
22	A	B	C	●
23	A	B	C	●
24	●	B	C	D
25	A	●	C	D

THPT Nguyễn Hữu Cảnh
Nguyễn Văn Sang
(Đề thi có **??** *trang)*

BỘ ĐỀ ÔN KIỂM TRA - KHỐI TRÒN XOAY
Môn: Toán
Thời gian làm bài 30 phút (25 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: .... **Mã đề thi 105**

HỌ VÀ TÊN

Lớp: ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

MÃ ĐỀ

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D

	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D

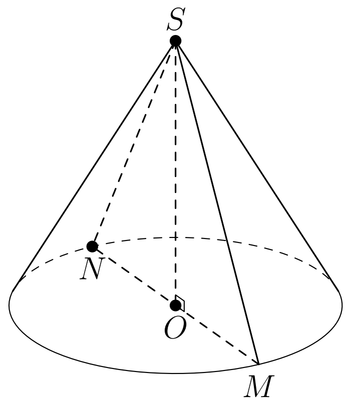
	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D

Câu 1. Khi quay một tam giác vuông kể cả điểm trong của tam giác vuông đó quanh đường thẳng chứa một cạnh góc vuông ta được

(A) Hình nón. (B) Hình trụ. (C) Khối trụ. (D) Khối nón.

Lời giải.

Khi quay một tam giác vuông kể cả điểm trong của tam giác vuông đó quanh đường thẳng chứa một cạnh góc vuông ta được khối nón.



Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Tính diện tích S của mặt cầu có đường kính bằng 6.

(A) $S = 48\pi$. (B) $S = 144\pi$. (C) $S = 36\pi$. (D) $S = 12\pi$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là $R = \frac{6}{2} = 3$.

Diện tích S của mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của một hình lập phương cạnh a có bán kính bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. (C) $\frac{\sqrt{6}a}{4}$. (D) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương nhận đường chéo hình lập phương làm đường kính. Vậy bán kính mặt cầu đi qua các đỉnh một hình lập phương cạnh a là $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Tính thể tích V của khối nón có diện tích hình tròn đáy là S và chiều cao là h.

(A) $V = \frac{4}{3}Sh$. (B) $V = \frac{1}{3}Sh$. (C) $V = \frac{1}{3}Sh^2$. (D) $V = Sh$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

(A) $4\pi R^3$. (B) $2\pi R^3$. (C) $\frac{4}{3}\pi R^3$. (D) $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu bán kính R bằng $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $V = 6$. (B) $V = 18\pi$. (C) $V = 18$. (D) $V = 6\pi$.

Lời giải.

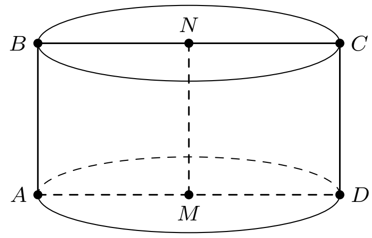
Ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=\dfrac{1}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2 6=6\pi$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 7. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$, $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN.

A $S_{\text{tp}}=2\pi$. B $S_{\text{tp}}=6\pi$. C $S_{\text{tp}}=8\pi$. D $S_{\text{tp}}=4\pi$.

Lời giải.



Diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{\text{xq}}=2\pi rh=2\pi\cdot\frac{AD}{2}\cdot AB=2\pi.$$

Diện tích hai đáy là $S_{\text{đáy}}=2\pi r^2=2\pi$.

Diện tích toàn phần $S=S_{\text{xq}}+S_{\text{đáy}}=2\pi+2\pi=4\pi$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 8. Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là

A $6\pi a^2$. B $4\pi a^2$. C $2\pi a^2$. D $5\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp}=S_{xq}+2S_{\text{đáy}}=2\pi rl+2\pi r^2=6\pi a^2.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 9. Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng ta được hình gì trong các hình sau đây?

A Hình tam giác. B Hình đa giác. C Hình tròn. D Hình quạt.

Lời giải.

Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng ta được hình quạt.

Chọn đáp án D ☐

Câu 10. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A $\dfrac{3a}{2}$. B $2a$. C $2\sqrt{2}a$. D $3a$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{S}_{\text{xq}}=3\pi a^2$ và $r=a$ nên ta suy ra $2\pi rl=3\pi a^2\Leftrightarrow 2\pi al=3\pi a^2\Leftrightarrow l=\dfrac{3a}{2}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 11. Cho tứ diện đều có cạnh là a, thể tích là V và V_1 là thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện. Chọn mệnh đề đúng.

A $V=\dfrac{\sqrt{3}}{3\pi}V_1$. B $V=\dfrac{1\sqrt{3}}{2\pi}V_1$. C $V=\dfrac{2\sqrt{3}}{9\pi}V_1$. D $V=\dfrac{2\sqrt{3}}{3\pi}V_1$.

Lời giải.

Tứ diện đều cạnh a có chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ và bán kính khối cầu ngoại tiếp $R = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

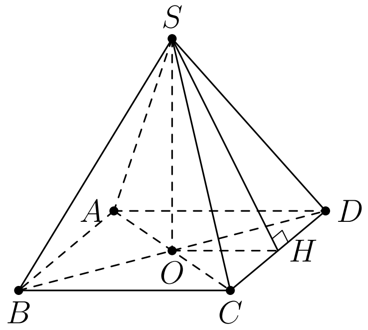
Do đó $V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$; $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi \cdot R^2 = \dfrac{a^3\sqrt{6}\pi}{8}$. Suy ra $V = \dfrac{2\sqrt{3}}{9\pi}V_1$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Tính thể tích khối nón có đỉnh là S và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

A $\dfrac{\pi\sqrt{7}a^3}{6}$. B $\dfrac{\pi\sqrt{7}a^3}{3}$. C $\dfrac{3\pi\sqrt{7}a^3}{4}$. D $\dfrac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$.

Lời giải.



Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên các mặt bên là các tam giác cân. Gọi H là trung điểm của CD. Ta có $SH \perp CD$ và $S_{\triangle SCD} = \dfrac{1}{2}SH \cdot CD = \dfrac{a}{2}SH = 2a^2 \Rightarrow SH = 4a$.

Tam giác SOH vuông tại O nên

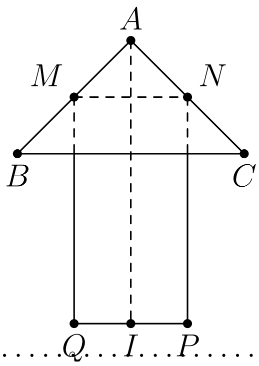
$$SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{63a^2}{4}} = \frac{3a\sqrt{7}}{2}.$$

Đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có bán kính là $r = OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón cần tính là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \dfrac{3a\sqrt{7}}{2} = \dfrac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$.

Chọn đáp án D □

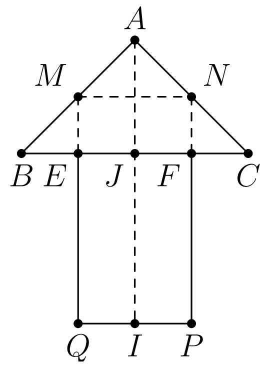
Câu 13.



Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ = 2MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC (như hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình bên xung quanh trục AI, với I là trung điểm của PQ.

A $V = \dfrac{17\pi a^3}{24}$. B $V = \dfrac{11\pi a^3}{8}$. C $V = \dfrac{5\pi a^3}{6}$. D $V = \dfrac{11\pi a^3}{6}$.

Lời giải.



Gọi E, F, J lần lượt là giao điểm của MQ, NP, AI với BC. Ta có

$$BC = 2a \Rightarrow AJ = a; MN = a; MQ = 2a; EQ = \frac{3a}{2}.$$

Gọi thể tích của hình tròn xoay có được khi quay tam giác AJB xung quanh trục AI là V_1 và thể tích của hình tròn xoay có được khi quay hình chữ nhật $EJIQ$ xung quanh trục AI là V_2. Vậy

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a + \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{3a}{2} = \frac{17a^3}{24}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại B. Biết $SA = 2a, AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

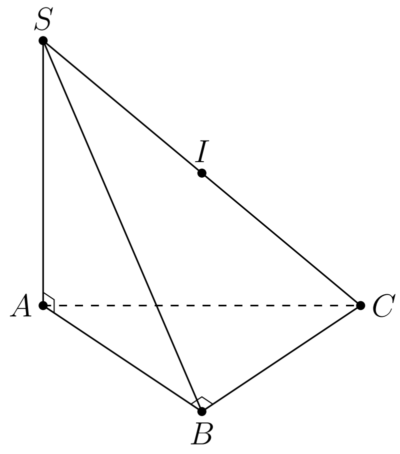
A $r = 2a\sqrt{2}$. B $r = a$. C $r = a\sqrt{2}$. D $r = 2a$.

Lời giải.

Xét $\triangle ABC$, ta có $AC = 2a \Rightarrow SC = 2a\sqrt{2}$.

Do $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$, hay $\triangle SBC$ vuông tại B.

Gọi I là trung điểm của SC. Do các $\triangle SAC; \triangle SBC$ lần lượt vuông tại A và $B \Rightarrow IS = IA = IB = IC$, suy ra mặt cầu tâm I bán kính r ngoại tiếp hình chóp đã cho. Ta có $r = \dfrac{SC}{2} = a\sqrt{2}$.



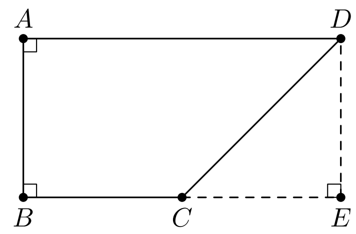
Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \dfrac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC ta được khối tròn xoay (T). Tính thể tích V của khối tròn xoay (T).

(A) $V = \dfrac{7\pi a^3}{3}$. (B) $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$. (C) $V = \dfrac{5\pi a^3}{3}$. (D) $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Gọi V_1 là thể tích của hình trụ có bán kính AB, đường cao AD.
Gọi V_2 là thể tích của hình nón có bán kính ED, đường cao CE.
Ta có $V = V_1 - V_2 = \pi a^2 \cdot 2a - \dfrac{1}{3}\pi a^2 \cdot a = \dfrac{5\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 16. Một tứ diện đều cạnh bằng a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là

(A) $\dfrac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. (B) $\pi a^2\sqrt{3}$. (C) $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. (D) $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.

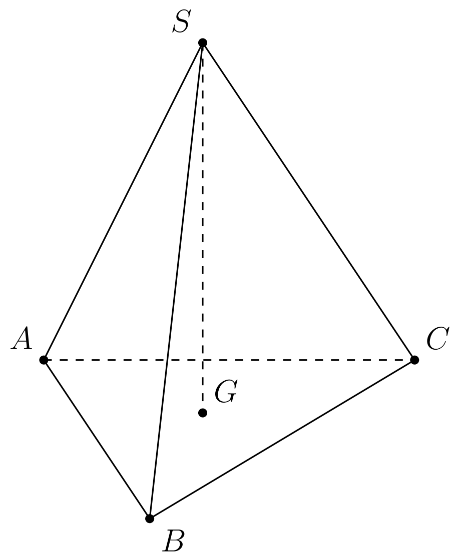
Lời giải.

Ta có tam giác ABC là tam giác đều, gọi G là trọng tâm tam giác suy ra G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Bán kính

$$R = AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot R \cdot SA = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}.$$

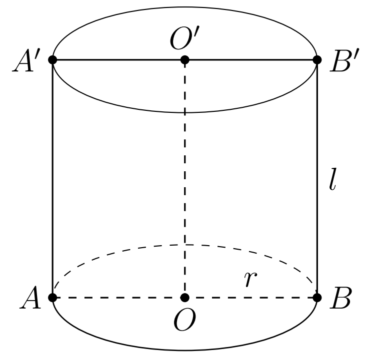


Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $30\,\text{cm}^2$ và chu vi bằng $26\,\text{cm}$. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của (T) là

Ⓐ $\dfrac{69\pi}{2}\,\text{cm}^2$. Ⓑ $69\pi\,\text{cm}^2$. Ⓒ $\dfrac{23\pi}{2}\,\text{cm}^2$. Ⓓ $23\pi\,\text{cm}^2$.

Lời giải.



Theo đề, thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục OO' là hình chữ nhật $ABB'A'$ có diện tích bằng $30\,\text{cm}^2$ và chu vi bằng $26\,\text{cm}$.

Suy ra, $\begin{cases} 2rl = 30 \\ 2r + l = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = 10 \\ r = \dfrac{3}{2} \end{cases}$ (do $l > 2r$).

Khi đó, diện tích toàn phần của hình trụ là

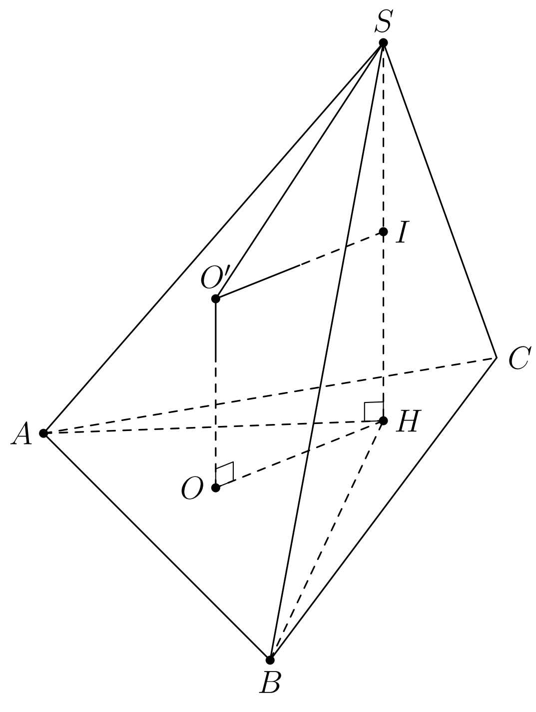
$$\begin{aligned} S_{\text{toàn phần}} &= S_{\text{xung quanh}} + 2S_{\text{đáy}} \\ &= 2\pi r l + 2\cdot\pi r^2 = \frac{69\pi}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 3$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc miền trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB} = 120^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$, biết $SH = 4\sqrt{3}$.

Ⓐ $R = 2\sqrt{3}$. Ⓑ $R = \sqrt{15}$. Ⓒ $R = 3\sqrt{5}$. Ⓓ $R = \sqrt{5}$.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của SH và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là OH.

Theo định lí sin ta có:

$\dfrac{AB}{\sin\widehat{AHB}} = 2OH \Rightarrow OH = \dfrac{3}{2\sin 120^\circ} = \sqrt{3}$.

Trong mặt phẳng $(O'OH)$ dựng hình chữ nhật $OHIO'$ suy ra $O'I$ là đường trung trực của cạnh SI và tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABH$ là O'.

Xét tam giác $SO'I$ vuông tại I có $O'I = OH = \sqrt{3}$, $SI = \dfrac{SH}{2} = 2\sqrt{3}$ nên $O'S = \sqrt{O'I^2 + SI^2} = \sqrt{15}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$ là $R = \sqrt{15}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 19. Thầy Sang dự định làm các hộp hình trụ có nắp, có thể tích $V = 1000\pi\ \text{cm}^3$. Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ đó. Thầy Sang muốn tốn ít nguyên liệu nhất thì tỉ số $\dfrac{h}{R}$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ 1. Ⓑ $\sqrt{2}$. Ⓒ $\dfrac{1}{2}$. Ⓓ 2.

Lời giải.

Ta có $V = \pi R^2 h = 1000\pi \Rightarrow h = \dfrac{1000}{R^2}$. Khi đó $S_{\text{tp}} = 2\pi R\,(R + h) = 2\pi R\left(R + \dfrac{1000}{R^2}\right)$.

Xét hàm $f(x) = x\left(x + \dfrac{1000}{x^2}\right), \forall x > 0 \Rightarrow f'(x) = 2x - \dfrac{1000}{x^2}, \forall x > 0 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{500}$.
Ta có bảng biến thiên

x	0		$\sqrt[3]{500}$		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\|$ $+\infty$	$\searrow$	$f(\sqrt[3]{500})$	$\nearrow$	$+\infty$

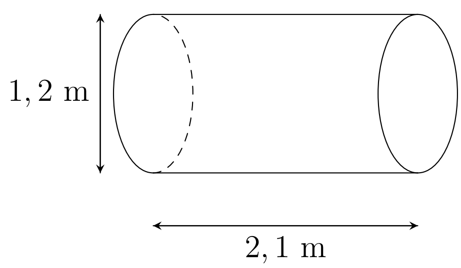
Từ bảng biến thiên, ta có $\min\limits_{x>0} f(x) = f(\sqrt[3]{500})$.
Vậy để tốn ít nhiên liệu nhất thì $R = \sqrt[3]{500} \Rightarrow h = 2\sqrt[3]{500} \Rightarrow \dfrac{h}{R} = 2$.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c nội tiếp một mặt cầu. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu đó.

A $S_{mc} = 8(a^2 + b^2 + c^2)\pi$. B $S_{mc} = 4(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.
C $S_{mc} = (a^2 + b^2 + c^2)\pi$. D $S_{mc} = 16(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

Lời giải.
Đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật bằng đường chéo của hình hộp chữ nhật đó.
Do đó
$$2R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}.$$
Vậy
$$S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} = (a^2 + b^2 + c^2)\pi.$$
Chọn đáp án C □

Câu 21.
Bánh của một chiếc xe lu có hình trụ, đường kính 1,2 (m), bề ngang 2,1 (m) (kích thước minh họa ở hình vẽ). Hỏi khi xe di chuyển thẳng, bánh xe quay được 12 vòng thì diện tích mặt đường được lu là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến phần nguyên mét).



A 144 (m^2). B 72 (m^2).
C 48 (m^2). D 95 (m^2).

Lời giải.
Bán kính đáy của hình trụ là $R = 1{,}2 : 2 = 0{,}6$ (m).
Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi Rh = 2\pi \times 0{,}6 \times 2{,}1 = 2{,}52\pi$ (m^2).
Bánh xe quay được 1 vòng thì xe sẽ lu được một diện tích mặt đường bằng diện tích xung quanh của hình trụ. Do đó, bánh xe quay 12 vòng sẽ quét được phần diện tích là $12 \times 2{,}52\pi \approx 95$ (m^2).
Chọn đáp án D □

Câu 22. Cho hình cầu (S) có tâm I, bán kính R. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn giao tuyến (L). Khối nón đỉnh I và đáy là đường tròn (L) có thể tích lớn nhất là

A $V_{\max} = \dfrac{\pi R^3}{9}$. B $V_{\max} = \dfrac{2\pi R^3}{9\sqrt{3}}$. C $V_{\max} = \dfrac{\pi R^3}{9\sqrt{3}}$. D $V_{\max} = \dfrac{\pi R^3}{\sqrt{3}}$.

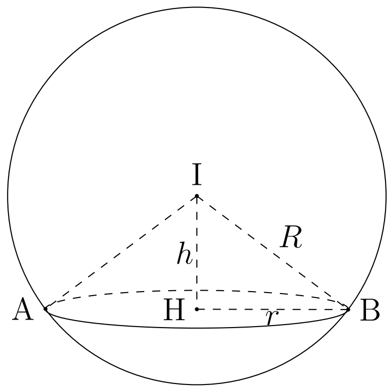
Lời giải.

Gọi h là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Suy ra h chính là chiều cao của khối nón cần tìm.

Gọi r là bán kính của đường tròn (L).

Khi đó, $r = \sqrt{R^2 - h^2}$ và thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - h^2\right) \cdot h = \frac{1}{3}\pi\left(-h^3 + R^2 \cdot h\right).$$



Xét hàm số $f(h) = -h^3 + R^2 h$ với $0 < h < R$

có $f'(h) = -3h^2 + R^2$. Cho $f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$. Ta có bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{R}{\sqrt{3}}$		R
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$	0	$\nearrow$	$\dfrac{2\sqrt{3}R^2}{9}$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $f(h)$ đạt giá trị lớn nhất là $\dfrac{2\sqrt{3}R^2}{9}$ tại $h = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$.

Do vậy, thể tích khối nón lớn nhất khi và chỉ khi $f(h)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; R)$.

Thể tích khối nón lớn nhất là $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot \dfrac{2\sqrt{3}R^3}{9} = \dfrac{2\pi R^3}{9\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 23. Gọi r, R lần lượt là bán kính mặt cầu nội tiếp và mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$. Tính tỉ số $\dfrac{R}{r}$.

A 3. B $\dfrac{4}{3}$. C $\sqrt{3}$. D $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

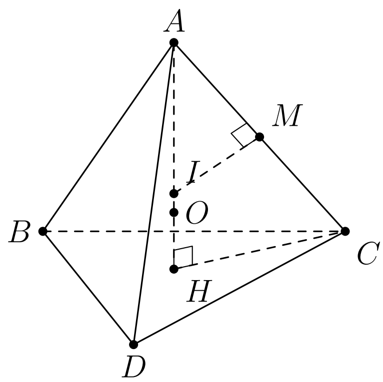
Lời giải.

• Xét tứ diện đều $ABCD$, gọi H, I, M lần lượt là trọng tâm tam giác đều BCD, tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, trung điểm của AC; giả sử tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh là a. Khi đó, ta có $\triangle AMI \backsim \triangle AHC$ nên

$$\frac{AI}{AC} = \frac{AM}{AH}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{R}{a} = \frac{\frac{1}{2}AC}{\sqrt{AC^2 - HC^2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad R = \frac{\frac{1}{2}a^2}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}. \quad (1)$$



• Gọi O là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện đều $ABCD$. Khi đó

$$V_{ABCD} = V_{O.BCD} + V_{O.CDA} + V_{O.DAB} + V_{O.ABC}.$$

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $S_{BCD} = S_{CDA} = S_{DAB} = S_{ABC} = S$.

Do đó $\frac{1}{3}AH \cdot S = 4 \cdot \frac{1}{3} rS \Leftrightarrow r = \frac{AH}{4} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$. (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \frac{R}{r} = 3$.

Chọn đáp án A □

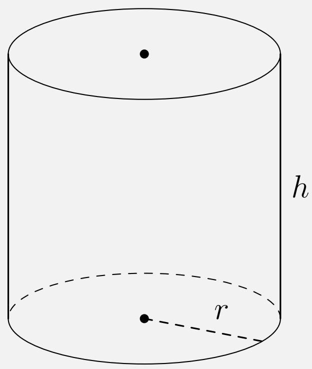
Câu 24. Bác An cần làm một cái bể đựng nước hình trụ (có đáy và nắp đậy) có thể tích 16π m^3. Tính bán kính đáy của hình trụ để nguyên liệu làm bể ít nhất. (Biết thành bể dày không đáng kể).

A 0,8 m. B 1,2 m. C 2,4 m. D 2 m.

Lời giải.

Bài toán tổng quát: Trong các hình trụ có thể tích V không đổi, tìm bán kính đáy r của hình trụ có diện tích toàn phần nhỏ nhất.

Phương pháp giải:



Gọi h là chiều cao hình trụ.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$. (1)

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} = \frac{2V}{r}$.

Diện tích đáy hình trụ là $S_d = \pi r^2$.

Diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = \frac{2V}{r} + 2\pi r^2 = \frac{V}{r} + \frac{V}{r} + 2\pi r^2$.

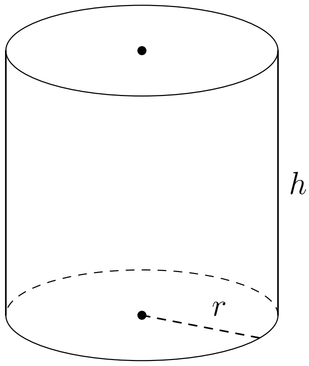
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$\frac{V}{r} + \frac{V}{r} + 2\pi r^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{V}{r} \cdot \frac{V}{r} \cdot 2\pi r^2} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Suy ra $S_{tp} \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{V}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. (2)

Nhận xét: Từ (1) và (2) suy ra $\frac{h}{r} = \frac{V}{\pi r^3} = \frac{V}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{V} = 2$.

Gọi r, h, V lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và thể tích khối trụ.
Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi r^2} = \dfrac{16\pi}{\pi r^2} = \dfrac{16}{r^2}$.
Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi r \cdot \dfrac{16}{r^2} = \dfrac{32\pi}{r}$.
Diện tích đáy hình trụ là $S_d = \pi r^2$.
Diện tích toàn phần hình trụ là
$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = \dfrac{32\pi}{r} + 2\pi r^2 = 2\pi\left(\dfrac{16}{r} + r^2\right) = 2\pi\left(\dfrac{8}{r} + \dfrac{8}{r} + r^2\right)$.
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có $\dfrac{8}{r} + \dfrac{8}{r} + r^2 \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{8}{r} \cdot \dfrac{8}{r} \cdot r^2} = 12$.
Suy ra $S_{tp} \geq 24\pi$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{8}{r} = r^2 \Leftrightarrow r = 2$.
Vậy $r = 2$ m thì S_{tp} đạt giá trị nhỏ nhất nên nguyên liệu làm bể ít nhất .



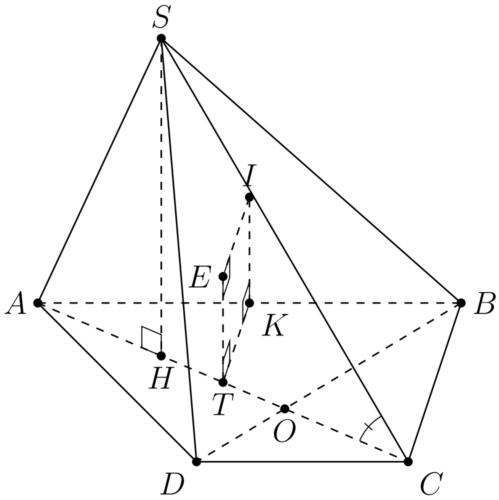
Chọn đáp án D □

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD = DC = CB = a$; $AB = 2a$. Chân đường cao là trung điểm OA, đường thẳng AC cắt BD tại O, góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A $V = \dfrac{17\pi\sqrt{59}}{54}a^3$. B $V = \dfrac{31\pi\sqrt{61}}{81}a^3$. C $V = \dfrac{61\pi\sqrt{61}}{162}a^3$. D $V = \dfrac{31\pi\sqrt{51}}{162}a^3$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của OA, ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.
Gọi K là trung điểm của AB, ta có K là tâm của đường tròn ngoại tiếp hình thang $ABCD$.
Gọi T là trung điểm của AC; E là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC; I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, ta có $IETK$ là hình chữ nhật.
Tam giác ABC vuông tại C nên $AC^2 = AB^2 - BC^2 = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.
$ABCD$ là hình thang có hai đáy AB, CD thỏa $AB = 2CD$ nên $OA = 2OC$.



$\Rightarrow CH = \dfrac{2}{3}AC = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$ và $AH = \dfrac{1}{3}AC = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC$ là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.
$\Rightarrow \widehat{SCH} = 60° \Rightarrow SH = HC \cdot \tan 60° = 2a$.
$\Rightarrow SA^2 = SH^2 + AH^2 = 4a^2 + \dfrac{3a^2}{9} = \dfrac{39a^2}{9} \Rightarrow SA = \dfrac{a\sqrt{39}}{3}$.
Áp dụng định lí sin trong tam giác SAC, ta có $AE = \dfrac{SA}{2\sin 60°} = \dfrac{a\sqrt{13}}{3}$.
Tam giác ATE vuông tại T nên $ET^2 = AE^2 - AT^2 = \dfrac{13a^2}{9} - \dfrac{3a^2}{4} = \dfrac{25a^2}{36}$.
Tam giác IAK vuông tại K nên $IA^2 = AK^2 + IK^2 = a^2 + \dfrac{25a^2}{36} = \dfrac{61a^2}{36}$.
$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R = IA = \dfrac{a\sqrt{61}}{6}$.
Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

$$V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4\pi}{3} \cdot \left(\dfrac{a\sqrt{61}}{6}\right)^3 = \dfrac{61\pi\sqrt{61}}{162}a^3.$$

Chọn đáp án C □

——— HẾT ———

HỌ VÀ TÊN | **Lớp:** ....

ĐIỂM

KỲ THI: ....

MÔN THI: ....

THỜI GIAN: ....

SỐ BÁO DANH

0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

MÃ ĐỀ

0	●	0
●	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	●
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
1	A	B	C	●
2	A	B	●	D
3	●	B	C	D
4	A	●	C	D
5	A	B	●	D
6	A	B	C	●
7	A	B	C	●
8	●	B	C	D
9	A	B	C	●
10	●	B	C	D

	A	B	C	D
11	A	B	●	D
12	A	B	C	●
13	●	B	C	D
14	A	B	●	D
15	A	B	●	D
16	A	B	●	D
17	●	B	C	D
18	A	●	C	D
19	A	B	C	●
20	A	B	●	D

	A	B	C	D
21	A	B	C	●
22	A	●	C	D
23	●	B	C	D
24	A	B	C	●
25	A	B	●	D