Chương 8

Hệ số đếm

NỘI DUNG

1. Hệ đếm
2. Hệ thập phân
3. Hệ nhị phân
4. Chuyển đổi giữa nhị phân và thập phân
    - Phần nguyên
    - Phần thập phân
5. Hệ thập lục phân

1. Hệ đếm

- Hệ đếm là một tập các ký hiệu (bảng chữ số) để biểu diễn các số và xác định giá trị của các biểu diễn số.
- Phân loại:
  - Hệ đếm không vị trí
  - Hệ đếm có vị trí
- Các hệ đếm thông dụng

Tên hệ đếm	Số ký hiệu	Cơ số (r)
Hệ nhị phân (Binary)	0, 1	2
Hệ bát phân (Octal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	8
Hệ thập phân (Decimal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	10
Hệ thập lục phân (Hexadecimal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F	16

Hệ số đếm có vị trí

- Nguyên tắc chung
  - Cơ số của hệ đếm *r* là số ký hiệu được dùng
  - Trọng số bất kỳ của một hệ đếm là r^i (i là số âm hoặc dương) giúp phân biệt giá trị biểu diễn của các chữ số khác nhau
- Mỗi số được biểu diễn bằng một chuỗi các chữ số, trong đó số ở vị trí thứ *i* có trọng số r^i
- Dạng tổng quát của một số trong hệ đếm có cơ số *r* là

$$(\ldots a_3a_2a_1a_0.a_{-1}a_{-2}a_{-3}\ldots)_r$$

  - Giá trị của chữ số a_i là 1 số nguyên trong khoảng $0 \le a_i < r$.
  - Dấu chấm giữa a_0 và a_{-1} được gọi là ***radix point.***

+

Giải thích vị trí của số trong hệ cơ số 7

Position	4	3	2	2	0	-1
Value in exponential form	7^4	7^3	7^2	7^1	7^0	7^{-1}
Decimal value	2401	343	49	7	1	1/7

Bảng 8.2 Giải thích vị trí của số trong hệ cơ số 7

+

6

Biểu diễn số

▪ Biểu diễn tổng quát:

$$N = a_{n-1} \times r^{n-1} + \ldots + a_1 \times r^1 + a_0 \times r^0 + a_{-1} \times r^{-1} + \ldots + a_{-m} \times r^{-m}$$

$$= \sum_{n-1}^{-m} a_i \times r^i$$

▪ Trong một số trường hợp, ta phải thêm chỉ số để tránh nhầm lẫn giữa biểu diễn của các hệ.

Ví dụ: 36_{10} , 36_8 , 36_{16}

2. Hệ thập phân (Decimal)

- Dựa trên 10 chữ số thập phân (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) để biểu diễn các số
- Ví dụ:

$$83 = (8 * 10) + 3$$

$$4728 = (4 * 1000) + (7 * 100) + (2 * 10) + 8$$

- Cơ số là 10. Tức là, mỗi chữ số trong số được nhân với 10 mũ i, i tương ứng với vị trí của chữ số đó :

$$83 = (8 * 10^1) + (3 * 10^0)$$

$$4728 = (4 * 10^3) + (7 * 10^2) + (2 * 10^1) + (8 * 10^0)$$

Phần thập phân

- Phần số thập phân tuân theo nguyên tắc tương tự, nhưng 10 mũ âm
- Ví dụ:

$$0.256 = (2 * 10^{-1}) + (5 * 10^{-2}) + (6 * 10^{-3})$$

- Một số có cả phần nguyên và phần thập phân thì các chữ số tăng lên theo 10 mũ cả dương và âm:

$$442.256 = (4 * 10^2) + (4 + 10^1) + (2 * 10^0) + (2 * 10^{-1}) + (5 * 10^{-2}) + (6 * 10^{-3})$$

- ***Số quan trọng nhất***
  - Chữ số ngoài cùng bên trái (mang giá trị lớn nhất)
- ***Số ít quan trọng nhất***
  - Chữ số ngoài cùng bên phải

Vị trí của một số thập phân

4	7	2	2	5	6
100s 10^2 position 2	10s 10^1 position 1	1s 10^9 position 0	tenths 10^{-1} position −1	hundredths 10^{-2} position −2	thousandths 10^{-3} position −3

3. Hệ nhị phân (Binary)

- Hai chữ số, 1 và 0
- Cơ số 2
- Chữ số 1 và 0 trong ký hiệu nhị phân có cùng ý nghĩa như trong ký hiệu thập phân:

$$0_2 = 0_{10}$$

$$1_2 = 1_{10}$$

- Để biểu diễn các số lớn hơn, mỗi chữ số trong một số nhị phân có giá trị phụ thuộc vào vị trí của nó :

$$10_2 = (1 * 2^1) + (0 * 2^0) = 2_{10}$$

$$11_2 = (1 * 2^1) + (1 * 2^0) = 3_{10}$$

$$100_2 = (1 * 2^2) + (0 * 2^1) + (0 * 2^0) = 4_{10}$$

Các giá trị phân số được biểu diễn bằng số mũ âm của cơ số:

$$1001.101 = 2^3 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3} = 9.625_{10}$$

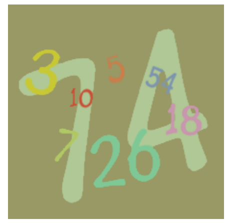
+

Nhị phân sang thập phân:

- Nhân mỗi chữ số nhị phân với 2^i và cộng vào kết quả

Thập phân sang nhị phân:

- Đổi riêng phần nguyên và phần thập phân



4. Chuyển đổi giữa nhị phân và thập phân

a. Phần nguyên:

Bài toán: Đổi số nguyên thập phân *N* thành dạng nhị phân.

Đầu tiên chia *N* cho 2 được N_1 và phần dư R_0:

$$N = 2 * N_1 + R_0 \qquad R_0 = 0 \text{ or } 1$$

Tiếp theo, chia N_1 cho *2* thu được số mới là N_2 và số dư mới R_1:

$$N_1 = 2 * N_2 + R_1 \qquad R_1 = 0 \text{ or } 1$$

Sao cho

$$N = 2(2N_2 + R_1) + R_0 = (N_2 * 2^2) + (R_1 * 2^1) + R_0$$

Nếu tiếp tục

$$N_2 = 2N_3 + R_2$$

Ta có

$$N = (N_3 * 2^3) + (R_2 * 2^2) + (R_1 * 2^1) + R_0$$

Phần nguyên

Continued . . .

Do $N > N_1 > N_2 \ldots$, tiếp tục chia thì cuối cùng sẽ tạo ra thương số $N_{m-1} = 1$ và phần dư R_{m-2} *bằng* 0 hoặc 1.

Khi đó

$N = (1 * 2^{m-1}) + (R_{m-2} * 2^{m-2}) + \ldots + (R_2 * 2^2) + (R_1 * 2^1) + R_0$

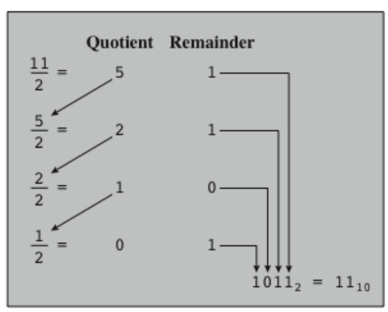
là dạng nhị phân của *N.*

Phần nguyên

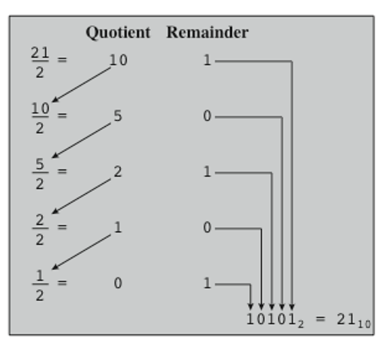
Kết luận: Chuyển đổi phần nguyên từ cơ số 10 sang cơ số 2 bằng cách chia lặp đi lặp lại số đó cho 2. Phép chia dừng lại khi kết quả lần chia cuối cùng bằng 0.

Lấy các số dư theo chiều đảo ngược cho ta số nhị phân cần tìm.

Ví dụ về chuyển đổi từ thập phân sang nhị phân cho phần nguyên



(a) 11_{10}



(b) 21_{10}

Số nhị phân 0.$b_{-1}b_{-2}b_{-3}$ . . . *với* $b_i = 0$ *or 1* có giá trị

$$(b_{-1} * 2^{-1}) + (b_{-2} * 2^{-2}) + (b_{-3} * 2^{-3}) \ . \ . \ .$$

Có thể viết lại thành

$$2^{-1} * (b_{-1} + 2^{-1} * (b_{-2} + 2^{-1} * (b_{-3} + . . .) . . .))$$

<u>Bài toán</u>: Đổi số F $(0 < F < 1)$ từ thập phân sang nhị phân. Biết rằng F có thể được biểu diễn dưới dạng

$$F = 2^{-1} * (b_{-1} + 2^{-1} * (b_{-2} + 2^{-1} * (b_{-3} + . . .) . . .))$$

Nếu nhân F với 2, thu được,

$$2 * F = b_{-1} + 2^{-1} * (b_{-2} + 2^{-1} * (b_{-3} + . . .) . . .)$$

Tư biểu thức đó, ta thấy rằng phần nguyên của $(2 * F)$, *phải bằng* 0 hoặc 1 vì $0 < F < 1$, *đơn giản là* b_{-1}. *Vì thế ta có thể nói* $(2 * F) = b_{-1} + F_1$, với $0 < F_1 < 1$ *và* trong đó
$F_1 = 2\text{-}1 * (b_{-2} + 2^{-1} * (b_{-3} + 2^{-1} * (b_{-4} + . . .) . . .))$
Để tìm b_{-2}, ta lặp lại quá trình này. Tại mỗi bước, phần phân số của kết quả bước trước được nhân với 2.

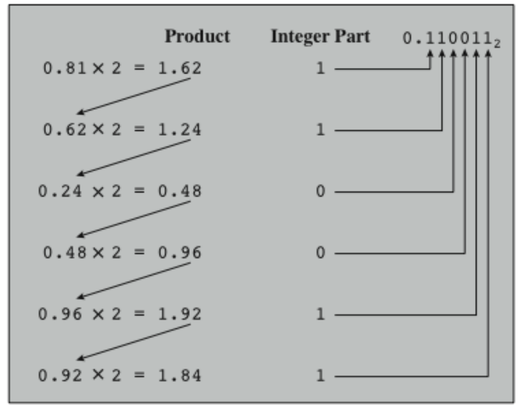
Phần thập phân

Continued . . .

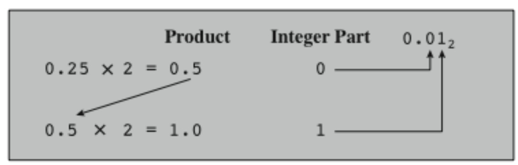
<u>Kết luận</u>: Nhân liên tiếp phần phân số của số thập phân với 2. Lấy tuần tự phần nguyên của tích thu được sau mỗi lần nhân là kết quả cần tìm. Phần phân số của tích được sử dụng làm số bị nhân trong bước tiếp theo.

Phần thập phân

Ví dụ về chuyển đổi từ thập phân sang nhị phân cho phần phân số



(a) $0.81_{10} = 0.110011_2$ (approximately)



(b) $0.25_{10} = 0.01_2$ (exactly)

5. Hệ thập lục phân (Hexadecimal)

- Các chữ số nhị phân được nhóm thành các nhóm bốn bit được gọi là nibble
- Mỗi tổ hợp có thể có của bốn chữ số nhị phân được biểu diễn bằng 1 ký tự, như sau :

0000 = 0	0100 = 4	1000 = 8	1100 = C
0001 = 1	0101 = 5	1001 = 9	1101 = D
0010 = 2	0110 = 6	1010 = A	1110 = E
0011 = 3	0111 = 7	1011 = B	1111 = F

- Bởi vì 16 ký tự được sử dụng, biểu diễn này được gọi là hệ thập lục phân và 16 ký tự đó là chữ số thập lục phân
- Ví dụ

$$2C_{16} = (2_{16} * 16^1) + (C_{16} * 16^0) = (2_{10} * 16^1) + (12_{10} * 16^0) = 44$$

+

Bảng 8.3

Thập phân, nhị phân, và thập lục phân

Decimal (base 10)	Binary (base 2)	Hexadecimal (base 16)
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
16	0001 0000	10
17	0001 0001	11
18	0001 0010	12
31	0001 1111	1F
100	0110 0100	64
255	1111 1111	FF
256	0001 0000 0000	100

Biểu diễn thập lục phân

Không chỉ được dùng để biểu diễn các số nguyên mà còn là một biểu diễn ngắn gọn để biểu diễn dãy số nhị phân bất kỳ

Lý do sử dụng biểu diễn thập lục phân:

- Ngắn gọn hơn ký hiệu nhị phân
- Trong hầu hết máy tính, dữ liệu nhị phân chiếm theo bội của 4 bit, tương đương với bội của một số thập lục phân duy nhất
- Rất dễ dàng chuyển đổi giữa nhị phân và thập lục phân

Tổng kết

Chương 8

- Hệ đếm
- Hệ thập phân
- Hệ nhị phân

Hệ số đếm

- Chuyển đổi giữa nhị phân và thập phân
  - Phần nguyên
  - Phần phân số
- Biểu diễn thập lục phân

Bài tập (1)

1/ Sắp xếp các số theo thứ tự tăng dần: $(1.1)_2$, $(1.4)_{10}$, $(1.5)_{16}$

2/ Đổi giá trị biểu diễn

a) 54_8 sang hệ cơ số 5 b) 312_4 sang hệ cơ số 7

3/ Đổi các số nhị phân sau ra số trong hệ thập phân:

a) 001100 b) 011100 c) 101010

d)11100.011 e) 110011.10011 f) 1010101010.1

4/ Đổi các số thập phân sau ra số trong hệ nhị phân:

a) 64 b) 100 c) 255

d) 34.75 e) 25.25 f) 27.1875

Bài tập (2)

5/ Đổi các số thập lục phân sau ra số trong hệ thập phân:

a) B52 b) ABCD

c) D3.E d) 1111.1 e) EBA.C

6/ Đổi các số thập phân sau ra số trong hệ thập lục phân:

a) 2560 b) 6250 c) 16245

d) 204.125 e) 255.875 f) 631.25

7/ Đổi các số thập lục phân sau ra số trong hệ nhị phân:

a) 568 b) A74 c) 1F.C d) 239.4

8/ Đổi các số nhị phân sau ra số trong hệ thập lục phân:

a) 1001.1111 b) 110101.011001

c) 101001111.111011