CHƯƠNG 4 : LÝ THUYẾT TẬP MỜ & LOGIC MỜ

4.1. Tổng quan

- **Mục tiêu của chương 4**

  Học xong chương này, sinh viên phải nắm bắt được các vấn đề sau:

  - Thế nào là khái niệm của tập mờ, mệnh đề mờ, suy diễn mờ.

  - Các phép toán trên tập mờ và logic mờ.

- **Kiến thức cơ bản cần thiết**

Các kiến thức cơ bản trong chương này bao gồm:

  - Nắm vững các phép toán logic trong chương 1.

  - Các suy luận ở chương 2.

- **Tài liệu tham khảo**

Nguyễn Hoàng Cương, Bùi Công Cường, Nguyễn Doãn Phước, Phan Xuân Minh, Chu Văn Hỷ, **Hệ mờ và ứng dụng.** Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội - 1998.

- **Nội dung cốt lõi**

  - Giới thiệu khái niệm về tập mờ, các phép toán trên tập mờ.

  - Mệnh đề mờ và các phép toán logic mờ.

  - Suy diễn mờ.

4.2. Giới thiệu

Như đã biết, trong những suy luận đời thường cũng như các suy luận khoa học, logic toán học đóng một vai trò rất quan trọng.

Ngày nay, xã hội càng phát triển thì nhu cầu con người ngày càng cao. Do đó, sự tiến bộ của khoa học cũng rất cao. Suy luận logic mệnh đề đã giới thiệu trong chương 1 (tạm gọi là logic nguyên thủy hay logic rõ) với hai giá trị đúng, sai hay 1, 0 đã không giải quyết được hết các bài toán phức tạp nảy sinh trong thực tế.

Ví dụ: quần áo như thế nào được gọi là dầy, là mỏng để máy giặt biết được mà có chế độ tự động sấy khô cho hợp lý ?

Hay trong thơ văn có câu:

" Trăng kia bao tuổi trăng già?

Núi kia bao tuổi gọi là núi non? "

Khái niệm trăng già hay núi non là không được định nghĩa rõ ràng. Những bài toán như vậy ngày một nhiều hơn trong các lĩnh vực điều khiển tối ưu, nhận dạng hệ thống,... nói chung là trong các quá trình quyết định nhằm giải các bài toán với các dữ liệu không đầy đủ, hoặc không được định nghĩa một cách rõ ràng (trong điều kiện thiếu thông tin chẳng hạn).

Một cách tiếp cận mới đã mang lại nhiều kết quả thực tiễn và đang tiếp tục phát triển đó là cách tiếp cận của lý thuyết tập mờ (FUZZY SET THEORY), do giáo sư Lotfi Zadeh của trường đại học California - Mỹ đề ra năm 1965. Công trình này thực sự đã khai sinh một ngành khoa học mới là lý thuyết tập mờ và đã nhanh chóng được các nhà nghiên cứu công nghệ mới chấp nhận ý tưởng. Một số kết quả bước đầu và hướng nghiên cứu tiếp theo góp phần tạo nên những sản phẩm công nghiệp đang được tiêu thụ trên thị trường. Lý thuyết tập mờ ngày càng phong phú và hoàn chỉnh, đã tạo nền vững chắc để phát triển logic mờ. Có thể nói logic mờ (Fuzzy logic) là nền tảng để xây dựng các hệ mờ thực tiển, ví dụ trong công nghiệp sản xuất xi măng, sản xuất điện năng, các hệ chuyên gia trong y học giúp chuẩn đoán và điều trị bệnh, các hệ chuyên gia trong xử lý tiếng nói, nhận dạng hình ảnh,...Công cụ chủ chốt của logic mờ là tiền đề hóa và lập luận xấp xỉ với phép suy diễn mờ.

Trong chương này, mục đích chính là giới thiệu khái niệm tập mờ, logic mờ, tập trung đi vào các phép toán cơ bản và bước đầu đi vào lập luận xấp xỉ với phép suy diễn mờ.

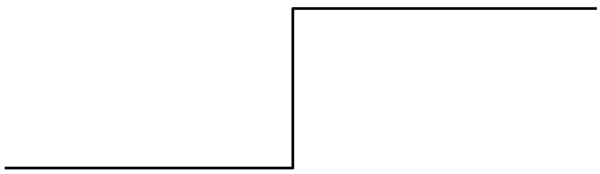
4.3. Khái niệm tập mờ (fuzzy set)

Như chúng ta đã biết, tập hợp thường là kết hợp của một số phần tử có cùng một số tính chất chung nào đó. Ví dụ : tập các sinh viên. Ta có :

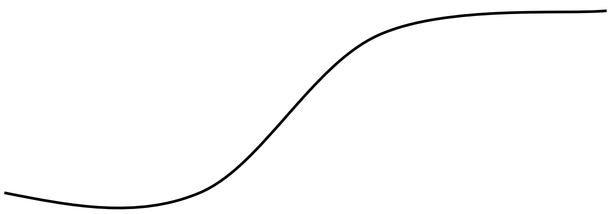
$$T = \{ t / t \text{ là sinh viên } \}$$

Vậy, nếu một người nào đó là sinh viên thì thuộc tập T, ngược lại là không thuộc tập T. Tuy nhiên, trong thực tế cuộc sống cũng như trong khoa học kỹ thuật có nhiều khái niệm không được định nghĩa một cách rõ ràng. Ví dụ, khi nói về một "nhóm sinh viên khá", thì thế nào là khá ? Khái niệm về khá không rõ ràng vì có thể sinh viên có điểm thi trung bình bằng 8.4 là khá, cũng có thể điểm thi trung bình bằng 6.6 cũng là khá (dải điểm khá có thể từ 6.5 đến 8.5),... Nói cách khác, "nhóm sinh viên khá" không được định nghĩa một cách tách bạch rõ ràng như khái niệm thông thường về tập hợp. Hoặc, khi chúng ta nói đến một "lớp các số lớn hơn 10" hoặc " một đống quần áo cũ",..., là chúng ta đã nói đến những khái niệm mờ, hay những khái niệm không được định nghĩa một cách rõ ràng. Các phần tử của nhóm trên không có một tiêu chuẩn rõ ràng về tính "thuộc về" (thuộc về một tập hợp nào đó). Đây chính là những khái niệm thuộc về tập mờ. Trong đối thoại hàng ngày chúng ta bắt gặp rất nhiều khái niệm mờ này. Ví dụ, một ông giám đốc nói: " Năm qua chúng ta đã gặt hái được một số thành tích đáng khen ngợi. Năm tới đây chúng ta phải cố gắng thêm một bước nữa". Đây là một câu chứa rất nhiều khái niệm mờ.

Như vậy, logic rõ có thể biểu diễn bằng một đồ thị như sau



Logic mờ cũng có thể biểu diễn bằng một đồ thị nhưng là đồ thị liên tục



Định nghĩa tập mờ (Fuzzy set):

Cho Ω là không gian nền, một tập mờ A trên Ω tương ứng với một ánh xạ từ Ω đến đoạn [0,1].

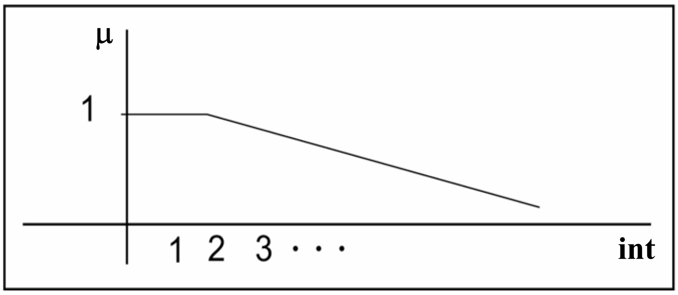
$A : \Omega \rightarrow [0,1]$ được gọi là hàm thuộc về (membership function)

Kí hiệu $A = \{(a, \mu_A(a)) \,/\, a \in \Omega\}$

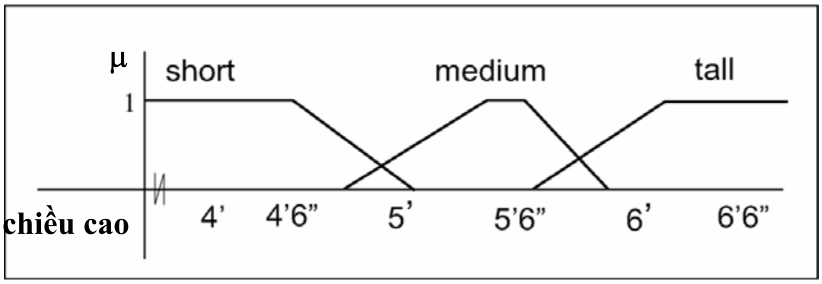
Trong đó, $\mu_A(a) \in [0,1]$ chỉ mức độ thuộc về (membership degree) của phần tử a vào tập mờ A.

Khoảng xác định của hàm $\mu_A(a)$ là đoạn [0, 1], trong đó giá trị 0 chỉ mức độ không thuộc về, còn giá trị 1 chỉ mức độ thuộc về hoàn toàn.

Ví dụ 1: Một sự biểu diễn tập mờ cho số "integer nhỏ".



Ví dụ 2: Một sự biểu diễn tập mờ cho các tập người đàn ông thấp, trung bình và cao.



Ví dụ 3: Cho $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, tập mờ A trên Ω tương ứng với ánh xạ μ_A như sau:

μ_A : $1 \rightarrow 0$

$2 \rightarrow 1$

$3 \rightarrow 0.5$

$4 \rightarrow 0.3$

$5 \rightarrow 0.2$

Ta có tập mờ $A = \{(1,0), (2,1), (3,0.5), (4,0.3), (5,0.2)\}$

Cách viết trên là sự liệt kê các phần tử khác nhau cùng với mức độ thuộc về tập hợp A.

Từ định nghĩa trên chúng ta có thể suy ra:

- Tập mờ A là rỗng nếu và chỉ nếu hàm thuộc về $\mu_A(a) = 0$, $\forall a \in \Omega$
- Tập mờ A là toàn phần nếu và chỉ nếu $\mu_A(a) = 1$, $\forall a \in \Omega$
- Hai tập mờ A và B bằng nhau nếu $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ với mọi x trong Ω.

Ví dụ 4: Cho $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, tập mờ A trên Ω tương ứng với ánh xạ μ_A như ví du trên.

$$A = \{(1,0), (2,1), (3,0.5), (4,0.3), (5,0.2)\}$$

Tập mờ B trên Ω tương ứng với ánh xạ μ_B như sau:

$$\begin{aligned} \mu_B :\quad & 1 \rightarrow 0 \\ & 2 \rightarrow 1 \\ & 3 \rightarrow 0.5 \\ & 4 \rightarrow 0.3 \\ & 5 \rightarrow 0.2 \end{aligned}$$

Ta có tập mờ $B = \{(1,0), (2,1), (3,0.5), (4,0.3), (5,0.2)\}$

Nhận thấy, $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ với mọi x trong Ω. Vậy A= B.

4.4. Các phép toán về tập mờ

Để có thể tiến hành mô hình hóa các hệ thống có chứa tập mờ và biểu diễn các qui luật vận hành của hệ thống này, trước tiên chúng ta cần tới việc suy rộng các phép toán logic cơ bản với các mệnh đề có chân trị trên đoạn [0, 1].

Cho $\Omega = \{P_1, P_2, ...\}$ với $P_1, P_2, ...$ là các mệnh đề. Tập mờ A trên Ω tương ứng với ánh xạ v như sau:

$$\begin{aligned} v :\quad & \Omega \rightarrow [0, 1] \\ & \forall P_i \in \Omega \rightarrow v(P_i) \end{aligned}$$

Ta gọi $v(P_i)$ là chân trị của mệnh đề P_i trên [0, 1].

4.4.1. Phép bù

Phép phủ định trong logic kinh điển là một trong những phép toán cơ bản cho việc xây dựng phép bù của 2 tập hợp. Để suy rộng phép này trong tập mờ chúng ta cần tới toán tử v(NOT P). Toán tử này phải thỏa các tính chất sau :

- v(NOT P) chỉ phụ thuộc vào v(P).
- Nếu v(P)=1 thì v(NOT P)=0
- Nếu v(P)=0 thì v(NOT P)=1
- Nếu $v(P_1) \le v(P_2)$ thì $v(\text{NOT } P_1) \ge v(\text{NOT } P_2)$

Định nghĩa 1 :

Hàm n : [0,1] → [0, 1] không tăng thỏa mãn các điều kiện n(0) = 1, n(1) = 0, được gọi là hàm phủ định.

Ví dụ : $n(x) = 1 - x$ hay $n(x) = 1 - x^2$ là các hàm phủ định.

Ta có nhận xét :

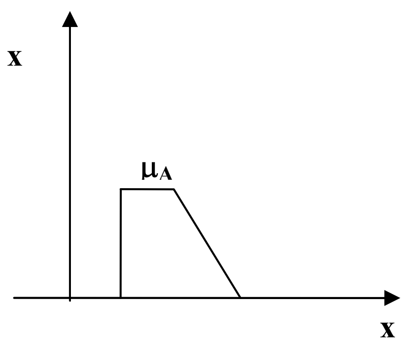
- Nếu $v(P_1) < v(P_2)$ thì $v(\text{NOT } P_1) > v(\text{NOT } P_2)$
- v(NOT P) phụ thuộc liên tục vào v(P)
- v(NOT (NOT P)) = v(P)

Định nghĩa 2 (Phần bù của một tập mờ):

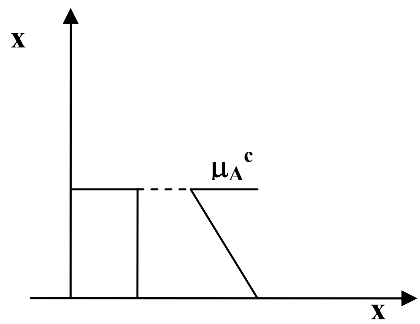
Cho n là hàm phủ định, phần bù A^c của tập mờ A là một tập mờ với hàm thuộc về được xác định bởi :

$$\mu_{A^c}(a) = n(\mu_A(a)), \text{ với mỗi } a \in \Omega.$$

Đồ thị của hàm thuộc về có dạng sau:



Hình a



Hình b

Hình a : Hàm thuộc về của tập mờ A

Hình b : Hàm thuộc về của tập mờ A^c

Ví dụ : với $n(x) = 1 - x$ thì ta có :

$$\mu_{A^c}(a) = n(\mu_A(a)) = 1-\mu_A(a), \text{ với mỗi } a \in \Omega.$$

Cho Ω = {1, 2, 3, 4, 5}, và A là tập mờ trong Ω như sau:

A = {(1,0), (2,1), (3,0.5), (4,0.3), (5,0.2)}

Ta có :

A^c = {(1,1), (2,0), (3,0.5), (4,0.7), (5,0.8)}

Định nghĩa 3:

a. Hàm phủ định n là nghiêm ngặt (strict) nếu nó là hàm liên tục và giảm nghiêm ngặt.

b. Hàm phủ định n là mạnh (strong) nếu nó là chặt và thỏa $n(n(x)) = x$, $\forall x \in [0, 1]$.

Định nghĩa 4:

Hàm $\varphi = [a,b] \rightarrow [a,b]$ gọi là một tự đồng cấu (automorphism) của đoạn [a,b] nếu nó là hàm liên tục, tăng nghiêm ngặt và $\varphi(a) = a$, $\varphi(b) = b$.

Định lý 1:

Hàm $n:[0,1] \rightarrow [0,1]$ là hàm phủ định mạnh khi và chỉ khi có một tự đồng cấu φ của đoạn [0,1] sao cho $N(x) = N_\varphi(x) = \varphi^{-1}(1 - \varphi(x))$.

Định lý 2 :

Hàm $n: [0,1] \rightarrow [0,1]$ là hàm phủ định nghiêm ngặt khi và chỉ khi có hai phép tự đồng cấu ψ, φ của [0,1] sao cho $n(x) = \psi(1- \varphi(x))$.

4.4.2. Phép giao

Phép hội AND trong logic kinh điển là cơ sở để định nghĩa phép giao của 2 tập mờ. AND thoả các tính chất sau :

- $v(P_1 \text{ AND } P_2)$ chỉ phụ thuộc vào $v(P_1)$, $v(P_2)$.
- Nếu $v(P_1)=1$ thì $v(P_1 \text{ AND } P_2) = v(P_2)$, với mọi P_2
- Giao hoán $v(P_1 \text{ AND } P_2) = v(P_2 \text{ AND } P_1)$
- Nếu $v(P_1) \le v(P_2)$ thì $v(P_1 \text{ AND } P_3) \le v(P_2 \text{ AND } P_3)$, với mọi P_3
- Kết hợp $v(P_1 \text{ AND } (P_2 \text{ AND } P_3)) = v((P_1 \text{ AND } P_2) \text{ AND } P_3)$

Định nghĩa 5:

Hàm $T : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ là phép hội (t-chuẩn) khi và chỉ khi thỏa các điều kiện sau:

- $T(1, x) = x$, với mọi $0 \le x \le 1$.
- T có tính giao hoán, nghĩa là : $T(x,y) = T(y,x)$, với mọi $0 \le x,y \le 1$.
- T không giảm theo nghĩa : $T(x,y) \le T(u,v)$, với mọi $x \le u$, $y \le v$.
- T có tính kết hợp : $T(x,T(y,z)) = T(T(x,y),x)$, với mọi $0 \le x,y,z \le 1$.

Từ các tính chất trên có thể suy ra $T(0,x) = 0$.

Ví dụ :

$T(x,y) = \min(x,y)$

$T(x,y) = \max(0,x+y-1)$

$T(x,y) = x.y$ (tích đại số của x và y)

Định nghĩa 6:

Cho hai tập mờ A, B trên cùng không gian nền Ω với hàm thuộc về $\mu_A(a)$, $\mu_B(a)$, cho T là một phép hội .

Ứng với phép hội T, tập giao của hai tập mờ A, B là một tập mờ trên Ω với hàm thuộc về cho bởi :

$$\mu_{A\cap B}(a) = T(\mu_A(a),\ \mu_B(a)) \quad \forall a\in\Omega$$

Với $T(x,y)=\min(x,y)$ ta có :

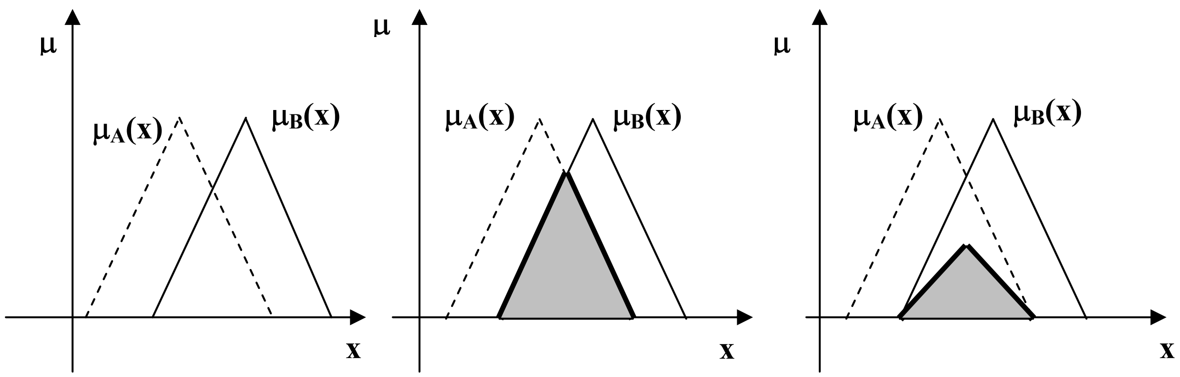
$$\mu_{A\cap B}(a) = \min(\mu_A(a), \mu_B(a))$$

Với $T(x,y) = x.y$ ta có:

$$\mu_{A\cap B}(a) = \mu_A(a).\mu_B(a) \text{ (tích đại số)}$$

Ta có thể biểu diễn phép giao của hai tập mờ qua hai hàm $T(x,y)=\min(x,y)$ và $T(x,y) = x.y$ theo các đồ thị sau đây:

- Hình a : Hàm thuộc về của hai tập mờ A và B
- Hình b: Giao của hai tập mờ theo $T(x,y) = \min(x,y)$
- Hình c: Giao của hai tập mờ theo $T(x,y) = x.y$



Hình a Hình b Hình c

Ví dụ : Cho Ω = {1, 2, 3, 4, 5}, và A, B là các tập mờ trong Ω như sau:

A = {(1,0), (2,1), (3,0.5), (4,0.3), (5,0.2)}

B = {(1,0), (2,0.5), (3,0.7), (4,0.2), (5,0.4)}

Với $T(x,y) = \min(x,y)$, ta có :

$A\cap B$ = {(1,0), (2,0.5), (3,0.5), (4,0.2), (5,0.2)}

$A\cap A^c$ = {(1,0), (2,0.1), (3,0.5), (4,0.3), (5,0.2)}

4.4.3. Phép hợp

Phép tuyển OR trong logic kinh điển là cơ sở để định nghĩa phép hợp của 2 tập mờ. OR thoả các tính chất sau :

- $v(P_1 \text{ OR } P_2)$ chỉ phụ thuộc vào $v(P_1)$, $v(P_2)$.
- Nếu $v(P_1) = 0$ thì $v(P_1 \text{ OR } P_2) = v(P_2)$, với mọi P_2
- Giao hoán $v(P_1 \text{ OR } P_2) = v(P_2 \text{ OR } P_1)$
- Nếu $v(P_1) \leq v(P_2)$ thì $v(P_1 \text{ OR } P_3) \leq v(P_2 \text{ OR } P_3)$, với mọi P_3
- Kết hợp $v(P_1 \text{ OR } (P_2 \text{ OR } P_3)) = v((P_1 \text{ OR } P_2) \text{ OR } P_3)$.

Định nghĩa 7:

Hàm $S : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ được gọi là phép tuyển (t- đối chuẩn) nếu thỏa các tiên đề sau :

- $S(0, x) = x$, với mọi $0 \leq x \leq 1$.
- S có tính giao hoán, nghĩa là : $S(x,y) = S(y,x)$, với mọi $0 \leq x,y \leq 1$.
- S không giảm theo nghĩa : $S(x,y) \leq S(u,v)$, với mọi $x \leq u$, $y \leq v$.
- S có tính kết hợp : $S(x,S(y,z)) = S(S(x,y),x)$, với mọi $0 \leq x,y,z \leq 1$.

Từ các tính chất trên suy ra $S(1,x) = 1$.

Ví dụ :

$S(x,y) = \max(x,y)$

$S(x,y) = \min(1, x+y)$

$S(x,y) = x + y - x.y$

Định nghĩa 8:

Cho hai tập mờ A, B trên cùng không gian nền Ω với hàm thuộc về $\mu_A(a)$, $\mu_B(a)$. Cho S là phép tuyển , phép hợp của hai tập mờ A, B là một tập mờ trên Ω với hàm thuộc về cho bởi :

$$\mu_{A\cup B}(a) = = S(\mu_A(a), \mu_B(a)) , \quad \forall a \in \Omega$$

Với $S(x,y) = \max(x,y)$ ta có :

$$\mu_{A\cup B}(a) = \max(\mu_A(a), \mu_B(a)) \qquad \text{(xem hình a)}$$

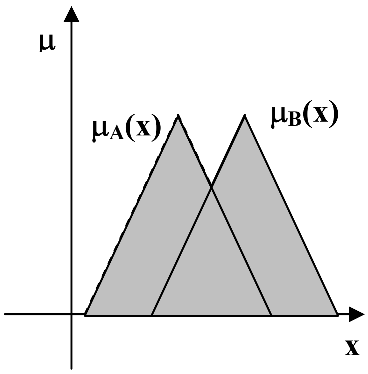
Với $S(x,y) = \min(1, x+y)$

$$\mu_{A\cup B}(a) = \min(1, \mu_A(a) + \mu_B(a)) \qquad \text{(xem hình b)}$$

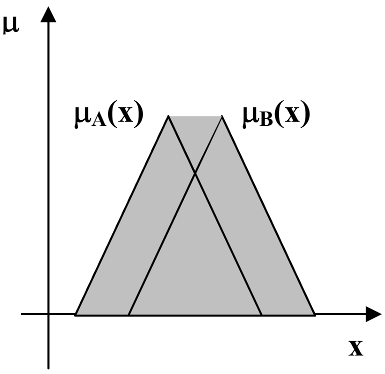
Với $S(x,y) = x + y + x.y$

$$\mu_{A\cup B}(a) = \mu_A(a) + \mu_B(a) - \mu_A(a).\mu_B(a) \qquad \text{(xem hình c)}$$

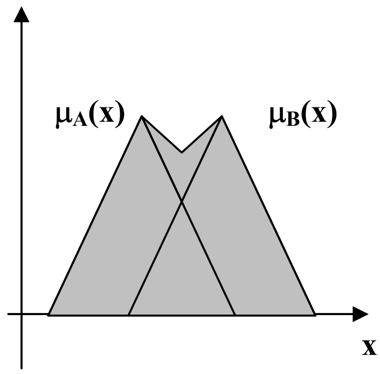
Có thể biểu diễn giao của các tập mờ với các phép toán trên bằng các đồ thị sau :



Hình a:



Hình b



Hình c

Ví dụ : Cho $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, và A, B là các tập mờ trong Ω như sau:

$A = \{(1,0), (2,1), (3,0.5), (4,0.3), (5,0.2)\}$

$B = \{(1,0), (2,0.5), (3,0.7), (4,0.2), (5,0.4)\}$

Ta có : $A \cup B = \{(1,0), (2,1), (3,0.7), (4,0.3), (5,0.4)\}$

$A \cup A^c = \{(1,1), (2,1), (3,0.5), (4,0.7), (5,0.8)\}$

4.4.4. Một số qui tắc

Trong logic rõ với hai giá trị đúng, sai, có nhiều qui tắc đơn giản mà chúng ta thường sử dụng xem như tính chất hiển nhiên.

Ví dụ : với bất kỳ tập rõ $A \subset \Omega$, ta có: $A \cap A^c = \varnothing$ và $A \cup A^c = \Omega$.

Thực ra, những qui tắc này có được là nhờ vào sự xây dựng toán học trước đó. Chuyển sang lý thuyết tập mờ thì hai tính chất quen dùng này đã không còn đúng nữa. Do đó, chúng ta cần xem xét lại một số tinh chất.

- **Tính lũy đẳng (demportancy)**

  Chúng ta nói T là lũy đẳng nếu $T(x,x) = x$, $\forall x \in [0,1]$.

  Tương tự, S là lũy đẳng nếu $S(x,x) = x$, $\forall x \in [0,1]$.

- **Tính hấp thu (absorption)**

  Có hai dạng hấp thu :

  - $T(S(x,y),x) = x$, $\forall x,y \in [0,1]$.

  - $S(T(x,y),x) = x$, $\forall x,y \in [0,1]$.

- **Tính phân phối (distributivity)**

  Có hai biểu thức xác định tính phân phối:

  - $S(x,T(y,z)) = T(S(x,y), S(x,z)), \quad \forall x,y,z\in[0,1]$.

  - $T(x,S(y,z)) = S(T(x,y), T(x,z)), \quad \forall x,y,z\in[0,1]$.

- **Luật De Morgan**

  Cho T là t-chuẩn, S là t-đối chuẩn, n là phép phủ định. Chúng ta có bộ ba (T,S,n) là một bộ ba De Morgan nếu :

$$n(S(x,y)) = T(nx,ny)$$

4.4.5. Phép kéo theo

Chúng ta sẽ xét phép kéo theo như một mối quan hệ, một toán tử logic. Ta có các tiên đề sau cho hàm $v(P_1 \to P_2)$:

- $v(P_1 \to P_2)$ chỉ phụ thuộc vào $v(P_1)$, $v(P_2)$.
- Nếu $v(P_1) \le v(P_3)$ thì $v(P_1 \to P_2) \ge v(P_3 \to P_2)$, $\forall P_2$
- Nếu $v(P_2) \le v(P_3)$ thì $v(P_1 \to P_2) \le v(P_1 \to P_3)$, $\forall P_1$
- Nếu $v(P_1) = 0$ thì $v(P_1 \to P) = 1$, $\forall P$.
- Nếu $v(P_1) = 1$ thì $v(P \to P_1) = 1$, $\forall P$.
- Nếu $v(P_1) = 1$ và $v(P_2) = 0$ thì $v(P_1 \to P_2) = 0$.

Tính hợp lý của những tiên đề này dựa vào logic kinh điển và những tư duy trực quan của phép suy diễn. Từ tiên đề ban đầu ($v(P_1 \to P_2)$ chỉ phụ thuộc vào $v(P_1)$, $v(P_2)$) khẳng định sự tồn tại của hàm số I(x,y) xác định trên $[0,1]^2$ với mong muốn tính chân trị của phép kéo theo qua biểu thức

$$v(P_1 \to P_2) = I(v(P_1), v(P_2))$$

Định nghĩa 9:

Phép kéo theo của một hàm số I : $[0,1]^2 \to [0,1]$ thỏa các điều kiện sau :

- Nếu $x \le z$ thì $I(x,y) \ge I(z,y)$, $\forall y\in[0,1]$.
- Nếu $y \le u$ thì $I(x,y) \le I(z,y)$, $\forall x\in[0,1]$.
- $I(0,x) = 1$, $\forall x\in[0,1]$.
- $I(x,1) = 1$, $\forall x\in[0,1]$.
- $I(1,0) = 0$

Định nghĩa 10:

Cho T là t-chuẩn, A là t-đối chuẩn, n là phép phủ định. Hàm $I_S(x,y)$ xác định trên $[0,1]^2$ bằng biểu thức :

$$I_S(x,y) = S(n(x),y)$$

Ví dụ : Cho Ω = {1, 2, 3, 4, 5}, và A, B là các tập mờ trong Ω như sau:

A = {(1,0), (2,1), (3,0.5), (4,0.3), (5,0.2)}

B = {(1,0), (2,0.5), (3,0.7), (4,0.2), (5,0.4)}

Với S(x,y) = max(x,y) và n(x) = 1 - x ta có :

$I_s\,(0,0) = S(n(0),0) = 1$

$I_s\,(1,0.5) = S(n(1),0.5) = 0.5$

$I_s\,(0.5,0.7) = S(n(0.5),0.7) = 0.7$

$I_s\,(0.3,0.2) = S(n(0.3),0.2) = 0.7$

$I_s\,(0.2,0.4) = S(n(0.2),0.4) = 0.8$

4.5. Logic mờ

4.5.1. Định nghĩa mệnh đề mờ

Trong logic rõ thì mệnh đề là một câu phát biểu có giá trị đúng hoặc sai. Trong logic mờ thì mỗi mệnh đề mờ là một câu phát biểu không nhất thiết là đúng hoặc sai. Mệnh đề mờ được gán cho một giá trị trong khoảng từ 0 đến 1 để chỉ mức độ đúng (độ thuộc về) của nó.

Ví dụ : " Nam trông khá đẹp trai"

" Chiếc xe này chạy cũng được đấy".

" Cô ấy sống tạm gọi là hạnh phúc".

Cho $\Omega = \{P_1, P_2, ...\}$ với $P_1, P_2, ...$ là các mệnh đề. Tập mờ A trên Ω tương ứng với ánh xạ v như sau:

$$v: \quad \Omega \to [0, 1]$$

$$\forall P_i \in \Omega \to v(P_i)$$

Ta gọi $v(P_i)$ là chân trị của mệnh đề P_i trên [0, 1].

Các phép toán trên mệnh đề mờ là các phép toán logic mờ dựa trên các tập mờ.

Ký hiệu mức độ đúng (chân trị) của mệnh đề mờ P là v(P). Ta có : $0 \le v(P) \le 1$.

4.5.2. Các phép toán trên logic mờ

Các phép toán mệnh đề trong logic mờ được định nghĩa như sau:

. Phép phủ định :

$$v(\overline{P}) = 1 - v(P)$$

. Phép tuyển :

$$v(P_1 \lor P_2) = \max(v(P_1), v(P_2))$$

. Phép hội :

$$v(P_1 \land P_2) = \min(v(P_1), v(P_2))$$

Ví dụ 1:

Cho P, Q, R là các mệnh đề mờ với : $v(P) = 0.1$, $v(Q)= 0.9$, $v(R) = 0.8$.

Mệnh đề $M = (P \land Q) \lor R$ có chân trị (độ thuộc về) là : 0.8

. Phép kéo theo:

$$v(P \rightarrow Q) = v(\overline{P} \lor Q) = \max(v(\overline{P}), v(Q))$$

Ví dụ 2:

Cho P, Q là các mệnh đề mờ với : $v(P) = 0.1$, $v(Q)= 0.6$

Mệnh đề $v(P \rightarrow Q) = v(\overline{P} \lor Q) = \max(v(\overline{P}), v(Q)) = \max(1- 0.1, 0.6) = 0.9$

4.6. Suy diễn mờ (Fuzzy inference)

Suy diễn mờ hay còn gọi là suy luận xấp xỉ là quá trình suy ra những kết luận dưới dạng các mệnh đề mờ trong điều kiện của qui tắc "Nếu... Thì...", với các dữ liệu đầu vào cho trước là không được rõ ràng.

Thông thường, suy diễn mờ hay sử dụng luật Modus Ponnens hoặc Modus Tollen. Trong logic rõ, Modus Ponnen diễn đạt như sau:

Mệnh đề 1 (Luật hoặc tri thức):	$P \rightarrow Q$
Mệnh đề 2 (sự kiện):	P đúng
Kết luận :	Q đúng

Trong suy diễn mờ, luật được diễn đạt dưới dạng sau :

Luật mờ :	Nếu x=A thì y=B
Sự kiện mờ :	x=A'
Kết luận :	y=B'

trong đó A, A' là các tập mờ trên không gian nền U, B và B' là các tập mờ trên không gian nền V.

Ví dụ :

Luật mờ : Nếu góc tay quay ga lớn thì xe đi nhanh

Sự kiện mờ : Góc tay quay khá lớn

Kết luận : Xe đi khá nhanh

Trong logic rõ Modus Tollen có dạng:

Mệnh đề 1 (Luật hoặc tri thức): $P \rightarrow Q$

Mệnh đề 2 (sự kiện): $\neg Q$ đúng

Kết luận : $\neg P$ đúng

Trong suy diễn mờ, luật được diễn đạt dưới dạng sau :

Luật mờ (hoặc tri thức mờ): $P \rightarrow Q$

Sự kiện mờ : $\neg Q$ khá đúng

Kết luận : $\neg P$ khá đúng

Ví dụ :

Luật mờ : Nếu góc tay quay ga lớn thì xe đi nhanh

Sự kiện mờ : Xe không đi nhanh lắm

Kết luận : Góc tay quay không lớn lắm

Để ứng dụng suy diễn mờ vào trong bài toán thực tế thì vấn đề mấu chốt mà chúng ta cần thực hiện đó là xây dựng cơ chế lập luận xấp xỉ. Sau đây, chúng tôi xin trình bày một ứng dụng suy luận xấp xỉ trong việc chẩn đoán bệnh lao phổi. Trong phạm vi của chương này, chúng tôi chỉ trình bày phần sơ lược về cách xây dựng suy luận xấp xỉ.

Trước hết chúng ta hãy đi tìm hiểu về qui trình chẩn đoán. Hiện nay, khi một bệnh nhân đến khám tại một viện lao, bác sĩ tiến hành chẩn đoán theo các bước sau:

<u>Giai đoạn 1: khám lâm sàng</u>

- Khám ban đầu : nhìn bề ngoài (tóc, da, mắt,...)

- Hỏi về tình trạng của cơ thể bệnh nhân để có thêm nhiều thông tin.

- Từ các triệu chứng lâm sàng tiến hành chẩn đoán khẳng định khả năng mắc bệnh của bệnh nhân.

- Nếu hết giai đoạn này, bác sĩ không có nghi ngờ gì về bệnh lao, ông ta sẽ đưa ra câu trả lời phủ định bệnh lao và có thể gợi ý về khả năng bệnh nhân mắc một khác. Bệnh nhân sẽ được khuyên là nên quay lại nếu bệnh nặng hơn mà không rõ căn nguyên.

- Ngược lại, nếu tới cuối giai đoạn lâm sàng bệnh nhân bị nghi là đã mắc bệnh lao thì giai đoạn chẩn đoán thứ hai sẽ được tiến hành để có kết luận chắc chắn.

Giai đoạn 2: khám cận lâm sàng

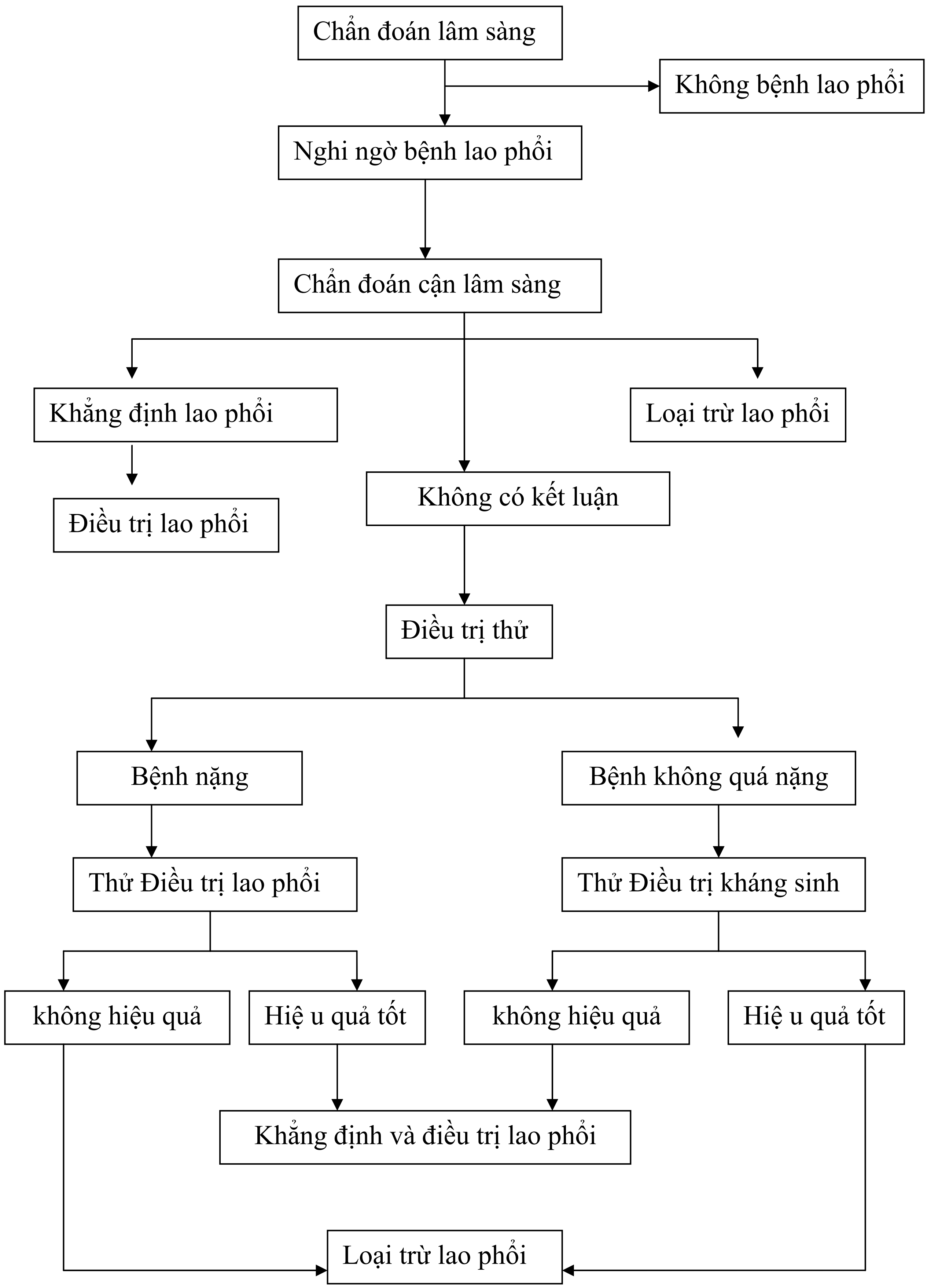
- Khám nghiệm đờm, ...

- Chụp X quang.

Hầu hết các triệu chứng cận lâm sàng đều có ảnh hưởng rất mạnh đến khả năng mắc bệnh của bệnh nhân. Vì vậy, bệnh trạng được khẳng định hoặc loại trừ một cách chắc chắn trong giai đoạn này.

Sau đó, bác sĩ sẽ có kết luận và đưa ra một phương án điều trị thử. Nếu bệnh trầm trọng thì bệnh nhân được điều trị lao phổi thử, nếu không quá trầm trọng thi điều trị bằng kháng sinh. Bởi vì, nếu thực tế không phải là lao phổi mà chỉ bị viêm phổi thì điều trị kháng sinh sẽ đem lại kết quả tích cực. Ngược lại, nếu thực sự mắc bệnh lao phổi thì chỉ phương án điều trị lao phổi mới có tác dụng.

Toàn bộ qui trình được thể hiện qua lược đồ sau:


Chẩn đoán lâm sàng
Không bệnh lao phổi
Nghi ngờ bệnh lao phổi
Chẩn đoán cận lâm sàng
Khẳng định lao phổi
Loại trừ lao phổi
Điều trị lao phổi
Không có kết luận
Điều trị thử
Bệnh nặng
Bệnh không quá nặng
Thử Điều trị lao phổi
Thử Điều trị kháng sinh
không hiệu quả
Hiệ u quả tốt
không hiệu quả
Hiệ u quả tốt
Khẳng định và điều trị lao phổi
Loại trừ lao phổi

Xây dựng suy diễn xấp xỉ :

Có 3 đối tượng mà chúng ta cần quan tâm :

1. Bệnh nhân : ký hiệu là P (Patient)

2. Các triệu chứng : S (Symptom)

Bao gồm : lâm sàng, cận lâm sàng, ... gọi chung là các triệu chứng. Ta có :

$S = \{S_1, S_2, ..., S_n\}$

3. Bệnh cần chẩn đoán : lao phổi D (Disease)

Nhận thấy giữa các đối tượng trên xuất hiện những quan hệ mờ :

Quan hệ triệu chứng - bệnh nhân : R_{SP}

Quan hệ này được sử dụng làm thông tin đầu vào cho cơ chế lập luận trong quá trình chẩn đoán, được xác định bởi $\mu_{SP} \in [0,1]$. Giá trị này thể hiện mức độ xuất hiện của triệu chứng S trên bệnh nhân P. Nói cách khác, R_{SP} là một tập mờ có hàm thuộc về xác định như sau:

$$\mu_{SP} : R_{SP} \rightarrow [0,1]$$

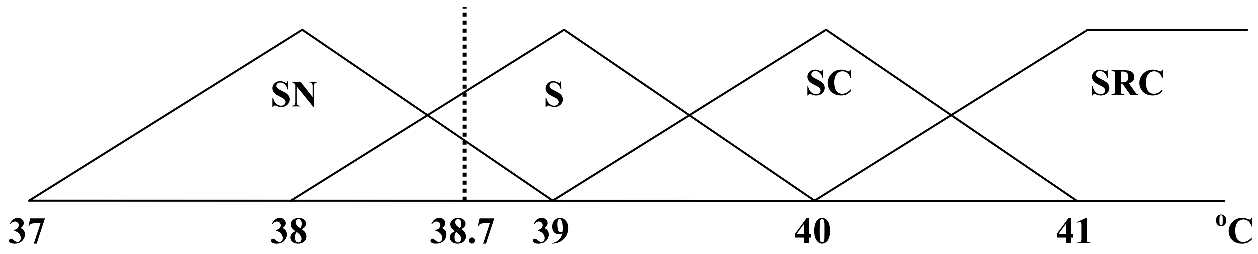
Với $\mu_{SP} = 0$ có nghĩa là chắc chắn bệnh nhân không có triệu chứng S.

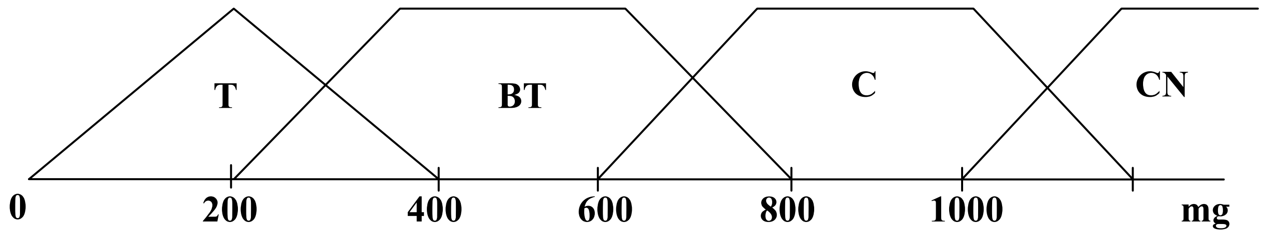
Với $\mu_{SP} = 1$ có nghĩa là chắc chắn bệnh nhân có triệu chứng S.

Với $0 < \mu_{SP} < 1$ có nghĩa là bệnh nhân có triệu chứng S với mức độ xuất hiện là μ_{SP}.

Ví dụ : Giả sử để xem xét mức độ sốt của bệnh nhân để đưa ra liều lượng thuốc, có các phát biểu mờ (luật mờ) như sau :

- IF sốt nhẹ THEN liều lượng asperine thấp
- IF sốt THEN liều lượng asperine bình thường
- IF sốt cao THEN liều lượng asperine cao
- IF sốt rất cao THEN liều lượng asperine cao nhất





- Thông thường người ta sẽ thực hiện 3 bước:
  - Mờ hóa (fuzzyfication) giá trị nhập vào
  - Suy luận Mờ
  - Khử tính mờ (defuzzyfication) cho giá trị xuất ra

  Vậy nếu bệnh nhân sốt ở 38.7 độ

  => liều lượng kê đơn là 480mg

Phần => là cả quá trình khử tính mờ (làm rõ hóa) chúng tôi không trình bày chi tiết ở đây, có thể dựa vào đồ thị để suy ra kết quả.

Ngoài ra, đôi khi bác sĩ phải đi đến kết luận "không rõ" đối với một triệu chứng nào đó. Khi đó, μ_{SP} được định nghĩa là một giá trị rất bé như sau: $\mu_{SP} = \varepsilon \approx 0$

Kế tiếp, chúng ta phải xác định quan hệ bệnh nhân - bệnh lao phổi : R_{PD} . Xác định mối quan hệ này cũng có nghĩa là đưa ra kết quả chẩn đoán về khả năng mắc bệnh của bệnh nhân.

4.7. Tổng kết chương 4

Tất cả những kiến thức trình bày trong chương này chỉ là phần cơ bản của lý thuyết tập mờ và logic mờ. Chúng tôi không đi sâu vào chi tiết mà chỉ nhằm mục đích trình bày các khái niệm và các phép toán để sinh viên nắm bắt được vấn đề là bên cạnh logic rõ còn có logic mờ. Sinh viên có thể tìm hiểu sâu hơn về logic mờ ở năm thứ tư trong phần ứng dụng logic mờ vào điều khiển tự động hóa (dành cho lớp điện tử) hay ứng dụng logic mờ trong trí tuệ nhân tạo. Tuy vậy, hy vọng rằng với các cơ sở kiến thức nền về logic mệnh đề, suy luận toán học, vị từ và lý thuyết tập mờ trong giáo trình này là hành trang hữu ích để đi vào các tri thức cao hơn.