CONTROL 4
RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE EDOS NO-LINEALES

CRISTÓBAL BERTOGLIO - ITALO CIPRIANO - GINO MONTECINOS
- HÉCTOR OLIVERO - AXEL OSSES

Fecha de entrega - Parte 1: 18 hrs, 13 de Mayo, 2017 (50% de la nota)
Fecha de entrega - Parte 2: 18 hrs, 3 de Junio, 2017 (50% de la nota)

Instrucciones Generales

Los resultados de esta tarea deben ser presentados en un informe breve. Algunos puntos a tener en cuenta:

(1) El canal de comunicación para responder las dudas sobre el enunciado será el foro de cada sección.
(2) Esta tarea se debe resolver en grupos de 2 personas. Los integrantes de los grupos pueden ser de secciones diferentes.
(3) El lenguaje de programación deberá ser Matlab.
(4) Se debe preparar un informe con la solución de la tarea en pdf (se sugiere LaTeX) que incluya el nombre, apellido y sección de cada uno de los integrantes. El informe debe contener: una introducción general del problema, el desarrollo de cada pregunta (resultados y análisis de gráficos) y una breve conclusión.
(5) Los gráficos deben ser claros, sus ejes deben estar etiquetados de modo tal que indiquen tanto la variable que representa como sus unidades en forma legible. Cada gráfico tiene que tener un título que explique claramente el contenido del gráfico. Si en el gráfico aparece más de una curva, el nombre de cada curva se debe indicar en una leyenda.
(6) Los códigos deben estar adjuntos, documentados y legibles (nombres de variables adecuados y CADA linea de código debe incluir comentarios). Debe indicarse con qué parámetros se ejecutan las funciones programadas para cada ítem. Se evaluará la facilidad para ejecutar y evaluar los distintos códigos.
(7) Los códigos se deben compactar junto con el informe en un archivo único que se subirá a u-cursos, cuyo nombre incluya el nombre y apellido del alumno. La tarea debe ser subida solo por UNO de los alumnos del grupo.
(8) No se permitirá retraso en la entrega, por lo tanto el no cumplimiento de los plazos de entrega se penalizará asignando la nota 1.0 para la parte correspondiente.

Parte 1: métodos numéricos para EDOs no-lineales escalares

Esta tarea trata de la modelación y simulación de la respuesta dinámica de una célula cardiaca. La primera parte comprenderá la aplicación y estudio de métodos numéricos vistos para problemas no-lineales, como una extensión de los vistos en clases.

Le ecuación que resolveremos en esta primera parte es el modelo llamado *bi-estable* dado por el siguiente problema de Cauchy para $u(t)$:

$$u' = c_1 u(u-\alpha)(1-u) + f \ , u(0) = u_0 \tag{1}$$

con $c_1, \alpha \geq 0$, $u_0, f \in \mathbb{R}$ parámetros del modelo.

Resuelva las siguientes preguntas:

(1) [**1.0 pt**] Implemente el método de Euler progresivo para soluciónar numéricamente este problema. Para $f = 0, c_1 = 0.175, \alpha = 0.1$, $0 \leq t \leq 800$, y usando un paso de discretización de $h = 1.0$, resuelva numéricamente el problema de Cauchy para diferentes valores de u_0: $u_0 = -1, 0, \alpha/2, \alpha, (\alpha+1)/2, 1, 2$, y grafíquelos en una misma figura. ¿Para cada condición inicial, hacia dónde tiende la solución cuando el tiempo incrementa?

(2) [**1.0 pt**] Para $u_0 = 2\alpha$, encuentre el mayor valor de h que permite que la solución se mantenga acotada, y grafique conjuntamente las curvas obtenidas para el valor de h obtenido y $h = 1.0$. ¿Cómo se compara este valor con el que se obtiene del mismo problema pero despreciando los términos cuadráticos y cúbicos en u?

(3) [**1.0 pt**] Usando $u_0 = 2\alpha$, para cada valor de $h = 2^k$, $k = -5, \ldots, 0, \ldots, 3$, calcule el error global de la solución dado por

$$e(h) = \max_n |u_{ref}(t_n) - u_n| \ , \ t_n = hn \leq 800 \ , \ n = 0, 1, \ldots$$

con u_{ref} la solución calculada con el mismo metodo con $h = 2^{-10}$. Grafique la curva h v/s $e(h)$. Luego, a partir de esta curva, determine empíricamente el orden del método.

Indicación: el orden p satisface $e(h) \approx Ch^p$, para h suficientemente pequeño, con C una constante independiente de h. Por lo tanto podemos estimar empíricamente p de la siguiente forma:

$$e(2h)/e(h) = C2^p h^p / Ch^p = 2^p \Rightarrow p = \log(e(2h)/e(h)) / \log 2$$

para valores de h suficientemente pequeños.

(4) [**1.0 pt**] Implemente el método de Euler modificado (Sección 4.3.1 del Capítulo 2 de los apuntes del curso) para solucionar numéricamente el problema de Cauchy con $u_0 = 2\alpha$. Grafique conjuntamente las soluciones con ambos métodos numéricos en figuras separadas para cada $h = 2^k$, $k = 0, \ldots, 5$.

(5) [**0.5 pt**] Encuentre el mayor valor de h que permite que la solución sea estable para el método de Euler modificado. ¿Cómo se compara este valor con el del método de Euler progresivo encontrado anteriormente?

(6) [**1.0 pt**] Calcule empíricamente el orden del método de Euler modificado.

(7) [**0.5 pt**] Determine aproximadamente el valor mínimo de $f > 0$ tal que $u(t) \to 1$ si $t \to \infty$ cuando $u_0 = 0$. Elija la precisión del valor de f tal que $f/0.0001 \in \mathbb{Z}$.

Parte 2: métodos numéricos para sistemas de EDOs no-lineales

Será anunciada a la brevedad.