

# Bono

## Ejercicio 8.

Sergio Angulo

12 de agosto de 2018

# Contenido

- 1 Enunciado
- 2 Opciones
  - Opción A
  - Opción B
  - Opción C
  - Opción D

# Enunciado

## Punto 8

¿Cuál(es) de los siguientes conjuntos es (son) convexo(s)?

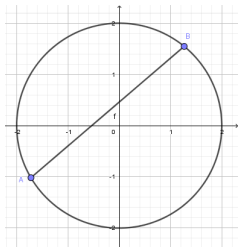
- a.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 4\}$
- b.  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$
- c.  $A \cap B$ , donde  $A$  y  $B$  son dos conjuntos convexos no disjuntos (i.e.,  $A \cap B \neq \emptyset$ ).
- d.  $A \cup B$ , donde  $A$  y  $B$  son dos conjuntos convexos no disjuntos (i.e.,  $A \cap B \neq \emptyset$ ).

# Opción A Respuesta Incorrecta

Dem:

Sea  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} | x^2 + y^2 = 4\}$   
para todo segmento de recta  $\overline{XY}$  que  
una a cualquier par de puntos  
 $(X, Y) \in A$ , existen puntos que no  
pertenecen a  $A$  (Punto Medio).

Contraejemplo

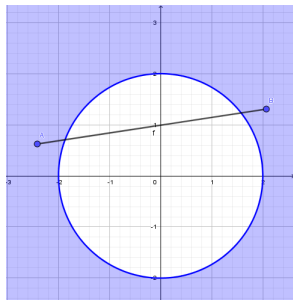


## Opción B Respuesta Incorrecta

Dem:

Sea  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R} | x^2 + y^2 \leq 4\}$   
para todo segmento de recta  $\overline{XY}$  que  
una a cualquier par de puntos  
 $(X, Y) \in A \subset B$ , existen puntos que  
no pertenecen a  $A$  (Punto Medio).

Contraejemplo(Distinto)



## Opción C Respuesta Correcta

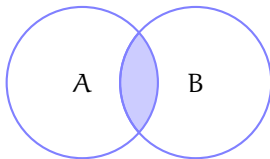
Dem:

Sean  $C_1, \dots, C_k$  conjuntos convexos, y definimos:

$$C := \bigcap_{i=1}^k C_i.$$

Supongamos que  $x, y \in C$  y  $m \in [0, 1]$ . Por definición de  $C$  se tiene que  $x, y \in C_i, i \in \{1, \dots, k\}$  y por convexidad se tiene que  $mx + (1 - m)y \in C_i, i \in \{1, \dots, k\}$ . Esto significa que  $mx + (1 - m)y \in C$ , entonces  $C$  es convexo.

Ejemplo



## Opción D Respuesta Incorrecta

Dem:

La unión de dos conjuntos convexos no disjuntos no es necesariamente convexa.

Contraejemplo:

