Complementaria 2

Probabilidades condicionales (Bayes), árboles de probabilidad e independencia de eventos.

Sergio Angulo

10 de septiembre de 2018

Contenido

Probabilidad Condicional

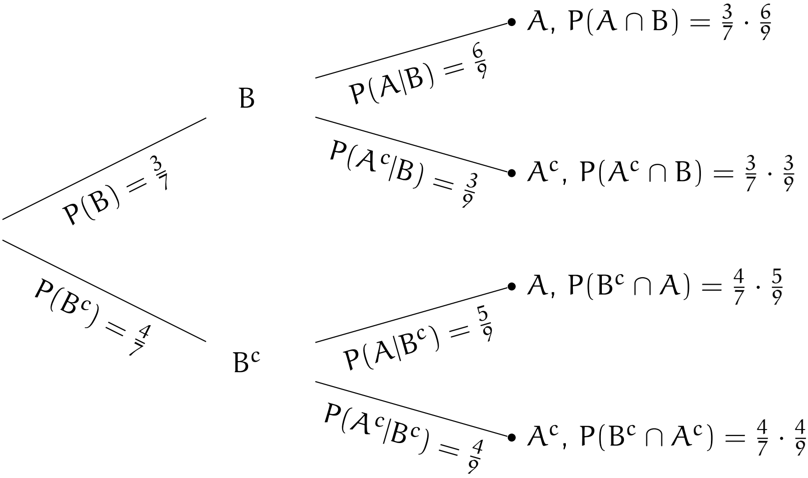
Definición

La probabilidad condicional de un evento A, dado que un evento B ha ocurrido, es igual a:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

siempre que $P(B) > 0$.
El símbolo $P(A|B)$ se lee "probabilidad de A dado B".

Árbol de probabilidad



Independencia de eventos

Definición

Se dice que dos eventos A y B son independientes si se cumple cualquiera de los siguientes casos:

- $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
- $P(A|B) = P(A)$
- $P(B|A) = P(B)$

De otro modo, se dice que los eventos son dependientes.

Ley multiplicativa de probabilidad

Teorema

La probabilidad de la intersección de dos eventos A y B es

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B|A) \\ &= P(B)P(A|B). \end{aligned}$$

Si A y B son independientes, entonces

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Ley de probabilidad total

Definición Partición

Para algún entero positivo k, sean los conjuntos $B_1, B_2, \ldots, B_k$ tales que

1. $\Omega = B_1 \cup B_2 \cup \cdots B_k$
2. $B_i \cap B_j = \emptyset$, para $i \neq j$

Entonces se dice que la colección de conjuntos $B_1, B_2, \ldots, B_k$ es una partición de Ω.

Teorema(Ley de probabilidad total)

Suponga que $B_1, B_2, \ldots, B_k$ es una partición de Ω tal que $P(B_i) > 0$, para $i = 1, 2, \ldots, k$. Entonces, para cualquier evento A

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i).$$

Regla de Bayes

Suponga que $B_1, B_2, ..., B_k$ es una partición de Ω tal que $P(B_i) > 0$, para $i = 1, 2, ..., k$. Entonces

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j) \cdot P(B_j)}{P(A)} = \frac{P(A|B_j) \cdot P(B_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)}$$