МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДАНИЕ

ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Московский государственный технический

университет имени Н.Э. Баумана»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ФН

КАФЕДРА

«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

Направление: Математика и компьютерные науки

Дисциплина: Численные методы

Домашняя работа №1-2

«Метод наименьших квадратов и модели регрессии»

Группа: ФН11-51Б

Вариант № 1

Студент: Авилов О.Д.

Преподаватель: Кутыркин В.А.

Оценка:

Москва 2022

***ЗАДАНИЕ 2.1***

Дана модель линейной регрессии:

. (1)

Для оценки неизвестных вектора тренда  и параметра  случайной составляющей  модели линейной регрессии (20) проводился эксперимент, в котором получены  значений  (см. *Таблицы 2* и *3*) регрессора модели (20) для различных наборов  (см. *Таблицу 4*) шести факторов модели (1).

Требуется получить оценки вектора тренда  и параметра  случайной составляющей  модели линейной регрессии (1). Если возможно, редуцировать модель регрессии (1) до приведённой модели. Результаты расчётов проиллюстрировать графически, сопроводив их необходимыми комментариями.

, N = 1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **z1** | **z2** | **z3** | **z4** | **z5** | **z6** | **y** |
| 1,158574 | 1,194067 | 1,745872 | 1,566271 | 1,825556 | 1,942503 | 15,925 |
| 1,238868 | 1,913419 | 1,182653 | 1,044649 | 1,304209 | 1,924039 | 12,745 |
| 1,564043 | 1,561357 | 1,070589 | 1,778954 | 1,226447 | 1,824122 | 14,415 |
| 1,737266 | 1,798975 | 1,952239 | 1,752281 | 1,247871 | 1,54796 | 13,565 |
| 1,364544 | 1,03122 | 1,380596 | 1,688101 | 1,987396 | 1,058504 | 14,125 |
| 1,535295 | 1,742973 | 1,580401 | 1,063356 | 1,999237 | 1,425459 | 13,385 |
| 1,780725 | 1,306711 | 1,972594 | 1,68627 | 1,582629 | 1,767235 | 15,035 |
| 1,135044 | 1,139164 | 1,686178 | 1,220069 | 1,034577 | 1,019745 | 9,745 |
| 1,246498 | 1,114597 | 1,079653 | 1,333415 | 1,054445 | 1,156743 | 10,555 |
| 1,416456 | 1,349223 | 1,68038 | 1,003235 | 1,471908 | 1,095523 | 10,635 |
| 1,611866 | 1,972991 | 1,443953 | 1,014008 | 1,91699 | 1,182531 | 12,265 |
| 1,520585 | 1,427992 | 1,464156 | 1,011505 | 1,108341 | 1,981536 | 12,225 |
| 1,229896 | 1,304392 | 1,852107 | 1,705496 | 1,725639 | 1,21482 | 13,865 |
| 1,726829 | 1,866756 | 1,074984 | 1,09888 | 1,983154 | 1,256935 | 12,945 |
| 1,77279 | 1,363353 | 1,227454 | 1,076754 | 1,656758 | 1,675253 | 13,155 |
| 1,418256 | 1,072481 | 1,123447 | 1,438917 | 1,059481 | 1,080325 | 10,665 |
| 1,119724 | 1,947356 | 1,372631 | 1,635578 | 1,94058 | 1,112827 | 13,995 |
| 1,728446 | 1,802332 | 1,365001 | 1,184759 | 1,119633 | 1,880032 | 12,475 |
| 1,161107 | 1,359294 | 1,956206 | 1,143406 | 1,49144 | 1,688437 | 12,895 |
| 1,963561 | 1,271859 | 1,250008 | 1,19367 | 1,466262 | 1,624409 | 12,775 |

Вычисления будем производить в программе Excel с помощью пункта «Анализ данных» → «Регрессия»

Получаем следующие данные:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Коэффициенты* | *t-статистика* | *Нижние 95%* | *Верхние 95%* |
| Y-пересечение | -0,076598676 | -9,742620172 | -0,093583982 | -0,059613371 |
| z1 | -0,000843118 | -0,27858351 | -0,007381359 | 0,005695123 |
| z2 | 0,000793393 | 0,310199509 | -0,004732154 | 0,00631894 |
| z3 | -0,003332468 | -1,344056855 | -0,008688907 | 0,002023972 |
| z4 | 3,00234899 | 1139,108837 | 2,996654907 | 3,008043074 |
| z5 | 3,002078407 | 1318,634885 | 2,99715999 | 3,006996824 |
| z6 | 2,999761819 | 1282,5227 | 2,994708816 | 3,004814822 |

Параметр z1 незначителен, так как соответствующая t-статистика имеет наименьшее абсолютное значение среди включающих 0 в доверительном интервале. Исключим этот параметр:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Коэффициенты* | *t-статистика* | *Нижние 95%* | *Верхние 95%* |
| Y-пересечение | -0,077618323 | -11,54143629 | -0,092042415 | -0,06319423 |
| z2 | 0,000714591 | 0,290858927 | -0,004554787 | 0,005983969 |
| z3 | -0,003211009 | -1,361173261 | -0,008270563 | 0,001848545 |
| z4 | 3,002388527 | 1180,324107 | 2,996932836 | 3,007844217 |
| z5 | 3,002034809 | 1367,560787 | 2,997326627 | 3,00674299 |
| z6 | 2,999578266 | 1382,903471 | 2,99492613 | 3,004230403 |

Аналогично исключаем z2:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Коэффициенты* | *t-статистика* | *Нижние 95%* | *Верхние 95%* |
| Y-пересечение | -0,076802711 | -12,96636018 | -0,089427773 | -0,064177649 |
| z3 | -0,003306653 | -1,460813783 | -0,008131337 | 0,001518031 |
| z4 | 3,002233545 | 1245,64994 | 2,99709638 | 3,00737071 |
| z5 | 3,002259314 | 1507,684748 | 2,998014949 | 3,006503679 |
| z6 | 2,999746737 | 1480,996555 | 2,995429503 | 3,004063971 |

Аналогично исключаем z3:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Коэффициенты* | *t-статистика* | *Нижние 95%* | *Верхние 95%* |
| Y-пересечение | -0,079459375 | -13,62127809 | -0,091825789 | -0,067092962 |
| z4 | 3,001428684 | 1236,133754 | 2,99628139 | 3,006575979 |
| z5 | 3,001862072 | 1470,52254 | 2,997534588 | 3,006189557 |
| z6 | 2,99937858 | 1442,180814 | 2,994969703 | 3,003787458 |

|  |  |
| --- | --- |
| Стандартная ошибка | 0,003063324 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Предсказанное y** | **y** |
| 15,92796054 | 15,925 |
| 12,74195699 | 12,745 |
| 14,41280138 | 14,415 |
| 13,56874177 | 13,565 |
| 14,12799829 | 14,125 |
| 13,38905274 | 13,385 |
| 15,03320055 | 15,035 |
| 9,746749485 | 9,745 |
| 10,55749928 | 10,555 |
| 10,63603195 | 10,635 |
| 12,26541105 | 12,265 |
| 12,22696419 | 12,225 |
| 13,86330059 | 13,865 |
| 12,94192927 | 12,945 |
| 13,15041793 | 13,155 |
| 10,66006688 | 10,665 |
| 13,99275432 | 13,995 |
| 12,47642182 | 12,475 |
| 12,89375113 | 12,895 |
| 12,77698985 | 12,775 |

**Вывод**: предсказанный и заданный y близки по значениям, так как их расхождение очень мало. Получены оценки вектора тренда  и параметра  случайной составляющей  модели линейной регрессии.

***ЗАДАНИЕ 2.2***

Дана модель полиномиальной регрессии:

. (2)

Для оценки неизвестных вектора тренда  и параметра  случайной составляющей  модели полиномиальной регрессии (21) проводился эксперимент, в котором получены  значений  (см. *Таблицы 5* и *6*) регрессора модели (2) для попарно различных значений  (см. *Таблицу 7*) единственного фактора модели (2). Требуется получить оценки вектора тренда  и параметра  случайной составляющей  модели полиномиальной регрессии (2). Результаты расчётов проиллюстрировать графически, сопроводив их необходимыми комментариями.

, N = 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **t** | **t^2** | **t^3** | **y** |
| 0,05 | 0,0025 | 0,000125 | 0,978 |
| 0,1 | 0,01 | 0,001 | 1,036 |
| 0,15 | 0,0225 | 0,003375 | 1,101 |
| 0,2 | 0,04 | 0,008 | 1,173 |
| 0,25 | 0,0625 | 0,015625 | 1,253 |
| 0,3 | 0,09 | 0,027 | 1,342 |
| 0,35 | 0,1225 | 0,042875 | 1,44 |
| 0,4 | 0,16 | 0,064 | 1,549 |
| 0,45 | 0,2025 | 0,091125 | 1,669 |
| 0,5 | 0,25 | 0,125 | 1,8 |
| 0,55 | 0,3025 | 0,166375 | 1,944 |
| 0,6 | 0,36 | 0,216 | 2,101 |
| 0,65 | 0,4225 | 0,274625 | 2,272 |
| 0,7 | 0,49 | 0,343 | 2,458 |
| 0,75 | 0,5625 | 0,421875 | 2,659 |
| 0,8 | 0,64 | 0,512 | 2,877 |
| 0,85 | 0,7225 | 0,614125 | 3,112 |
| 0,9 | 0,81 | 0,729 | 3,364 |
| 0,95 | 0,9025 | 0,857375 | 3,635 |
| 1 | 1 | 1 | 3,925 |

Вычисления будем производить в программе Excel с помощью пункта «Анализ данных» → «Регрессия»

Получаем следующие данные:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *Коэффициенты* | *t-статистика* |
| Y-пересечение | 0,925321569 | 4117,682748 |
| t | 0,997862856 | 551,8017254 |
| t^2 | 1,003770645 | 254,0416208 |
| t^3 | 0,99808694 | 402,8576166 |

|  |  |
| --- | --- |
| Стандартная ошибка | 0,000205724 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **t** | ***Предсказанное y*** | **y** |
| 0,05 | 0,977848899 | 0,978 |
| 0,1 | 1,036143648 | 1,036 |
| 0,15 | 1,10095438 | 1,101 |
| 0,2 | 1,173029661 | 1,173 |
| 0,25 | 1,253118056 | 1,253 |
| 0,3 | 1,341968131 | 1,342 |
| 0,35 | 1,44032845 | 1,44 |
| 0,4 | 1,548947579 | 1,549 |
| 0,45 | 1,668574082 | 1,669 |
| 0,5 | 1,799956526 | 1,8 |
| 0,55 | 1,943843474 | 1,944 |
| 0,6 | 2,100983494 | 2,101 |
| 0,65 | 2,272125149 | 2,272 |
| 0,7 | 2,458017005 | 2,458 |
| 0,75 | 2,659407627 | 2,659 |
| 0,8 | 2,87704558 | 2,877 |
| 0,85 | 3,11167943 | 3,112 |
| 0,9 | 3,364057741 | 3,364 |
| 0,95 | 3,63492908 | 3,635 |
| 1 | 3,92504201 | 3,925 |

**Вывод:** значения предсказанного и заданного y близки. Мы получили оценки вектора тренда  и параметра  случайной составляющей  модели полиномиальной регрессии.