DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (1 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$25\,000\,000\,000 \cdot 0{,}0005$$

Oppgave 2 (1 poeng)

Løs likningen

$$2^{2+\frac{x}{2}} = 16$$

Oppgave 3 (1 poeng)

Løs likningen

$$\lg(2x-3) = 0$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs ulikheten

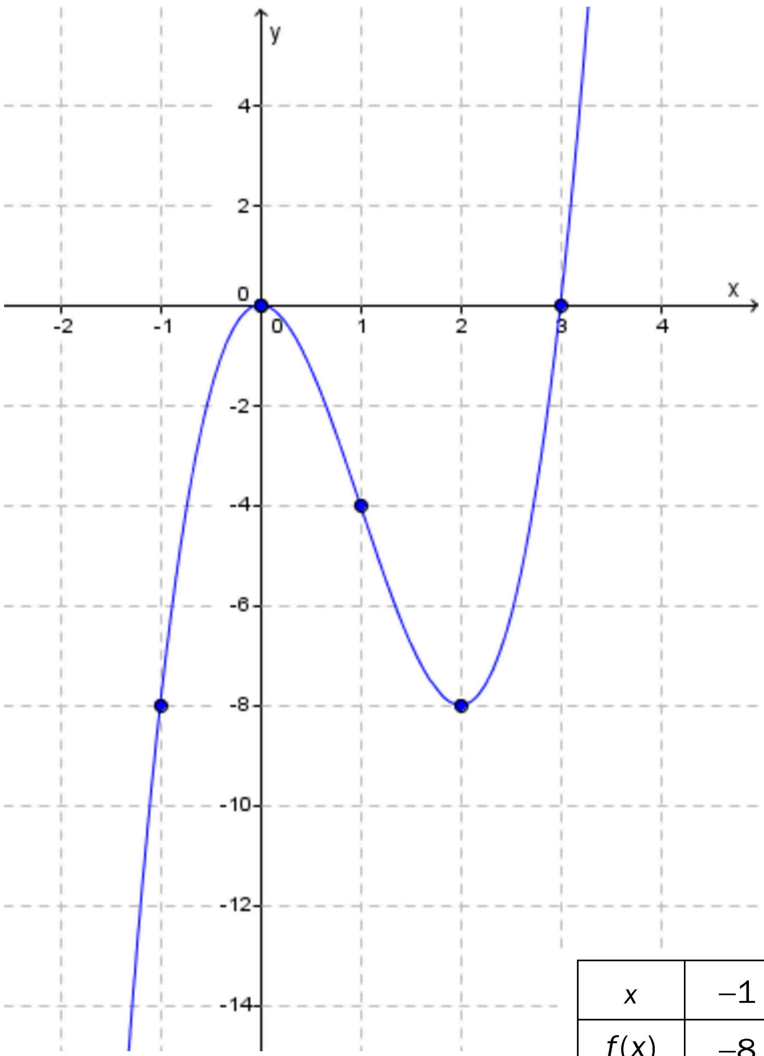
$$x^2 + x > 2$$

Oppgave 5 (2 poeng)

I en klasse er det seks gutter og fire jenter. To elever velges tilfeldig til å være med i en spørreundersøkelse.

Tegn et valgtre, og bruk dette til å bestemme sannsynligheten for at én jente og én gutt velges ut.

Oppgave 6 (3 poeng)



x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-8	0	-4	-8	0

Ovenfor ser du grafen til en tredjegradsfunksjon f

a) For hvilke verdier av x er $f(x) \geq 0$?
For hvilke verdier av x er $f'(x) < 0$?

b) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f fra $x = 0$ til $x = 2$.

Oppgave 7 (2 poeng)

Trekk sammen og skriv så enkelt som mulig

$$\frac{3x}{x+3}-\frac{3}{x-3}-\frac{x^2-12x+9}{x^2-9}$$

Oppgave 8 (3 poeng)

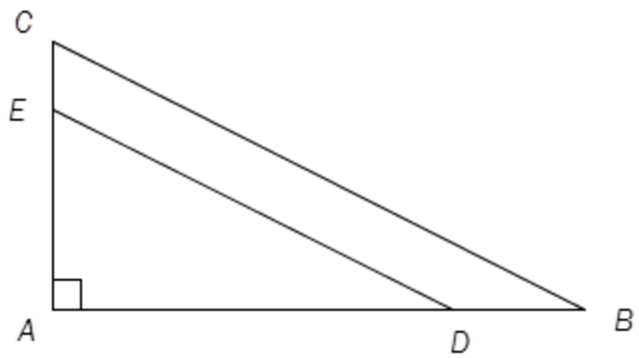
Forklar hvorfor hver av påstandene nedenfor er riktige.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}>2$

b) $\tan 45^\circ=1$

c) $\log 200>2$

Oppgave 9 (4 poeng)



Gitt $\triangle ABC$. Punktet D ligger på AB og punktet E ligger på AC slik at $DE \parallel BC$.
Se skissen ovenfor.

$AB=8$, $AE=3$ og arealet av $\triangle ABC$ er 16.

a) Bestem AC og AD ved regning.

b) Vis ved regning at $BC-DE=\sqrt{5}$

Oppgave 10 (5 poeng)

Karin har lært at det er mulig å bruke derivasjonsregelen $(x^n)' = nx^{n-1}$ til å derivere funksjonen f ved

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Hun starter med å skrive

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

Så deriverer hun

$$f'(x) = -\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}-1}$$

a) Skriv om uttrykket for $f'(x)$ ovenfor, og vis at

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

Funksjonene g og h gitt ved $g(x) = \frac{1}{x^2}$ og $h(x) = \sqrt{x}$ kan også deriveres ved å bruke derivasjonsregelen ovenfor.

b) Bestem $g'(x)$ og $h'(x)$.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

x	0,6	2,5	5,4	7,8	9,6
y	250	480	660	920	1 140

Det er en tilnærmet lineær sammenheng mellom størrelsene x og y. Se tabellen ovenfor. Bruk regresjon til å bestemme denne sammenhengen.

Oppgave 2 (6 poeng)

Grete observerer en bakteriekultur. Funksjonen B gitt ved

$$B(x) = -0{,}1x^4 + 5{,}5x^3 - 150x^2 + 5500x + 200000$$

viser antall bakterier $B(x)$ i bakteriekulturen x timer etter at hun startet observasjonene.

a) Tegn grafen til B for $x \in [0, 60]$

b) Bestem toppunktet på grafen og skjæringspunktene mellom grafen og aksene.

c) Hva forteller svarene i oppgave b) om bakteriekulturen?

d) Bestem den momentane vekstfarten til bakteriekulturen etter 40 timer.

Oppgave 3 (4 poeng)

I en klasse er det 13 gutter og 17 jenter. 8 av guttene og 9 av jentene har tatt trafikalt grunnkurs.

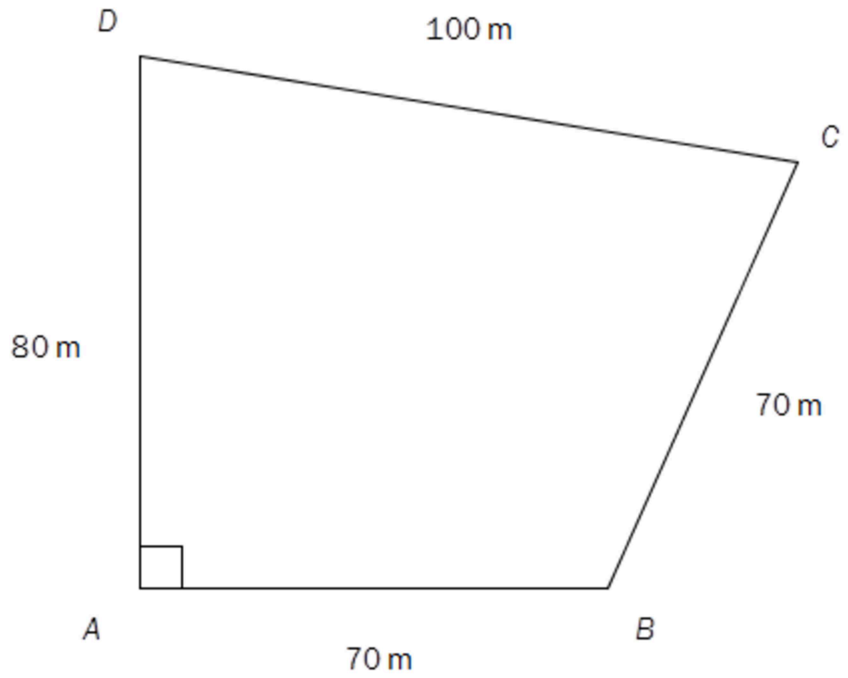
Vi velger tilfeldig en elev fra klassen. Eleven har ikke tatt trafikalt grunnkurs.

a) Bestem sannsynligheten for at eleven er en jente.

Vi velger tilfeldig to elever fra klassen.

b) Bestem sannsynligheten for at minst én av dem har tatt trafikalt grunnkurs.

Oppgave 4 (4 poeng)



En tomt har form som vist på figuren ovenfor.

Bestem arealet av tomta ved regning.

Oppgave 5 (4 poeng)

Gitt to ulike trekanter ABC som er slik at $\angle A = 40°$, $BC = 6{,}0$ cm og $AC = 9{,}0$ cm.

a) Lag en skisse som viser hvordan de to trekantene kan se ut.

b) Sett opp uttrykk som du kan bruke til å bestemme lengden av siden AB i hver av trekantene. Bruk uttrykkene til å bestemme de to lengdene.

Oppgave 6 (4 poeng)

Funksjonene f og g er gitt ved

$$f(x) = ax + 4$$

$$g(x) = \frac{2}{x} \quad , \quad x \neq 0$$

a) Illustrer grafisk at likningen $f(x) = g(x)$ kan ha ingen løsning, én løsning eller to løsninger, avhengig av verdien av a.

b) Bestem ved regning verdiene av a slik at likningen $f(x) = g(x)$ har

- ingen løsning
- én løsning
- to løsninger

Oppgave 7 (4 poeng)

Gitt punktene $A(0,0)$, $B(5,0)$ og $C(0,4)$.
Et punkt P ligger på den rette linjen l som går gjennom punktene B og C.

a) Forklar at koordinatene til P kan skrives på formen $\left(x\,,\, -\frac{4}{5}x + 4\right)$.

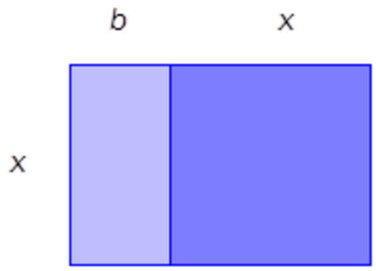
b) Bestem ved regning koordinatene til P slik at arealet av $\triangle ABP$ blir halvparten så stort som arealet av $\triangle ABC$.

Oppgave 8 (2 poeng)

Per og Kari er på vei opp trappene i et tårn. Per er hele tiden 52 trappetrinn foran Kari. Når Per er kommet halvveis opp, roper han til Kari: «Når jeg er helt oppe, er du kommet tre ganger så langt som du er nå.»

Hvor mange trappetrinn er det i tårnet?

Oppgave 9 (6 poeng)



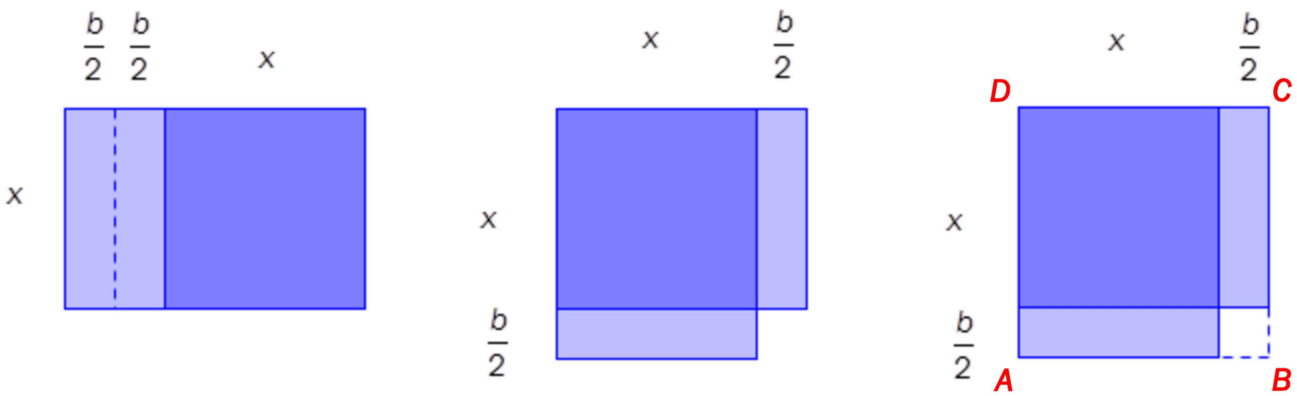
Figuren ovenfor er sammensatt av et rektangel med lengde x og bredde b, og et kvadrat med sider x. Figuren har areal lik c.

a) Forklar hvorfor x må være en løsning av likningen

$$x^2 + bx = c$$

Allerede for 4000 år siden var babylonerne i stand til å løse andregradslikninger av samme type som likningen i oppgave a).

Babylonerne brukte et geometrisk resonnement. De startet med figuren i oppgave a) og tegnet så rektangler og kvadrater som vist nedenfor.



b) Vis at arealet av kvadratet $ABCD$ er gitt ved $c + \dfrac{b^2}{4}$

c) Forklar hvorfor x må være den positive løsningen av likningen

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = c + \frac{b^2}{4}$$

d) Bruk oppgave c) til å vise at

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4c}}{2}$$