

Eksamen

27.05.2024 REA3062 Matematikk S2



Nynorsk

Eksamensinformasjon								
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes.							
	Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel.							
	Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.							
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.							
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarande er ikkje tillate.							
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver.							
	Delen med hjelpemiddel har 5 oppgåver.							
	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing.							
	Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.							
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du							
	 viser rekneferdigheiter og matematisk forståing gjennomfører logiske resonnement ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel forklarer framgangsmåtar og grunngir svar skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar vurderer om svar er rimelege 							
Vekting av oppgåvene	Alle deloppgåvene blir vekta likt.							
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet.							

Eksamen REA3062 Side 2 av 20

Oppgåve 1 (4 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + 3x.$$

a) Rekn ut integralet.

$$\int_{-1}^{0} f(x) \, \mathrm{d}x$$

b) Bestem arealet av området som er avgrensa av grafen til f, x-aksen og linjene x = -1 og x = 1.

Oppgåve 2 (2 poeng)

Rekn ut integralet.

$$\int (x^2+1)^3 \cdot 2x \, \mathrm{d}x$$

Oppgåve 3 (4 poeng)

Ein elev har laga programmet til høgre.

- a) Forklar kva eleven prøver å finne ut.
- b) Finn verdien eleven får skrive ut når programmet blir køyrt.

Eksamen REA3062 Side 3 av 20

Oppgåve 4 (4 poeng)

Hos ein lakseoppdrettar er slaktevekta til laksen normalfordelt med forventningsverdi 4700 gram. Det viser seg at 11,5 % av laksen som blir slakta, veg meir enn 5300 gram.

- a) Vis at standardavviket for vekta til ein vilkårleg laks er omtrent 500 gram.
- b) Bestem sannsynet for at ein vilkårleg laks veg mindre enn 4500 gram.

Oppgåve 5 (2 poeng)

La K(x) vere kostnadsfunksjonen til ei bedrift som produserer x einingar av ei vare, og la E(x) vere einingskostnaden. La x_{\circ} vere talet på einingar som gir den lågaste einingskostnaden. Vis at grensekostnaden er lik einingskostnaden for $x = x_{\circ}$.

Oppgåve 6 (4 poeng)

Hilde kastar ein terning med seks sider. La X vere talet på auge ho får på terningen.



a) Bestem forventningsverdien E(X).

Hilde reknar ut at standardavviket SD(X) = 1,7. Ho vil kaste terningen fleire gonger og summere talet på auge frå kvart kast.

b) Kor mange gonger må Hilde kaste terningen før det er omtrent 32 % sannsyn for at summen av talet på auge er meir enn 17 unna forventningsverdien for summen?

Eksamen REA3062 Side 4 av 20

Oppgåve 1 (6 poeng)

For eit år sidan byrja ein butikk å selje eit nytt produkt. Funksjonen f gitt ved

$$f(t) = \frac{700}{1 + 20 \,\mathrm{e}^{-0.12 \,t}}$$

er ein god modell for talet på einingar butikken har selt av produktet per veke, *t* veker etter at produktet kom i sal.

- a) Kva tid auka salet raskast, ifølgje modellen, og kor mykje auka salet då?
- b) Kor lang tid gjekk det før det samla salet passerte 2000 einingar, ifølgje modellen?

Inntekta frå salet av produktet har vore 1 000 000 kroner det første året.

c) Kva pris har butikken selt produktet for?

Eksamen REA3062 Side 5 av 20

Oppgåve 2 (6 poeng)

Eit smertestillande legemiddel, A, er tilgjengeleg på marknaden. Legemiddelet dempar smerte for mange pasientar, men ikkje for alle.

- Sjansane for at legemiddel A verkar på ein pasient, er 75 %.
- Vi testar legemiddel A på n pasientar.
- Legemiddel A verkar på X av desse pasientane.
- a) Kva for ei sannsynsfordeling har X? Grunngi svaret ditt. Rekn ut P(X = 9) når n = 12.

Eit nytt legemiddel, B, skal også dempe smerte hos pasientar.

- Legemiddel B er testa ut på 10 pasientar.
- Legemiddel B verka på 9 av desse 10 pasientane.
- b) La *p* vere sjansane for at B verkar på ein pasient. Gjennomfør ein hypotesetest med signifikansnivå på 5 %. Bruk denne til å vurdere om du kan seie at legemiddel B verkar med høgare sannsyn enn A.

Legemiddel B blir gitt til 200 pasientar.

c) Kor mange pasientar må legemiddel B minst verke på for at vi skal kunne konkludere med at legemiddel B verkar med høgare sannsyn enn legemiddel A? Bruk eit signifikansnivå på 5 %.

Eksamen REA3062 Side 6 av 20

Oppgåve 3 (6 poeng)

Olivia tek opp eit annuitetslån på 2 500 000 kroner for å kjøpe bustad. Ho vel årlege terminar og ei nedbetalingstid på 25 år. Det første terminbeløpet skal betalast om eitt år. Renta er på 5,5 % per år.

a) Kor store blir dei årlege terminbeløpa?

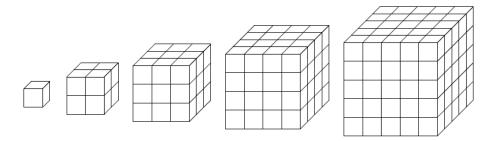
Etter 5 år vil Olivia utvide lånet for å pusse opp badet. Ho håper å få låne 500 000 kroner ekstra til same rente, men ho vil ikkje forlengje nedbetalingstida på lånet.

b) Kor store blir dei nye terminbeløpa?

Olivia veit at dersom dei nye terminbeløpa blir for store, må ho forlengje nedbetalingstida.

c) Kor lang blir nedbetalingstida dersom ho betaler 200 000 kroner kvar termin etter at ho har utvida lånet?

Oppgåve 4 (4 poeng)



Dei fem første kubikktala er 1^3 , 2^3 , 3^3 , 4^3 og 5^3 . Sjå figurane ovanfor. La S_n vere summen av dei n første kubikktala.

- a) Beskriv den rekursive samanhengen mellom S_n og S_{n+1} . Bestem ein eksplisitt formel for S_n .
- b) Lag eit program som reknar ut S_{50} ved å bruke den rekursive samanhengen du fann i oppgåve a.

Eksamen REA3062 Side 7 av 20

Oppgåve 5 (4 poeng)

Svein har ei korg med raude og blå ballar. Det er like mange ballar av kvar farge i korga. Svein tek 15 ballar tilfeldig frå korga. Han ser etterpå at han trekte 9 raude og 6 blå ballar.

- a) Bestem sjansane for at han får dette resultatet dersom han startar med 30 ballar i korga.
- b) Kva er det mest sannsynlege talet på ballar som låg i korga?

Eksamen REA3062 Side 8 av 20

Bokmål

Eksamensinformasjon							
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig.						
	Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler.						
	Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.						
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.						
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarende teknologi er ikke tillatt.						
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver.						
	Delen med hjelpemidler har 5 oppgaver.						
	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.						
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du						
	 viser regneferdigheter og matematisk forståelse gjennomfører logiske resonnementer ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler forklarer framgangsmåter og begrunner svar skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger vurderer om svar er rimelige 						
Vekting av oppgavene	Alle deloppgavene blir vektet likt.						
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet.						

Eksamen REA3062 Side 9 av 20

Oppgave 1 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + 3x.$$

a) Regn ut integralet.

$$\int_{-1}^{0} f(x) \, \mathrm{d}x$$

b) Bestem arealet av området som er avgrenset av grafen til f, x-aksen og linjene x = -1 og x = 1.

Oppgave 2 (2 poeng)

Regn ut integralet.

$$\int (x^2+1)^3 \cdot 2x \, \mathrm{d}x$$

Oppgave 3 (4 poeng)

En elev har laget programmet til høyre.

- a) Forklar hva eleven prøver å finne ut.
- b) Finn verdien eleven får skrevet ut når programmet kjøres.

Eksamen REA3062 Side 10 av 20

Oppgave 4 (4 poeng)

Hos en lakseoppdretter er slaktevekten til laksen normalfordelt med forventningsverdi 4700 gram. Det viser seg at 11,5 % av laksen som slaktes, veier mer enn 5300 gram.

- a) Vis at standardavviket for vekten til en vilkårlig laks er omtrent 500 gram.
- b) Bestem sannsynligheten for at en vilkårlig laks veier mindre enn 4500 gram.

Oppgave 5 (2 poeng)

La K(x) være kostnadsfunksjonen til en bedrift som produserer x enheter av en vare, og la E(x) være enhetskostnaden. La x_{\circ} være antallet enheter som gir den laveste enhetskostnaden. Vis at grensekostnaden er lik enhetskostnaden for $x = x_{\circ}$.

Oppgave 6 (4 poeng)

Hilde kaster en terning med seks sider. La X være antall øyne hun får på terningen.



a) Bestem forventningsverdien E(X).

Hilde regner ut at standardavviket SD(X) = 1,7. Hun vil kaste terningen flere ganger og summere antall øyne fra hvert kast.

b) Hvor mange ganger må Hilde kaste terningen før det er omtrent 32 % sannsynlighet for at summen av antall øyne er mer enn 17 unna forventningsverdien for summen?

Eksamen REA3062 Side 11 av 20

Oppgave 1 (6 poeng)

For et år siden begynte en butikk å selge et nytt produkt. Funksjonen f gitt ved

$$f(t) = \frac{700}{1 + 20 \, \mathrm{e}^{-0.12 \, t}}$$

er en god modell for antallet enheter butikken har solgt av produktet per uke, t uker etter at produktet kom i salg.

- a) Når økte salget raskest, ifølge modellen, og hvor mye økte salget da?
- b) Hvor lang tid gikk det før det samlede salget passerte 2000 enheter, ifølge modellen?

Inntekten fra salget av produktet har vært 1 000 000 kroner det første året.

c) Hvilken pris har butikken solgt produktet for?

Eksamen REA3062 Side 12 av 20

Oppgave 2 (6 poeng)

Et smertestillende legemiddel, A, er tilgjengelig på markedet. Legemiddelet demper smerte for mange pasienter, men ikke for alle.

- Sannsynligheten for at legemiddel A virker på en pasient, er 75 %.
- Vi tester legemiddel A på *n* pasienter.
- Legemiddel A virker på X av disse pasientene.
- a) Hvilken sannsynlighetsfordeling har X? Begrunn svaret ditt. Regn ut P(X = 9) når n = 12.

Et nytt legemiddel, B, skal også dempe smerte hos pasienter.

- Legemiddel B er testet ut på 10 pasienter.
- Legemiddel B virket på 9 av disse 10 pasientene.
- b) La *p* være sannsynligheten for at B virker på en pasient. Gjennomfør en hypotesetest med signifikansnivå på 5 %. Bruk denne til å vurdere om du kan si at legemiddel B virker med høyere sannsynlighet enn A.

Legemiddel B blir gitt til 200 pasienter.

c) Hvor mange pasienter må legemiddel B minst virke på for at vi skal kunne konkludere med at legemiddel B virker med høyere sannsynlighet enn legemiddel A? Bruk et signifikansnivå på 5 %.

Eksamen REA3062 Side 13 av 20

Oppgave 3 (6 poeng)

Olivia tar opp et annuitetslån på 2 500 000 kroner for å kjøpe bolig. Hun velger årlige terminer og en nedbetalingstid på 25 år. Det første terminbeløpet skal betales om ett år. Renten er på 5,5 % per år.

a) Hvor store blir de årlige terminbeløpene?

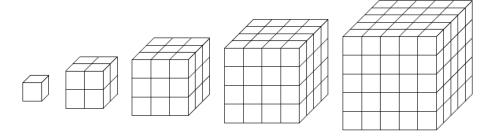
Etter 5 år vil Olivia utvide lånet for å pusse opp badet. Hun håper å få låne 500 000 kroner ekstra til samme rente, men hun vil ikke forlenge nedbetalingstiden på lånet.

b) Hvor store blir de nye terminbeløpene?

Olivia vet at dersom de nye terminbeløpene blir for store, må hun forlenge nedbetalingstiden.

c) Hvor lang blir nedbetalingstiden dersom hun betaler 200 000 kroner hver termin etter at hun har utvidet lånet?

Oppgave 4 (4 poeng)



De fem første kubikktallene er 1^3 , 2^3 , 3^3 , 4^3 og 5^3 . Se figurene ovenfor. La S_n være summen av de n første kubikktallene.

- a) Beskriv den rekursive sammenhengen mellom S_n og S_{n+1} . Bestem en eksplisitt formel for S_n .
- b) Lag et program som regner ut S_{50} ved å bruke den rekursive sammenhengen du fant i oppgave a.

Eksamen REA3062 Side 14 av 20

Oppgave 5 (4 poeng)

Svein har en kurv med røde og blå baller. Det er like mange baller av hver farge i kurven. Svein tar 15 baller tilfeldig fra kurven. Han ser etterpå at han trakk 9 røde og 6 blå baller.

- a) Bestem sannsynligheten for at han får dette resultatet dersom han starter med 30 baller i kurven.
- b) Hva er det mest sannsynlige antallet baller som lå i kurven?

Eksamen REA3062 Side 15 av 20

(Blank side)

Eksamen REA3062 Side 16 av 20

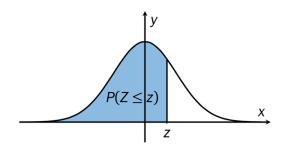
(Blank side)

Eksamen REA3062 Side 17 av 20

Vedlegg 1

Standard normalfordeling

Tabellen viser $P(Z \le z)$ for $-3.09 \le z \le 3.09$



Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4 -0,3 -0,2 -0,1 -0,0	0,3446 0,3821 0,4207 0,4602 0,5000	-	0,3372 0,3745 0,4129 0,4522 0,4920	0,3707 0,4090	0,3300 0,3669 0,4052 0,4443 0,4840	0,3264 0,3632 0,4013 0,4404 0,4801	0,3228 0,3594 0,3974 0,4364 0,4761	0,3557 0,3936 0,4325	0,3156 0,3520 0,3897 0,4286 0,4681	

Eksamen REA3062 Side 18 av 20

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	o,9744	0,9750	0,9756	o,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	•	0,9968	-	-	0,9971	•	0,9973	0,9974
2,8			0,9976			-	-	-		0,9981
2,9		-	0,9982	-	-	-	-	-	-	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Eksamen REA3062 Side 19 av 20



TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!