Eksamen R1 H2021 Del 2

Del 2)

Oppgave 1)

1	$r(t) := (28\,t - 3\,t^2,\ 10\,t - 5\,t^2)$ $\rightarrow\ \mathbf{r(t) := (-3\,t^2 + 28\,t,\ -5\,t^2 + 10\,t)}$
2	$v(t) := r'(t)$ $\rightarrow\ \mathbf{v(t) := (-6\,t + 28,\ -10\,t + 10)}$
3	$\lvert v(0) \rvert$ $\approx\ \mathbf{29.73}$
4	$y(r(t)) = 0$ Løs: $\{t = 0, t = 2\}$
5	$y(v(t)) = 0$ Løs: $\{t = 1\}$
6	$\lvert v(1) \rvert$ $\rightarrow\ \mathbf{22}$

a) Banefarten ballen hadde da den ble sparket var 29.73m/s
b) Det tok 2 sekunder fra ballen ble sparket til den traff bakken
c) Ballens banefart på sitt høyeste punkt var 22m/s

Oppgave 2)

1	$f(x) := x^4 - b\,x^3 + 2$ $\rightarrow\ \mathbf{f(x) := x^4 - b\,x^3 + 2}$
2	$f'(x) = 0$ Løs: $\left\{x = \frac{3}{4}\,b, x = 0\right\}$
3	$f'(x)$ Faktoriser: $x^2\,(4\,x - 3\,b)$
4	$\frac{3}{4} \cdot b \leq -3$ Løs: $\{b \leq -4\}$

Vi må sørge for at f' skifter fortegn før definisjonsmengden eller akkurat der definisjonmengden starter. Derfor har f omvendt funksjoner når $b \leq -4$.

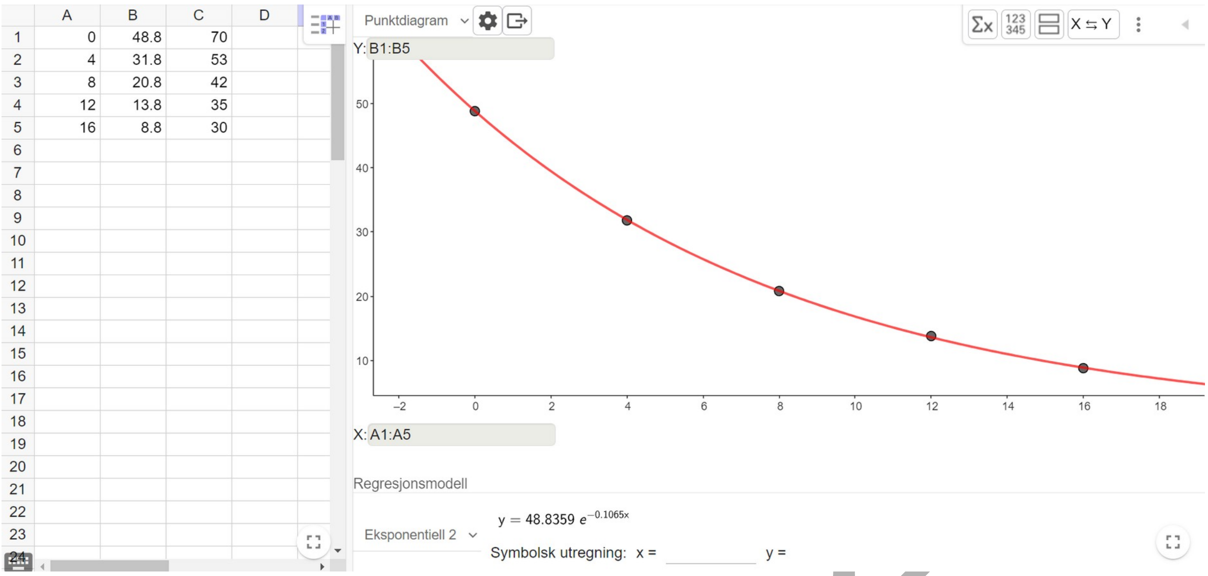
Oppgave 3)

a) Vi bruker vektorer mellom punktet og sentrum og avgjør om lengden er mindre/lik/større enn radiusen for å avgjøre om punktet ligger innenfor/på/utenfor sirkelen.

b)

```python
# Sentrum
a = 0
b = 0

# Radius
r = 4

# Punktet P
s = 4
t = 2

# Finner vektoren SP
SP = [s-a,t-b]
len_SP = ((SP[0])**2+(SP[1])**2)**(1/2)


# Avgjør om punktet ligger innenfor/på/utenfor sirkelen
if len_SP < r:
    print("Punktet ligger innenfor sirkelen")
elif len_SP == r:
    print("Punktet ligger på sirkelen")
else:
    print("Punktet ligger utenfor sirkelen")
```

Oppgave 4)



a) Brukte regneark for å trekke vekk romtemperaturen fra alle verdiene. Bruker regresjonsverktøyet for å få en eksponentiell funksjon. Deretter må jeg legge til romtemperaturen jeg trakk fra i funksjonuttrykket for å få h

b) Modellen f er linær og dermed når $x \to \infty$ vil $f(x) \to -\infty$ og det går ikke at kopp kaffen blir kaldere enn omgivelsen ifølge Newtons Avkjølingslov

Modellen g er et andregradspolynom og vil etter hvert som når $x \to \infty$ vil $f(x) \to \infty$ noe som ikke stemmer i virkeligheten

Modellen h er modellen som er tilnærmet lik virkelighet for når $x \to \infty$ vil $f(x) \to 21.2$ altså romtemperaturen

Oppgave 6)

1 $f(x) := \dfrac{e^x}{e^x + C}$

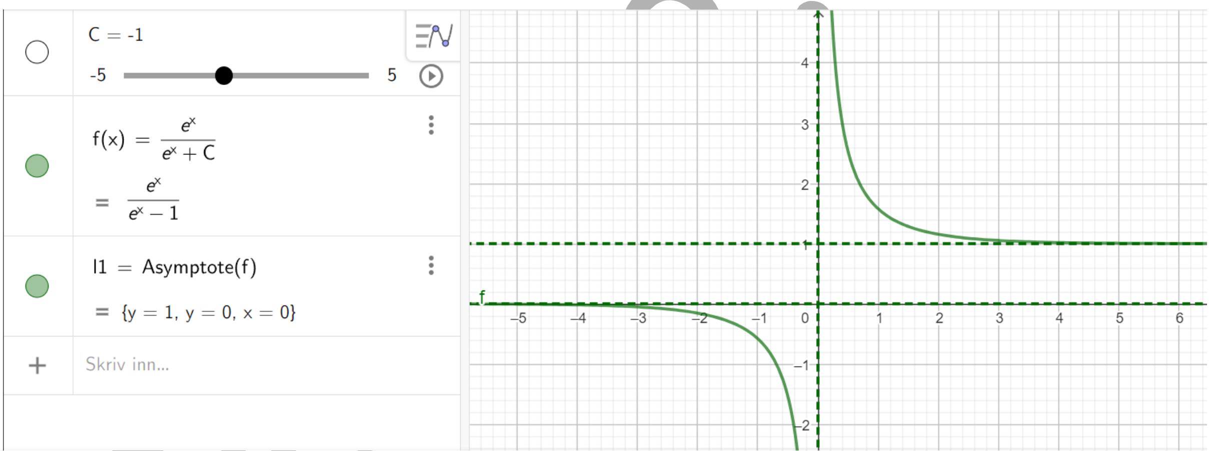
$\rightarrow\ \mathbf{f(x) := \dfrac{e^x}{e^x + C}}$

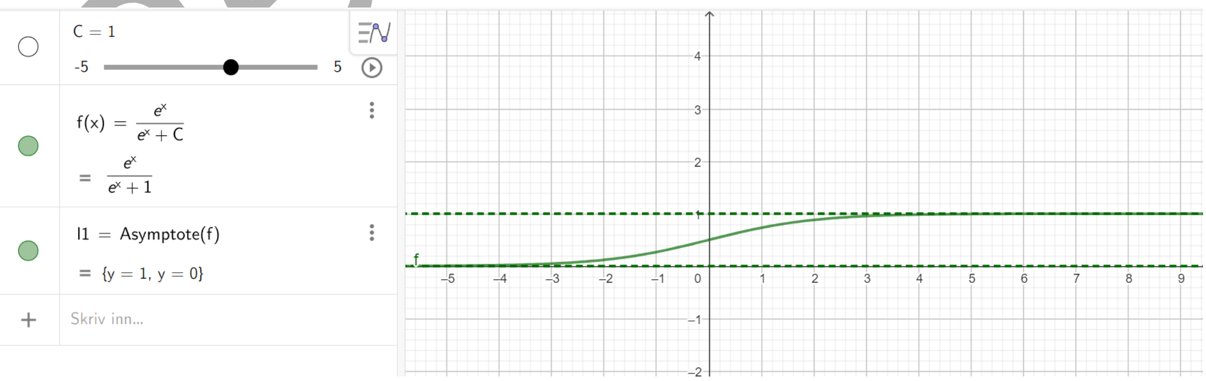
2 $f'(x) = 0$

$\rightarrow\ \mathbf{C \dfrac{e^x}{2\,C\,e^x + C^2 + (e^x)^2} = 0}$

3 $f''(x) = 0$

Løs: $\mathbf{\{x = \ln(C)\}}$





a) Nei, man ser at teller skal være lik 0 og dermed må $C \cdot e^x = 0$som vil aldri være gyldig siden e^x er alltid positiv
b) Når $C > 0$ vil f ha et vendepunkt gitt ved $x = \ln(C)$
c) Når $C > 0$vil f ha $V_f \in$ ←1,1>¿ og vendepunkt gitt ved $x = \ln(C)$

d) Når $C<0$ vil f ha horisontale asymptoter i $y=1$ og $y=0$. I tillegg vil den vertikale asymptoten være gitt ved $x=\ln(-C)$

Oppgave 7)

1	$f(x) := x^3 - x^2 - 2x + 3$ $\rightarrow\ f(x) := x^3 - x^2 - 2x + 3$
2	$l(x) := 2x - 1$ $\rightarrow\ l(x) := 2x - 1$
3	$f(x) = l(x)$ Løs: $\{x = -2, x = 1, x = 2\}$
4	$m := \frac{-2+1}{2}$ $\rightarrow\ m := \frac{-1}{2}$
5	$t(x) := \text{Tangent}(m, f)$ $\rightarrow\ t(x) := \frac{-1}{4}x + \frac{7}{2}$
6	$t(x) = f(x)$ Løs: $\left\{x = \frac{-1}{2}, x = 2\right\}$

1 $g(x) := k\,(x - x_1)\,(x - x_2)\,(x - x_3) + a\,x + b$

$\rightarrow\ \mathbf{g(x) := k\,(-x_1 + x)\,(-x_2 + x)\,(-x_3 + x) + a\,x + b}$

2 $m := \frac{x_1 + x_2}{2}$

$\rightarrow\ \mathbf{m := \frac{1}{2}\,(x_1 + x_2)}$

3 $t(x) := \text{Tangent}(m, g)$

$\rightarrow\ \mathbf{t(x) := \frac{1}{4}\,k\,x_1^2\,x_3 - \frac{1}{4}\,k\,x_1^2\,x + \frac{1}{4}\,k\,x_2^2\,x_3 - \frac{1}{4}\,k\,x_2^2\,x - \frac{1}{2}\,k\,x_1\,x_2\,x_3 + \frac{1}{2}\,k\,x_1\,x_2\,x + a\,x + b}$

4 $t(x) = g(x)$

Løs: $\left\{x = x_3, x = \frac{1}{2}\,x_1 + \frac{1}{2}\,x_2\right\}$

1 $h(x) := x^3 - 2\,x + 1$

$\rightarrow\ \mathbf{h(x) := x^3 - 2\,x + 1}$

2 $l(x) := 2\,x + 1$

$\rightarrow\ \mathbf{l(x) := 2\,x + 1}$

3 $h(x) = l(x)$

Løs: $\{x = -2, x = 0, x = 2\}$

4 $m := \frac{-2 + 0}{2}$

$\rightarrow\ \mathbf{m := -1}$

5 $t(x) := \text{Tangent}(m, h)$

$\rightarrow\ \mathbf{t(x) := x + 3}$

a) Stemmer
b) –
c) Stemmer
d) Vi kan bruke linjen til å finne skjæringer med grafen (slikt som vi har gjort tidligere) deretter finne midtpunktet mellom x_1 og x_2 for å så finne en tangent som går gjennom x_3 altså punktet P. Tangenten er gitt ved $y = x + 3$.