R1 Eksamen V2022 Del 2

Oppgave 3)

1	$f(x) := x^3 - 6x$ $\rightarrow \quad f(x) := x^3 - 6x$
2	$f'(x) = 0$ Løs: $\left\{x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}\right\}$
3	$f''\left(-\sqrt{2}\right)$ $\rightarrow \quad -6\sqrt{2}$
4	$f''\left(\sqrt{2}\right)$ $\rightarrow \quad 6\sqrt{2}$

Det største intervallet hvor f har en omvendt funksjon og 1 er i definisjonsmengden er gitt ved $\left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$.

Oppgave 4)

1	$\ln(82-22) = -k \cdot 0 + r$ $\rightarrow$ $\mathbf{\ln(60) = r}$
2	$\ln(66-22) = -k \cdot 2 + r$ $\rightarrow$ $\mathbf{\ln(44) = -2\,k + r}$
3	$\{\$2, \ \$3\}$ NLøs: $\mathbf{\{k = 0.16, r = 4.09\}}$
4	$\ln(40 - \ 22) = \ -0.16 \cdot t \ + \ 4.09$ NLøs: $\mathbf{\{t = 7.5\}}$

Det tar mer enn 7.5 minutter før temperaturen er mindre enn $40\,°C$.

Oppgave 5)

a) Avgjøre om hvert punkt er rettvinklet ved å lage vektorer som går gjennom punktet man vil avgjøre og avgjøre om vektorene er ortogonale.

```python
# Punkt A
a = 0
b = 0

# Punkt B
c = 0
d = 5

# Punkt C
e = 4
f = 0

# AB*AC = [c-a,d-b]*[e-a,f-b]
Askalar = (c-a)*(e-a)+(d-b)*(f-b)
# BA*BC = [a-c,b-d]*[e-c,f-d]
Bskalar = (a-c)*(e-c)+(b-d)*(f-d)
# CA*CB = [a-e,b-f]*[c-e,d-f]
Cskalar = (a-e)*(c-e)+(b-f)*(d-f)

# Avgjør om punktene er rettvinklet eller ikke
if (Askalar==0) or (Bskalar==0) or (Cskalar==0):
    print("Punktene danner en rettvinklet trekant.")
else:
    print("Punktene danner ikke en rettvinklet trekant.")
```

Oppgave 6)

1 $g(x) := x^3 - 3x^2 - 13x + 15$

$\rightarrow \quad g(x) := x^3 - 3x^2 - 13x + 15$

2 $A(s) := \frac{1}{2}(s-1)\,|g(s)|$

$\rightarrow \quad A(s) := \frac{1}{2}\left|s^3 - 3s^2 - 13s + 15\right|(s-1)$

3 $A'(s) = 0$

Løs: $\left\{s = -2\sqrt{2} + 1, s = 1, s = 2\sqrt{2} + 1\right\}$

4 $A''\left(2\sqrt{2} + 1\right)$

$\rightarrow \quad -32$

5 $A\left(2 \cdot \sqrt{2} + 1\right)$

$\rightarrow \quad 32$

S verdien $2 * \sqrt{2} + 1$ gir størst arealet til trekanten på 32.

Oppgave 7)

1	$r_1(t) := (2 + 24\,t,\ 4 + 20\,t)$ $\rightarrow\ \mathbf{r_1(t) := (24\,t + 2,\ 20\,t + 4)}$
2	$v_1(t) := r_1'(t)$ $\rightarrow\ \mathbf{v_1(t) := (24,\ 20)}$
3	$\lvert v_1(t) \rvert$ $\approx\ \mathbf{31.24}$
4	$r_2(t) := (26\,t,\ 10 - 22\,t)$ $\rightarrow\ \mathbf{r_2(t) := (26\,t,\ -22\,t + 10)}$
5	$r_1(t) = r_2(s)$ Løs: $\left\{\left\{\mathbf{s = \frac{23}{131}, t = \frac{14}{131}}\right\}\right\}$
6	$A := (0,\ 10)$ $\rightarrow\ \mathbf{A := (0,\ 10)}$
7	$B := (8,\ 9)$ $\rightarrow\ \mathbf{B := (8,\ 9)}$
8	$AB := \text{Vektor}(A,\ B)$ $\rightarrow\ \mathbf{AB := \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}}$

9	$\lvert AB \rvert$ $\rightarrow \quad \sqrt{65}$
10	$r_1(t) = (8,\ 9)$ Løs: $\left\{ t = \frac{1}{4} \right\}$
11	$\text{fart} = \frac{\sqrt{65}}{\frac{1}{4}}$ $\approx \quad \text{fart} = 32.25$

a) Banefarten til båten er omtrent 31.24km/t
b) Politibåten vil ikke møte piraten siden de er på skjæringspunktene til banene til ulik tid.
c) Banefarten til den nye politibåten må være 32.25km/t for den skal treffe piraten i (8,9)