
RAPPORT DE PROJET ANIMATION 3D

Pendule de Newton

Abdoulaye Baldé

Promo 2025

Majeur Image

1 Introduction

La simulation de pendules de Newton vise à modéliser et visualiser le mouvement de sphères suspendues à une barre rigide, dont les mouvements sont transmis entre elles. Ce projet inclut la gestion des forces de gravité, de tension et des collisions entre les sphères, tout en utilisant des équations de mouvement pour simuler la dynamique de ce système complexe.

2 Objectif

L'objectif est de créer une animation d'un système de pendules de Newton en tenant compte des forces physiques qui gouvernent leur mouvement, à savoir la gravité, la tension du fil et les collisions entre sphères. Le système est simulé dans un espace tridimensionnel avec des calculs effectués à chaque pas de temps pour mettre à jour la position et la vitesse des particules (les sphères).

3 Modèle physique

Les éléments physiques qui influencent le mouvement des pendules sont :

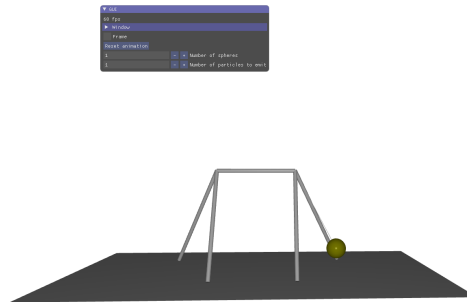


Figure 1: Pendule Simple

- **Gravité** : Une force constante qui agit vers le bas avec une accélération de $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
- **Tension du fil** : Une force qui agit pour maintenir chaque pendule à une longueur fixe. Elle est calculée de manière à compenser l'étirement du fil.
- **Collisions entre sphères** : Lorsque les sphères se chevauchent, une force de restitution élastique est appliquée pour éviter l'interpénétration.

4 Formules utilisées

4.1 Force de tension

La force de tension dans un pendule est calculée pour maintenir la longueur du fil constante. Le vecteur de tension est calculé en fonction de la position de la particule et du point

d'attache :

$$\vec{T} = -k_t (\|\vec{p} - \vec{p}_0\| - L) \hat{n}$$

où k_t est le coefficient de raideur du fil, L est la longueur du fil, et \vec{p}_0 est le point d'attache.

La force de tension est appliquée sur la particule, modifiant sa vitesse :

$$\vec{v} = \vec{v} + \frac{\vec{T}}{m}$$

4.2 Mouvement des particules

Le mouvement des particules est régulé par la combinaison des forces agissant sur elles : gravité, tension et collision. À chaque pas de simulation, la vitesse est mise à jour en fonction des forces appliquées. L'accélération due à la gravité est donnée par :

$$\vec{f}_g = m\vec{g}$$

et la vitesse est mise à jour en fonction de l'accélération résultante, avec un facteur de friction pour simuler les pertes d'énergie :

$$\vec{v}(t + \Delta t) = (1 - \alpha\Delta t)\vec{v}(t) + \frac{\vec{f}}{m}\Delta t$$

où α est un facteur de friction, généralement entre 0 et 1.

La position est mise à jour en fonction de la vitesse :

$$\vec{p}(t + \Delta t) = \vec{p}(t) + \vec{v}(t)\Delta t$$

4.3 Collision entre sphères

Lorsque deux sphères entrent en collision, la distance entre elles est calculée et comparée à la somme de leurs rayons. Si la distance est inférieure à cette somme, une correction de position est effectuée pour éviter l'interpénétration.

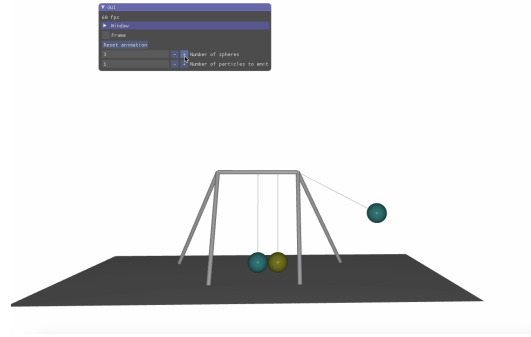


Figure 2: Avant collision

La distance entre les sphères est donnée par :

$$d = \|\vec{p}_1 - \vec{p}_2\|$$

où \vec{p}_1 et \vec{p}_2 sont les positions respectives des deux sphères.

Si $d < r_1 + r_2$ (rayons des sphères), alors une force de restitution est appliquée. La vitesse relative des sphères le long de la normale est calculée par :

$$v_{\text{rel}} = \vec{v}_1 \cdot \hat{n} - \vec{v}_2 \cdot \hat{n}$$

où \hat{n} est le vecteur normal de collision.

La force de restitution élastique est calculée comme suit :

$$j = -\frac{(1 + e)v_{\text{rel}}}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}$$

où e est le coefficient de restitution (avec $e = 1$ pour une collision parfaitement élastique), et m_1 et m_2 sont les masses des sphères.

La mise à jour des vitesses des sphères après collision est alors donnée par :

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_1 + \frac{j}{m_1} \hat{n}, \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_2 - \frac{j}{m_2} \hat{n}$$

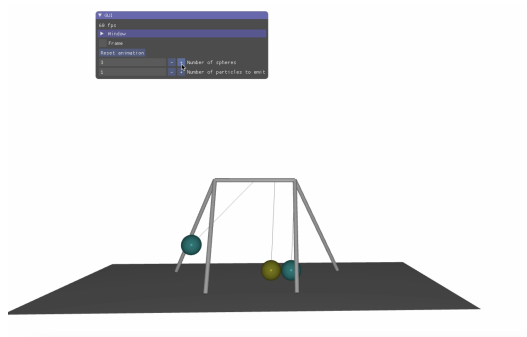


Figure 3: Après Collision

4.4 Simulation numérique

Les équations du mouvement sont résolues numériquement en utilisant la méthode d'intégration d'Euler, subdivisée en sous-étapes pour améliorer la précision. Chaque sous-étape met à jour les positions et vitesses des particules en prenant en compte les forces de collision, la tension, et la gravité. Le pas de temps global Δt est divisé en plusieurs sous-étapes pour affiner le calcul.

5 Description de l'animation

L'animation simule plusieurs pendules suspendus à une barre rigide. Lorsqu'une sphère est relâchée, elle entame un mouvement oscillant qui est transmis aux autres pendules via la barre. Nous avons aussi ajouté des paramètres qui permettent de contrôler l'ajout ou la diminution de sphères dans la scène, le nombre de sphères à lancer, et le recommencement de l'animation.

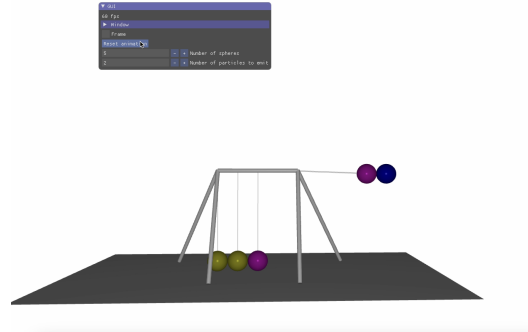


Figure 4: 2 lancées Avant Collision

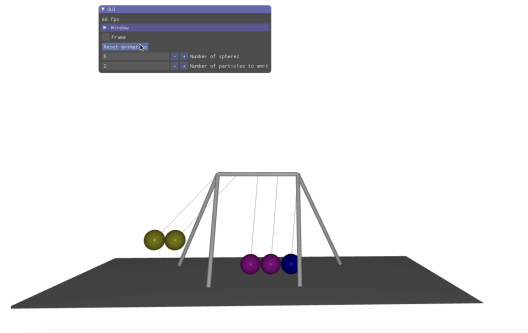


Figure 5: 2 lancées Après Collision

L'animation est mise à jour à chaque sous-étape. La position et la vitesse de chaque particule sont recalculées en fonction des forces et des interactions entre les pendules. L'affichage graphique de chaque sphère et de chaque fil est mis à jour en fonction des nouvelles positions calculées à chaque itération.

6 Conclusion

Cette simulation permet d'observer les mouvements complexes des pendules de Newton, illustrant l'effet des forces de tension, de gravité, et des collisions.